

# ДЗ по теме “Динамические кратчайшие пути”

1 мая 2023 г.

- **Мягкий дедлайн:** 21.05.2023, 23:59
- **Жёсткий дедлайн:** 31.05.2023, 23:59

*По умолчанию число вершин во входном графе равно  $n$ , а число рёбер —  $m$ .*

1. **(10 баллов)** Вам дан ориентированный взвешенный граф  $G$  с положительными весами. Обновление — увеличение веса ребра (уменьшения запрещены). Предполагается, что кратчайшие пути уникальны (между парой вершин  $x$  и  $y$  есть только один кратчайший путь). Из этого следует, что если между вершинами  $x$  и  $y$  есть несколько однородных путей, то вершины в этих путях попарно различны (кроме самих конечных вершин  $x$  и  $y$ ) (подумайте, почему).

Докажите следующие утверждения (определение однородного пути есть в лекции):

- (a) Не более, чем  $n^3$  путей в графе после увеличения веса ребра *становятся* однородными. В качестве доказательства придумайте такой худший случай.
- (b) Не более, чем  $n^2$  путей в графе после увеличения веса ребра *перестают быть* однородными.