Лабораторная работа №4
«Симплекс-метод решения задач линейного программирования» (6 часов)

<u>*Цель работы*</u>*: изучение симплекс-метода решения задач линейного программирования*

1 КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

1.1 Постановка задачи линейного программирования

Линейное программирование (ЛП) – это раздел математического программирования, в котором рассматриваются методы решения экстремальных задач с линейным функционалом и линейными ограничениями, которым должны удовлетворять искомые переменные.

В общем случае задача ЛП формулируется следующим образом: найти значение переменных $x_1, x_2, ..., x_n$, доставляющие минимум (максимум) линейной целевой функции

$$f(x) = c_1x_1 + c_2x_2 + ... + c_nx_n$$

и удовлетворяющие ограничениям вида:

$$a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + ... + a_{in}x_n \le b_i,$$

$$a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + ... + a_{in}x_n \ge b_i,$$

$$a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + ... + a_{in}x_n = b_i,$$

при этом, как правило, все или часть переменных должны быть неотрицательны:

$$x_j \ge 0.$$

В компактной форме общая задача ЛП имеет вид:

$$Z = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j \to \min(\max)$$

при ограничениях

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j \le b_j \text{, при } i = \overline{1,k},$$

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j \ge b_j \text{ при } i = \overline{k+1,l},$$

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j = b_j \text{ при } i = \overline{l+1, m}$$

$x_j \geq 0$ при $j = \overline{1, s}, s \leq n, k \leq m, l \leq m$,

где a_{ij}, b_i, c_j – заданные постоянные величины.

Различаются также две основные формы задачи ЛП в зависимости от наличия ограничений разного типа.

Стандартная форма задачи ЛП:

$$Z = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j \to \min(\max),$$

при ограничениях

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j \leq b_j, \text{ при } i = \overline{1, m},$$

$$x_j \geq 0,\ j = \overline{1, n}.$$

Каноническая форма задачи линейного программирования:

$$Z = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j \to \min(\max)$$

при ограничениях

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j = b_j,\ i = \overline{1, m},$$

$$x_j \geq 0,\ j = \overline{1, n}.$$

Стандартная форма интересна тем, что большое число прикладных задач естественным образом сводится к этому виду моделей. Каноническая форма важна ввиду того, что основные вычислительные методы решения разработаны именно для этой формы.

Указанные выше три формы задачи линейного программирования эквивалентны в том смысле, что каждая из них с помощью несложных преобразований может быть приведена к любой из двух остальных. Следовательно, любую задачу линейного программирования можно привести к каноническому виду. Поэтому умение решать задачу в канонической форме позволяет решать задачу и в любой другой форме.

Рассмотрим основные приемы преобразования задач линейного программирования из одной формы в другую.

Переход от задачи минимизации к задаче максимизации.

Для этого нужно изменить знак целевой функции, т.е. задача

$$Z = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j \to \min$$

эквивалентна задаче на поиск максимума

$$Z = \left(-\sum_{j=1}^{n} c_j x_j \right) \to \max .$$

Переход к эквивалентной системе неравенств.

Меняя знаки свободного члена и коэффициенты в ограничениях-неравенствах, можно поменять знак этого неравенства на обратный. Например, ограничение

$$a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + ... + a_{in}x_n \ge b_i$$

можно заменить следующим:

$$(-a_{i1})x_1 + (-a_{i2})x_2 + ... + (-a_{in})x_n \ge -b_i .$$

Переход от ограничения-неравенства к равенству.

Любое ограничение в форме неравенства можно преобразовать в ограничение-равенство введением дополнительной неотрицательной переменной. Так, например, условие

$$a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + ... + a_{in}x_n \le b_i$$

эквивалентно двум ограничениям:

$$a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + ... + a_{in}x_n + x_{n+1} = b_i \text{ и } x_{n+1} \ge 0 ,$$

где x_{n+1} – фиктивная (или дополнительная) переменная.

