

# 1 Lab 1. Определённый интеграл Римана

Задание: Для данной функции на данном отрезке для равномерных разбиений построить суммы Дарбу, доказать интегрируемость и получить значение интеграла. Проверить численно.

## 1.1 Аналитическая часть

1. Построить верхнюю и нижнюю суммы Дарбу для равномерного разбиения на  $n$  частей.
2. Доказать, что функция интегрируема по Риману.
3. Найти пределы сумм Дарбу, найти значения интеграла.
4. Сравнить со значением, полученным по формуле Ньютона-Лейбница.

## 1.2 Численный метод

1. Построить графики  $f(x)$  и ступенчатые фигуры, соответствующие суммам Дарбу для некоторых значений  $n$  (Например,  $n = 5, 10, 100$ ). Добавить их значения в таблицу в отчете. (см. Замечания)
2. Построить графики интегральных сумм со случайными оснащениями ( $\xi$ ) для тех же разбиений. Добавить их значения в таблицу в отчете. (см. Замечания)
3. По желанию написать программу, вычисляющую приближённое значение интеграла для равномерного разбиения методом трапеций. Нарисовать рисунок, сравнить результаты.

Замечания: (1) Входные данные программы: число точек, разбиения, способ выбора оснащения (левые, правые, средние, случайные).

(2) В таблицу добавить результаты минимум для 3 разных  $n$ . По желанию можно графически показать для большего количества различных  $n$ .

## 1.3 Требования к отчету

Отчет состоит из следующих пунктов:

1. Постановка задачи
2. Теория
3. Используемые программные средства (можно включить ссылку на github)
4. Результаты
5. Обсуждение (результатов)

## 2 Варианты

- |                                       |   |                                       |
|---------------------------------------|---|---------------------------------------|
| 1. $f(x) = x^2$ , $[1, 2]$ ;          | 12. $f(x) = \cos x$ , $[0, \pi]$ ;      | 23. $f(x) = 4^x$ , $[1, 2]$ ;         |
| 2. $f(x) = e^x$ , $[0, 1]$ ;          | 13. $f(x) = 2^x$ , $[0, 1]$ ;           | 24. $f(x) = e^{-2x}$ , $[1, 3]$ ;     |
| 3. $f(x) = \sin x$ , $[0, \pi]$ ;     | 14. $f(x) = x^3$ , $[0, 2]$ ;           | 25. $f(x) = x^2$ , $[1, 4]$ ;         |
| 4. $f(x) = \cos x$ , $[0, \pi / 2]$ ; | 15. $f(x) = 3^x$ , $[-1, 0]$ ;          | 26. $f(x) = e^{2x}$ , $[-1, 0]$ ;     |
| 5. $f(x) = 2^x$ , $[0, 2]$ ;          | 16. $f(x) = e^{-x}$ , $[0, 2]$ ;        | 27. $f(x) = \sin 2x$ , $[0, \pi.2]$ ; |
| 6. $f(x) = x^3$ , $[0, 1]$ ;          | 17. $f(x) = x^2$ , $[-1, 1]$ ;          | 28. $f(x) = \cos 2x$ , $[0, \pi]$ ;   |
| 7. $f(x) = 3^x$ , $[1, 2]$ ;          | 18. $f(x) = e^{3x}$ , $[0, 0.5]$ ;      | 29. $f(x) = 5^x$ , $[0, 3]$ ;         |
| 8. $f(x) = e^{-x}$ , $[0, 1]$ ;       | 19. $f(x) = \sin 2x$ , $[0, \pi]$ ;     | 30. $f(x) = x^3$ , $[-1, 1]$ ;        |
| 9. $f(x) = x^2$ , $[-3, 0]$ ;         | 20. $f(x) = \cos 2x$ , $[0, \pi / 2]$ ; | 31. $f(x) = 3^x$ , $[-1, 1]$ ;        |
| 10. $f(x) = e^{2x}$ , $[0, 1]$ ;      | 21. $f(x) = 4^x$ , $[0, 2]$ ;           | 32. $f(x) = e^{-x}$ , $[-1, 1]$ .     |
| 11. $f(x) = \sin x$ , $[0, 2\pi]$ ;   | 22. $f(x) = x^3$ , $[-2, 0]$ ;          |                                       |