

# ДЗ по теме “Динамическое транзитивное замыкание”

1 мая 2023 г.

- **Мягкий дедлайн:** 21.05.2023, 23:59
- **Жёсткий дедлайн:** 31.05.2023, 23:59

*По умолчанию число вершин во входном графе равно  $n$ , а число рёбер —  $m$ .*

1. **(5 баллов)** На лекции мы научились поддерживать инкрементальное транзитивное замыкание ориентированных графов. Придумайте алгоритм для декрементального транзитивного замыкания, работающий за  $O(n^2(m + n))$  суммарно на все апдейты.
2. **(10 баллов)** Вам дан ориентированный граф  $G$  и инсайдерская информация о том, что будут меняться (удаляться или добавляться) только рёбра, инцидентные некоторым  $k$  вершинам этого графа. Вы хотите поддерживать информацию о транзитивном замыкании этого графа.
  - Придумайте, как обновлять граф за  $O(\frac{T(n,m)}{k} + T(k, k^2) + n^2k)$  амортизированно.  $T(n, m)$  — время работы алгоритма транзитивного замыкания (статического, не динамического) графа с  $n$  вершинами и  $m$  рёбрами.
  - При каких значениях  $k$  время на апдейт будет минимальным?
  - В каких случаях статическое транзитивное замыкание  $T(n, m)$  будет выгодно вычислять через умножение матриц? А в каких нет?