$\mathcal{X}$ – выборочное пр-во – мн-во значений эксперимента

$\mathcal{B}_{\mathcal{X}}$ – σ – алгебра на $\mathcal{X}$

P – неизвестное распределение на $(\mathcal{X}, \mathcal{B}_{\mathcal{X}})$

$P \in \mathcal{P}$ – семейство распределений

$(\mathcal{X}, \mathcal{B}_{\mathcal{X}}, \mathcal{P})$ для 1 эксперимента

$X : \mathcal{X} \to \mathcal{X}$ – наблюдение

$X(x) = x \quad \forall x \in \mathcal{X}$

$P_X(B) = P(x,\ X(x) \in B) = P(B)$

$$(\mathcal{X}^n, \mathcal{B}_{\mathcal{X}^n}, \mathcal{P}^n)$$

$$\mathcal{X}^n = \mathcal{X} \times \ldots \times \mathcal{X}$$

$$\mathcal{B}_{\mathcal{X}^n} = \sigma(B_1 \times \ldots \times B_n,\ B_i \in \mathcal{B}_{\mathcal{X}})$$

$$\mathcal{P}^n = \{P^n,\ P \in \mathcal{P}\}$$

$X_i : X^n \to \mathcal{X}$ $\quad X_i(x) = x_i \quad \forall x \in \mathcal{X}^n$ — наблюдение для i-ого экспер.

Выборка — вектор незав. один. распр. случ. величин

Примеры:

1) $X_1, \dots X_n \sim Exp(\theta)$ $\quad \theta > 0$

$\mathcal{X} = (0; +\infty)$

$\mathcal{P} = \{ Exp(\theta) \mid \theta > 0 \}$

$\Theta = (0, \theta)$

2) Схема исп. Берн. $X_1 \dots X_n$

$\mathcal{X} = \{0, 1\}$

$\mathcal{P} = \{ Bern(\theta) \mid 0 \leq \theta \leq 1 \}$ $\quad \Theta = [0, 1]$

Способ вывода: 1) Частотный подход

2) Баесовский подход

Пример $X_1, \ldots X_n \sim N(a, \sigma^2)$

Метод моментов

$$\begin{cases} E_\theta X_1 = \overline{X} \\ E_\theta X_1^2 = \overline{X^2} \end{cases} \qquad \begin{cases} a = \overline{X} \\ a^2 + \sigma^2 = \overline{X^2} \end{cases} \qquad \begin{cases} a = \overline{X} \\ \sigma = \sqrt{\overline{X^2} - a^2} \end{cases}$$

Численные вычисления интегралов

1 Метод прямоугольников

$$\int_a^b f(x)\,dx = \int_{x_0 = a}^{x_1} f(x)\,dx + \ldots + \int_{x_{n-1}}^{x_n = b} f(x)\,dx$$

$$\int_{x_0}^{x_1} f(x)\,dx \approx f\left(\frac{x_0+x_1}{2}\right)\cdot(x_1-x_0) \qquad \int_{x_{n-1}}^{x_n} f(x)\,dx \approx f\left(\frac{x_{n-1}+x_n}{2}\right)(x_n-x_{n-1})$$

T. $|I - \hat{I}| \le \dfrac{M(b-a)^2}{24n^2}$ $\quad M = \max\limits_{x\in[a,b]} |f''(x)|$

▲ $r_i = \dfrac{x_{i-1} + x_i}{2}$

$$f(x) = f(r_i) + f'(r_i)(x - r_i) + \frac{1}{2} f''(z(x))(x-r_i)^2$$

$$z(x) \in [x_{i-1}; x_i]$$

$$\int_{x_{i-1}}^{x_i} f'(r_i)(x-r_i)\,dx = 0$$

док-во тут :)

http://www.cleverstudents.ru/integral/method_of_rectangles.html

Метод Монте-Карло

$$P\left(|I - \bar{I}| \le 3\sqrt{\frac{D\xi}{N}}\right) \approx 0.9973$$

https://habr.com/ru/post/274975/

! лучше прямоуг при высокой кратности интегралов