Санкт-Петербургский Политехнический университет Петра Великого

Отчет по лабораторной работе \mathbb{N}^1

Изучение характеристик распределений

Студент: Швачко Никита Андреевич Преподаватель: Баженов Александр Николаевич Группа: 5030102/20202

Санкт-Петербург 2025

1 Формулировка задания и его формализация

Для 4 распределений:

- Нормальное распределение N(x,0,1)
- Распределение Коши C(x,0,1)
- Распределение Пуассона P(k, 10)
- Равномерное распределение $U(x, -\sqrt{3}, \sqrt{3})$
- 1. Сгенерировать выборки размером 10,50 и 1000 элементов. Построить на одном рисунке гистограмму и график плотности распределения.
- 2. Сгенерировать выборки размером $10,\!100$ и 1000 элементов. Для каждой выборки вычислить следующие статистические характеристики положения данных: $\bar{x}, \text{med } x, z_Q$. Повторить такие вычисления 1000 раз для каждой выборки и найти среднее характеристик положения и их квадратов:

$$E(z) = \bar{z}$$

Вычислить оценку дисперсии по формуле:

$$D(z) = \overline{z^2} - \bar{z}^2$$

Представить полученные данные в виде таблиц. Пояснение

$$z_Q = \frac{z_{1/4} + z_{3/4}}{2}$$

2 Гистограммы и графики плотности распределений

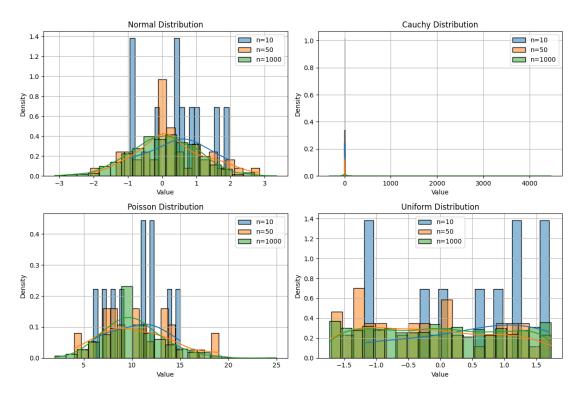


Рис. 1: Гистограммы и плотности распределений для выборок разного размера

3 Результаты вычислений статистических характеристик

Таблица 1: Средние значения характеристик положения и их дисперсии

Нормальное Карактеристика $E(z)$ 10 \bar{x} -0.014 10 \bar{x} -0.007 10 z_Q -0.012 100 \bar{x} -0.001 100 \bar{x} -0.001 100 \bar{x} -0.000 1000 \bar{x} -0.000 1000 \bar{x} -0.000 1000 \bar{x} -0.000 10 \bar{x} -1.505 10 $med x$ -0.017 10 \bar{x} -1.505 10 $med x$ -0.017 10 z_Q -0.012 100 \bar{x} -1.505 10 $med x$ -0.017 10 z_Q -0.012 100 \bar{x} -1.505 100 \bar{x} -1.505 100 \bar{x} -0.012 1000 \bar{x} -1.003 1000 \bar{x} -1.005		
10 med x -0.007 10 z_Q -0.012 100 med x -0.001 100 med x -0.001 100 med x -0.001 100 med x -0.001 1000 med x -0.000 1000 med x -0.017 10 med x -0.017 10 med x -0.017 10 med x -0.017 10 med x -0.014 100 med x -0.004 100 med x 0.003 1000 med x 0.003 1000 med x 0.003 100 med x 0.995 10 med x 9.997 10 med x 9.991 10 med x 9.995 100 med x 9.905	z)	$\mathbf{D}(\mathbf{z})$
$ \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	1989	0.093232
100 \overline{x} -0.001 100 100 \overline{x} -0.001 100 \overline{x} -0.000 1000 \overline{x} -0.000 \overline{x} -0.000 \overline{x} -0.000 \overline{x} -0.000 \overline{x} -1.505 \overline{x} -1.505 \overline{x} -1.505 \overline{x} -0.017 \overline{x} -0.017 \overline{x} -0.017 \overline{x} -0.018 \overline{x} -0.019 \overline{x} -0.019 \overline{x} -0.019 \overline{x} -0.004 \overline{x} -0.003 \overline{x} -0.003 \overline{x} -0.003 \overline{x} -0.001 \overline{x} -0.001 \overline{x} -0.001 \overline{x} -0.001 \overline{x} -0.001 \overline{x} -0.001 \overline{x} -0.002 \overline{x} -0.001 \overline{x} -0.003 \overline{x} -0.005 \overline{x} -0.005 \overline{x} -0.001	7998	0.132113
