Вивчення цифрових методів передавання ІКМ

Практичне заняття з дисципліни

Теорія інформації та кодування

Мета заняття

- Засвоєння особливостей методу передачі ІКМ.
- Закріплення основних положень про АЦП і ЦАП.
- Розрахунок показників АЦП і ЦАП з урахуванням методу передачі ІКМ.

Що з себе являє цифровий метод передачі аналогових сигналів ІКМ?

Метод передачі ІКМ будується на основі АЦП і ЦАП. До АЦП і ЦАП додається кодер і декодер ІКМ, завданням якого є виконання перекодування простого коду (де номер рівня записаний двійковим кодом) в код ІКМ (де перший біт відповідає полярності сигналу «1» – позитивна полярність «0» – негативна полярність, при цьому максимальнийпозитивний сигнал кодується як набір одиниць; мінімальний позитивний – одиниця і інші нулі; максимальний за величиною негативний – перший нуль і все одиниці; мінімальний за величиною негативний – все нулі). Всі кодові комбінації на виході кодера зазнають додаткового перетворення, що складається з інверсії парних розрядів коду. На прийомі здійснюється зворотне перетворення. Зазначене перетворення має на меті зменшення ймовірності появи в переданому по лінії ІКМ-сигналі довгих послідовностей нульових посилок.

Принцип роботи АЦП

Аналого-цифрове перетворення включає дискретизацію сигналу за часом, квантування за рівнем і кодування квантованих рівнів двійковим кодом.

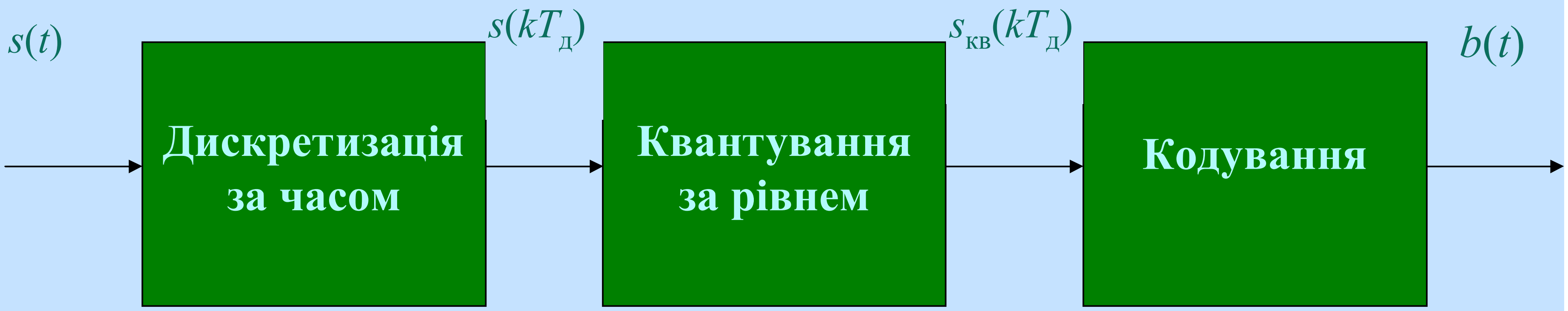


Рисунок 1 – Структурна схема АЦП

Що таке дискретизація безперервного сигналу?

Дискретизація безперервних сигналів за часом – процедура, яка полягає в заміні незліченної безлічі миттєвих значень сигналу їх лічильною (дискретною) множиною, яке містить інформацію про значеннях безперервного сигналу в певні моменти часу. Під дискретизацією безперервного за часом сигналу $s(t)$ розуміють подання сигналу послідовністю коротких імпульсів, які називають відліками $s\ (kT_д)$, де k приймає значення k = ..., – 1, 0, 1, 2, ...; $T_д$ – інтервал дискретизації.

