

Оптимальні демодулятори сигналів цифрових видів модуляції (завадостійкість)

**Практичне заняття з дисципліни:
Теорія зв'язку**

Мета заняття

1.1 Вивчення методики розрахунків завадостійкості оптимальних демодуляторів сигналів цифрових видів модуляції в каналах зв'язку з постійними параметрами.

1.2 Вивчення методики розрахунків завадостійкості оптимальних демодуляторів сигналів цифрових видів модуляції в каналах зв'язку зі змінними параметрами.

1.3 Вивчення залежностей завадостійкості від основних параметрів сигналів і завад.

Модель ідеального каналу з адитивним білим гаусівським шумом (АБГШ)

Цей канал вважається ідеальним, оскільки в смузі пропускання каналу його АЧХ рівномірна, а ФЧХ лінійна, і відсутні лінійні спотворення. Сигнал на виході такого каналу має наступний вигляд:

$$z(t) = \mu s(t - \tau) + n(t)$$

де τ – час розповсюдження сигналу в каналі, μ – коефіцієнт передачі каналу, $n(t)$ – АБГШ.

Модель ідеального каналу з АБГШ добре описує канали супутникового зв'язку, канали радіорелейних ліній, тобто канали, утворені гостронаправленими антенами. Ця модель дуже часто використовується при проведенні енергетичних розрахунків радіоліній.

Канал зі змінними параметрами

У каналах з багатопроменевим поширенням радіохвиль через використання слабонаправлених або ненаправлених антен спостерігається зміна параметрів каналу, перш за все, змінюється коефіцієнт передачі. Такі канали називаються каналами зі змінними параметрами. Додаткові спотворення сигналу, що виникають в таких каналах, називаються завмираннями, оскільки вони виявляються в істотних змінах коефіцієнту передачі каналу. При завмираннях відповідно до зміни величини ослаблення виникає і зміна потужності сигналу на вході приймача, а, отже, і відношення сигнал / шум.

Такий тип каналу характерний для систем радіомовлення й телевізійного мовлення, систем короткохвильового зв'язку, систем рухомого зв'язку, радіодоступу на НВЧ, оскільки в цих системах застосовуються ненаправлені антени. У тому випадку, коли абонент є рухомих, коефіцієнт передачі змінюється швидко і в широких межах (до 40 дБ) і закон зміни коефіцієнта передачі добре описуються законом розподілу Релея. Такий канал називають релеевським. Втрати в завадостійкості в такому випадку настільки значні, що їх можна назвати катастрофічними.

Оцінка завадостійкості в каналі з АБГШ

Імовірність помилки двійкового символу на виході демодулятора залежить від методу модуляції, відношення сигнал / шум і способу прийому.

Когерентний прийом

Метод модуляції	Імовірність помилки біта
АМ-2, ЧМ-2, КАМ-8	$p = Q(h_{\bar{0}})$
ФМ-2, ФМ-4	$p = Q(\sqrt{2}h_{\bar{0}})$
ФРМ-2, ФРМ-4	$p = 2Q(\sqrt{2}h_{\bar{0}})$
ФМ-8	$p = (2/3) \cdot Q(0,94 \cdot h_{\bar{0}})$
ФМ-16	$p = Q(0,55 \cdot h_{\bar{0}})$
КАМ-16	$p = Q(0,89 \cdot h_{\bar{0}})$

Некогерентний прийом

Метод модуляції	Імовірність помилки біта
АМ-2, ЧМ-2	$p = 0,5 \exp(-h_6^2 / 2)$
ФРМ-2	$p = 0,5 \exp(-h_6^2)$
ЧМ- M	$p = 0,25(M - 1) \exp(-0,5 h_6^2 \cdot \log_2 M); \quad M > 2$

У цій таблиці:

$$h_6^2 = \frac{E_6}{N_0} = \frac{P_s T_6}{N_0} \text{ — відношення енергії сигналу, що витрачається}$$

на передачу одного біта, E_6 до питомої потужності шуму N_0 ;

P_s – середня потужність сигналу;

T_σ – тривалість двійкового символу (біта); якщо задана швидкість цифрового сигналу R (біт / с), то $T_\sigma = 1/R$;

$Q(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_z^\infty \exp(-t^2/2) dt$ – гаусівська Q -функція (одна з

форм інтеграла ймовірності).