100 1000 1000 1000 $1000 100 1000 1000 1000 1000 100 1000 1000 100 1000 1000 1000 100 $	2284	0.104357
$ \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	1765	0.009737
$ \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	1570	0.015596
1000 1000 2_Q 0.000 1000 2_Q 0.000 Коти Выборка Характеристика $E(z)$ 10 \bar{x} -1.505 10 10 2_Q -0.012 100 \bar{x} 0.495 1000 $1000 10 100 1000 1000 1000 10 1000 1000 10 1000 1000 1000 100 1000 1000 100 1000 1000 1$	1640	0.012310
Коши z_Q 0.000 Выборка Характеристика $E(z)$ 10 \bar{x} -1.505 10 med x -0.017 10 z_Q -0.012 100 \bar{x} 0.495 100 med x -0.004 100 z_Q -0.001 1000 \bar{x} -4.693 1000 med x 0.003 1000 z_Q 0.001 10 \bar{x} 10.053 10 med x 9.907 10 z_Q 9.981 100 \bar{x} 10.053 10 med x 9.821 100 \bar{x} 10.053 100 \bar{x} 10.005 100 \bar{x} 10.005 100 \bar{x} 10.005 1000 \bar{x} 10.005 1000 \bar{x} 10.005 100 \bar{x} 0.010	0572	0.001076
Коши Выборка Характеристика $E(z)$ 10 \bar{x} -1.505 10 med x -0.017 10 z_Q -0.012 100 \bar{x} 0.495 100 med x -0.004 100 z_Q -0.001 1000 \bar{x} -4.693 1000 med x 0.003 1000 z_Q 0.001 Hyaccoh Bbiборка Xарактеристика $E(z)$ 10 \bar{x} 10.053 10 med x 9.997 10 z_Q 9.981 100 \bar{x} 10.005 100 \bar{x} 10.005 1000 \bar{x} 10.005 10 \bar{x} 0.010	240	0.001581
Выборка Характеристика $E(z)$ 10 \bar{x} -1.505 10 med x -0.017 10 z_Q -0.012 100 \bar{x} 0.495 100 med x -0.004 100 z_Q -0.001 1000 \bar{x} -4.693 1000 med x 0.003 1000 z_Q 0.001 10 \bar{x} 10.053 10 med x 9.907 10 z_Q 9.981 100 \bar{x} 10.053 100 \bar{x} 10.053 100 \bar{x} 9.991 100 \bar{x} 9.993 100 \bar{x} 10.005 1000 \bar{x} 10.005 1000 \bar{x} 10.005 1000 \bar{x} 10.005 1000 \bar{x} 10.005 10 \bar{x} 0.010)158	0.001267
$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$		
$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	z)	$\mathbf{D}(\mathbf{z})$
$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$		1108.105054
100 \bar{x} 0.495 100	7018	0.302457
$ \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	2012	1.031296
$ \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	5179	588.956098
$ \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	4341	0.023064
1000 $med x$ 0.003 1000 z_Q 0.001 Пуассон Выборка Характеристика $E(z$ 10 \bar{x} 10.055 10 $med x$ 9.907 10 z_Q 9.981 100 \bar{x} 9.993 100 $med x$ 9.821 100 z_Q 9.911 1000 $med x$ 9.995 Равномерное Выборка Характеристика $E(z$ 10 \bar{x} 0.010 10 $med x$ 0.022 10 z_Q 0.005 100 \bar{x} -0.001 100 \bar{x} -0.001 <td>1379</td> <td>0.047650</td>	1379	0.047650
Пуассон z_Q 0.001 Выборка Характеристика $E(z)$ 10 \bar{x} 10.055 10 med x 9.907 10 z_Q 9.981 100 \bar{x} 9.993 100 med x 9.821 100 z_Q 9.911 1000 med x 9.995 Равномерное z_Q 9.995 Выборка Характеристика $E(z)$ 10 \bar{x} 0.010 10 med x 0.022 10 z_Q 0.005 100 \bar{x} -0.001	3015	15138.951738