Тригонометричні форми ряду Фур'є

Довільний періодичний сигнал *s*(*t*) можна подати сумою більш простих функцій часу, що входять до ортогонального базису. В якості періодичних і ортогональних базисних функцій добре підходять гармонічні коливання, які отримали назву – гармоніки:

$$s(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos\left(2\pi n f_1 t + \varphi_n\right),$$

де $f_1 = 1/T$ – основна частота; n – номер гармоніки;

A_n – амплітуда гармоніки;

φ_n – початкова фаза гармоніки

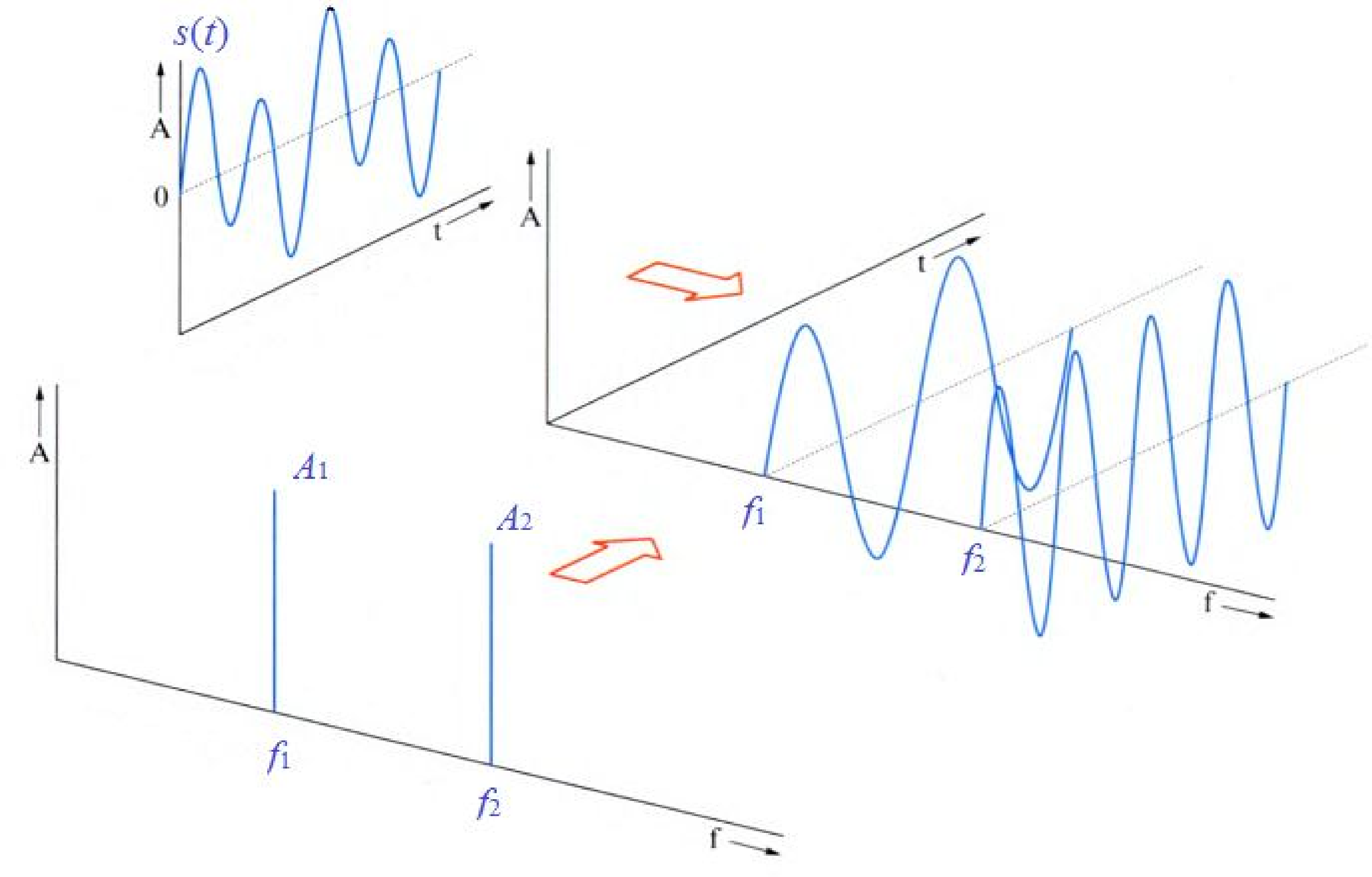
Слово «спектр» означає «складові». У якості складових виступають гармоніки, сума яких дає сигнал.

Відображення на осі частот амплітуд гармонік отримало назву амплітудний спектр.

Відображення на осі частот початкових фаз гармонік отримало назву фазовий спектр.