Представление ограничения – равенства парой неравенств.

Ограничение

$$a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + ... + a_{in}x_n = b_i$$

можно представить парой ограничений

$$a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + ... + a_{in}x_n \le b_i ,$$

$$(-a_{i1})x_1 + (-a_{i2})x_2 + ... + (-a_{in})x_n \le -b_i .$$

Переход к неотрицательным переменным.

Если на знак переменной x_j не наложено ограничений, можно заменить ее разностью двух неотрицательных переменных:

$$x_j = x_j^{'} - x_j^{''},\ x_j^{'} \ge 0,\ x_j^{''} \ge 0 .$$

Переход от переменных, ограниченных снизу к неотрицательным переменным.

Пусть переменная ограничена снизу: $x_j \geq c$. Заменив ее на переменную $x_j = x_j^{'} + c$, перейдем к задаче, в которой фигурирует неотрицательная переменная $x_j^{'} \geq 0$.

1.2 Решение задач линейного программирования симплексным методом

Симплексный метод (симплекс-метод) является одним из универсальных методов решения задач линейного программирования, называемый также методом последовательного улучшения плана. Симплекс-метод позволяет вести расчеты вручную и на ЭВМ.

Дана задача линейного программирования в канонической форме: *Каноническая форма задачи линейного программирования:*

$$Z = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j \to \max \tag{1.1}$$

при ограничениях

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j = b_i \ \ (i = \overline{1, m}), \tag{1.2}$$

$$x_j \geq 0, \ \ j = \overline{1, n}. \tag{1.3}$$

Предположим, что в системе (1.2) $m < n$ и все m уравнений линейно независимы (ранг системы $r = m$). В этом случае система имеет бесчисленное множество решений. Ее можно разрешить относительно m переменных $x_1, x_2, ..., x_m$, если векторы-коэффициенты при этих переменных линейно независимы:

$$x_i = b_i - \sum_{j=m+1}^{n} b_{ij} x_j, \quad (i = \overline{1, m}). \tag{1.4}$$

В этом случае $x_1, ..., x_m$ – *базисные переменные*, а $x_{m+1}, ..., x_n$ – *свободные переменные*. Тогда и целевую функцию можно выразить через свободные переменные:

$$f = b_0 - \sum_{j=m+1}^{n} b_j x_j \ . \tag{1.5}$$

Если все $b_{i0} > 0$, то план $x^0 = (x_1 = b_{10}, x_2 = b_{20}, ..., x_m = = b_{m0}, x_{m+1} = 0, ..., x_n = 0\}$ будет являться опорным и $f(x^0) = b_0$. Если при этом опорном плане значение целевой функции максимально, то опорный план является *оптимальным.*

Решение задачи симплексным методом носит итеративный характер и состоит в построении и последовательном преобразовании симплексной таблицы, в результате которого от начального плана можно за конечное число шагов получить оптимальный план, либо установить, что задача не имеет решения. Таким образом, решение задачи симплексным методом проводится в два этапа. Сначала находится начальное базисное решение (начальный опорный план), а затем проводится направленный перебор базисных решений для получения оптимального плана.

Задачу, разрешенную относительно базисных переменных, удобно представить в виде симплексной таблицы (таблица 1.1).

Таблица 1.1 – Вид симплексной таблицы

Базисные переменные (БП)	План	Свободные переменные (СП)			
		x_{m+1}	x_{m+2}	…	x_n
x_1	b_{10}	b_{11}	b_{12}	…	$b_{1,m-n}$
x_2	b_{20}	b_{21}	b_{22}	…	$b_{2,m-n}$
…	…	…	…	…	…
x_m	b_{m0}	b_{m1}	b_{m2}	…	$b_{m,m-n}$
f	$-b_0$	$-b_m$	$-b_{m+1}$	…	$-b_n$

