

Санкт-Петербургский Политехнический университет Петра
Великого

Отчет по лабораторной работе №5

**Проверка гипотезы о законе распределения генеральной
совокупности. Метод хи-квадрат**

| | |
|----------------|------------------------------|
| Студент: | Швачко Никита Андреевич |
| Преподаватель: | Баженов Александр Николаевич |
| Группа: | 5030102/20202 |

Санкт-Петербург 2025

1 Постановка задачи

Проверить гипотезу о нормальном распределении генеральной совокупности с использованием критерия согласия χ^2 . Для этого:

- Сгенерировать выборку из 100 элементов нормального распределения $N(0, 1)$.
- Оценить параметры μ и σ методом максимального правдоподобия.
- Проверить гипотезу о соответствии нормальному распределению $N(\hat{\mu}, \hat{\sigma})$ с использованием критерия χ^2 при уровне значимости $\alpha = 0.05$.
- Исследовать чувствительность критерия χ^2 , проверив равномерные выборки из 100 и 20 элементов на нормальность.

2 Описание используемых методов

Параметры нормального распределения были оценены с использованием метода максимального правдоподобия. Далее выборка была разбита на 10 равных интервалов, по которым были рассчитаны наблюдаемые и ожидаемые частоты. Затем была вычислена статистика χ^2 :

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(n_i - np_i)^2}{np_i}$$
 Где n_i — наблюдаемая частота, p_i — теоретическая вероятность попадания в интервал, n — объем выборки. Полученное значение сравнивалось с квантилем распределения χ^2 с $k - 1$ степенями свободы.

3 Результаты эксперимента

Результаты для нормального распределения:

- Оценка параметра μ : -0.1038
- Оценка параметра σ : 0.9082
- Вычисленное значение χ^2 : 7.76
- Квантиль χ^2 при $\alpha = 0.05$ и $k - 1 = 9$: 16.92
- Гипотеза H_0 принимается.

Таблица 1: Таблица вычислений критерия

$$\chi^2$$

| Интервал | n_i | np_i | $\frac{(n_i - np_i)^2}{np_i}$ |
|------------------|-------|--------|-------------------------------|
| $[-2.62, -2.17]$ | 1 | 0.86 | 0.02 |
| $[-2.17, -1.73]$ | 4 | 2.57 | 0.79 |
| $[-1.73, -1.28]$ | 6 | 6.09 | 0.00 |
| $[-1.28, -0.83]$ | 8 | 11.37 | 1.00 |
| $[-0.83, -0.38]$ | 19 | 16.73 | 0.31 |
| $[-0.38, 0.06]$ | 17 | 19.41 | 0.30 |
| $[0.06, 0.51]$ | 21 | 17.76 | 0.59 |
| $[0.51, 0.96]$ | 11 | 12.81 | 0.26 |
| $[0.96, 1.41]$ | 6 | 7.29 | 0.23 |
| $[1.41, 1.85]$ | 7 | 3.27 | 4.26 |
| Итого | | | 7.76 |

Результаты для равномерного распределения:

- Выборка из 100 элементов: $\chi^2 = 16.8$, H_0 принимается.
- Выборка из 20 элементов: $\chi^2 = 11.0$, H_0 принимается.

4 Выводы

Критерий χ^2 подтвердил гипотезу о нормальности для сгенерированной выборки. При проверке равномерных выборок гипотеза о нормальности также не была отвергнута, особенно для малой выборки, что указывает на недостаточную чувствительность критерия χ^2 при малом объеме данных.