Сума двох гармонічних коливань представлена функцією часу та амплітудним спектром

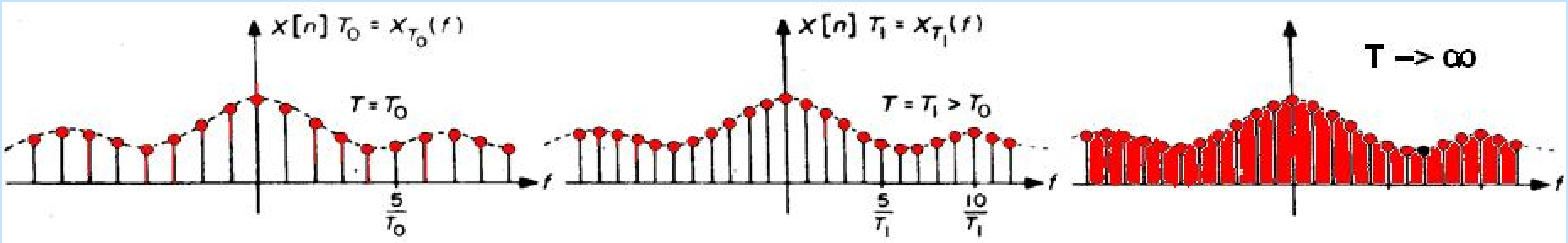
$$s(t) = A_1\cos(2\pi f_1 t + \varphi_1) + A_2\cos(2\pi f_2 t + \varphi_2), \quad -\infty < t < \infty$$



Спектр неперіодичних сигналів

У переважній більшості випадків в теорії і техніці зв'язку доводиться мати справу з сигналами, які по суті є неперіодичними. До таких сигналів апарат рядів Фур'є не застосовують.

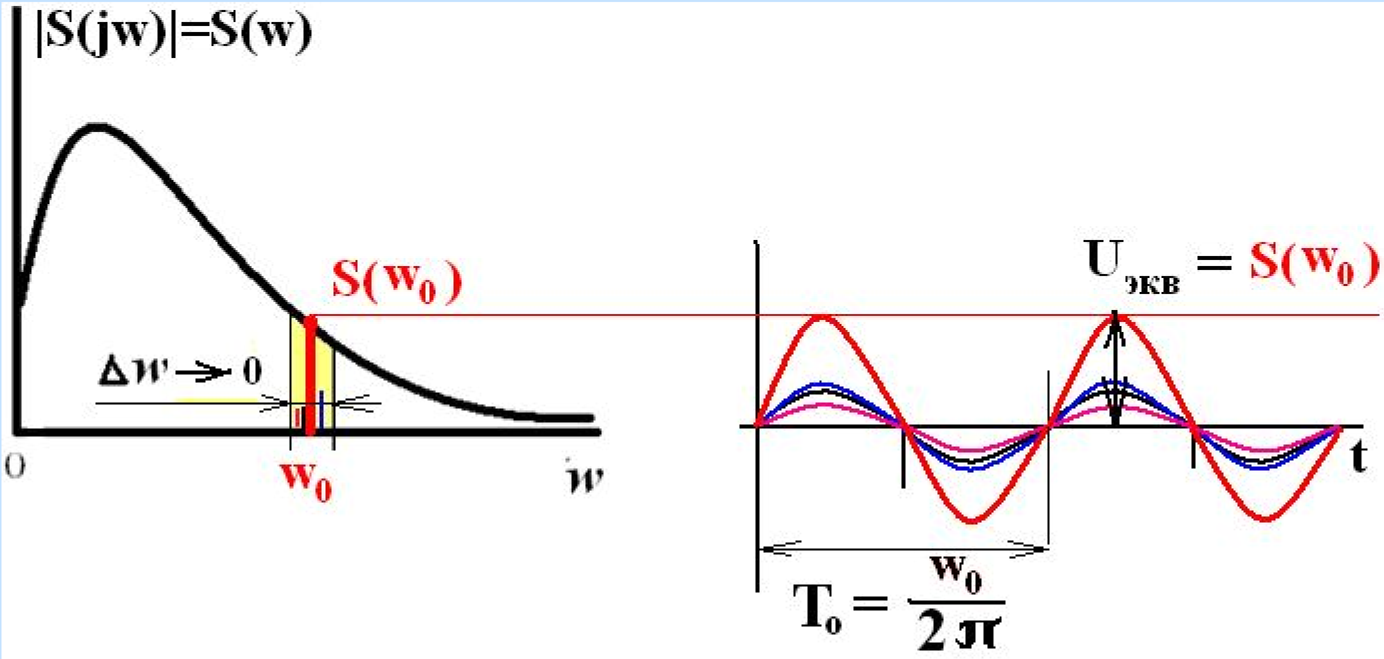
Для отримання спектру використаємо модель неперіодичного сигналу як крайній випадок періодичного сигналу, коли період повторення прямує до нескінченності.