Симплексное преобразование

Преобразование системы (1.2) к новому базису называется *симплексным преобразованием*. Правило выбора переменных при направленном преобразовании (при переходе от одного опорного плана к другому, более близкому к оптимальному) одного базиса в другой: *в базис вводят переменную* x_{m+j}, *соответствующую отрицательному элементу f – строки с наибольшей абсолютной величиной.*

Столбец коэффициентов при переменной, включенной в базис, называется *разрешающим*. Для определения переменной, подлежащей исключению из базиса, составляют отношения свободных членов к положительным элементам разрешающего столбца (такие отношения называются *симплексными*) и находят среди них наименьшее, которое и определяет переменную, исключаемую из базиса. Строка, которой соответствует переменная, исключаемая из базиса, называется *разрешающей*. Элемент симплекс-таблицы, стоящий на пересечении разрешающей строки и разрешающего столбца, называется *разрешаю-*

щим. Предполагая, что разрешающий элемент выбран, можно сформулировать следующее правило перерасчета элементов симплекс-таблицы при переходе к новому опорному плану:

– разрешающий элемент заменяется обратной величиной;

– остальные элементы разрешающей строки делятся на разрешающий элемент;

– остальные элементы разрешающего столбца делятся на разрешающий элемент и меняют свои знаки;

– прочие элементы вычисляют по формуле :

$$b_{ij}^{'} = (b_{ij}b_{ks} - b_{is}b_{kj}) / b_{ks}, \qquad (1.6)$$

где $i = 0, ..., m, i \neq k,\ j = 0,..., n - m,\ j \neq s$, b_{ks} –разрешающий элемент.

При вычислении элементов по формуле (1.6) удобно пользоваться правилом прямоугольника. Элементы, входящие в эту формулу, расположены в вершинах воображаемого «прямоугольника».

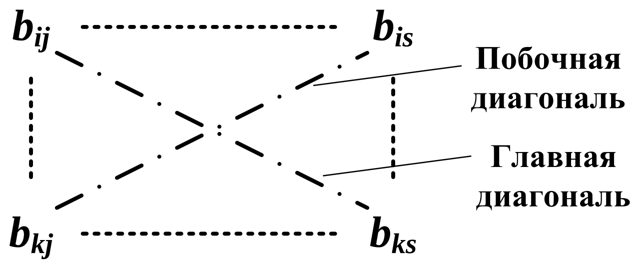

Рисунок 1.1 – Правило прямоугольника

Диагональ этого прямоугольника, на которой расположены разрешающий b_{ks} и преобразуемый b_{ij} элементы, называется главной, а другая – побочной. Преобразованный элемент $b_{ij}^{'}$ равен разности произведений элементов главной и побочной диагоналей, деленной на разрешающий элемент.

Сформированного правила придерживаются независимо от того, в какой вершине прямоугольника расположен разрешающий элемент.

Нахождение начального опорного плана.

Симплексное преобразование можно применить для нахождения опорного плана, т.е. для преобразования системы (1.2) к виду (1.4).

Система (1.2) записывается в виде:

$$0 = a_{10} + a_{11} \cdot (-x_1) + ... + a_{1n} \cdot (-x_n),$$
$$... \qquad (1.7)$$
$$0 = a_{m0} + a_{m1} \cdot (-x_1) + ... + a_{mn} \cdot (-x_n)$$

а целевая функция *f*:

$$f = 0 + (-c_1) \cdot (-x_1) ... + (-c_n) \cdot (-x_n) \qquad (1.8)$$

Равенства (1.7) и (1.8) вносят в симплекс-таблицу, при этом некоторые уравнения системы (1.7) умножают на –1, чтобы элементы столбца свободных членов были положительными. В результате получается таблица 1.2.

