ЕЛЕМЕНТИ СИНТЕЗУ ТА АНАЛІЗУ ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЙНИХ МЕРЕЖ

Методичні вказівки і комплексне завдання для студентів
усіх форм навчання з дисципліни кафедри “КІІС”

ЗМІСТ

стр.

1 Загальні положення
2 Ключові положення
2.1 Загальне поняття про задачі синтезу й аналізу мереж зв'язку
2.2 Модельне подання мережі зв'язку як об'єкта синтезу й аналізу
2.3 Елементи теорії оптимізації на графах і мережах
2.3.1 Синтез мережі мінірисьної вартості
2.3.2 Визначення медиани графа
2.3.3 Визначення центру графа
2.3.4 Визначення циклу найменшої довжини
2.3.5 Перебування найкоротшого шляху в мережі , що зв'язує
2.3.6 Визначення множини шляхів заданої транзитності
2.3.7 Задача про потоки
3 Комплексне завдання
3.1 Побудова моделей телекомунікаційної мережі
3.2 Синтез мережі абонентського доступу
3.3 Синтез мережі міжвузлового зв'язку
3.4 Побудова маршрутних матриць
3.5 Оцінка пропускної здатності мережі поміж парою пунктів
Список літератури
Додаток А
Додаток Б

1 Загальні положення

Комплексне завдання охоплює матеріал, що містить загальні принципи побудови телекомунікаційних мереж як об'єктів синтезу й аналізу.

Практика проектування, експлуатації й модернізації (реконструкції, розвитки) телекомунікаційних мереж висуває різноманітні задачі, розв΄язання яких припускає їхню форрисізацію в термінах математичних моделей синтезу й аналізу мереж і вибір адекватних методів розв΄язання серед всієї множини існуючих методів.

Ціллю комплексного завдання є ознайомлення з елементами математичного апарата синтезу й аналізу мереж і набуття прак-тических навичок в розв΄язанні конкретних задач, що вони виникають при їхньому проектуванні й експлуатації.

Для виконання комплексного завдання необхідно вивчити поділи "Ключові положення" та "Комплексне завдання" цих методичних вказівок і обрати індивідуальний варіант вихідних даних, обумовлений номером, складеним з двох останніх цифр студентського квитка (див. Додаток А).

Виконані відповідно до завдання розрахунки разом із постановками задач, загальними поясненнями принципів їхнього розв΄язання й матеріалом, що ілюструє, необхідно оформити у виді пояснительной записки з титульним аркушем (форму титульного аркуша наведено в Додатку Б).

Пояснительная записка має містити вступ й розділи, відповідні числу завдань . У вступі слід навести такі положення, як призначення телекомунікаційних мереж та їхня загальна характеристика, принципи структурної організації, основні компоненти й сегменти мереж, загальна характеристика задач синтезу й аналізу мереж зв'язку тощо.

2 Ключові положення

2.1 Загальне поняття про задачі синтезу й аналізу мереж зв'язку

Всі задачі, що вони виникають при побудові й експлуатації телекоммуникационних мереж, можна поділити на два класи : задачі синтезу й задачі аналізу.

"*Синтез*" у перекладі з грецької означає поєднання, складання.

Задача синтезу мережі виникає як при побудові нової мережі, так і при реконструкції й розвиткові існуючих мереж. Ця задача має техніко-економічний характер, тому що найчастіше відшукується розв΄язання, оптирисьне з низки економічних показників, наприклад, мінімуму капіталовкладень.

При синтезі мережі зазвичай вважається заданим розташування пунктів мережі. Конфігурація (топологія) же ліній зв'язку може змінюватися за оптимізації економічних показників. Це дозволяє використовувати витрати на лінії зв'язку в якості цільового критерію оптирисьного синтезу мережі. На конфігурацію ліній можуть бути накладені обмеження у вигляді вилучення окремих географічних трас при організації зв'язку поміж пунктами, наприклад, якщо вони перетинають водяні або гірські перепони.

До *окремих задач синтезу* можна віднести задача вибору оптирисьної топології мережі, вибір оптирисьної кількості й місця розташування вузлів комутації тощо.

Задача аналізу є актуальні для існуючої (синтезованої мережі). До них належать задачі відшукування оптирисьних шляхів передавання інформаційних повідомлень, визначення сукупності шляхів заданої транзитності, оцінки пропускної здатності мережі, ймовірності встановлення сполучення поміж пунктами тощо.

У класі задач аналізу розглядаються також питання розрахунку характеристик і параметрів як мережі у цілому, так і окремих її елементів. До таких характеристик відносять якість обслуговування на мережі, параметри надёжности й живучості.

Для того, щоб розв΄язати конкретну задачу синтезу чи аналізу телекомунікаційної мережі, її необхідно **форрисізувати**, тобто записати у виді схеми: що дано, що необхідно визначити і за яких обмежень.

Форрисізацію можна виконати у словесній формі (така форма має назву вербальної моделі задачі) або у виді математичної моделі, що описує задачу в термінах тієї чи іншої теорії (наприклад, теорії графів, теорії оптирисьних розв΄язків тощо).

Здійснення форрисізації потребує не лише розуміння проблеми, що постає, але й вибору відповідної моделі самого об'єкта (мережі зв'язку). Модельне (спрощене) подання об'єкта синтезу чи аналізу дає змогу виявити й відбити найбільш істотні з точки зору посталої проблеми елементи об'єкта і зв'язки поміж ними, не відволікаясь на деталі.

Для модельного подання мереж зв'язку найбільше часто використовуються графові моделі. На основі моделі об'єкта та її параметрів (кількості пунктів і ліній мережі, відстаней поміж пунктами, пропускної здатності вузлів і ліній мережі, вартісних параметрів тощо) можна побудувати математичну модель, що відбиває залежність між шуканими параметрами й незалежними змінними задачі у вигляді математичних функцій.

В задачах синтезу й аналізу мереж зв'язку найчастіше використовуються **математичні моделі оптимізації**, де места розв΄зання задачі записується у виді так називаної **цільової функції,** для котрої необхідно відшукати е**кстремум (**мінімум чи максимум). На вхідні в її параметри можуть накладатися обмеження, що вони вказуватимуть, в яких межах можуть змінюватися значення шуканих параметрів.

О з н а ч е н н я. *Задачі, в яких відшукується екстремум (мінімум чи максимум) певної цільової функції, що відбиває критерій оптирисьності розв΄язання задачі, називаються **екстрерисьними**.*

Характерною рисою екстрерисьних задач синтезу й аналізу телекомунікаційних мереж є їхня велика розмірність. Формулювання цих задач у термінах графових та мережних моделей дозволили дістати низку ефективних, із погляду подолання обчислювальної складності, методів і алгоритмів їхнього розв΄язання, орієнтованих на застосуванні ЕОМ. Деякі з таких алгоритмів розглянуто нижче.

Під **алгоритмом** розуміється процедура, що вона забезпечує дістання оптирисьного розв´язку задачі, виконання якої можна доручити ЕОМ. Розрізняють алгоритми **точні** й **наближені**, так називані **евристичні**.

Точні алгоритми завжди гарантують віднайдення оптирисьного розв´язку (глобального оптимуму цільової функції). Наприклад, алгоритм повного перебору всіх можливих розв´язків із вибором найкращого серед них, є точним алгоритмом.

Однак точні алгоритми, як правило, доволі трудомісткі з обчислювальної точки зору. Тому на практику часто використовують більш прості алгоритми, що забезпечують швидке дістання розв´язку з прийнятної для практики точністю. Такі алгоритми будуються з використанням раціональних, з точки зору логіки людини, правил виконання обчислень. Ці правила називаються **евристиками** і, як показує практика, дозволяють дістати розв´язок, близький до оптирисьного. Наприклад, задача визначення замкнутого контуру найменшої довжини, що забезпечує обхід усіх пунктів мережі, може бути розв´язана шляхом повного перебору всіх можливих контурів із вибором серед них контуру найменшої довжини, тобто точного алгоритму. Відомо, що для мережі, котра містить n пунктів, кількість можливих контурів становить порядку $n!$, отримання яких для мережі розміром $n>30$ являє значні трудності. Однак використання евристики: "*кожного кроку рухаємося лише до найближчого пункту*" забезпечує дістання прийнятного розв´язку за час, необхідний для побудови лише одного контуру.

Евристичні алгоритми використовуються також у тих випадках, коли побудувати точний алгоритм не вдасться через складність математичної моделі задачі (її нелінійність, дискретність тощо).

2.2 Модельне подання мережі зв'язку як об'єкта синтезу й аналізу

Мережа зв'язку (телекомунікаційна мережа) як об'єкт синтезу й аналізу являє собою сукупність пунктів мережі й сполучуючих їх ліній. За математичну модель такого об'єкта використовують *граф.*

О з н а ч е н н я***. Графом** називається деяка сукупність точок і сполучуючих їх стрілок*.

Точки графа називаються **вершинами**, а стрілки – **дугами**. Граф математично позначається як G(N,V), де N – кінцева множина вершин потужністю n, а V – кінцева множина дуг, потужністю m.

Вершини можна позначити рисими літерами (i, j, k, l, s), або цифрами (1, 2, 3, 4, 5), а дуги відповідно парами: {(i, j), (j, k), (k, l) ... } або {(1,2), (2,3), (3,4)... }, де перший індекс означає початок, а другий – кінець дуги.

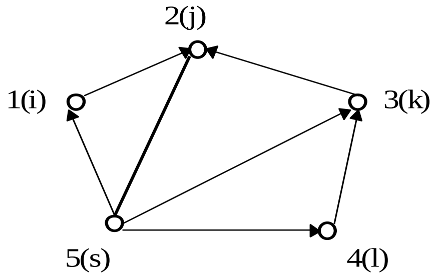


Рисунок 2.1

Граф, в якому задається напрямок дуг, називається **орієнтованим**, в противному разі – **неорієнтованим**. Неорієнтовані дуги називаються **ребрами.**

Поміж двома вершинами, сполучиними дугою (ребром), існує відношення **суміжності** (для орієнтованого графа вершини і та j суміжні, лише якщо дуга починається в і й напрямлена в j).

Поміж вершиною і сполученими з нею дугами (ребрами) існує відношення **инцидентності**.

Граф, кожній дузі (ребру) якого поставлено у відповідність деякі числові характеристики, звані **вагами**, являє собою **зважений** граф. За необхідності ваги можуть бути приписані також вершинам графа.

Зважений граф прийнятий називати **мережею** (в такому разі мається на увазі мережна модель, а не сама мережа як об'єкт). За вагові характеристики мережі можуть виступати відстані, пропускна здатність, вартість тощо.

Крім геометричного зображення у виді точок і ліній граф може бути поданий у дискретній формі. Саме ця форма використовується при введенні графової моделі в ЕОМ.

Одним із найбільше поширених дискретних подань графа є **матриця суміжностей**. Це матриця A=[aij], розміром ($n \times n$) елементів, які можуть набувати значень:

aij = 1, якщо в графі G існує дуга (ребро) поміж вершинами і та j;

aij = 0 – в противному разі.

Матриця суміжностей графа, наведеного на рис.2.1 має вигляд

$$A=\begin{vmatrix} 1\ 1\ 0\ 0 \\ 0 \\ 0\ 0\ 0\ 0\ 1 \\ 0\ 1\ 0\ 0\ 0 \\ 1\ 0\ 1\ 0 \\ 0 \\ 1\ 1\ 1\ 1 \\ 0 \end{vmatrix}$$

Для збереження в пам'яті ЕОМ матриці суміжностей як бачимо, необхідно n^2 комірок.