Згадаємо, що період визначає основну частоту $f_1=1/T$ яка є віддаллю між сусідніми гармоніками Δf. Якщо $T \to \infty$, то $\Delta f \to 0$ і спектр стає неперервним.

Спектральна густина сигналу є комплексною амплітудою еквівалентної гармоніки на відповідній опорній частоті.

Еквівалентна гармоніка є результат когерентного складання нескінченно великого числа гармонік з нескінченно малими амплітудами розташованими в нескінченно малому по частоті діапазоні в районі обраної (опорної) частоти.



Поняття та визначення ширини спектру

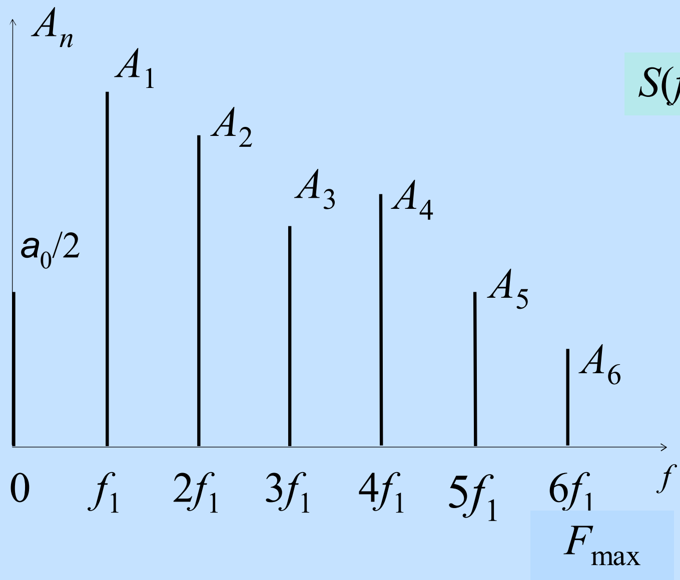
У залежності від вигляду спектру сигнали діляться на низькочастотні та смугові. У низькочастотних сигналів спектр по осі f знаходиться біля нуля (рис. а та б). Спектр смугового сигналу займає деяку смугу частот віддалену від нуля по осі частот (рис. в).

Ширина спектра сигналу **–** протяжність області частот, де зосереджені складові сигналу.

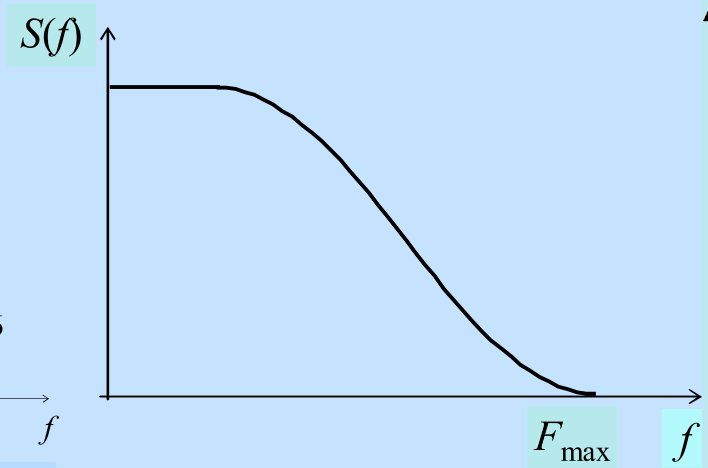
Для НЧ сигналів ширина спектра сигналу – це F_{max} (гранична частота, вище якої складові не перевищують заданий рівень, або гранична частота, при якій складові, що попадають в інтервал (0, F_{max}), мають енергію 0,99 (0,95; 0,9) від повної енергії сигналу, або це частота першого нуля спектра) (рис. а та б).

Для смугових сигналів ширина спектра – це ΔF (область частот в інтервалі (f_1, f_2) значення f_1 та f_2 обираються аналогічно до F_{max} для НЧ сигналу) (рис. в).