Таблица 1.2 – Построение симплексной таблицы

	СЧ	$-x_1$	…	$-x_n$
0=	a_{10}	a_{11}	…	a_{1n}
…	…	...	…	…
0=	a_{m0}	a_{m1}	…	a_{mn}
f =	0	$-c_1$	…	$-c_n$

Данная таблица подвергается симплексным преобразованиям. На каждом шаге один из x и 0 меняются местами. Через r шагов (r – ранг матрицы коэффициентов системы (1.7)) r переменных x поменяются с нулями первого столбца. Пусть это будут переменные $x_1, x_2, ..., x_r$. Получится таблица следующего вида (таблица 1.3).

Таблица 1.3 – Результат преобразования симплексной таблицы

	СЧ	0	…	0	$-x_{r+1}$	…	$-x_n$
x_1	b_{10}	b_{11}	…	b_{1r}	$b_{1,r+1}$	…	b_{1n}
…	…	…	…	…	…	…	…
x_r	b_{r0}	b_{r1}	…	b_{rr}	$b_{r,r+1}$	…	b_{rn}
0=	$b_{r+1,0}$	$b_{r+1,1}$	…	$b_{r+1,r}$	0	…	0
…	…	…	…	…	…	…	…
0=	b_{m0}	b_{m1}	…	b_{mr}	0	…	0
f =	b_{00}	b_{01}	…	b_{0r}	$b_{0,r+1}$	…	b_{0n}

Система (1.2) будет совместной, если в таблице 1.3 свободные члены $b_{r+1,0},...,b_{m0}$ равны нулю. Если хотя бы один из них отличен от нуля, то система будет несовместна.

При расчетах опускают разрешающие столбцы и строки, целиком состоящие из нулей. Если в ходе преобразований встретится 0-строка, в которой все элементы не положительны (свободный член положителен), то соответствующая система не имеет опорных решений. Если система (1.2) совместна в области неотрицательных решений, то через r шагов перейдем к таблице аналогичной табл. 1.1 и содержащей начальный опорный план $x^0 = (b_{10}, b_{20}, ..., b_{r0}, 0, ..., 0)$, а также $f(x^0) = b_{00}$. Опорный план соответствует базису $b^0 = (x_1, x_2, ..., x_r)$, относительно которого оказалась разрешима система.

Рассмотрим пример определения начального опорного плана следующей задачи:

$$f = 2x_1 + 3x_2 - x_3 + 4x_4 \to \max$$

$$\left.\begin{aligned} 3x_1 - 3x_2 - x_3 + x_4 &= 8 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 &= 4 \end{aligned}\right\}$$

$$x_j \geq 0, \quad j = \overline{1,4}$$

Систему уравнений запишем в виде:

$$0 = 8 - 3x_1 + 3x_2 + x_3 - x_4,$$

$$0 = 4 - x_1 + x_2 - 2x_3 - x_4,$$

и занесем в симплексную таблицу (таблица 1.4).

Таблица 1.4 – Пример определения начального опорного плана

	СЧ	Переменные			
		$-x_1$	$-x_2$	$-x_3$	$-x_4$
0=	8	3	–3	–1	1
0=	4	1	–1	2	$\boxed{1}$ $\Rightarrow$
f =	0	–2	–3	1	–4

В табл. 1.4 за разрешающий столбец можно взять любой столбец за исключением второго, так как он не содержит ни одного положительного элемента. Возьмем, например, четвертый столбец и вычислим симплексные отношения: $\min(8/1, 4/1) = 4$ (вторая строка разрешающая). Выполним симплексное преобразование и получим таблицу 1.5. Разрешающим столбцом в табл. 1.5 можно взять только первый, и разрешающей строкой будет только первая, т.к. $\min(4/2,4/1)=2$. После симплексного преобразования с разрешающим элементом 2 получим таблицу 1.6 с начальным опорным планом $x^0=(2,0,0,2)$, при котором $f(x^0)=12$.