У неорієнтованого графа матриця суміжностей є симетрична щодо головної діагоналі й, отже, в пам'яті ЕОМ може зберігатися лише один з її трикутників, що дозволить заощаджувати пам'ять, але ускладнює обробку цієї матриці на ЕОМ.

Якщо перенумерувати в довільному порядку дуги (ребра) графа G й поставити ці номера у відповідність до номерів рядків деякої матриці B=[bij], а номера стовпчиків залишити, як і раніше, відповідними до номерів вершин графа, то в такій матриці можна відбити відношення і**нцидентності** елементів графа G. Елементи матриці **Bij** можуть приймати значення {0,1}.

Перенумеруємо дуги для розглядуваного графа: (i, j) – 1; (j,k) – 2; (k,l) – 3; (l,s) – 4; (s,i) – 5; (s,j) – 6; (s,k) – 7.

Тоді матриця інцидентності матиме вигляд

$$B=\begin{vmatrix} 1\ \ 1\ \ 0 \\ 0\ \ 0 \\ 0\ 1\ 1\ 0\ 0 \\ 0\ 0\ 1\ 1\ 0 \\ 0\ 0\ 0\ 1\ 1 \\ 1\ 0\ 0\ 0\ 1 \\ 0\ \ 1\ \ 0\ \ 0 \\ 1 \\ 0\ \ 0\ \ 1\ \ 0 \\ 1 \end{vmatrix}$$

Зважений граф (мережа) може бути в дискретному виді поданий **матрицею вагів** W=[wij],де wij – вага дуги (ребра), якщо вона існує в графі G. Ваги неіснуючих дуг (ребер) вважають дорівнюваними "∞" або "0", в залежності від умов задачі, в якій вони розглядаються.

Якщо граф є розрідженим (має рису кількість дуг (ребер)), те можливе більш компактне поданя графа G – списком дуг (ребер). Цей список може бути зреалізовано двома одновимірними масивами розмірністю m, *в* першому з яких записано початкові вершини дуг (ребер), а в другому – кінцеві, або двовимірним масивом розмірністю (2,m). Наприклад,

R1 = (1, 3, 4, 5, 5, 2, 5)
R2 = (2, 2, 3, 4, 1, 5, 3)

$$R = \begin{vmatrix} 1\ 3\ 4\ 5\ 5\ 2\ 5 \\ 2\ 2\ 3\ 4\ 1\ 5\ 3 \end{vmatrix}$$

При організації подання графа у виді дискретного масиву з плаваючими межами, тобто у разі, коли необхідно передбачити можливість додавання чи видалення вершин графа, доцільно використовувати **структуру суміжностей**. Остання являє собою список суміжних вершин для кожної вершини графа. Структура суміжностей для графа, зображеного на рис. 2.1, має вигляд

1:2 4:3

2:5 5:1, 2, 3, 4.
3:2

2.3 Елементи теорії оптимізації на графах і мережах

2.3.1 Синтез мережі мінірисьної вартості

Ситуація, в якій певну множину точок необхідно з'єднати так, щоб кожна пару точок стала сполученою (безпосередньо чи через інші точки), а сумарна вагова характеристика зв'язків виявилася мінірисьною, породжує задачу **синтезу мережі мінірисьної вартості**.

Наприклад, є низка точок, в яких можуть бути розташовані пункти телекомунікаційної мережі. Відомі є відстані між парами точок і вартість організації одного кілометра лінії зв'язку. Необхідно визначити сукупність ліній зв'язку, що забезпечують зв´язність всіх пунктів мережі та її мінірисьну вартість.

З теорії графів і мереж відомо, що розв´язання поставленої задачі є мережа з топологією типу *"дерево"* .

О з н а ч е н н я. *Зв'язний граф (мережа , щозв'язує ,) називається* ***деревом****, якщо в ньому є відсутні* цикли.

Говорять, що граф містить цикли, якщо в ньому можна відшукати замкнуті контури. Відсутність циклів визначає особливість графа типу дерево, що складається в тому, що поміж будь-якою парою його вершин існує лише один єдиний сполучуючий їх шлях, що зв'язує, тобто параметр зв´язності h=1. Кількість ребер у дереві завжди на одиницю менше за число його вершин.

О з н а ч е н н я. *Дерево, в яке включено всі вершини, називається* ***покривним***.

Математично задача синтезу мережі мінірисьної вартості формулюється таким чином.

Нехай задано неорієнтований граф G(N, V), де множина вершин N відповідає множині пунктів мережі, сумарне число яких дорівнює n, а множина ребер V – відстаням {lij} поміж парами пунктів. Відома вартість cij організації одного кілометра лінії зв'язку поміж пунктами і та j .

Необхідно знайти деяке покривне дерево G'(N, V'), для якого досягається мінімум цільової функції:

$$Z = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} C_{ij} l_{ij} \rightarrow \min$$

Для розв´язання поставленої задачі існує ряд ефективних алгоритмів. Наведемо один із них, що відомий як алгоритм Прима і носить ім'я автора. Алгоритм зреалізується шляхом наданя позначок вершинам, що вводяться в шуканий граф G'(N, V'), і послідовного введення в нього найбільш коротких ребер, сумарна кількість яких має не перевищувати (n–1) і забезпечувати зв´язність між всіма n вершинами покривного дерева , що покриває.

Пошагова форма алгоритму має такий вид.

Крок 0. Шукана мережа G'(N, V') у вихідному стані містить n вершин і не містить ребер. Обирається одна довільна вершина і й позначається як "о*брана* " . Інші (n – 1) вершин позначаються як "*необрані*" .

Крок 1. Відшукується ребро (i, j), що належить до G(N,V) з мініриськоню вагою, у якої вершина i належить до підмножині *"обраних"* вершин, а вершина j – до підмножини *"необраних"* вершин.

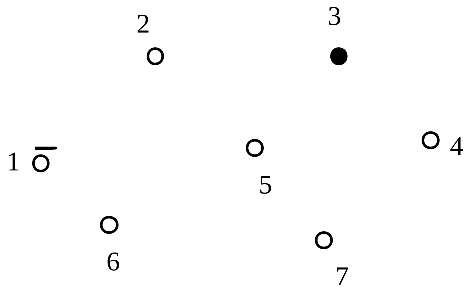
Крок 2. Ребро (i, j) включається в шукану мережу G'(N, V'), а вершина j виключається з підмножини *"необраних"* вершин і включається в підмножину *"обраних"* вершин. Якщо підмножина *"необраних"* вершин виявилася порожньою – кінець роботи алгоритму. В противному разі – перехід до кроку 1.

Проілюструємо роботу алгоритму Прима на прикладі. Нехай задано 7 пунктів мережі, відстані поміж який зведено в матрицю L=|| lij|| , а саме:

$$L=\left|\begin{array}{ccccccc} 0 & 10 & 5 & 12 & 9 & 3 & 9 \\ 10 & 0 & 7 & 2 & 8 & 4 & 6 \\ 5 & 7 & 0 & 3 & 1 & 5 & 11 \\ 12 & 2 & 3 & 0 & 10 & 15 & 10 \\ 9 & 8 & 1 & 10 & 0 & 12 & 9 \\ 3 & 4 & 5 & 15 & 12 & 0 & 17 \\ 9 & 6 & 11 & 10 & 9 & 17 & 0 \end{array}\right|$$

На кроці 0. Шуканий граф G'(N,V') містить 6 вершин і не містить ребер. Оберемо вершину 3 й позначимо її як *"обрану"* (рис.2.2)

На кроку 1 обираємо ребро (*l35)* як ребро з найменшою вагою, у якого вершина *i*=3 належить до підмножини "*обраних*" вершин (воно поки містить усього лише одну вершину 3), а вершина *j*=5 – до підмножині "*необраних*" вершин (тепер це решта вершин). На кроку 2 ребро *l35* вводиться в шуканий граф G', а вершина 5 включається у підмножину "*обраних*" вершин (рис. 2.3)



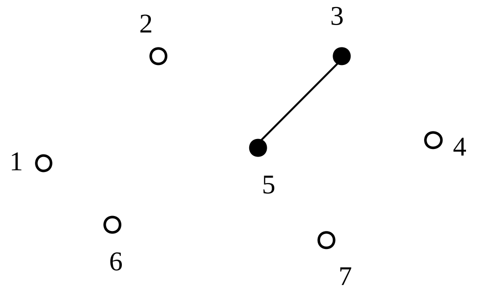


Рисунок 2.2

Рисунок 2.3

Оскільки підмножина "*необраних*" вершин не порожня, повторюємо крок 1. Для цього відшукуємо ребро мінімальної ваги, перебираючи сполучення кожної пари "*обраної*" й "*необраної*" вершин. Таким виявилося ребро l34 (рис.2.4). Воно вводиться в граф G' , а вершина 4 стає "*обраною*".

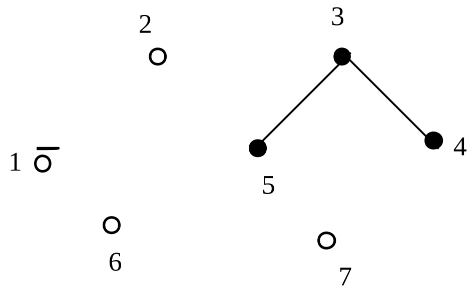


Рисунок 2.4

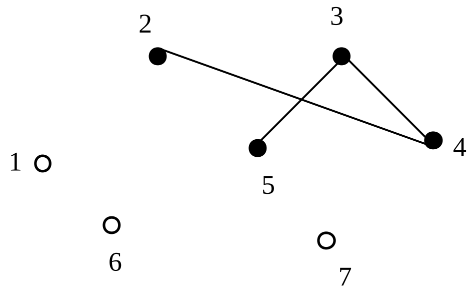


Рисунок 2.5

Наступними обираються ребра: l26 (рис. 2.6); l31 (рис. 2.7); l27 (рис. 2.8). На цьому робота алгоритму закінчується, оскільки усі вершини виявилися позначеними як "обрані" (тобто підмножина "*необраних*" вершин виявилася порожньою підмножиною).

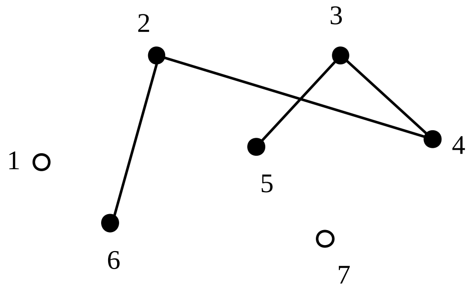


Рис. 6.

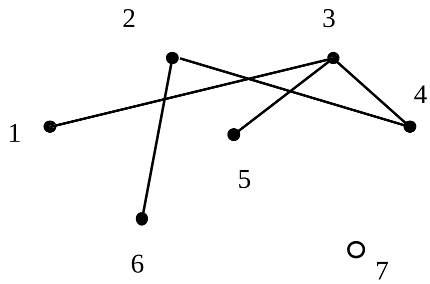


Рис. 7.

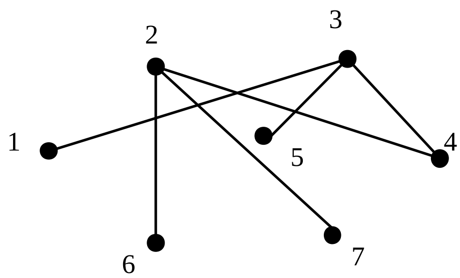


Рисунок 2.8

Здобуто шуканий граф G'(N, V'), що являє собою покривне дерево, оскільки він включає усі вершини, містить число ребер на одиницю менше за число вершин (n=7, v=6) і забезпечує зв´язність кожної пари вершин.