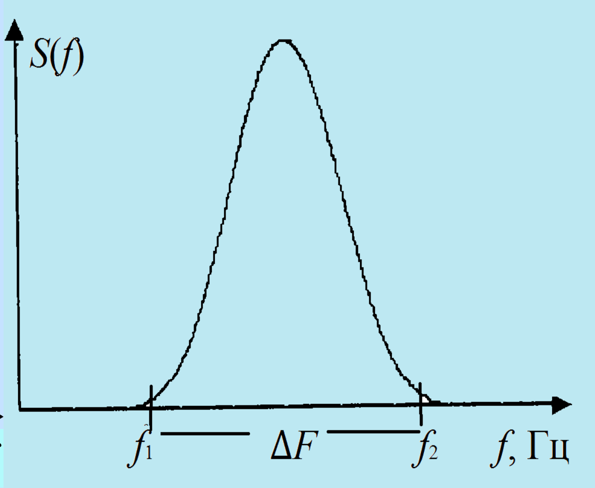
Види амплітудних спектрів різних типів сигналу



а) Амплітудний спектр періодичного сигналу



б) Амплітудний спектр неперіодичного НЧ сигналу (відеоімпульсу)



в) Амплітудний спектр неперіодичного смугового сигналу (радіоімпульсу)

Як коректно обрати інтервал дискретизації?

Відповідь дає ***теорема Котельникова***: будь-який сигнал з обмеженим спектром можна точно відновити (інтерполювати) по його відліках, узятим через інтервал $\boldsymbol{T_д \le 1/(2F_{max})}$, де F_{max} – максимальна частота спектра сигналу. Або ж: частота дискретизації $\boldsymbol{f_д \ge 2F_{max}}$. У справедливості цього твердження можна переконатися, розглядаючи спектр дискретного сигналу дивись рис. 2. Якщо $f_д \ge 2\ F_{max}$ (рис. 1, *в, г*), то після подачі дискретного сигналу до входу ідеального ФНЧ з частотою зрізу $F_{max} \le F_{зр} \le f_д - F_{max}$ на виході отримаємо сигнал зі спектром $S(f)$ (рис. 1, *в, г*), тобто відновлений неперервний сигнал. На рисунках штриховими лініями показана АЧХ ідеального ФНЧ з частотою зрізу $F_{зр} = F_{max}$. Якщо ж $f_д < 2F_{max}$, то, як видно з рис. 1, *д*, неможливо виділити спектр $S(f)$, оскільки має місце перекриття спектрів.