Таблица 1.5 – *Шаг*_1

	СЧ	СП		
		$-x_1$	$-x_2$	$-x_3$
0=	4	2	–2	–3
x_4	4	1	–1	2
f =	16	2	–7	9

Таблица 1.6 – *Шаг*_2

БП	СЧ	СП	
		$-x_2$	$-x_3$
$-x_1$	2	–1	–3/2
x_4	2	0	7
f =	12	–5	12

Нахождение оптимального плана.

Если в симплексной таблице, содержащей опорный план, все элементы f-строки (не считая свободного члена) неотрицательны, то данный опорный план является оптимальным. Полученный оптимальный план будет единственным, если все элементы f-строки положительны. Если среди неотрицательных элементов встречается хотя бы один нулевой, то задача имеет бесконечное множество оптимальных планов.

Если хотя один элемент f-строки отрицательный, то оптимальный опорный план находят по алгоритму:

– выбирают разрешающий столбец по отрицательному элементу f-строки (если в f-строке отрицательных элементов несколько, то наибольший по абсолютной величине отрицательный элемент укажет на разрешающий элемент);

– разрешающая строка находится по минимальному симплексному отношению;

– делают симплексное преобразование с выбранным разрешающим элементом и получают новый опорный план, который опять проверяют на оптимальность.

Решение проводится до тех пор, пока не будет получен оптимальный план, либо установлена неразрешимость задачи. Если в f-строке симплексной таблицы, содержащей опорный план, есть хотя бы один отрицательный элемент, а в соответствующем этому элементу столбце нет ни одного положительного, то целевая функция не ограничена в области допустимых решений, т.е. $f \to \infty$.

2 ЗАДАНИЕ НА ЛАБОРАТОРНУЮ РАБОТУ

1. Изучить симплекс-метод решения задач линейного программирования.

2. Разработать программу решения задачи линейного программирования симплекс-методом. Решить задачу ЛП, рассматривая в качестве начального базисного плана план $x^{(0)}$, приведенный в задании.

3. Оформить отчет о выполнении задания с приведением условия задачи, описания алгоритма реализации и фрагментов программ, результатов работы программы и выводов.

Варианты заданий.

Вариант 1

$$x_1 - 3x_2 - 5x_3 - x_4 \to \max,$$
$$x_1 + 4x_2 + 4x_3 + x_4 = 5,$$
$$x_1 + 7x_2 + 8x_3 + 2x_4 = 9,$$
$$x_i \ge 0, \quad i = \overline{1,4},$$
$$x^{(0)} = (1,0,1,0);$$

Вариант 2

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \to \max,$$
$$x_1 + 3x_2 + x_3 + 2x_4 = 5,$$
$$2x_1 - x_3 + x_4 = 1,$$
$$x_i \ge 0, \quad i = \overline{1,4},$$
$$x^{(0)} = (0,1,0,1);$$

Вариант 3

$$-2x_1 + x_2 + x_3 - x_4 \to \max,$$
$$3x_1 + x_2 + 2x_3 + 6x_4 = 5,$$
$$x_1 + x_2 - 2x_3 + 2x_4 = 2,$$
$$x_i \ge 0, \quad i = \overline{1,4},$$
$$x^{(0)} = (1,0,0,1).$$

Вариант 4

$$x_1 - x_2 - 2x_3 - x_4 \to \max,$$
$$x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 4,$$
$$x_1 + 7x_2 + 6x_3 + x_4 = 7,$$
$$x_i \ge 0, \quad i = \overline{1,4},$$
$$x^{(0)} = (1,0,1,0);$$

Вариант 5

$$x_1 - 3x_2 + 3x_3 - 2x_4 \to \max,$$
$$x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 = 5,$$
$$x_1 + 7x_2 + 8x_3 + x_4 = 4,$$
$$x_i \ge 0, \quad i = \overline{1,4},$$
$$x^{(0)} = (1,0,1,0);$$

Вариант 6

$$x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 \to \max,$$
$$x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 = 5,$$
$$2x_1 - 2x_3 + x_4 = 1,$$
$$x_i \ge 0, \quad i = \overline{1,4},$$
$$x^{(0)} = (0,1,0,1);$$