2.3.2 Визначення медіани графа

Розглянемо таку задачу. Нехай граф G(N, V) являє собою певну кабельну мережу, що з'єднує n абонентських пунктів. Вага кожного ребра (i, j), що належить до V відповідає довжині lij або вартості кабеля, що з'єднує пункти і та j. Необходімо визначити деяку вершину m що належить до N, в якій доцільно розмістити вузол комутації (наприклад, районну АТС) із погляду мінімізації сумарної довжини кабеля, що з'єднує абонентські пункти з УК.

Рохв´язанням поставленої задачі є визначення медиани графа G(N,V).

О з н а ч е н н я. *Вершина m належить до N, є **медіана** графа G(N, V), якщо вона задовольняє умові:* $\sum_{j=1}^{n} l_{mj} \le \sum l_{kj}\,; k \ne m$

Величина $R_m = \sum_{j=1}^{n} l_{mj}$ називається **медіанною довжиною** графа G і являє найменшу сумарну довжину ребер, що з'єднують вершину m з іншими вершинами графа.

Алгоритм визначення медиани графа G включає такі кроки.

Крок 1. У вихідній матриці вагів *L = [lij],* відповідній довжинам ребер, знайти суму елементів для кожного рядка:

$$R_i = \sum_{j=1}^{n} l_{ij}\,;\quad \forall i \in N$$

Крок 2. Серед множини значень {Ri} відшукати мініриисьне Rm. Вершина m і є медиана графа G.

2.3.3 Визначення центра графа

Припустимо, що задане місце положення пунктів абонентської мережі, у якій зреалізовується стаціонарний радіодоступ до опорного вузла базової мережі. Необхідно серед пунктів абонентської мережі визначити місцеположення базової станції (БС), котра по радіо-каналах зв'язується з абонентськими пунктами (АП). Бажано, щоби відстань від БС до будь-якого АП була мінімальною, що забезпечить стійкий радіозв'язок за меншої потужності передавача БС. Вочевидь, що такому критерію задовольнити неможливо, тому доводиться мінімізувати відстань до самого віддаленого пункту. При цьому доцільно, щоб БС за можливістю зайняла центральне положення щодо всіх ОП.

Задача віднайдення такого пункту може бути зведена до задачі віднайдення **центра** графа.

О з н а ч е н н я. *Нехай G(N,V) є граф, де N – множина вершин, а V - множина відстаней поміж всіма вершинами.*

*Вершина s називається **центром** графа G(N,V), якщо вона задовольняє умові*

$$\max lsj \le \max lij \quad \text{для будь-який } i;\quad 1 \le j \le n.$$

Алгоритм віднайдення центра графа (вершини s) виходить з самого визначення:

Крок 1. У кожному рядку вихідної матриці ваги L = [lij] – відшукуваний елемент з максимальним значенням.

Крок 2. Серед множини максимальних значень елементів рядків відшукуємо найменше lsj $\in$ {lij}. Вершина s є центр графа.

Таким чином, мінімізувавши відстань від точки s до самої віддаленої вершини, ми забезпечили до решти вершин гарантовано меншу відстань.

2.3.4 Визначення циклу найменшої довжини

Ця задача відома як “задача про комівояжера”. Нехай дано граф G(N,V), вершини якого відповідають містам у зоні обслуговування комівояжера, а дуги відбивають зв'язки поміж парами міст. Маршрутом комівояжера називається контур, що включає кожну вершину графа G.

О з н а ч е н н я. *Контур, що включає кожну вершину графа G(N,V) лише один разом, називається* ***гамільтоновим контуром*** *(або гамільтоновим циклом).*

Назва гамільтонів цикл дано за ім´ям ірландського математика Вильяма Гамільтона, котрий 1859 року вперше почав вивчення цих задач.

Задачею комівояжера називається задача пошуку маршруту комівояжера найменшої довжини. Оптирисьним розв´язанням цієї задачі є гамільтонів цикл найменшої довжини. Задача може бути розв´язана наступним точним методом.

Перенумеруємо n міст цілими числами від 1 до n. Базовому місту надамо номер n. Завважимо, що тур комівояжера однозначно відповідає переставленню цілих чисел 1, 2, ..., (n – 1). Базове місто під номером n при цьому постійно займає останню позицію й у процесах переставлення не бере участь. Кожному переставленню можна поставити у відповідність певне число, що визначає довжину маршруту комівояжера як суму довжин ребер циклу, що сполучує всі n вершин графа.

Утворивши усі переставлення з (n – 1) чисел і здобувши довжини маршрутів, кількість яких визначається як (n – 1)! , неважко відшукати маршрут найменшої довжини.

Наближений *евристичний* алгоритм може бути дістано використанням евристик, наприклад “кожного кроку в цикл включається найближче місто”.

Визначення гамільтонового циклу найменшої довжини є актуальне при визначенні оптирисьної кільцевої топології сегментів телекомунікаційних мереж.

2.3.5 Перебування найкоротшого шляху в мережі

Задача про перебування найкоротшого за довжиною шляху в зв´язуючій мережі належить до фундаментальних задач комбінаторної оптимізації. До неї можна зводити широке коло практичних задач, котрі виникають в різних галузях народного господарства й насамперед у зв'язку.

О з н а ч е н н я. ***Шляхом*** *називається послідовність вершин* $\mu_{ir}=(i,j,\ldots,r)$ *або послідовність дуг (ребер)* $\mu_{ir}=\{(i, j), \ldots (до, r)\}$*, що з'єднують пару вершин i та r графа G.*

Сума наданих дугам (ребрам) вагів у шляху μ_{ir} визначає **довжину шляху.**

Шлях із вершини *i* у вершину *r*, що має мінірисьно можливу довжину називається **найкоротшим шляхом**.

Мережа називається **зв'язуючою**, якщо в ній для кожній пари вершин є принаймні один сполучний їх шлях.

На підстави мережної моделі задачу про віднайдення найкоротшого шляху можна сформулювати в таким чином.

Нехай дана зв´язуюча мережа G, в якій кожній дузі (ребру) надана позитивна вага, пропорційна до її (його) довжині. Потрібно знайти шлях μ_{st} поміж заданими вершинами *s* та *t*, що має мінірисьно можливу довжину, тобто

$$L = \sum_{(i,j)\in\mu_{st}} lij \rightarrow min \text{ (на М)},$$

де М – множина всіх можливих шляхів з *s* в *t*.

Одним із найбільше ефективних алгоритмів, що розв´язують поставлену задачу, є алгоритм Дейкстри, що носить ім'я автора.

Особливістю цього алгоритму є той факт, що в процесі його виконання водночас будуються найкоротші шляхи з заданої вершини s у решту вершин мережі. Це пояснюється тим, що будь-яка вершина $i \in$ N може виявитися проміжної в найкоротшому шляху з *s* в *t*. По закінченні роботи алгоритму вершина s стає пов'язаною з рештою вершин зв'язуючої мережі G, в тому числі й з вершиною t, найкоротшими шляхами, а дуги (ребра) що увійшли до них, утворять деяку підмежу без циклів, тобто дерево з коренем у вершині s.

Робота алгоритму зреалізується за допомогою розставляння у вершин позначок виду (*Lsj, i)*, де *Lsj* – довжина найкоротшого шляху з вихідної вершини s в певну вершину j, а i – попередня j вершина в цьому шляху.

Позначки поділяються на *тимчасові* і *постійні*. Тимчасові позначки можуть змінюватися в наслідок роботи алгоритму, а постійні – не змінюються.

Нижче наводиться алгоритм Дейкстри в покроковій формі.

Крок 0. Для вершини s покладається *Lss= 0*, а для інших вершин $Lsj=\infty$. Всі вершини мають тимчасові позначки виду (*Lsj,s*).

Крок 1. Серед вершин із тимчасовими позначками вибираємо вершину r, для котрої *Lsr=min(Lsj)*. Позначка вершини r стає *постійною*.

Крок 2. Якщо усі вершини мережі дістали *постійні* позначки – кінець роботи алгоритму. В противному разі – перехід до кроку 3.

Крок 3. Перераховуємо *тимчасові* позначки для вершин, суміжних до вершини r, що дістала постійну позначку на кроку 1, відповідно до виразу: *Lsj=min(Lsj,Lsr+Lrj)*.

Перехід до кроку 1.

Трасування шляху μ_{st} складається в оберненому напрямку, наслідуючи з вершини t у s, керуючись вершинами i в *постійних* позначках.

Проілюструємо роботу алгоритму Дейкстри на прикладі.

Віднайдемо найкоротший шлях із вершини s у вершину t в мережі, зображеній на рисунку 2.9. Ваги, проставлені біля ребер, визначають їхні довжини.

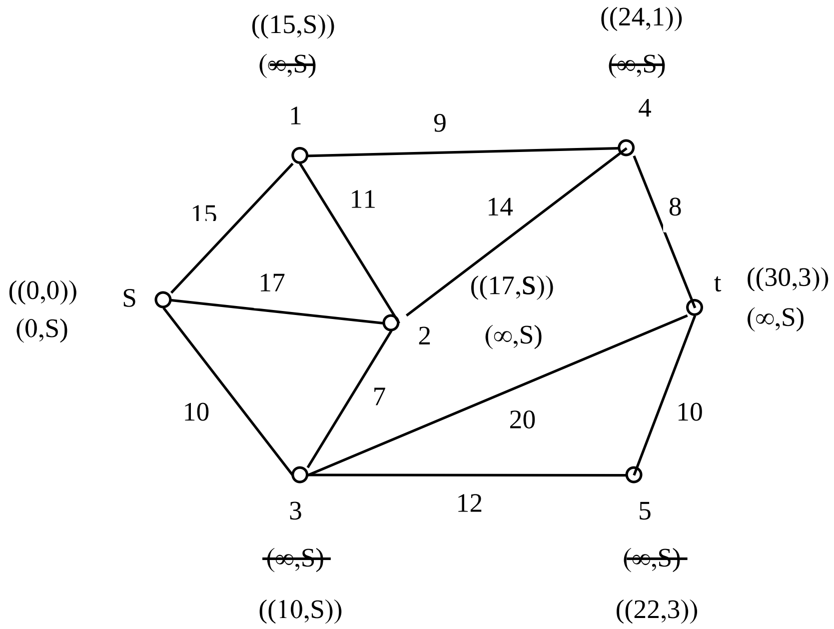


Рисунок 2.9

Крок 0. Позначка Р для вершини s має вид: Ps=(0,0). Для решти вершин Pi=(∞ ,s). Всі позначки *тимчасові*.

Крок 1. Серед *тимчасових* позначок найменший параметр довжини має вершина s, оскільки *Lss=0*. Її позначка стає *постійної* (позначимо її подвійними скобками).

Крок 3. Перераховуємо *тимчасові* позначки для вершин, суміжних до вершини s. Для вершини 1 параметр довжини

$$Ls1=Lss+ls1=0+15=15.$$

Дістане значення менше за те, що є *(Lsi= ∞)* і тому нове значення *тимчасової* позначки буде Р1=(15,s).

Для вершини 2 нова позначка має значення Р2=(17,s). Для вершини 3 Р3=(10,s).