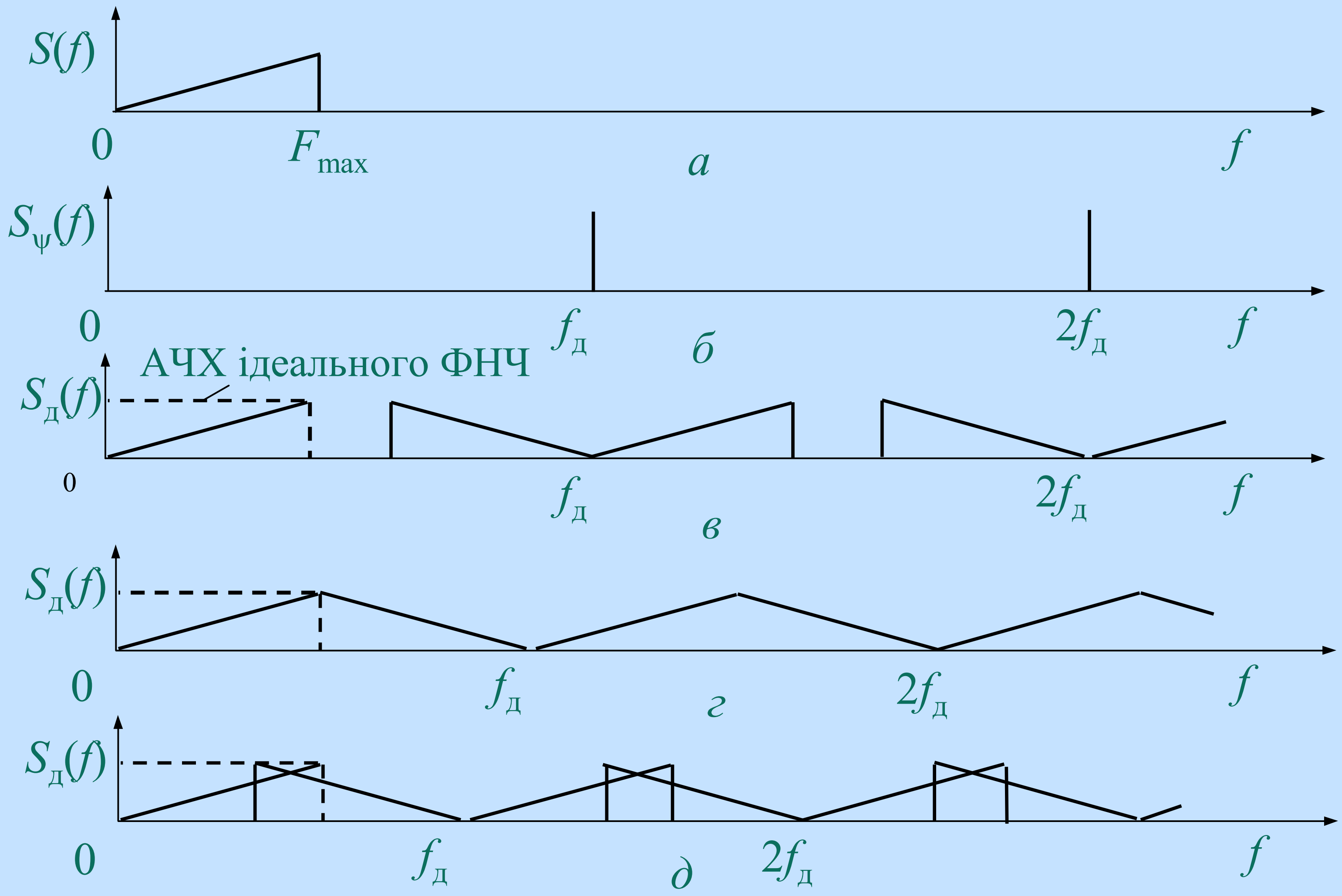


Рисунок 2 – Спектральні діаграми, що ілюструють процеси дискретизації та відновлення неперервних сигналів

Що таке квантування за рівнем?

При квантуванні за рівнем безліч можливих значень дискретного сигналу *s* (*n*) в заданому максимальному діапазоні його зміни (s_{max} − s_{min}) заміщається кінцевим числом рівнів квантування *L* дискретного квантованого сигналу. Інтервал між рівнями квантування називається кроком квантування і визначається

$$\Delta s = \frac{s_{\max} - s_{\min}}{L - 1} = \frac{2 s_{\max}}{L - 1}$$

де $s_{\max} = \sqrt{P_s K_A^2}$

s_{max} і s_{min} – максимальне і мінімальне значення сигналу $s(t)$.

Квантування можливо з усіканням і з округленням. Квантований дискретний сигнал $s_{кв}$ $(kT_д)$ визначається при усіканні як

$$s_{кв}(kT_д) = int\,[s(kT_д)/\Delta s]\,\Delta s = i\,\Delta s\,, \qquad (1)$$

при округлені як

$$s_{кв}(kT_д) = int\,[s(kT_д)/\Delta s + 0{,}5]\,\Delta s = i\,\Delta s, \qquad (2)$$

де int [·] - це ціла частина укладеного в дужки відношення, що відповідає номеру рівня квантування, з яким ототожнюється точне значення квантованого дискретного сигналу: з найближчим меншим − при усіканні і найближчим − при округленні.

Що таке похибка квантування і шум квантування?

Різниця між квантованим і точним значеннями дискретного сигналу $\varepsilon_{кв}(kT_д) = s_{кв}(kT_д) - s\ (kT_д)$ визначає похибка, що виникає при квантуванні сигналу за рівнем. Вона приймає значення $-\Delta s < \varepsilon_{кв}(kT_д) \le 0$ – при усіканні і $-\Delta s/2 < \varepsilon_{кв}(kT_д) \le \Delta s/2$ – при округленні. Граничні значення похибки квантування $\max \varepsilon_{кв}(kT_д) = \eta\ \Delta b$, де $\eta = 1$ при усіканні і 1/2 при округленні.

Внаслідок апріорної невідомості значень сигналу і похибки квантування її розглядають як випадковий дискретний процес або шум квантування, що накладається на квантований дискретний сигнал: $s_{кв}(kT_д) = s(kT_д) + \varepsilon_{кв}(kT_д)$ і з однаковою ймовірністю приймає будь-які значення в вищевказаних межах.

Потужність шуму квантування $\overline{\varepsilon}^2_{кв} = \dfrac{(\Delta s)^2}{12}$.