Одна з функцій, добре апроксимуючих Q -функцію, має вигляд

$$Q(z) = 0,65 \exp(-0,44 (z + 0,75)^2). \quad (1)$$

Вона зручна тим, що можна знайти значення аргументу z по заданому значенню $Q(z)$:

$$z = \sqrt{\frac{\ln(Q(z)/0,65)}{-0,44}} - 0,75 \quad (2)$$

Часто при вирішенні задач задані: відношення середніх потужностей сигналу і шуму на вході демодулятора (виході каналу зв'язку) $\rho = P_s / P_n = P_s / (N_0 \cdot F_n)$, смуга частот шуму F_n дорівнює смузі пропускання каналу зв'язку F_k . Зазвичай ставлення середніх потужностей задано в децибелах, для подальших розрахунків його необхідно представити в разях $\rho_{\text{раз}} = 10^{0,1 \cdot \rho_{\text{дБ}}}$.

Потім можна розрахувати $h_{\bar{6}}^2$:

$$h_{\bar{6}}^2 = \frac{E_{\bar{6}}}{N_0} = \frac{P_s T_{\bar{6}}}{P_n / F_k} = \frac{P_s}{P_n} \cdot \frac{F_k}{R} . \quad (3)$$

Оцінка завадостійкості в каналі із завмираннями Релея

Середня ймовірність помилки біта для ФРМ-2 з когерентним прийомом розраховується за формулою:

$$p = \frac{1}{2(1 + \overline{h_o^2})} \quad (4)$$

Середня ймовірність помилки біта для ММЗ (ЧМ-2) з когерентним прийомом розраховується за формулою:

$$p = \frac{1}{2\overline{h_o^2}} \quad (5)$$

Якщо використовувати некогерентний демодулятор сигналів ММЗ (ЧМ-2), то ймовірність помилки біта можна розрахувати за формулою:

$$p = \frac{1}{2 + \overline{h_\phi^2}} \quad (6)$$

де $\overline{h_\phi^2}$ – відношення середньої енергії сигналу, що витрачається на передачу одного біта, E_ϕ до питомої потужності шуму N_0 .

Приклади вирішення задач

- **Задача 1.** Цифровий сигнал зі швидкістю $R = 2400$ біт/с передається сигналом ФМ-2, середня потужність якого $P_s = 0,24$ В². У каналі зв'язку діє білий шум зі спектральною щільністю потужності $N_0 = 8 \cdot 10^{-6}$ В²/Гц. Розрахувати ймовірність помилки біта на виході оптимального демодулятора.

Рішення:

Визначаємо
$$h_6^2 = \frac{E_6}{N_0} = \frac{P_s}{P_n} \cdot \frac{F_k}{R} = \frac{P_s}{N_0 \cdot R} = \frac{0,24}{8 \cdot 10^{-6} \cdot 2400} = 12,5$$

Підставляємо отримане значення у формулу для визначення ймовірності помилки біту

$$p = Q(\sqrt{2}h_6) = 0,65 \cdot \exp(-0,44(\sqrt{2 \cdot 12,5} + 0,75)^2) = 3,1 \cdot 10^{-7}$$

- **Задача 2.** Цифровий сигнал зі швидкістю $R = 16$ кбіт/с передається сигналом ФРМ-4. Смуга пропускання каналу зв'язку 12 кГц. При якому відношенні середніх потужностей сигналу і шуму P_s/P_n на вході демодулятора буде досягнута ймовірність помилки $2 \cdot 10^{-5}$?

Рішення:

Визначаємо z : $z = \sqrt{2}h_6 = \sqrt{\frac{\ln(2 \cdot 10^{-5} / 0,65 \cdot 2)}{-0,44}} - 0,75 = 4,11$, потім

за отриманим результатом визначаємо $h_6^2 = (4,11 / \sqrt{2})^2 = 8,44$.

Далі перераховуємо P_s/P_n з отриманого $h_6^2 = 8,44$

$$\frac{P_s}{P_n} = h_6^2 \cdot \frac{R}{F_k} = 8,44 \cdot \frac{16000}{12000} = 11,25 \quad \text{або } 10,5 \text{ дБ.}$$

$$h_{\bar{\sigma}}^2_{\text{раз}} = 10^{0,1 \cdot h_{\bar{\sigma}}^2_{\text{дБ}}}$$

$$\rho_{\text{дБ}} = \frac{P_s}{P_{n \text{ дБ}}} = 10 \cdot \lg \left(\frac{P_s}{P_{n \text{ раз}}} \right)$$