Перейшовши до кроку 1, обираємо вершину 3, оскільки вона має найменший параметр довжини *Ls3=10*, серед усіх вершин із *тимчасовими* позначками. Її позначка стає *постійної*. Оскільки ещё не усі вершини дістали *постійні* позначки, переходимо до кроку 3 і здійснюємо перерахунок позначок для вершин, суміжних до вершини 3:

Р2=(17,s) можна залишити без зміни, оскільки новий параметр довжини дорівнює попередньому значенню.

Р5=(22, 3),

Рt=(30, 3).

Вершина 1 на кроку 1 дістає *постійну* позначку, оскільки її параметр довжини мінімальний.

Нове значення позначки на кроку 3 дістає вершина 4, а саме Р4=(24, 1).

Повертаючись до кроку 1, встановлюємо *постійну* позначку для вершини 5. Змінити значення позначок на кроці 3 не вдається. Фіксуємо наступну вершину з *постійною* позначкою – це вершина 4.

Змінити *тимчасову* позначку для вершини t не удаётся – і вона автоматично стає *постійною*.

На цьому робота алгоритму закінчується.

Трасування шляху μ_{st} визначаємо, рухаючись у зворотному напрямку від t до s через вершини, вказані в позначках: $t \to 3 \to s$.

2.3.6 Визначення множини шляхів заданої транзитності

У числі обмежень, що накладаються при організації сполучних трактів передавання в мережах зв'язку, може розглядатися обмеження на число транзитних пунктів або транзитних ділянок у них.

Під **транзитними пунктами** розуміються вузли комутації, що зустрічаються в шляху проходження повідомлення з певного абонентського пункту і у j, в яких відбувається перерозподіл потоків повідомлень. Транзитні ділянки являють собою відповідно лінії зв'язку, що з'єднують транзитні пункти.

Обмеження за транзитністю в шляху передавання повідомлення зумовлюються вимогами до якості обслуговування на мережі (наприклад, до часу проходження повідомлення в мережі, часу опрацювання повідомлення у вузлах комутації тощо).

У термінах графових моделей задача формулюється в такий спосіб.

Нехай дано певний вихідний граф G(N,V), у відповідності з множиною N потужністю n вершин якого поставлено вузли комутації мережі зв'язку, а з множиною V – з´єднувальні лінії мережі.

Необхідно визначити множину шляхів $M=\{\mu_{si}\}$ із заданої вершини s в решту вершин $i \in N$, $i \neq s$, $i=1...n$, графа G, для яких параметр транзитности T не перевищує певної заданої величини T0, тобто

$T \leq T0$, $\forall \mu_{si}$, $i \neq s$, $i=1...n$.

Одним із найбільше зручних і легко зреалізовуваних на ЕОМ методів визначення шляхів, що відповідають цій вимозі, є побудова так називаного "**ярусного дерева**" шляхів від певної заданої вершини s до решти вершин графа.

На рис. 2.10 наведено вихідний граф й відповідне йому ярусне дерево з параметром $T_0=2$. Тут під T розуміється кількість транзитних вершин.

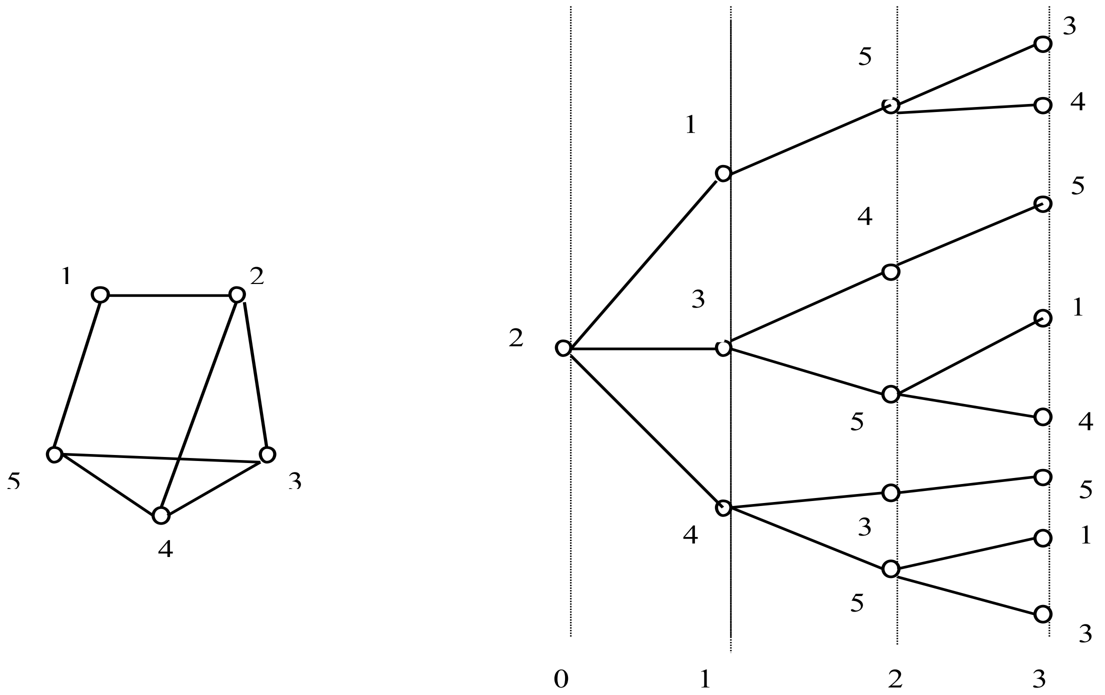


Рисунок 2.10

Алгоритм побудови “ярусного дерева” містить у собі такі кроки.

Крок 0. Утворити підмножину нульового яруса, включивши в нього єдиний елемент-вершину s. Використовуючи матрицю суміжності ,виписати номера стовпчиків у рядку з номером S, елементи якої дорівнюють asj=1. Таким чином дістано підмножину вершин першого яруса, утворену вершиною s.

Крок 1. Утворити підмножину вершин такого яруса. Для цього:

а) по черзі обираються вершини попереднього яруса, для кожної з яких обирається рядок з одноимённим номером в матриці суміжності;

б) для кожного рядка виписуються номера стовпців, визначувані ненульовими елементами;

в) у кожному з утворених підмножин виключаються номера вершин (номера стовпчиків), щодо яких утворювалися підмножини вершин у попередніх ярусах. Всі невикреслені елементи (номера стовпчиків) утворять підмножини такого яруса.

Крок 2. Якщо номер яруса дорівнює (T_0+1) – кінець. В противному разі – перейти до кроку 1.

2.3.7 Задачі про потоки

Задачі про потоки в мережах залучають особливу увагу через специфіку своєї структури. Введемо деякі означення.

О з н а ч е н н я 1. *Число xij називається* ***потоком по дузі*** *(ребру) (i,j), якщо xij≤ bij, де bij -пропускна здатність цієї дуги.*

О з н а ч е н н я 2. *Потоком Pst із певної вершини s, званої* ***джерелом,*** *в певну вершину t, звану* ***стоком****, у мережі є множина ненегативних чисел xij (потоків дуг), якщо це число задовольняють таким обмеженням:*

$$\sum x_{ij} - \sum x_{jr} = \begin{cases} -P_{st}, \text{якщо } j = s \text{ (джерело)}; \\ 0, \text{якщо } j \neq s, t; \\ P_{st}, \text{якщо } j = t \text{ (стік)}. \end{cases} \quad (1)$$

$$P_{st} \geq 0;\ 0 \leq x_{ij} \leq b_{ij} \quad \text{для всіх } (i, j) \in V \quad (2)$$

Тут перша сума береться по дугах, котрі ведуть у вершину *j* ,а друга сума – по дугах, котрі ведуть з вершини *j*.

Обмеження (1) характеризує той факт ,що в кожну вершину (крім джерела і стоку) приходить стільки потоку ,скільки з її виходить, і називається *умовою зберігання потоку*. Обмеження (2) означає, що потік по дузі обмежений її пропускною здатністю.

О з н а ч е н н я 3. ***Перерізом (розрізом) мережі*** *називається ненадлишкова сукупність дуг (ребер), при вилученні яких з мережі порушується її зв΄язність .*

О з н а ч е н н я 4. ***Пропускною здатністю*** *перерізу називається сума пропускних здатностей дуг, орієнтованих в напрямку від джерела до стоку або ребер, що складають цей переріз.*

О з н а ч е н н я 5. *Переріз, що розділяє S та t має найменшу пропускну здатність, називається* ***мінімальним перерізом****.*

Мінімальний переріз, що розділяє джерело s та стік t, є аналогом “вузького місця” у будь-якій мережі й, отже, величина максимального потоку не може перевищити його пропускну здатність. Існує теорема, доведена Фордом та Фалкерсоном, що стверджує, що **розмір максирисьного потоку завжди дорівнює мінімальній пропускній здатності серед всіх перерізів, що розділяють s та t**. Теорема про максимальний потік та мінімальний переріз є основний у теорії потоків у мережах.

О з н а ч е н н я 6. *Мережа, що має одне джерело й один стік, називається* ***двополюсною****.*

О з н а ч е н н я 7. *Мережа, у котрої кожна пара вершин може розглядатися як джерело і стік, називається* ***багатополюсною****.*

О з н а ч е н н я 8. *Якщо в мережі є декілька джерел і декілька стоків і потік може йти з будь-якого джерела в будь-який стік, то такий потік називається* ***однопродуктовим*** (наприклад, мережі газопроводів, нафтопроводів, енергомережа тощо) .

О з н а ч е н н я 9. *Якщо в мережі з декількома джерелами і стоками потік має йти з певних виокремлених джерел в певні фіксовані стоки, то такий потік* *називається* ***багатопродуктовим*** (наприклад, мережі інформаційного зв'язку, перевезень поштових відправлень тощо).

За будь-якого переміщення деяких об'єктів з одного пункту в інший виникають потоки і, якщо вони розглядаються з урахуванням обмежень на переміщення, виникає природна задача про віднайдення максимальної величини потоку, що може існувати в умовах заданих обмежень.

Для оцінки пропускної здатності зв΄язуючої мережі досить визначити розмір максирисьного потоку, що вона може пропустити, причому обчислення його дугових компонентів, віднайдення шляхів передавання може стати зовсім необов'язковим. Згідно з *теоремою про максимальний потік і мінімальний розріз* вказана задача може бути зведена до визначення пропускної здатності мінімального перерізу. Найбільше простим засобом віднайдення такого перерізу для двухполюсной мережі є перегляд усіх можливих перерізів, що розділяють множину вершин N мережі на дві незв'язаних підмножини: *N1, що* включає джерело, і *N2,.* включающого стік, і вибір серед них перерізу, який має мінімальну пропускну здатність. Єдину складність, що при цьому виникає, становить визначення множини самих перерізів. Нижче наводиться алгоритм, котрий дає змогу перебороти зазначену складність, і має високу ефективність з погляду реалізації на ЕОМ. Основна ідея, покладена в його основу полягає в наступному.

Вершинам підмножин $N1$ і $N2$, на які черговий переріз розділяє мережу, надаються певні позначки, наприклад,: $0 \Rightarrow N1$; $1 \Rightarrow N2$.

Нехай джерело s належить до $N1$,а стік t належить до $N2$. Отже, вершина s буде позначена нулем, а t – одиницею. Залишається розподілити позначки поміж рештою ($n – 2$) вершин для кожного можливого перерізу мережі.

