DS-поток

23 сентября

Задача классификации

Классификация

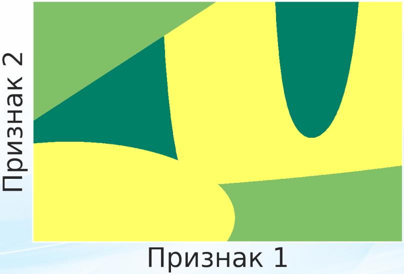
$\mathscr{X}$ — пространство объектов,

$\mathscr{Y}$ — конечное множество классов.

Истинное правило классификации:

неизвестная функция $f : \mathscr{X} \to \mathscr{Y}$.

Пространство $\mathscr{X}$ разбивается на *подпространства (decision regions)* $\mathscr{X}_y = \{x \in \mathscr{X} \mid f(x) = y\}$, границы которых называются *разделяющими поверхностями (decision surfaces)*.



Часто $\mathscr{X} \subset \mathbb{R}^d$, в т.ч. могут быть категориальные.

Типы классификации

1. *Двухклассовая.*
   $\mathscr{Y} = \{0, 1\}$ или $\mathscr{Y} = \{-1, 1\}$.
2. *Многоклассовая.*
   $\mathscr{Y} = \{1, ..., K\}$ или $\mathscr{Y} = \{(1, 0, ..., 0), (0, 1, ..., 0), ..., (0, 0, ..., 1)\}$.

Задача классификации:

предложить оценку $\widehat{f} : \mathscr{X} \to \mathscr{Y}$ правила классификации на основе обуч. выборки $(x_1, Y_1), ..., (x_n, Y_n)$, где $x_i = (x_{i1}, ..., x_{id}) \in \mathscr{X}$, $Y_i \in \mathscr{Y}$. как можно точнее приближающую неизвестное правило классиф-ции.

Оценку правила классификации чаще будем называть **моделью**.

Вероятностная природа

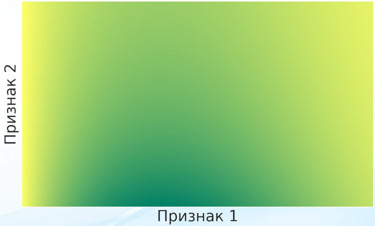
Часто предполагается случайная принадлежность классу:

функция f при повторении эксперимента один и тот же объект $x \in \mathscr{X}$ может отнести как одному классу, так и к другому.

$\Longrightarrow$ имеет смысл **предсказывать вероятность** $\mathsf{P}_x(Y = y)$ принадлежности объекта x каждому из классов.

Точечная оценка: $\arg\max\limits_{y \in \mathscr{Y}} \mathsf{P}_x(Y = y)$

Если классы неравнозначны:
$\arg\max\limits_{y \in \mathscr{Y}} [w_y \mathsf{P}_x(Y = y)]$,
w_y — приоритетность класса



Примеры:

1. $\mathsf{P}(Y = 0 \mid X = x_2) = 0.95, \quad \mathsf{P}(Y = 1 \mid X = x_2) = 0.05$
   уверенное предсказание в пользу класса 0
2. $\mathsf{P}(Y = 0 \mid X = x_1) = 0.55, \quad \mathsf{P}(Y = 1 \mid X = x_1) = 0.45$
   модель не уверена в предсказании.

Типы моделей

Среди моделей, предсказывающих вероятность принадлежности классу, можно выделить две категории моделей:

1. **Дискриминативные**.
   Оценивается $\mathsf{P}_x(Y = y)$ для каждого $x \in \mathscr{X}$.
   Например, $\mathscr{P} = \left\{\mathsf{P}_{\varphi(x,\theta)}\right\}$ — семейство распр. с параметром θ.

2. **Генеративные**.
   Признаки X предполагаются случайными.
   Оценивается совместная плотность $p_{X,Y}(x, y)$.
   Вероятность класса считается, например, по формуле Байеса

$$\mathsf{P}(Y = y \mid X = x) = \frac{p(x \mid Y = y)\,\mathsf{P}(Y = y)}{\sum\limits_{y \in \mathscr{Y}} p(x \mid Y = y)\,\mathsf{P}(Y = y)}.$$

   Это не есть байесовский вывод!

Генеративный подход сложнее дискриминативного.

Линейные модели

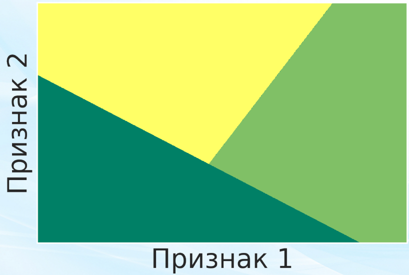
$y(x) = \theta^T x$ — линейная модель регрессии.

Линейная модель в классификации:

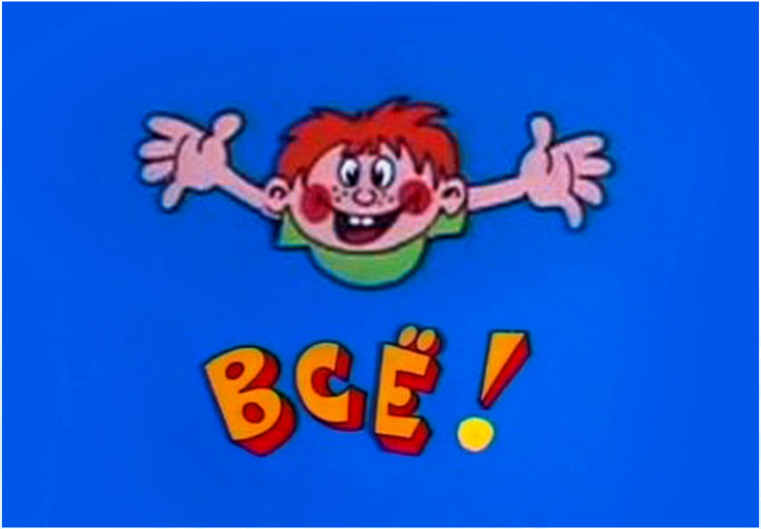
разделяющая поверхность — линейная гиперплоскость в пр-ве $\mathscr{X}$.

В многоклассовом случае — при дополнении до гиперплоскости.

Например, при $\mathscr{Y} = \{0, 1\}$ линейна модель $y(x) = \mathrm{sign}(\theta^T x)$.



Замечание.
Исходное пр-во признаков может быть предварительно преобразовано с помощью нелинейных функций, в частности можно включить константный признак.
В таком случае разделяющая поверхность лин. классификатора не будет линейной в исходном пространстве.


ВСЁ!