Кількість інформації у відліку

Середня кількість інформації у одному відліку визначається диференціальною ентропією і визначається за формулою

$$h(A) = -\int_{-\infty}^{\infty} p(a)\log_2 p(a)da$$

де $p(a)$ – густина ймовірності повідомлення $a(t)$. Диференціальна ентропія набуває максимального значення коли густина ймовірності повідомлення $p(a)$ – гауссова з дисперсією σ^2.

Епсилон-ентропія визначає середню кількість інформації на один відлік, що видає джерело неперервних повідомлень із середньоквадратичною похибкою

$$\varepsilon^2 = [a(t_k) - \hat{a}(t_k)]^2,$$

де $a(t_k)$ – точне значення k-го відліку повідомлення $a(t)$;

$\hat{a}(t_k)$ – наближене значення (оцінка) k-го відліку повідомлення $a(t)$.

Для неперервного джерела епсилон-ентропія $H_\varepsilon(A)$, дв.од./відлік, обчислюється за формулою

$$H_\varepsilon(A) = h(A) - h(\varepsilon),$$

де $h(\varepsilon)$ – диференціальна ентропія похибки $\varepsilon(t_k)$ з густиною ймовірності $p(\varepsilon)$. Якщо $p(\varepsilon)$ має гауссовий розподіл ймовірностей, то епсилон-ентропія $H_\varepsilon(A)$ буде мати максимальне значення

Умови вибору розрядності АЦП

Розрядність АЦП знаходять з допустимого відношення потужності сигналу до потужності шуму квантування $\rho_{\text{кв.доп}}$ на виході АЦП. Допустима кількість рівнів квантування визначають за формулою

$$L_{\text{доп}} \geq K_{\text{А}} \sqrt{\rho_{\text{кв.доп}} / 3} + 1. \qquad (3)$$

Довжину коду, а відповідно і розрядність АЦП вибирають за формулою

$$n \geq \log_2 L_{\text{доп}}. \qquad (4)$$

Число рівнів квантування АЦП, виходячи з обраної розрядності АЦП уточнюють за формулою

$$L = 2^n. \qquad (5)$$

Принцип роботи ЦАП

Цифро-аналогове перетворення включає два перетворення: декодування квантованих рівнів (перетворення кодових комбінацій в квантовані відліки) і низькочастотну фільтрацію дискретного сигналу (перетворення відліків в безперервний сигнал).

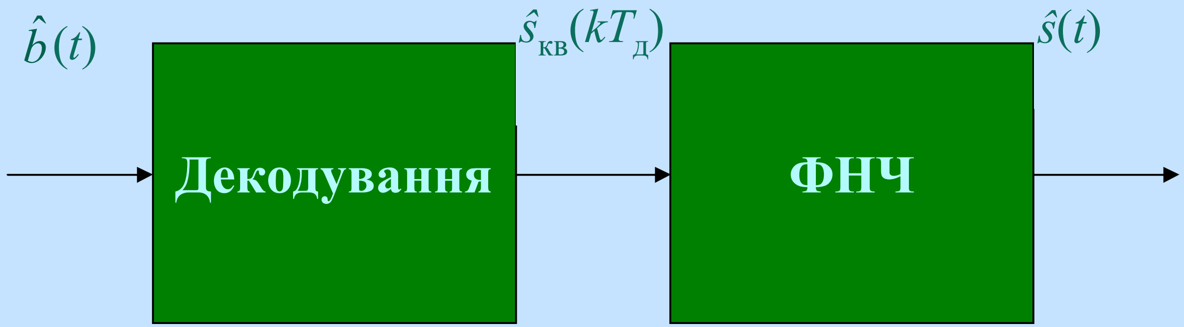


Рисунок 3 – Структурна схема ЦАП

Чим визначається відношення сигнал / шум на виході ЦАП?

Відношення сигнал / шум на виході ЦАП визначається двома шумовими складовими шумом квантування і шумом, який викликаний помилками в цифровому каналі зв'язку. Присутність цифрових помилок викликає на приймальній стороні, так званий шум помилкових імпульсів, що знижує якість цифрового телефонного зв'язку. Особливо небезпечні аномальні цифрові помилки, пов'язані з трансформаціями двох старших розрядів нелінійного ІКМ-коду. Ці помилки супроводжуються на стороні прийому неприємними для абонентів імпульсними перешкодами типу "клацань", різко погіршують якість відтворення мови. Нормування аномальних помилок (на рівні не більше одного "клацання" в хвилину) висуває підвищені вимоги до якості ліній зв'язку, призначених для передачі мови методом ІКМ (допустима ймовірність помилки на одну ділянку регенерації не повинна перевищувати величини $p = 10^{-6}$).