Пуассон Карактеристика E(г 10 \bar{x} 10.055 10 med x 9.907 10 z_Q 9.981 100 \bar{x} 9.993 100 med x 9.821 100 z_Q 9.911 1000 \bar{x} 10.005 1000 med x 9.995 Равномерное Выборка Характеристика E(z 10 \bar{x} 0.010 10 med x 0.022 10 z_Q 0.005 100 \bar{x} -0.001	8096	0.002698
Выборка Характеристика $E(z)$ 10 \bar{x} 10.053 10 $med x$ 9.907 10 z_Q 9.981 100 \bar{x} 9.993 100 $med x$ 9.821 100 z_Q 9.911 1000 \bar{x} 10.005 1000 $med x$ 9.995 1000 z_Q 9.995 Равномерное Выборка Характеристика $E(z)$ 10 \bar{x} 0.010 10 $med x$ 0.022 10 z_Q 0.005 100 \bar{x} -0.001 100	1666	0.004582
Выборка Характеристика $E(z)$ 10 \bar{x} 10.053 10 $med x$ 9.907 10 z_Q 9.981 100 \bar{x} 9.993 100 $med x$ 9.821 100 z_Q 9.911 1000 \bar{x} 10.005 1000 $med x$ 9.995 1000 z_Q 9.995 Равномерное Выборка Характеристика $E(z)$ 10 \bar{x} 0.010 10 $med x$ 0.022 10 z_Q 0.005 100 \bar{x} -0.001 100		
$ \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	z)	$\mathbf{D}(\mathbf{z})$
$ \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	3200	0.972590
$ \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	000	1.334851
$ \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	1000	1.121795
$ \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	3180	0.106959
$egin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	1500	0.231888
$egin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	1000	0.152048
$ \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	5329	0.009714
Равномерное Характеристика $E(z)$ 10 \bar{x} 0.010 10 $\text{med } x$ 0.022 10 z_Q 0.005 100 \bar{x} -0.001 100 \bar{x} -0.001 100 \bar{x} -0.001 100 \bar{x} -0.003	5500	0.004230
$\begin{tabular}{l lllllllllllllllllllllllllllllllllll$	5750	0.002544
$\begin{tabular}{l lllllllllllllllllllllllllllllllllll$		
$\begin{array}{c ccccc} 10 & \bar{x} & 0.010 \\ 10 & \operatorname{med} x & 0.022 \\ 10 & z_Q & 0.005 \\ \hline 100 & \bar{x} & -0.001 \\ 100 & \operatorname{med} x & -0.003 \\ \end{array}$	z)	$\mathbf{D}(\mathbf{z})$
$ \begin{array}{c cccc} 10 & \mod x & 0.022 \\ 10 & z_Q & 0.005 \\ \hline 100 & \bar{x} & -0.001 \\ 100 & \mod x & -0.003 \\ \end{array} $		0.101281
$ \begin{array}{c cccc} 10 & z_Q & 0.005 \\ \hline 100 & \bar{x} & -0.001 \\ 100 & \mathrm{med}x & -0.003 \\ \end{array} $		0.230328
100 \bar{x} -0.001 100 med x -0.003		0.142707
$100 \qquad \qquad \operatorname{med} x \qquad \qquad -0.003$		0.009808
400		0.027535
		0.014908
1000 \bar{x} -0.000		0.001014
1000 $\operatorname{med} x$ -0.001		0.002945
$ 1000 z_Q $ -0.000	0583	0.001484
	3123)367	$\begin{array}{c} 0.027535 \\ 0.014908 \end{array}$

4 Выводы

• При увеличении размера выборки характеристики положения стабилизируются.

- Среднее значение \bar{x} для распределения Коши не является надежным из-за сильных выбросов.
- Медиана и квартильный средний z_Q показывают меньшую изменчивость в выборках с выбросами.
- Пуассоновское распределение при больших n приближается к нормальному.
- Равномерное распределение демонстрирует низкую изменчивость статистик.