**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ**

**УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ**

**ГОМЕЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ П. О. СУХОГО**

Факультет автоматизированных и информационных систем Кафедра «Информационные технологии»

Специальность 1-40 05 01-01 Информационные системы и технологии (в проектировании и производстве)

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

к курсовому проекту

по дисциплине «Компьютерные системы конечноэлементных расчётов»

на тему: **«ОПТИМИЗАЦИЯ РАЗМЕРОВ ДЕТАЛИ РОБОТА-МАНИПУЛЯТОРА»**

Исполнитель: студент гр. ИТП-31

Расшивалов Н.И.

Руководитель: доцент

Комраков В.В.

Дата проверки:

Дата допуска к защите:

Дата защиты:

Оценка работы:

Подписи членов комиссии

по защите курсового проекта:

Гомель 2022

**СОДЕРЖАНИЕ**

Введение 4

1 Обзор численных методов моделирования в механике 5

1.1 Численные методы решения краевых задач 5

1.2 Метод конечных разностей 5

1.3 Метод конечных элементов 7

1.4 Сравнение МКР и МКЭ 8

1.5 Программные средства конечно-элементных расчётов 9

**ВВЕДЕНИЕ**

На практике, когда необходимо производить какие-либо инженерные расчеты, связанные с анализом прочности различных конструкций, используют численные методы, поскольку применение аналитических методов требует высокого уровня математического аппарата. Кроме того, аналитические расчёты позволяют получить решение задач для простых тел и для простой схемы нагруженности. Применение же численных методов, к которым относятся методы конечных разностей, конечных элементов, граничных элементов, не ограничено ни способами приложения нагрузок, ни сложностью геометрии тела.

Пакеты для математического моделированияявляются гибкими и надёжными средствами проектирования и анализа. Они работают в различных операционных системах, на различных устройствах – от персональных компьютеров до рабочих станций и суперкомпьютеров, однако обладают серьёзными недостатками. Они являются дорогостоящими, разносторонними и сложными продуктами. Для внедрения их на узкоспециализированном производстве необходимы большие средства.

Программа *ANSYS* – это гибкое, надежное средство проектирования и анализа. Она работает в среде операционных систем самых распространенных компьютеров – от *РС* до рабочих станций и суперкомпьютеров, однако она обладает серьезным недостатком. Это дорогостоящий и многогранный, сложный продукт. Для внедрения его на узкоспециализированном малом производстве необходимы немалые средства.

Целью курсовой работы является оптимизация размеров и моделирование детали робота-манипулятора, написание программного приложения на языке высокого уровня, выполняющего аналогичный расчёт конструкции методом конечных элементов.

Актуальность темы заключается в том, что расчёты подобного рода востребованы при реализации разнообразных конструкций.

# **1 ОБЗОР ЧИСЛЕННЫХ МЕТОДОВ МОДЕЛИРОВАНИЯ В МЕХАНИКЕ**

## 1.1 Численные методы решения краевых задач

Задачи о нахождении решений дифференциальных уравнений, удовлетворяющих граничным условиям в концах интервала или на границе области, называются краевыми задачами. Эти задачи решаются с помощью математических методов. На сегодняшний день существует две основных группы таких методов: аналитические и численные.

При использовании аналитических методов решение задачи удаётся выразить с помощью формул. Например, если задача состоит в решении простейших алгебраических, тригонометрических, дифференциальных и т.д. уравнений, то использование известных из курса математики приёмов сразу приводит к цели.

Преимущество аналитических методов: в результате применения аналитических методов за небольшой отрезок сразу получается точный ответ.

Недостаток аналитических методов: аналитические методы применимы лишь к небольшому числу, как правило, не очень сложных по своей структуре задач. Так, например, до сих пор не удалось решить в общем виде уравнение пятой степени.

Основным инструментом для решения сложных математических моделей и задач в настоящее время являются численные методы. Они сводят решение задачи к выполнению конечного числа арифметических действий над числами и дают результат в виде числового значения с погрешностью, приемлемой для данной задачи.

Численные методы разработаны давно. Однако при вычислениях вручную они могли использоваться лишь для решения не слишком трудоёмких задач. С появлением компьютеров, которые за короткое время могут выполнить миллиарды операций, начался период бурного развития численных методов и внедрения их в практику [1, с. 200].

Основными численными методами, используемыми в решении краевых задач, являются метод конечных разностей и метод конечных элементов. Они имеют как свои преимущества, так и недостатки.

## 1.2 Метод конечных разностей

Метод конечных разностей (МКР) – численный метод решения [дифференциальных уравнений](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%94%D0%B8%D1%84%D1%84%D0%B5%D1%80%D0%B5%D0%BD%D1%86%D0%B8%D0%B0%D0%BB%D1%8C%D0%BD%D0%BE%D0%B5_%D1%83%D1%80%D0%B0%D0%B2%D0%BD%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D0%B5), основанный на замене производных [разностными схемами](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A0%D0%B0%D0%B7%D0%BD%D0%BE%D1%81%D1%82%D0%BD%D0%B0%D1%8F_%D1%81%D1%85%D0%B5%D0%BC%D0%B0). Является сеточным методом.