Як визначити потужність шуму, викликаного помилками в цифровому каналі зв'язку?

Потужність шуму, викликаного помилками в цифровому каналі зв'язку, визначається за формулою

$$\overline{\varepsilon}^2_{\text{цк}} = p \cdot (\Delta s)^2 (4^n - 1)/3 \qquad (6)$$

де p – ймовірність помилки біта на вході ЦАП (виході цифрового каналу зв'язку).

Як визначити відношення сигнал / шум на виході ЦАП?

Відношення сигнал / шум на виході ЦАП визначається за формулою

$$\rho_{\text{вих}} = \frac{P_s}{\overline{\varepsilon}^2_{\text{кв}} + \overline{\varepsilon}^2_{\text{цк}}} \qquad (7)$$

Рішення задачі

Умови

Для безперервного сигналу задана максимальна частота спектра $F_{\max}$ = 20 кГц, середня потужність P_s = 2 В^2, квадрат коефіцієнта амплітуди $K_A{}^2 = 8$.

Необхідно:

– вибрати розрядність АЦП виходячи з допустимого відношення сигнал / шум квантування $\rho_{кв.доп}$ = 40 дБ;

– визначити відношення сигнал / шум на виході ЦАП виходячи з ймовірності помилки біта на вході декодера ЦАП $p = 3 \cdot 10^{-7}$.

Рішення

Вибираємо частоту дискретизації, що задовольняє теоремі Котельникова,

$f_д = 2{,}3\ F_{max} = 2{,}3 \cdot 20 \cdot 10^3 = 46 \cdot 10^3$ Гц.

Визначаємо допустиме число рівнів квантування

$$L_{доп} \geq K_A \sqrt{\rho_{кв.доп.} / 3} + 1 = \sqrt{8 \cdot 10^{0,1 \cdot 40} / 3} + 1 = 165$$

Довжину коду вибираємо за формулою

$n \geq \log_2 L_{доп} = \log_2 165 = \lg 165 / \lg 2 = 7{,}36$

тому що довжина коду не може бути дробовим числом, а кількість кодових комбінацій не повинно бути менше кількості рівнів квантування вибираємо розрядність кодера АЦП $n = 8$.

Для визначення відношення сигнал / шум на виході ЦАП необхідно визначити потужності шуму квантування і шуму, що викликаний помилками в цифровому каналі зв'язку.

Для визначення шуму квантування необхідно знати крок квантування, який визначається

$$\Delta s = \frac{2s_{\max}}{L-1} \qquad s_{\max} = \sqrt{P_s K_A^2}$$

звідси $\quad \Delta s = \dfrac{2s_{\max}}{L-1} = \dfrac{2\sqrt{P_s K_A^2}}{2^n - 1} = \dfrac{2\sqrt{2\cdot 8}}{2^8 - 1} = 0{,}031. \quad \text{В}$

Розрахуємо потужність шуму квантування

$$\overline{\varepsilon}_{\text{кв}}^2 = \frac{(\Delta s)^2}{12} = \frac{(0{,}031)^2}{12} = 8\cdot 10^{-5}, \qquad \text{В}^2$$

Розрахуємо потужність шуму, викликаного помилками в цифровому каналі зв'язку

$$\overline{\varepsilon}_{\text{цк}}^2 = p(\Delta s)^2\left(4^n - 1\right)/3 = 3\cdot 10^{-7}(0{,}031)^2\left(4^8 - 1\right)/3 = 0{,}24\cdot 10^{-7}, \quad \text{В}^2$$

Визначимо відношення сигнал / шум на виході ЦАП за формулою

$$\rho_{\text{вих}} = \frac{P_s}{\bar{\varepsilon}_{\text{кв}}^2 + \bar{\varepsilon}_{\text{цк}}^2} = \frac{2}{8 \cdot 10^{-5} + 0{,}24 \cdot 10^{-7}} = \frac{2}{200 \cdot 10^{-7} + 0{,}13 \cdot 10^{-7}} = 25000$$

Переведемо отримане значення у дБ

$$\rho_{\text{вих}} = 10 \cdot \lg 25000 = 44 \quad \text{дБ}$$