

Осипов Никита, ПМ-1801

Метод уточнения собственных значений и собственных векторов; Метод обратных итераций; (Итерации с отношением Релея) (3.4.5.a(3))

3.4.5. Методы уточнения собственных значений и собственных векторов

а) Метод обратных итераций (μ_0 — приближение к собственному значению пучка $A - \lambda B$, $y_0 \neq 0$)

– стационарные итерации (метод Виландта)

$$(A - \mu_0 B) \tilde{y}_{k+1} = B y_k, y_{k+1} = \gamma_k^{-1} \tilde{y}_{k+1}, \mu_0 + \gamma_k^{-1} \rightarrow \lambda_1, y_k \rightarrow u_1, k = 0, 1, \dots$$

– нестационарные итерации (+ модификация P-W)

$$(A - \mu_k B) \tilde{y}_{k+1} = B y_k, y_{k+1} = \gamma_k^{-1} \tilde{y}_{k+1}, \mu_{k+1} = \mu_k + \gamma_k^{-1} \rightarrow \lambda_1, k = 0, 1, 2, \dots$$

– итерации с отношением Релея

$$(A - \rho_k B) \tilde{y}_{k+1} = B y_k, y_{k+1} = \gamma_k^{-1} \tilde{y}_{k+1}, \rho_{k+1} = \rho(y_{k+1}) \rightarrow \lambda_1, k = 0, 1, 2, \dots$$

```
In[205]:= A = {{4.33, -1.12, -1.08, 1.14}, {-1.12, 4.33, 0.24, -1.22},
             {-1.08, 0.24, 7.21, -3.22}, {1.14, -1.22, -3.22, 5.43}};
σ = 10-3;
x0 = {0.8, 0, 0.6, 0};
```

```
In[222]:= iterRel[A_, σ_, x0_] := Module[{x = x0, ρ, y,
    k = 0, λ = 0, matE, n = Length@A[[1]], ρNext, iter = 0},
  matE = ConstantArray[0, {n, n}];
  Table[matE[[p, p]] = 1, {p, 1, n}];
  While[k ≠ 1,
    ρ = (A.x).x / x.x;
    y = Inverse[A - ρ * matE].x;
    x = y / N@Sqrt[y.y];
    ρNext = (A.x).x / x.x;
    iter++;
    If[Abs[ρNext - ρ] < σ, k = 1,
      λ = ρNext];
  {λ, x, iter}]
```

```
In[223]:= iterRel[A, σ, x0]
```

```
Out[223]:= {5.10252, {0.511903, -0.720181, 0.461923, 0.0769549}, 5}
```

```
Out[221]=
```

λ	u
5.10252	{0.511903, -0.720181, 0.461923, 0.0769549}

```
Out[219]=
```

$A * u$		$\lambda * u$
{2.61199, -3.67474, 2.35697, 0.392664}	==	{2.61199, -3.67474, 2.35697, 0.392664}