Идея метода конечных разностей известна давно, с соответствующих трудов Эйлера. Однако практическое применение этого метода тогда было весьма ограничено из-за огромного объёма ручных вычислений, связанных с размерностью получаемых систем алгебраических уравнений, на решение которых требовались годы. В настоящее время, с появлением быстродействующих компьютеров, ситуация в корне изменилась. Этот метод стал удобен для практического использования и является одним из наиболее эффективных при решении различных задач математической физики [2, с. 524].

Главной проблемой метода является построение правильной разностной схемы, которая будет сходиться к решению. Построение схемы выполняется исходя из свойств исходного дифференциального оператора [3, с.82].

Даже при правильной схеме решение краевой задачи может быть получено с большой погрешностью, поэтому чаще всего для решения краевых задач используют другой численный метод – метод конечных элементов.

## 1.3 Метод конечных элементов

Метод конечных элементов (МКЭ) – основной метод современной вычислительной механики, лежащий в основе подавляющего большинства современных программных комплексов, предназначенных для выполнения расчётов инженерных конструкций на ЭВМ. МКЭ используется для решения разнообразных задач, как в области прочностных расчётов, так и во многих других сферах: гидродинамике, электромагнетизме, теплопроводности и др.

Метод конечных элементов позволяет практически полностью автоматизировать расчёт механических систем, хотя, как правило, требует выполнения значительно большего числа вычислительных операций по сравнению с классическими методами механики деформируемого твёрдого тела. Современный уровень развития вычислительной техники открывает широкие возможности для внедрения МКЭ в инженерную практику [4, с.53].

Алгоритм решения задачи прочностного расчёта методом конечных элементов похоже на МКР, однако имеет ряд ключевых отличий.

Область, занимаемая телом, разбивается на конечные элементы. Чаще всего это треугольники в плоском случае и тетраэдры в пространственном. Внутри каждого элемента задаются некоторые функции формы, позволяющие определить перемещения внутри элемента по перемещениям в узлах, т. е. в местах стыков конечных элементов. За координатные функции принимаются функции, тождественно равные нулю всюду, кроме одного конечного элемента, внутри которого они совпадают с функциями формы. В качестве неизвестных коэффициентов метода конечных элементов берутся узловые перемещения. После минимизации функционала энергии, получается система линейных алгебраических уравнений. Таким образом, ситуация здесь такая же, как и в вариационных разностных методах, в которых для получения разностной системы уравнений применяется один из вариационных принципов [5, с.225].

В данный момент метод конечных элементов – основной метод решения задач механики, это произошло из-за ряда преимуществ относительно остальных методов:

– геометрия тела может быть абсолютно любой, так как тело разбивается на множество конечных элементов, взаимодействующих между собой. Это позволяет упростить задачу, вычисляя только взаимодействия соседних элементов, имеющих простую геометрию.

– Параметры, такие как нагрузки или закрепления можно задать в любом узле конструкции;

– так как итоговая система алгебраических уравнений учитывает взаимодействие между всеми конечными элементами, при этом применяя вариационные принципы, точность и гибкость вычислений весьма высоки.

Однако в методе конечных элементов также можно выделить ряд недостатков:

– время, необходимое для расчётов, а также требования к аппаратным средствам компьютера и объёму носителей информации в несколько раз превышают аналогичные требования для других численных методов. Для решения задач этим методом требуется высокопроизводительная ЭВМ. Однако иногда задачи теории упругости сводятся к плоским, тогда нагрузка на систему значительно уменьшается;

– сложность метода конечных элементов требует от человека, который его применяет, глубоких знаний для того, чтобы верно вычислить необходимые для анализа конструкций параметры [6, с.12].

В связи с тем, что МКЭ является самым универсальным методом решения в области прочностных расчётов существует огромное разнообразие математических пакетов, которые его используют.

**1.4 Сравнение МКР и МКЭ**

МКР обладает следующими преимуществами:

МКР позволяет рассчитывать геометрические конфигурации, к которым не­применимы простые расчетные методы на основе аналитических решений;

МКР позволяет получить расчетные значения во всех точках сетки, а не только интегральные значения по поперечному сечению канала;

точность получаемых результатов повышается за счет того, что в систему дифференциальных уравнений можно включить практически любой закон течения материала;

возможность учета взаимосвязи дифференциальных уравнений (например, уравнений движения и энергии, зависимостей температуры и скорости сдвига от вязкости);

так как система уравнений решается одновременно во всей расчетной области, результаты отражают все эффекты взаимодействия (это утверждение не является справедливым для явных разностных схем).

Однако наряду с перечисленными преимуществами МКР обладает рядом внутренне присущих недостатков:

– определение геометрии или рабочей точки возможно только методом итераций, поскольку уравнения необратимы;

– расчеты невозможно выполнить вручную или на карманном калькуляторе; для их осуществления необходим, как минимум, персональный компьютер;

– для выполнения расчетов требуется существенно большее время по сравнению с простыми аналитическими методами.

