

Санкт-Петербургский Политехнический университет Петра
Великого

Отчет по лабораторной работе №5

**Проверка гипотезы о законе распределения генеральной
совокупности. Метод хи-квадрат**

Студент:	Швачко Никита Андреевич
Преподаватель:	Баженов Александр Николаевич
Группа:	5030102/20202

Санкт-Петербург 2025

1 Постановка задачи

Проверить гипотезу о нормальном распределении генеральной совокупности с использованием критерия согласия χ^2 . Для этого:

- Сгенерировать выборку из 100 элементов нормального распределения $N(0, 1)$.
- Оценить параметры μ и σ методом максимального правдоподобия.
- Проверить гипотезу о соответствии нормальному распределению $N(\hat{\mu}, \hat{\sigma})$ с использованием критерия χ^2 при уровне значимости $\alpha = 0.05$.
- Исследовать чувствительность критерия χ^2 , проверив равномерные выборки из 100 и 20 элементов на нормальность.

2 Описание используемых методов

Параметры нормального распределения были оценены с использованием метода максимального правдоподобия. Далее выборка была разбита на 10 равных интервалов, по которым были рассчитаны наблюдаемые и ожидаемые частоты. Затем была вычислена статистика χ^2 :

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(n_i - np_i)^2}{np_i}$$

Где n_i — наблюдаемая частота, p_i — теоретическая вероятность попадания в интервал, n — объем выборки. Полученное значение сравнивалось с квантилем распределения χ^2 с $k - 1$ степенями свободы.

3 Результаты эксперимента

Результаты для нормального распределения:

- Оценка параметра μ : 0.0598
- Оценка параметра σ : 1.0130
- Вычисленное значение χ^2 : 2.38
- Квантиль χ^2 при $\alpha = 0.05$ и $k - 1 = 9$: 16.92
- Гипотеза H_0 принимается.

Таблица 1: Таблица вычислений критерия χ^2 (равномерное распределение, 20 элементов)

Интервал	n_i	np_i	$\frac{(n_i - np_i)^2}{np_i}$
$[-1.64, -1.32]$	2	2.00	0.00
$[-1.32, -1.00]$	3	2.00	0.50
$[-1.00, -0.68]$	4	2.00	2.00
$[-0.68, -0.36]$	1	2.00	0.50
$[-0.36, -0.04]$	2	2.00	0.00
$[-0.04, 0.28]$	2	2.00	0.00
$[0.28, 0.61]$	1	2.00	0.50
$[0.61, 0.93]$	2	2.00	0.00
$[0.93, 1.25]$	0	2.00	2.00
$[1.25, 1.57]$	3	2.00	0.50
Итого			6.00

Результаты для равномерного распределения:

- Выборка из 100 элементов: $\chi^2 = 2.4$, H_0 принимается.
- Выборка из 20 элементов: $\chi^2 = 6.0$, H_0 принимается.

4 Выводы

Критерий χ^2 не позволил отвергнуть гипотезу о нормальности для сгенерированной выборки. Для равномерных выборок гипотеза о нормальности также не была отвергнута, даже при размере 100, что указывает на низкую чувствительность критерия χ^2 при ограниченном числе интервалов и малом объеме выборки.