# ПМ-1801, Осипов Никита;
# 3.1.10a-L;
# Частные виды квадратурных формул Гаусса-Кристоффеля;

In[198]:=
```
Clear@x;
L[n_] := D[(x^2 - 1)^n, {x, n}] / (2^n * n!);
gaussQuad[f_, n_] := Module[{xlst = {}, y, alst = {},
   xi, Ai, polynL, a = -1, b = 1, s = {}, ylocal, q, I},
  polynL = L[n]; (*Полином Лежандра = ω(x)*)
  y = #[[1, 2]] & /@ Solve[polynL == 0, x]; (*Корни полинома Лежандра*)
  xi = 1/2 * (a + b) + 1/2 (b - a) * ylocal;
  (*Формула нахождения xi через корни полинома Лежандра*)
  AppendTo[xlst, N[xi /. ylocal :> #]] & /@ y; (*Узлы*)
  alst = 2 / ((1 - #^2) * (D[polynL, x] /. x :> #)^2) & /@ xlst; (*Веса*)
  I = Sum[alst[[k]] * (f /. x :> xlst[[k]]), {k, 1, n}];
  {PrependTo[xlst, "Узлы"], PrependTo[alst, "Веса"], I}]
```

Out[260]= $f = x^2$; $n = 5$;

| Узлы | Веса |
|---|---|
| 0. | 0.568889 |
| -0.538469 | 0.478629 |
| 0.538469 | 0.478629 |
| -0.90618 | 0.236927 |
| 0.90618 | 0.236927 |

I = 0.666667; Test: $\int_{-1}^{1} x^2 dx = \frac{2}{3}$

Out[259]= f = Sin[x]; $n = 5$;

| Узлы | Веса |
|---|---|
| 0. | 0.568889 |
| -0.538469 | 0.478629 |
| 0.538469 | 0.478629 |
| -0.90618 | 0.236927 |
| 0.90618 | 0.236927 |

I = 0.; Test: $\int_{-1}^{1} \mathrm{Sin}[x] dx = 0$

Out[261]= $f = \sqrt{1 - x^2}$; $n = 5$;

| Узлы | Веса |
|---|---|
| 0. | 0.568889 |
| -0.538469 | 0.478629 |
| 0.538469 | 0.478629 |
| -0.90618 | 0.236927 |
| 0.90618 | 0.236927 |

I = 1.57591; Test: $\int_{-1}^{1} \sqrt{1 - x^2}\, dx = \frac{\pi}{2}$