МКЭ предоставляет следующие преимущества по сравнению с МКР:

– рассматриваемая геометрия может быть любой, поскольку она определяется независимо от компьютерной программы. Это означает, что программы, реализующие МКЭ, работают независимо от геометрии;

– возможность определения расчетных параметров в любой точке рассматриваемой области;

– поскольку уравнения МКЭ решаются одновременно, существует возможность учесть все взаимодействия, имеющие место в системе, с высокой степенью гиб­кости и точности.

Тем не менее МКЭ тоже не свободен от недостатков:

– время, необходимое для расчетов, а также требования к аппаратным средствам компьютера и объему носителей информации в несколько раз превышают аналогичные требования для МКР. Для решения задач этим методом требуется как минимум высокопроизводительный 16- или 32-разрядный ПК. За редким исключением, применение программ, реализующих МКЭ, ограничивается плоскими задачами;

– поскольку геометрия канала, а также начальные и граничные условия задаются пользователем самостоятельно, время, необходимое для расчета, существенно больше, чем для МКР, где эти параметры более или менее фиксированы;

– большая гибкость МКЭ, касающаяся выбора геометрии, плотности сетки, вы­бора типов элементов и граничных условий требует от пользователя более глубокого понимания сущности данного метода, иначе получение надежных результатов становится проблематичным.

В связи с изложенными преимуществами и недостатками для решения поставленной задачи лучше использовать МКЭ.

## 1.5 Программные средства конечно-элементных расчётов

Главными факторами, почему расчёты методом конечных элементов стали настолько неотъемлемой частью любого инженерного проекта стали увеличение производительности компьютеров и количества математических пакетов, способных эффективно решать поставленные задачи.

Кроме того, большое количество документации снизило порог вхождения пользователя в инженерные расчёты, что позволило совершать сложные операции с конструкциями в математических пакетах менее квалифицированным специалистом и экономить на этом.

У каждого математического пакета есть свои сильные и слабые стороны при решении конкретной инженерной задачи. Выбор программы расчёта зависит от подготовленности пользователя в своей научной области, типа решаемой задачи, типа доступной ЭВМ, размерности задачи и других факторов.

К критериям, помогающим сделать выбор в сторону той или иной программы, относятся следующие факторы: программа широко используется; в программе используются новейшие научные достижения; программа коммерчески вполне доступна; имеется подробная и понятная документация.

Из большого разнообразия таких программ следует выделить *ANSYS* и *SOLIDWORKS*.

*ANSYS* является одной из самых распространённых программ для инженерных расчётов, использующей метод конечных элементов. Многоцелевая направленность программы, независимость от аппаратных средств, средства удобного геометрического моделирования, совместимость с другими популярными математическими пакетами и приятный графический интерфейс делают её одним из самых популярных средств анализа геометрических систем.

Самое важное что можно выделить, в этой программе реализовали вычисления на персональных компьютерах, что привело к большой популярности этого пакета среди многих пользователей.

Однако для использования этой программы необходимы обширные инженерные знания, так как там существует огромное количество функций, настроек и параметров, играющих ключевую роль в правильности расчёта.

*SOLIDWORKS* же является менее сложной в своём использовании. Эта программа имеет улучшенную версию создания геометрии различных тел по сравнению с *ANSYS* [7].

Также большинство параметров расчётов изначально имеют довольно хорошие значения, что позволяет специалисту не тратить время на их детальную настройку.

Однако минусом данных программных комплексов является их стоимость. Из-за высокой стоимости не каждое предприятие может позволить себе такой программный комплекс, особенно, если на предприятии решается узкий круг задач. Для таких задач покупка подобных программ не является рациональной. Поэтому разработка приложений, решающий какой-то конкретный вид задач и, следовательно, имеющих гораздо меньшую стоимость, является актуальной задачей.

**СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ**

1. Бугаенко, Г. А. Механика: учебник для вузов / Г. А. Бугаенко, В. В. Маланин, В. И. Яковлев. – 2-е изд., испр. и доп. – Москва: Издательство Юрайт, 2019. – 368 с.
2. Рассел, Джесси Метод дискретного элемента: моногр. / Джесси Рассел. – М.: VSD, 2013. – 716 c.
3. Метод гаусса [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://ru.wikipedia.org/wiki/Метод\_Гаусса. – Дата доступа: 10.04.2021.
4. Шимкович, Д.Г. *Femap* & *Nastran*. Инженерный анализ методом конечных элементов / Д.Г. Шимкович. – М.: ДМК Пресс, 2018. – 738 c.
5. Ибрагимов, Н.Х. Практический курс дифференциальных уравнений и математического моделирования. Классические и новые методы. Нелинейные математические модели. Симметрия и принципы инвариантности / Н.Х. Ибрагимов. – М.: Физматлит, 2012. – 332 c.
6. Агальцов, В.П. Математические методы в программировании: Учебник / В.П. Агальцов, И.В. Волдайская. – М.: ИД Форум, 2013. – 240 c.
7. Алямовский, А. А. Инженерные расчеты и *SolidWorks* *Simulation* / А.А. Алямовский. – М.: ДМК Пресс, 2015. – 464 c.