Вариант 7

$$-2x_1 + x_2 + x_3 - x_4 \to \max,$$
$$3x_1 + x_2 + 2x_3 + 6x_4 = 15,$$
$$x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = 5,$$
$$x_i \ge 0, \quad i = \overline{1,4},$$
$$x^{(0)} = (1,0,0,0).$$

Вариант 8

$$x_1 - 2x_2 - 2x_3 - x_4 \to \max,$$
$$x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 = 4,$$
$$x_1 + 4x_2 + 5x_3 + x_4 = 7,$$
$$x_i \ge 0, \quad i = \overline{1,4},$$
$$x^{(0)} = (1,0,1,0);$$

Вариант 9

$$x_1 - x_2 - x_3 - x_4 \to \max,$$
$$x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 = 5,$$
$$x_1 + 7x_2 + x_3 + 2x_4 = 9,$$
$$x_i \ge 0, \quad i = \overline{1,4},$$
$$x^{(0)} = (1,0,1,0);$$

Вариант 10

$$x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 \to \max,$$
$$x_1 + x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 5,$$
$$2x_1 - x_3 + 2x_4 = 5,$$
$$x_i \ge 0, \quad i = \overline{1,4},$$
$$x^{(0)} = (0,1,0,1);$$

Вариант 11

$$x_1 - 2x_2 - x_3 - x_4 \to \max,$$
$$x_1 + 3x_2 + x_3 + 2x_4 = 3,$$
$$x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 = 3,$$
$$x_i \ge 0, \quad i = \overline{1,4},$$
$$x^{(0)} = (1,0,1,0);$$

Вариант 12

$$x_1 - x_2 - x_3 - 2x_4 \to \max,$$
$$x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 = 4,$$
$$x_1 + x_2 + 6x_3 + x_4 = 5,$$
$$x_i \ge 0, \quad i = \overline{1,4},$$
$$x^{(0)} = (1,0,1,0);$$

Вариант 13

$$x_1 - 3x_2 + x_3 - 2x_4 \to \max,$$
$$x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 = 4,$$
$$x_1 + 7x_2 + 2x_3 + x_4 = 1,$$
$$x_i \geq 0, \quad i = \overline{1,4},$$
$$x^{(0)} = (1,0,1,0);$$

Вариант 14

$$x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 \to \max,$$
$$x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 = 3,$$
$$2x_1 - x_3 + x_4 = 3,$$
$$x_i \geq 0, \quad i = \overline{1,4},$$
$$x^{(0)} = (0,1,0,1);$$

Вариант 15

$$x_1 - 3x_2 + x_3 - 2x_4 \to \max,$$
$$x_1 + 3x_2 + x_3 + 2x_4 = 4,$$
$$x_1 + 7x_2 + x_3 + x_4 = 5,$$
$$x_i \geq 0, \quad i = \overline{1,4},$$
$$x^{(0)} = (1,0,1,0);$$

Вариант 16

$$2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \to \max,$$
$$x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 = 2,$$
$$x_1 - x_3 + x_4 = 1,$$
$$x_i \geq 0, \quad i = \overline{1,4},$$
$$x^{(0)} = (0,1,0,1);$$

Вариант 17

$$x_1 + x_2 + x_3 - x_4 \to \max,$$
$$3x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 6x_4 = 15,$$
$$x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 5,$$
$$x_i \geq 0, \quad i = \overline{1,4},$$
$$x^{(0)} = (1,0,1,0).$$

Вариант 18

$$3x_1 - 2x_2 - 2x_3 - x_4 \to \max,$$
$$x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 = 4,$$
$$x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 = 7,$$
$$x_i \geq 0, \quad i = \overline{1,4},$$
$$x^{(0)} = (1,1,1,0);$$