Для цього слід задатися правилом, котре породжує різні комбінації нулів та одиниць, що можна використовувати для того, щоб розсортувати решту (n – 2) вершин на дві підмножини N1 та N2. За таке правило можна використовувати принцип подання чисел натурального ряду в двійковому виді. Розрядність двоичного числа в такому разі визначається значенням (n – 2) й, отже, максимальна кількість двійкових чисел складе $2^{(n-2)}$. Ця сама величина відповідає максимально можливій кількості перерізів, котрі розділяють мережу на дві підмножини – N1 та N2 несполучених вершин. Кожної позиції двоичного числа слід поставити у відповідність номер вершини (порядок не має значення). Нагадаємо, що вершини s та t тут не беруть участі, оскільки вони вже набули позначок і відповідно до них розподілені в підмножини: $s \in N1$, $t \in N2$.

Алгоритм формулюється в такий спосіб.

Крок 0. Надамо джерелу (вершині s) позначку “0”, а стокові (вершині t) – позначку “1”. Думаємо значення лічильника перерізів дорівнюваним C = 0.

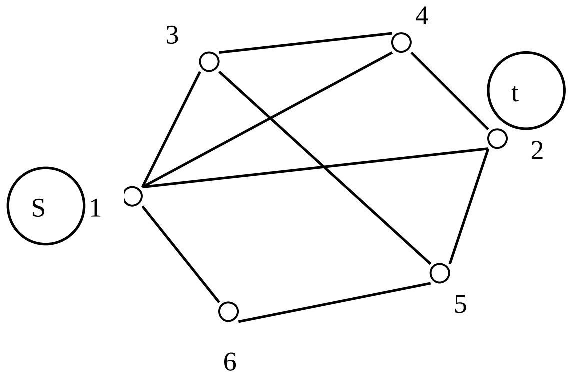
Крок 1. Утворимо двійкове подання числа C і сортуємо вершини у відповідності з позначками. Визначаємо пропускну здатність перерізу для дістаного варіанта розподілу вершин як суму пропускних здатностей дуг (ребер), що складають розглядуваний переріз.

Крок 2. Збільшуємо значення змінної C на одиницю. Якщо $C=2^{(n-2)}$, перехід до кроку 3, в противному разі – до кроку 1.

Крок 3. Серед дістанох значень {Mi (N1, N2)} обираємо найменше.

Роздивимося приклад, що ілюструє роботу алгоритму.

Нехай потрібно оцінити пропускну здатність поміж джерелом s та стоком t в неорієнтованій мережі, модель і матриця пропускних здатностей ребер, якої показані на рис. 2.11



	1	2	3	4	5	6
1	0	10	5	3	0	1
2	10	0	0	2	4	0
3	5	0	0	3	6	0
4	3	2	3	0	0	0
5	0	4	6	0	0	4
6	1	0	0	0	4	0

Рисунок 2.11

Покладемо S:=>0; t:=>1.

Комбінація позначок вершин для всіх можливих перерізів і величини їхніх пропускних здатностей зведено в таблицю 2.1.

Таблиця 2.1

Номери Перерізів	Двійкові комбінаці				Mi(N1N2)
	Номери вершин				
	3	4	5	6	
0	0	0	0	0	16
1	0	0	0	1	21
2	0	0	1	0	22
3	0	0	1	1	19
4	0	1	0	0	20
5	0	1	0	1	25
6	0	1	1	0	30
7	0	1	1	1	23
8	1	0	0	0	30
9	1	0	0	1	35
10	1	0	1	0	24
11	1	0	1	1	21
12	1	1	0	0	21
13	1	1	0	1	33
14	1	1	1	0	23
15	1	1	1	1	19

Так, наприклад, нульовій по порядку переріз буде характеризуватися у відповідності із символікою, наведеною в таблиці 2.1, наступним поділом вершин на підмножини:

N1 =(1,3,4,5,6) ; N2 =(2)

Цей переріз становлять ребра: (1,2) , (4,2) , (5,2). Сумарна пропускна здатність цих ребер дорівнює 16

Наступний переріз характеризуется поділом

N1=(1,3,4,5) ; *N2 =(2,6)*

Він містить ребра: (1,2), (1,6), (4,2), (5,2), (5,6) котрі визначают пропускну здатність перерізу відповідно дорівнюючу 21.

Як очевидно з таблиці 2.1 найменшу величину пропускної здатності має переріз під номером 0. Він і визначає пропускну здатність заданої мережі.

*Примітка***.** Слід зазначити, що вищевикладений спосіб дістання сукупності ребер що входять в певний переріз породжує ребра, які можуть бути відсутніми у фізичному графі. Ці ребра можна або вилучити з розгляду, або враховувати з нульовими пропускними здатностями.

3 Комплексне завдання

3.1 Побудова моделей телекомунікаційної мережі

3.1 Вивчіть п.п. 2.1 та 2.2 Ключових положень.

3.2 У Додатку А виберіть свій варіант вихідних даних, визначуваний номером, дістаном з двох останніх цифр студентського квитка. Вихідні дані подано масивом, 1-й та 2-й рядки в якому містять номера пунктів, сполучених лініями зв'язку, а 3-й – вагові характеристики цих ліній.

Вихідна телекомунікаційна мережа містить 10 пунктів й 19 ліній, що забезпечують зв'язок поміж пунктами в обох напрямках.

3.3 Побудуйте усі форми модельного подання вихідної телекомунікаційної мережі (графову, а також дискретні форми подання графа) і наведіть їх, забезпечивши необхідними коментарями, у пояснительной записці.

3.4 Дайте письмову відповідь на наступні ключові запитання:

- Які задачі налажать до класу задач синтезу і які до класу аналізу ?
- Для чого використовується модельне подання мережі?
- Перелічіть форми модельного подання телекомунікаційної мережі, як об'єкта синтезу й аналізу. Схарактеризуйте кожну з них.
- Що називається графом? Орієнтованим графом? Неориентированним графом?
- Що відбивають відношення суміжності й інцидентності елементів графа?
- В чому полягає відмінна риса мережної моделі?

3.2 Синтез мережі абонентського доступу

1 Вивчить п.п. 2.1, 2.3.1, 2.3.2, 2.3.3 Ключових положень.

2 Побудуйте кабельну мережу абонентського доступу, для якої забезпечується мінімум витрат на лінійні спорудження.

Дано: перелік пунктів мережі (n=10) й матриця відстаней поміж ними. За матрицю відстані скористайтеся матрицею вагів, здобутою при виконанні завдання 3.1, розглядаючи значення вагів ребер у якості відстаней в кілометрах. Відсутні значення елементів матриці вагів слід розглядати як нескінченно великі відстані, тобто неможливість фізичного прокладення кабеля поміж деякими парами пунктів.

Вартість 1 км лінійних споруджень на всіх напрямках однакова і дорівнює 10 ум.од.

3.2.1 На синтезованій мережі, для якої забезпечується мінімум вартості лінійних споруджень, визначите пункт, у котрому доцільно розмістити опорний вузол (ОВ) мережі абонентського доступу з погляду мінімізації сумарної протяжності абонентських ліній від ОВ до всіх абонентських пунктів (АП).

Примітка. Для синтезованої мережі необхідно побудувати матрицю відстаней поміж всіма пунктами абонентської мережі, що варто використовувати як вихідні дані для розв´язання цієї задачі.

3.2.2 Для організації абонентської мережі зі стаціонарним радіодоступом забезпечити вибір місця розташування базової станції (БС), що обеспечиват стійкий радіозв'язок за порівняно невеликої потужності радіопередавача.

Дано: перелік пунктів (n=10) і матриця відстаней поміж ними. За останню скористайтеся матрицею ваги, дістаної при виконанні завдання 3.1. Відсутні значення елементів матриці слід розглядати як відсутність прямої радіовидності поміж ними.

3.2.3 У пояснительной записці наведіть постановки задач у формі вербальних і математичних моделей, їхні розв´язки, відповідні Вашому варіанту вихідних даних і пояснення до методів їхніх розв´язань.

3.2.4 Дайте письмову відповідь на наступні ключові запитання:

- Яке є призначення мережі абонентського доступу?
- Перелічіть вимоги, яким має задовольняти розв´язання задачі синтезу мережі мінірисьної вартості.
- Який граф називається покривним деревом?
- Сформулюйте ідею алгоритму Прима, що забезпечує побудову мережі мінімальної вартості.
- Чи можна застосувати алгоритм Прима для побудови мережі максимальної вартості? Якщо так, те якою уявою?
- Чи можна використовувати алгоритм Прима при неповнозв´язній вихідній матриці відстаней? Що це означає?
- Алгоритм Прима є точним чи евристичним?
- Яка вершина називається медианой графа? Що є вихідними даними для ех визначення?
- Сформулюйте алгоритм визначення медиани графа за матрицею відстаней між усіма парами вершин графа.
- Яка вершина називається центром графа?
- Сформулюйте алгоритм визначення центру графа.

3.3 Синтез мережі міжвузлового зв'язку

3.3.1 Вивчить п.п. 2.1, 2.3.4 Ключових положень.

3.3.2 Визначте контур найменшої довжини, що об'єднує узловие пункти телекомунікаційної мережі у транспортне кільце.

Дано: розташування пунктів (n=10), схема лінійно-кабельної каналізації, подана матрицею вагів ребер графа, котрий відбиває мережу. Вагові характеристики ребер відповідають відстаням у кілометрах лінійно-кабельних споруджень поміж пунктами мережі. За вказану матрицю використовуйте матрицю вагів, дістану при виконанні завдання 3.1.

Примітка. Для розв´язання задачі можна скористатися евристичним алгоритмом розв´язання "задачі комівояжера". За евристики можна використовувати правило наведене в пункті 2.3.4 або сформулювати евристичне правило самостійно.

3.3.3 Дістаной розв´язок і пояснення до нього наведіть у пояснювальній записці.

3.3.4. Дайте письмову відповідь на наступні ключові питання:

- В чому полягає "задача комівояжера"?
- Що є точним розв´язанням "задачі комівояжера"?
- Який контур називається гамільтонивим циклом?
- Що називається евристикою? Які алгоритми належать до евристичних?
- Сформулюйте достоїнства й недоліки точних і евристичних алгоритмів.

3.4 Побудова маршрутних матриць

3.4.1 Вивчіть пункти п.п. 2.1, 2.3.5, 2.3.6 Ключових положень

3.4.2 Побудуйте маршрутні матриці для кожного вузла мережі (n=10), що забезпечують вибір основного напрямку, а також двох обхідних при упорядкуванні сполучних трактів від розгладуваного вузла до всієї решти вузлів.

Для основного напрямку (шляху першого вибору) необхідно використовувати найкоротші шляхи з вузла s (s=1,... ,n) в інші пункти мережі. Для обхідних (шляхів другого і третього виборів) – найкоротші за транзитами шляху за максимально припустимої транзитності $T_0 = 2$. За наявності декількох шляхів однакової транзитності превагу слід надавати шляху, найкоротшому за довжиною.

Для визначення шляхів, найкоротших за довжиною, за вихідну матрицю довжин ліній, що зв'язують узловие пункти мережі, скористайтеся матрицею вагів, дістаною при виконанні завдання 3.1, а для віднайдення шляхів мінімальної транзитности – матриці суміжності.

3.4.3 Методичні вказівки

Маршрутні матриці зберігаються на кожному ВКі мережі і призначені для визначення напрямку вихідної лінії зв'язку (каналу зв'язку) при проключенні тракту передавання інформаційного повідомлення від вихідного пункту до пункту призначення. На конкретному ВКs за наявності технічних можливостей комутаційного устаткування можна передбачити вибір додаткових напрямків (обхідних) у випадку зайнятості напрямку першого вибору. Порядок вибору напрямків визначається маршрутною матрицею, кількість і нумерація рядків якої відповідає числу p шляхів і призначеного порядку їхнього заняття, а число стовпчиків – номерам пунктів призначення.(рис. 3.1).