Вариант 19

$$x_1 - x_2 - 2x_3 - x_4 \to \max,$$
$$x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 = 5,$$
$$x_1 + 7x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 9,$$
$$x_i \geq 0, \quad i = \overline{1,4},$$
$$x^{(0)} = (1,0,1,1);$$

Вариант 20

$$x_1 + x_2 - x_3 + x_4 \to \max,$$
$$x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 5,$$
$$2x_1 - x_3 + 2x_4 = 5,$$
$$x_i \geq 0, \quad i = \overline{1,4},$$
$$x^{(0)} = (1,1,0,1);$$

Вариант 21

$x_1 - 2x_2 - x_3 - 2x_4 \to \max,$

$x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 3,$

$x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 = 3,$

$x_i \geq 0, \quad i = \overline{1,4},$

$x^{(0)} = (1,1,1,0);$

Вариант 22

$x_1 - x_2 - x_3 - 2x_4 \to \max,$

$x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 = 4,$

$x_1 + x_2 + 3x_3 + x_4 = 5,$

$x_i \geq 0, \quad i = \overline{1,4},$

$x^{(0)} = (1,0,1,0);$

Вариант 23

$x_1 - 3x_2 + 2x_3 - 2x_4 \to \max,$

$x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 = 4,$

$x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 1,$

$x_i \geq 0, \quad i = \overline{1,4},$

$x^{(0)} = (1,1,1,0);$

Вариант 24

$x_1 + x_2 - x_3 + x_4 \to \max,$

$x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 = 3,$

$2x_1 - x_3 + x_4 = 3,$

$x_i \geq 0, \quad i = \overline{1,4},$

$x^{(0)} = (0,0,0,1);$

Вариант 25

$x_1 - 3x_2 - x_3 - x_4 \to \max,$

$x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 5,$

$x_1 + 7x_2 + 8x_3 + 2x_4 = 9,$

$x_i \geq 0, \quad i = \overline{1,4},$

$x^{(0)} = (1,0,1,0);$

Вариант 26

$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \to \max,$

$x_1 + x_2 + x_3 + 4x_4 = 5,$

$2x_1 - x_3 + 2x_4 = 1,$

$x_i \geq 0, \quad i = \overline{1,4},$

$x^{(0)} = (0,1,1,1);$

Вариант 27

$-2x_1 + x_2 + x_3 - x_4 \to \max,$

$3x_1 + x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 5,$

$x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 = 2,$

$x_i \geq 0, \quad i = \overline{1,4},$

$x^{(0)} = (1,1,0,1).$

Вариант 28

$x_1 - x_2 - 2x_3 - x_4 \to \max,$

$x_1 + x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 9,$

$x_1 + 7x_2 + 6x_3 + x_4 = 3,$

$x_i \geq 0, \quad i = \overline{1,4},$

$x^{(0)} = (1,0,1,1);$

Вариант 29

$x_1 - x_2 + 3x_3 - 2x_4 \to \max,$

$x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 = 5,$

$x_1 + 7x_2 + x_3 - x_4 = 4,$

$x_i \geq 0, \quad i = \overline{1,4},$

$x^{(0)} = (1,1,1,0);$

Вариант 30

$x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 \to \max,$

$x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 5,$

$2x_1 - x_3 + x_4 = 1,$

$x_i \geq 0, \quad i = \overline{1,4},$

$x^{(0)} = (0,0,0,1);$

3 ТРЕБОВАНИЕ К ОТЧЕТУ

В отчете должны быть отображены следующие пункты:

1. Задание.
2. Краткие теоретические сведения.
3. Схема алгоритма.
4. Листинги основных частей программы.
5. Результаты работы программы.

4 КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Какие бывают основные формы задач линейного программирования?
2. Что такое базисный план?
3. Каноническая форма ЗЛП.
4. Стандартная форма ЗЛП.
5. Что такое свободная переменная?
6. Что такое базисная переменная?
7. Как проверить план на оптимальность?