1 2 … j i … n

1				j	I		
2				r	J		

……………………………………………………......

				l	L		

Рисунок 3.1

Елементом mij маршрутної матриці для ВКs є номер вузла, суміжного до ВКs в шляху відповідного вибору з ВКs у пункт призначення J.

3.4.4 У пояснювальній записці наведіть загальну постановку задачі (вербальну модель), результати розв´язання й відповідні до них пояснення.

3.4.5 Дайте письмову відповідь на наступні ключові запитання:

- До якого класу задач належить задача побудови маршрутних матриць?
- Що називається путхм у мережі, довжиною шляху, транзитністю шляху, найкоротшим шляхом?
- Наведіть практичні ситуації, у яких виникає задача визначення найкоротшого шляху?
- На чому базується алгоритм Дейкстри, пошуку найкоротших шляхів?
- Якого виду позначки використовуються при роботі алгоритму Декстри?
- Чи можна за допомогою алгоритму Дейкстри відшукати множину шляхів найкоротших за транзитністю? Які вихідні дані для цього потрібні?
- Яким методом можна дістати множину шляхів заданої транзитності?
- В чому полягає ідея методу побудови ярусного дерева?

3.5 Оцінка пропускної здатності мережі поміж парою пунктів

3.5.1 Вивчіть пункти 2.1, 2.3.7 Ключових положень

3.5.2 Визначте пропускну здатність поміж парою пунктів мережі, номера яких відповідають двом останнім цифрам номера студентського квитка.

Дано: мережа, що зв'язує, що містить n=10 пунктів і матриця пропускних спроможностей ліній зв'язку. За останню вкористайте матрицю вагів, дістаною при виконанні завдання 3.1, вважаючи, що значення елементів цієї матриці відповідають пропускним здатностям ліній.

3.5.3 В пояснювальній записці наведіть загальну постановку задачі, розв´язок її результат і пояснення до нього.

3.5.4 Дайте письмову відповідь на такі ключові питання:

- Що називається потоком із джерела в стік?
- Дайте визначення перерізу мережі?
- Який переріз називається мінімальним?
- Сформулюйте теорему про максимальний потік і мінімальний переріз.
- Яка мережа називається двополюсною? Багатополюсною? Однопродуктовою? Багатопродуктовою?
- В чому полягає відмінність багатополюсної мережі від багатопродуктової?
- В чому полягає основна ідея оцінки пропускної здатності мережі?

Список літератури

1. М. Френк, І. Фріш. Мережі, зв'язок, потоки. - М, “Зв'язок”, 1978.
2. Э. Майника. Алгоритми оптимізації на мережах і графах. - М, “Світ”, 1981.

Додаток 1

Варіанти індивідуальних завдань

01

н. в.	1	1	1	1	1	2	2	3	3	4	5	5	6	6	6	7	8	8	9
к.в.	2	4	5	7	8	3	4	6	7	6	6	8	7	8	9	10	9	10	10
вага	15	20	25	6	43	95	30	12	10	35	71	63	50	18	48	21	90	15	10

02

н. в.	1	1	1	1	1	2	2	3	3	4	5	5	6	6	6	7	8	8	9
к.в.	2	4	5	7	8	3	4	6	7	6	6	8	7	8	9	10	9	10	10
вага	70	11	90	25	80	15	3	52	30	15	93	60	20	18	45	75	13	14	8

03

н. в.	1	1	1	1	1	2	2	3	3	4	5	5	6	6	6	7	8	8	9
к.в.	2	4	5	7	8	3	4	6	7	6	6	8	7	8	9	10	9	10	10
вага	10	18	22	15	34	17	10	25	14	20	31	40	21	19	23	70	10	17	50

04

н. в.	1	1	1	1	1	2	2	3	3	4	5	5	6	6	6	7	8	8	9
к.в.	2	4	5	7	8	3	4	6	7	6	6	8	7	8	9	10	9	10	10
вага	50	9	31	15	73	21	8	19	45	27	9	3	90	41	18	80	77	11	13

05

н. в.	1	1	1	1	1	2	2	3	3	4	5	5	6	6	6	7	8	8	9
к.в.	2	4	5	7	8	3	4	6	7	6	6	8	7	8	9	10	9	10	10
вага	3	70	90	21	35	10	15	50	16	60	18	37	30	21	15	80	14	12	10

06

н. в.	1	1	1	1	1	2	2	3	3	4	5	5	6	6	6	7	8	8	9
к.в.	2	4	5	7	8	3	4	6	7	6	6	8	7	8	9	10	9	10	10
вага	15	30	5	9	95	42	27	14	5	98	19	17	11	9	25	50	2	71	80

07

н. в.	1	1	1	1	1	2	2	3	3	4	5	5	6	6	6	7	8	8	9
к.в.	2	4	5	7	8	3	4	6	7	6	6	8	7	8	9	10	9	10	10
вага	15	83	31	41	50	19	17	16	25	21	33	13	25	9	19	13	53	8	12

08

н. в.	1	1	1	1	1	2	2	3	3	4	5	5	6	6	6	7	8	8	9
к.в.	2	4	5	7	8	3	4	6	7	6	6	8	7	8	9	10	9	10	10
вага	10	15	75	25	18	18	90	4	30	91	15	32	14	93	25	7	11	2	65

09

н. в.	1	1	1	1	1	2	2	3	3	4	5	5	6	6	6	7	8	8	9
к.в.	2	4	5	7	8	3	4	6	7	6	6	8	7	8	9	10	9	10	10
вага	7	10	11	25	15	30	4	3	40	12	14	32	15	18	20	6	13	10	5

10

н. в.	1	1	1	1	1	2	2	3	3	4	5	5	6	6	6	7	8	8	9
к.в.	2	4	5	7	8	3	4	6	7	6	6	8	7	8	9	10	9	10	10
вага	20	10	15	9	17	7	19	19	9	40	30	15	16	10	50	17	32	12	16

11

н. в.	1	1	1	1	1	2	2	3	3	4	5	5	6	6	6	7	8	8	9
к.в.	2	4	5	7	8	3	4	6	7	6	6	8	7	8	9	10	9	10	10

вага	30	73	12	11	9	4	17	12	4	10	7	32	12	8	7	31	70	35	14

12

н. в.	1	1	1	1	1	2	2	3	3	4	5	5	6	6	6	7	8	8	9
к.в.	2	4	5	7	8	3	4	6	7	6	6	8	7	8	9	10	9	10	10
вага	19	20	15	18	22	20	13	17	54	31	24	18	73	51	16	42	17	19	53

13

н. в.	1	1	1	1	1	2	2	3	3	4	5	5	6	6	6	7	8	8	9
к.в.	2	4	5	7	8	3	4	6	7	6	6	8	7	8	9	10	9	10	10
вага	13	31	17	70	18	60	32	15	9	52	73	7	18	20	43	19	27	18	93

14

н. в.	1	1	1	1	1	2	2	3	3	4	5	5	6	6	6	7	8	8	9
к.в.	2	4	5	7	8	3	4	6	7	6	6	8	7	8	9	10	9	10	10
вага	81	33	16	34	20	18	10	31	7	18	13	27	31	18	30	54	20	81	17

15

н. в.	1	1	1	1	1	2	2	3	3	4	5	5	6	6	6	7	8	8	9
к.в.	2	4	5	7	8	3	4	6	7	6	6	8	7	8	9	10	9	10	10
вага	10	12	71	30	21	7	9	14	3	20	31	18	20	9	51	21	18	34	19

16

н. в.	1	1	1	1	1	2	2	3	3	4	5	5	6	6	6	7	8	8	9
к.в.	2	4	5	7	8	3	4	6	7	6	6	8	7	8	9	10	9	10	10
вага	30	12	10	30	10	11	19	24	14	10	30	27	19	9	7	14	10	7	90

17

н. в.	1	1	1	1	1	2	2	3	3	4	5	5	6	6	6	7	8	8	9
к.в.	2	4	5	7	8	3	4	6	7	6	6	8	7	8	9	10	9	10	10
вага	18	20	70	93	17	19	63	18	10	45	67	13	9	10	21	31	21	18	16

18

н. в.	1	1	1	1	1	2	2	3	3	4	5	5	6	6	6	7	8	8	9
к.в.	2	4	5	7	8	3	4	6	7	6	6	8	7	8	9	10	9	10	10

вага	3	14	5	70	31	9	7	13	10	11	16	54	70	10	22	17	13	18	10

19

н. в.	1	1	1	1	1	2	2	3	3	4	5	5	6	6	6	7	8	8	9
к.в.	2	4	5	7	8	3	4	6	7	6	6	8	7	8	9	10	9	10	10
вага	13	20	16	31	22	10	19	34	19	35	27	19	16	37	10	42	31	70	15

20

н. в.	1	1	1	1	1	2	2	3	3	4	5	5	6	6	6	7	8	8	9
к.в.	2	4	5	7	8	3	4	6	7	6	6	8	7	8	9	10	9	10	10
вага	13	43	19	61	15	45	18	20	13	15	20	37	18	12	71	13	14	16	31

21

н. в.	1	1	1	1	1	2	2	3	3	4	5	5	6	6	6	7	8	8	9
к.в.	2	4	5	7	8	3	4	6	7	6	6	8	7	8	9	10	9	10	10
вага	13	20	16	31	22	10	19	34	19	35	27	19	16	37	10	42	31	70	15

22

н. в.	1	1	1	1	1	2	2	3	3	4	5	5	6	6	6	7	8	8	9
к.в.	2	4	5	7	8	3	4	6	7	6	6	8	7	8	9	10	9	10	10
вага	20	3	15	14	50	19	80	25	18	30	21	45	15	9	13	70	27	20	28

23

н. в.	1	1	1	1	1	2	2	3	3	4	5	5	6	6	6	7	8	8	9
к.в.	2	4	5	7	8	3	4	6	7	6	6	8	7	8	9	10	9	10	10
вага	21	63	18	19	17	19	7	21	19	53	15	30	10	16	17	50	12	32	15

24

н. в.	1	1	1	1	1	2	2	3	3	4	5	5	6	6	6	7	8	8	9
к.в.	2	4	5	7	8	3	4	6	7	6	6	8	7	8	9	10	9	10	10

вага	50	12	30	55	75	10	15	90	99	10	70	80	19	73	40	10	33	7	3

25

н. в.	1	1	1	1	1	2	2	3	3	4	5	5	6	6	6	7	8	8	9
к.в.	2	4	5	7	8	3	4	6	7	6	6	8	7	8	9	10	9	10	10
вага	90	21	35	5	25	13	18	71	10	15	37	90	30	16	19	14	7	20	99

26

н. в.	1	1	1	1	1	2	2	3	3	4	5	5	6	6	6	7	8	8	9
к.в.	2	4	5	7	8	3	4	6	7	6	6	8	7	8	9	10	9	10	10
вага	50	35	13	41	99	80	95	18	15	7	9	70	17	12	11	10	52	1	83

27

н. в.	1	1	1	1	1	2	2	3	3	4	5	5	6	6	6	7	8	8	9
к.в.	2	4	5	7	8	3	4	6	7	6	6	8	7	8	9	10	9	10	10
вага	18	31	14	15	92	11	43	19	13	15	18	20	31	71	16	18	31	16	13

28

н. в.	1	1	1	1	1	2	2	3	3	4	5	5	6	6	6	7	8	8	9
к.в.	2	4	5	7	8	3	4	6	7	6	6	8	7	8	9	10	9	10	10
вага	18	20	70	93	17	19	63	18	10	45	67	13	9	21	31	21	18	16	21

29

н. в.	1	1	1	1	1	2	2	3	3	4	5	5	6	6	6	7	8	8	9
к.в.	2	4	5	7	8	3	4	6	7	6	6	8	7	8	9	10	9	10	10
вага	90	32	18	27	13	31	27	60	34	14	18	12	31	10	3	7	12	42	5

30

н. в.	1	1	1	1	1	2	2	3	3	4	5	5	6	6	6	7	8	8	9
к.в.	2	4	5	7	8	3	4	6	7	6	6	8	7	8	9	10	9	10	10

вага	90	19	10	50	9	13	12	19	13	10	42	18	10	17	5	15	13	17	19

31

н. в.	1	1	1	1	1	2	2	3	3	4	5	5	6	6	6	7	8	8	9
к.в.	2	4	5	7	8	3	4	6	7	6	6	8	7	8	9	10	9	10	10
вага	19	37	18	27	34	63	19	17	35	15	19	72	12	13	43	51	18	12	11

32

н. в.	1	1	1	1	1	2	2	3	3	4	5	5	6	6	6	7	8	8	9
к.в.	2	4	5	7	8	3	4	6	7	6	6	8	7	8	9	10	9	10	10
вага	10	18	22	15	34	17	10	25	14	20	31	40	21	19	23	70	10	17	50

33

н. в.	1	1	1	1	1	2	2	3	3	4	5	5	6	6	6	7	8	8	9
к.в.	2	4	5	7	8	3	4	6	7	6	6	8	7	8	9	10	9	10	10
вага	10	8	12	30	15	7	9	14	4	20	17	11	11	9	14	7	9	11	10

34

н. в.	1	1	1	1	1	2	2	3	3	4	5	5	6	6	6	7	8	8	9
к.в.	2	4	5	7	8	3	4	6	7	6	6	8	7	8	9	10	9	10	10
вага	81	33	16	34	20	18	10	31	7	18	13	27	31	18	30	54	20	81	17

35

н. в.	1	1	1	1	1	2	2	3	3	4	5	5	6	6	6	7	8	8	9
к.в.	2	4	5	7	8	3	4	6	7	6	6	8	7	8	9	10	9	10	10
вага	15	20	25	6	43	95	30	12	10	35	71	63	50	18	48	21	90	15	10

36

н. в.	1	1	1	1	1	2	2	3	3	4	5	5	6	6	6	7	8	8	9
к.в.	2	4	5	7	8	3	4	6	7	6	6	8	7	8	9	10	9	10	10

вага	70	11	90	25	80	15	3	52	30	15	93	60	20	18	45	75	13	14	8

37

н. в.	1	1	1	1	1	2	2	3	3	4	5	5	6	6	6	7	8	8	9
к.в.	2	4	5	7	8	3	4	6	7	6	6	8	7	8	9	10	9	10	10
вага	10	18	22	15	34	17	10	25	14	20	31	40	21	19	23	70	10	17	50

38

н. в.	1	1	1	1	1	2	2	3	3	4	5	5	6	6	6	7	8	8	9
к.в.	2	4	5	7	8	3	4	6	7	6	6	8	7	8	9	10	9	10	10
вага	50	9	31	15	73	21	8	19	45	27	9	3	90	41	18	80	77	11	13

39

н. в.	1	1	1	1	1	2	2	3	3	4	5	5	6	6	6	7	8	8	9
к.в.	2	4	5	7	8	3	4	6	7	6	6	8	7	8	9	10	9	10	10
вага	3	70	90	21	35	10	15	50	16	60	18	37	30	21	15	80	14	12	10

40

н. в.	1	1	1	1	1	2	2	3	3	4	5	5	6	6	6	7	8	8	9
к.в.	2	4	5	7	8	3	4	6	7	6	6	8	7	8	9	10	9	10	10
вага	15	30	5	9	95	42	27	14	5	98	19	17	11	9	25	50	2	71	80

41

н. в.	1	1	1	1	1	2	2	3	3	4	5	5	6	6	6	7	8	8	9
к.в.	2	4	5	7	8	3	4	6	7	6	6	8	7	8	9	10	9	10	10
вага	15	83	31	41	50	19	17	16	25	21	33	13	25	9	19	13	53	8	12

42

н. в.	1	1	1	1	1	2	2	3	3	4	5	5	6	6	6	7	8	8	9
к.в.	2	4	5	7	8	3	4	6	7	6	6	8	7	8	9	10	9	10	10

вага	10	15	75	25	18	18	90	4	30	91	15	32	14	93	25	7	11	2	65

43

н. в.	1	1	1	1	1	2	2	3	3	4	5	5	6	6	6	7	8	8	9
к.в.	2	4	5	7	8	3	4	6	7	6	6	8	7	8	9	10	9	10	10
вага	7	10	11	25	15	30	4	3	40	12	14	32	15	18	20	6	13	10	5

44

н. в.	1	1	1	1	1	2	2	3	3	4	5	5	6	6	6	7	8	8	9
к.в.	2	4	5	7	8	3	4	6	7	6	6	8	7	8	9	10	9	10	10
вага	20	10	15	9	17	7	19	19	9	40	30	15	16	10	50	17	32	12	16

45

н. в.	1	1	1	1	1	2	2	3	3	4	5	5	6	6	6	7	8	8	9
к.в.	2	4	5	7	8	3	4	6	7	6	6	8	7	8	9	10	9	10	10
вага	30	73	12	11	9	4	17	12	4	10	7	32	12	8	7	31	70	35	14

46

н. в.	1	1	1	1	1	2	2	3	3	4	5	5	6	6	6	7	8	8	9
к.в.	2	4	5	7	8	3	4	6	7	6	6	8	7	8	9	10	9	10	10
вага	19	20	15	18	22	20	13	17	54	31	24	18	73	51	16	42	17	19	53

47

н. в.	1	1	1	1	1	2	2	3	3	4	5	5	6	6	6	7	8	8	9
к.в.	2	4	5	7	8	3	4	6	7	6	6	8	7	8	9	10	9	10	10
вага	13	31	17	70	18	60	32	15	9	52	73	7	18	20	43	19	27	18	93

48

н. в.	1	1	1	1	1	2	2	3	3	4	5	5	6	6	6	7	8	8	9
к.в.	2	4	5	7	8	3	4	6	7	6	6	8	7	8	9	10	9	10	10

вага	81	33	16	34	20	18	10	31	7	18	13	27	31	18	30	54	20	81	17

49

н. в.	1	1	1	1	1	2	2	3	3	4	5	5	6	6	6	7	8	8	9
к.в.	2	4	5	7	8	3	4	6	7	6	6	8	7	8	9	10	9	10	10
вага	10	12	71	30	21	7	9	14	3	20	31	18	20	9	51	21	18	34	19

50

н. в.	1	1	1	1	1	2	2	3	3	4	5	5	6	6	6	7	8	8	9
к.в.	2	4	5	7	8	3	4	6	7	6	6	8	7	8	9	10	9	10	10
вага	30	12	10	30	10	11	19	24	14	10	30	27	19	9	7	14	10	7	90

51

н. в.	1	1	1	1	1	2	2	3	3	4	5	5	6	6	6	7	8	8	9
к.в.	2	4	5	7	8	3	4	6	7	6	6	8	7	8	9	10	9	10	10
вага	18	20	70	93	17	19	63	18	10	45	67	13	9	10	21	31	21	18	16

52

н. в.	1	1	1	1	1	2	2	3	3	4	5	5	6	6	6	7	8	8	9
к.в.	2	4	5	7	8	3	4	6	7	6	6	8	7	8	9	10	9	10	10
вага	3	14	5	70	31	9	7	13	10	11	16	54	70	10	22	17	13	18	10

53

н. в.	1	1	1	1	1	2	2	3	3	4	5	5	6	6	6	7	8	8	9
к.в.	2	4	5	7	8	3	4	6	7	6	6	8	7	8	9	10	9	10	10
вага	13	20	16	31	22	10	19	34	19	35	27	19	16	37	10	42	31	70	15

54

н. в.	1	1	1	1	1	2	2	3	3	4	5	5	6	6	6	7	8	8	9
к.в.	2	4	5	7	8	3	4	6	7	6	6	8	7	8	9	10	9	10	10

вага	13	43	19	61	15	45	18	20	13	15	20	37	18	12	71	13	14	16	31

55

н. в.	1	1	1	1	1	2	2	3	3	4	5	5	6	6	6	7	8	8	9
к.в.	2	4	5	7	8	3	4	6	7	6	6	8	7	8	9	10	9	10	10
вага	13	20	16	31	22	10	19	34	19	35	27	19	16	37	10	42	31	70	15

56

н. в.	1	1	1	1	1	2	2	3	3	4	5	5	6	6	6	7	8	8	9
к.в.	2	4	5	7	8	3	4	6	7	6	6	8	7	8	9	10	9	10	10
вага	20	3	15	14	50	19	80	25	18	30	21	45	15	9	13	70	27	20	28

57

н. в.	1	1	1	1	1	2	2	3	3	4	5	5	6	6	6	7	8	8	9
к.в.	2	4	5	7	8	3	4	6	7	6	6	8	7	8	9	10	9	10	10
вага	21	63	18	19	17	19	7	21	19	53	15	30	10	16	17	50	12	32	15

58

н. в.	1	1	1	1	1	2	2	3	3	4	5	5	6	6	6	7	8	8	9
к.в.	2	4	5	7	8	3	4	6	7	6	6	8	7	8	9	10	9	10	10
вага	50	12	30	55	75	10	15	90	99	10	70	80	19	73	40	10	33	7	3

59

н. в.	1	1	1	1	1	2	2	3	3	4	5	5	6	6	6	7	8	8	9
к.в.	2	4	5	7	8	3	4	6	7	6	6	8	7	8	9	10	9	10	10
вага	90	21	35	5	25	13	18	71	10	15	37	90	30	16	19	14	7	20	99

60

н. в.	1	1	1	1	1	2	2	3	3	4	5	5	6	6	6	7	8	8	9
к.в.	2	4	5	7	8	3	4	6	7	6	6	8	7	8	9	10	9	10	10

вага	50	35	13	41	99	80	95	18	15	7	9	70	17	12	11	10	52	1	83

61

н. в.	1	1	1	1	1	2	2	3	3	4	5	5	6	6	6	7	8	8	9
к.в.	2	4	5	7	8	3	4	6	7	6	6	8	7	8	9	10	9	10	10
вага	18	31	14	15	92	11	43	19	13	15	18	20	31	71	16	18	31	16	13

62

н. в.	1	1	1	1	1	2	2	3	3	4	5	5	6	6	6	7	8	8	9
к.в.	2	4	5	7	8	3	4	6	7	6	6	8	7	8	9	10	9	10	10
вага	18	20	70	93	17	19	63	18	10	45	67	13	9	21	31	21	18	16	21

63

н. в.	1	1	1	1	1	2	2	3	3	4	5	5	6	6	6	7	8	8	9
к.в.	2	4	5	7	8	3	4	6	7	6	6	8	7	8	9	10	9	10	10
вага	90	32	18	27	13	31	27	60	34	14	18	12	31	10	3	7	12	42	5

64

н. в.	1	1	1	1	1	2	2	3	3	4	5	5	6	6	6	7	8	8	9
к.в.	2	4	5	7	8	3	4	6	7	6	6	8	7	8	9	10	9	10	10
вага	90	19	10	50	9	13	12	19	13	10	42	18	10	17	5	15	13	17	19

65

н. в.	1	1	1	1	1	2	2	3	3	4	5	5	6	6	6	7	8	8	9
к.в.	2	4	5	7	8	3	4	6	7	6	6	8	7	8	9	10	9	10	10
вага	19	37	18	27	34	63	19	17	35	15	19	72	12	13	43	51	18	12	11

66

н. в.	1	1	1	1	1	2	2	3	3	4	5	5	6	6	6	7	8	8	9
к.в.	2	4	5	7	8	3	4	6	7	6	6	8	7	8	9	10	9	10	10

вага	10	18	22	15	34	17	10	25	14	20	31	40	21	19	23	70	10	17	50

67

н. в.	1	1	1	1	1	2	2	3	3	4	5	5	6	6	6	7	8	8	9
к.в.	2	4	5	7	8	3	4	6	7	6	6	8	7	8	9	10	9	10	10
вага	10	8	12	30	15	7	9	14	4	20	17	11	11	9	14	7	9	11	10

68

н. в.	1	1	1	1	1	2	2	3	3	4	5	5	6	6	6	7	8	8	9
к.в.	2	4	5	7	8	3	4	6	7	6	6	8	7	8	9	10	9	10	10
вага	81	33	16	34	20	18	10	31	7	18	13	27	31	18	30	54	20	81	17

69

н. в.	1	1	1	1	1	2	2	3	3	4	5	5	6	6	6	7	8	8	9
к.в.	2	4	5	7	8	3	4	6	7	6	6	8	7	8	9	10	9	10	10
вага	15	20	25	6	43	95	30	12	10	35	71	63	50	18	48	21	90	15	10

70

н. в.	1	1	1	1	1	2	2	3	3	4	5	5	6	6	6	7	8	8	9
к.в.	2	4	5	7	8	3	4	6	7	6	6	8	7	8	9	10	9	10	10
вага	70	11	90	25	80	15	3	52	30	15	93	60	20	18	45	75	13	14	8

71

н. в.	1	1	1	1	1	2	2	3	3	4	5	5	6	6	6	7	8	8	9
к.в.	2	4	5	7	8	3	4	6	7	6	6	8	7	8	9	10	9	10	10
вага	10	18	22	15	34	17	10	25	14	20	31	40	21	19	23	70	10	17	50

72

н. в.	1	1	1	1	1	2	2	3	3	4	5	5	6	6	6	7	8	8	9
к.в.	2	4	5	7	8	3	4	6	7	6	6	8	7	8	9	10	9	10	10

вага	50	9	31	15	73	21	8	19	45	27	9	3	90	41	18	80	77	11	13

73

н. в.	1	1	1	1	1	2	2	3	3	4	5	5	6	6	6	7	8	8	9
к.в.	2	4	5	7	8	3	4	6	7	6	6	8	7	8	9	10	9	10	10
вага	3	70	90	21	35	10	15	50	16	60	18	37	30	21	15	80	14	12	10

74

н. в.	1	1	1	1	1	2	2	3	3	4	5	5	6	6	6	7	8	8	9
к.в.	2	4	5	7	8	3	4	6	7	6	6	8	7	8	9	10	9	10	10
вага	15	30	5	9	95	42	27	14	5	98	19	17	11	9	25	50	2	71	80

75

н. в.	1	1	1	1	1	2	2	3	3	4	5	5	6	6	6	7	8	8	9
к.в.	2	4	5	7	8	3	4	6	7	6	6	8	7	8	9	10	9	10	10
вага	15	83	31	41	50	19	17	16	25	21	33	13	25	9	19	13	53	8	12

76

н. в.	1	1	1	1	1	2	2	3	3	4	5	5	6	6	6	7	8	8	9
к.в.	2	4	5	7	8	3	4	6	7	6	6	8	7	8	9	10	9	10	10
вага	10	15	75	25	18	18	90	4	30	91	15	32	14	93	25	7	11	2	65

77

н. в.	1	1	1	1	1	2	2	3	3	4	5	5	6	6	6	7	8	8	9
к.в.	2	4	5	7	8	3	4	6	7	6	6	8	7	8	9	10	9	10	10
вага	7	10	11	25	15	30	4	3	40	12	14	32	15	18	20	6	13	10	5

78

н. в.	1	1	1	1	1	2	2	3	3	4	5	5	6	6	6	7	8	8	9
к.в.	2	4	5	7	8	3	4	6	7	6	6	8	7	8	9	10	9	10	10

вага	20	10	15	9	17	7	19	19	9	40	30	15	16	10	50	17	32	12	16

79

н. в.	1	1	1	1	1	2	2	3	3	4	5	5	6	6	6	7	8	8	9
к.в.	2	4	5	7	8	3	4	6	7	6	6	8	7	8	9	10	9	10	10
вага	30	73	12	11	9	4	17	12	4	10	7	32	12	8	7	31	70	35	14

80

н. в.	1	1	1	1	1	2	2	3	3	4	5	5	6	6	6	7	8	8	9
к.в.	2	4	5	7	8	3	4	6	7	6	6	8	7	8	9	10	9	10	10
вага	19	20	15	18	22	20	13	17	54	31	24	18	73	51	16	42	17	19	53

81

н. в.	1	1	1	1	1	2	2	3	3	4	5	5	6	6	6	7	8	8	9
к.в.	2	4	5	7	8	3	4	6	7	6	6	8	7	8	9	10	9	10	10
вага	13	31	17	70	18	60	32	15	9	52	73	7	18	20	43	19	27	18	93

82

н. в.	1	1	1	1	1	2	2	3	3	4	5	5	6	6	6	7	8	8	9
к.в.	2	4	5	7	8	3	4	6	7	6	6	8	7	8	9	10	9	10	10
вага	81	33	16	34	20	18	10	31	7	18	13	27	31	18	30	54	20	81	17

83

н. в.	1	1	1	1	1	2	2	3	3	4	5	5	6	6	6	7	8	8	9
к.в.	2	4	5	7	8	3	4	6	7	6	6	8	7	8	9	10	9	10	10
вага	10	12	71	30	21	7	9	14	3	20	31	18	20	9	51	21	18	34	19

84

н. в.	1	1	1	1	1	2	2	3	3	4	5	5	6	6	6	7	8	8	9
к.в.	2	4	5	7	8	3	4	6	7	6	6	8	7	8	9	10	9	10	10

вага	30	12	10	30	10	11	19	24	14	10	30	27	19	9	7	14	10	7	90

85

н. в.	1	1	1	1	1	2	2	3	3	4	5	5	6	6	6	7	8	8	9
к.в.	2	4	5	7	8	3	4	6	7	6	6	8	7	8	9	10	9	10	10
вага	18	20	70	93	17	19	63	18	10	45	67	13	9	10	21	31	21	18	16

86

н. в.	1	1	1	1	1	2	2	3	3	4	5	5	6	6	6	7	8	8	9
к.в.	2	4	5	7	8	3	4	6	7	6	6	8	7	8	9	10	9	10	10
вага	3	14	5	70	31	9	7	13	10	11	16	54	70	10	22	17	13	18	10

87

н. в.	1	1	1	1	1	2	2	3	3	4	5	5	6	6	6	7	8	8	9
к.в.	2	4	5	7	8	3	4	6	7	6	6	8	7	8	9	10	9	10	10
вага	13	20	16	31	22	10	19	34	19	35	27	19	16	37	10	42	31	70	15

88

н. в.	1	1	1	1	1	2	2	3	3	4	5	5	6	6	6	7	8	8	9
к.в.	2	4	5	7	8	3	4	6	7	6	6	8	7	8	9	10	9	10	10
вага	13	43	19	61	15	45	18	20	13	15	20	37	18	12	71	13	14	16	31

89

н. в.	1	1	1	1	1	2	2	3	3	4	5	5	6	6	6	7	8	8	9
к.в.	2	4	5	7	8	3	4	6	7	6	6	8	7	8	9	10	9	10	10
вага	13	20	16	31	22	10	19	34	19	35	27	19	16	37	10	42	31	70	15

90

н. в.	1	1	1	1	1	2	2	3	3	4	5	5	6	6	6	7	8	8	9
к.в.	2	4	5	7	8	3	4	6	7	6	6	8	7	8	9	10	9	10	10

вага	20	3	15	14	50	19	80	25	18	30	21	45	15	9	13	70	27	20	28

91

н. в.	1	1	1	1	1	2	2	3	3	4	5	5	6	6	6	7	8	8	9
к.в.	2	4	5	7	8	3	4	6	7	6	6	8	7	8	9	10	9	10	10
вага	21	63	18	19	17	19	7	21	19	53	15	30	10	16	17	50	12	32	15

92

н. в.	1	1	1	1	1	2	2	3	3	4	5	5	6	6	6	7	8	8	9
к.в.	2	4	5	7	8	3	4	6	7	6	6	8	7	8	9	10	9	10	10
вага	50	12	30	55	75	10	15	90	99	10	70	80	19	73	40	10	33	7	3

93

н. в.	1	1	1	1	1	2	2	3	3	4	5	5	6	6	6	7	8	8	9
к.в.	2	4	5	7	8	3	4	6	7	6	6	8	7	8	9	10	9	10	10
вага	90	21	35	5	25	13	18	71	10	15	37	90	30	16	19	14	7	20	99

94

н. в.	1	1	1	1	1	2	2	3	3	4	5	5	6	6	6	7	8	8	9
к.в.	2	4	5	7	8	3	4	6	7	6	6	8	7	8	9	10	9	10	10
вага	50	35	13	41	99	80	95	18	15	7	9	70	17	12	11	10	52	1	83

95

н. в.	1	1	1	1	1	2	2	3	3	4	5	5	6	6	6	7	8	8	9
к.в.	2	4	5	7	8	3	4	6	7	6	6	8	7	8	9	10	9	10	10
вага	18	31	14	15	92	11	43	19	13	15	18	20	31	71	16	18	31	16	13

96

н. в.	1	1	1	1	1	2	2	3	3	4	5	5	6	6	6	7	8	8	9

к.в.	2	4	5	7	8	3	4	6	7	6	6	8	7	8	9	10	9	10	10
вага	18	20	70	93	17	19	63	18	10	45	67	13	9	21	31	21	18	16	21

97

н. в.	1	1	1	1	1	2	2	3	3	4	5	5	6	6	6	7	8	8	9
к.в.	2	4	5	7	8	3	4	6	7	6	6	8	7	8	9	10	9	10	10
вага	90	32	18	27	13	31	27	60	34	14	18	12	31	10	3	7	12	42	5

98

н. в.	1	1	1	1	1	2	2	3	3	4	5	5	6	6	6	7	8	8	9
к.в.	2	4	5	7	8	3	4	6	7	6	6	8	7	8	9	10	9	10	10
вага	90	19	10	50	9	13	12	19	13	10	42	18	10	17	5	15	13	17	19

99

н. в.	1	1	1	1	1	2	2	3	3	4	5	5	6	6	6	7	8	8	9
к.в.	2	4	5	7	8	3	4	6	7	6	6	8	7	8	9	10	9	10	10
вага	19	37	18	27	34	63	19	17	35	15	19	72	12	13	43	51	18	12	11

Додаток 2

Українська Державна академія зв'язку ім. А.С. Попова

Кафедра мереж зв'язку

Комплексне завдання по дисципліні:
"Основи побудови мереж зв'язку"

На тему: **“Елементи синтезу й аналізу телекомунікаційних мереж”**

ст-та (ки) гр. _______ факультету _____

____
(Ф.И.О.)

Перевірив:_________________________

Оцінка про залік:___________________