

Міністерство освіти і науки України
ОДЕСЬКА НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ ЗВ'ЯЗКУ ім. О.С. ПОПОВА

Кафедра теорії електричного зв'язку ім. А.Г. Зюко

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ
до виконання лабораторних робіт з дисциплін
«Теорія зв'язку»,
«Інформаційні радіосистеми» і
«Теорія інформації».
Частина 1

Одеса 2013

Методичні вказівки до виконання лабораторних робіт з дисциплін «Теорія зв'язку», «Інформаційні радіосистеми» і «Теорія інформації». Частина 1 / Укл. П.В. Іващенко, І.С. Перекрестов, М.Ю. Балута. – Одеса: ОНАЗ ім. О.С. Попова, 2013. – 84 с.

Навчальний посібник містить методичні вказівки до виконання лабораторних робіт з дисциплін: «Теорія зв'язку» – підготовка бакалаврів за напрямом «Телекомунікації»; «Інформаційні радіосистеми» – підготовка бакалаврів за напрямом «Радіотехніка»; «Теорія інформації» – підготовка бакалаврів за напрямом «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології». В основу нумерації лабораторних робіт покладено розбиття навчальної програми дисципліни «Теорія зв'язку» на залікові модулі: наприклад, ЛР 2.3 – третя робота другого модуля.

Схвалено

на засіданні кафедри теорії
електричного зв'язку ім. А.Г. Зюко
і ***рекомендовано до друку.***
Протокол № 10 від 15.01. 2013 р.

Затверджено

методичною радою
академії зв'язку.
Протокол № 3/14
від 09.04.2013 р.

ЗМІСТ

Лабораторна робота 1.1 Дослідження спектрів періодичних сигналів	4
Лабораторна робота 1.2 Дослідження розподілів імовірностей випадкових процесів.....	10
Лабораторна робота 1.3 Кореляційні характеристики випадкових процесів і детермінованих сигналів.....	17
Лабораторна робота 1.4 Дослідження сигналів аналогової модуляції.....	24
Лабораторна робота 1.5 Дослідження сигналів цифрової модуляції	34
Лабораторна робота 2.1 Дослідження алгоритмів ефективного кодування джерел дискретних повідомлень	43
Лабораторна робота 2.2 Дослідження алгоритмів ефективного кодування з укрупненням алфавіту.....	50
Лабораторна робота 2.3 Дослідження алгоритму стиснення дискретних повідомлень LZW	55
Лабораторна робота 2.4 Дискретизація первинних сигналів електрозв'язку	65
Лабораторна робота 2.5 Вивчення цифрових методів передавання аналогових сигналів	74
Література.....	83

Лабораторна робота 1.1

ДОСЛІДЖЕННЯ СПЕКТРІВ ПЕРІОДИЧНИХ СИГНАЛІВ

1 Мета роботи

1.1 Дослідження спектрів періодичних сигналів: послідовностей П-імпульсів і трикутних імпульсів, пилоподібного коливання.

1.2 Дослідження впливу обмеження спектра сигналу на його форму.

2 Ключові положення

2.1 Періодичний сигнал $s(t)$ з періодом T можна представити рядом Фур'є, тригонометрична форма запису якого має вигляд

$$s(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos(2\pi n f_1 t + \psi_n), \quad (1)$$

$$\text{де } f_1 = 1/T; \quad A_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}; \quad \psi_n = -\arctg(b_n / a_n);$$

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s(t) \cos 2\pi n f_1 t dt, \quad n = 0, 1, 2, \dots; \quad b_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s(t) \sin 2\pi n f_1 t dt, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

Із виразу (1) видно, що в загальному випадку періодичний сигнал містить постійну складову $a_0/2$ і значну кількість гармонічних коливань кратних частот: основної частоти f_1 і її гармонік $n f_1$, $n = 2, 3, 4, \dots$. Кожне з гармонічних коливань характеризується амплітудою A_n і початковою фазою ψ_n . Ряд (1) визначає спектр періодичного сигналу. Такий спектр є дискретним. В окремих сигналів деякі зі складових можуть бути відсутні, якщо $A_n = 0$.

Сукупність чисел A_n називається амплітудним спектром сигналу, а сукупність чисел ψ_n – фазовим спектром сигналу. У випадку графічного зображення амплітудного й фазового спектрів числа A_n і ψ_n представляють вертикальними лініями на частотах $n f_1$, причому висота кожної лінії дорівнює амплітуді або початковій фазі відповідної складової. Спектри можна представити таблицями.

2.2 На практиці особливе значення мають періодичні сигнали з періодом T , які складаються з однополярних прямокутних імпульсів з амплітудою A і тривалістю τ (рис. 1, а). Такий періодичний сигнал можна записати

$$s(t) = \begin{cases} A & \text{для } kT - \tau/2 \leq t \leq kT + \tau/2, \quad k = \dots, -1, 0, 1, 2, \dots \\ 0 & \text{поза цим інтервалом.} \end{cases}$$

У випадку подання цього сигналу рядом Фур'є необхідно врахувати, що сигнал парний і в розкладанні залишаються лише косинусні складові (інтеграл від непарної функції у випадку симетричного інтервалу інтегрування дорівнює нулю). Коефіцієнти ряду Фур'є для цього сигналу

$$\frac{a_0}{2} = \frac{A\tau}{T}; \quad a_n = \frac{2A}{T} \int_{-\tau/2}^{\tau/2} \cos 2\pi n f_1 t dt = \frac{2A\tau}{T} \cdot \frac{\sin \pi n f_1 \tau}{\pi n f_1 \tau}$$

і тоді ряд Фур'є буде мати вигляд

$$s(t) = \frac{A\tau}{T} \left[1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \pi n f_1 \tau}{\pi n f_1 \tau} \cos 2\pi n f_1 t \right]. \quad (2)$$

Обвідна спектра періодичної послідовності прямокутних імпульсів (рис. 1, б) визначається амплітудним множником $\frac{2A\tau}{T} \cdot \left| \frac{\sin \pi f \tau}{\pi f \tau} \right|$, який залежить від тривалості й періоду послідовності імпульсів. Нулі обвідної мають місце на частотах $f_p = p/\tau$, $p = 1, 2, 3, \dots$, тобто визначаються лише тривалістю імпульсів. Зменшення тривалості імпульсів при незмінному періоді зміщує нулі обвідної в напрямку більш високих частот, але частоти складових залишаються незмінними, змінюються лише їхні амплітуди. Збільшення періоду при незмінній тривалості імпульсів приводить до більш щільного розміщення складових – із кроком $f_1 = 1/T$.

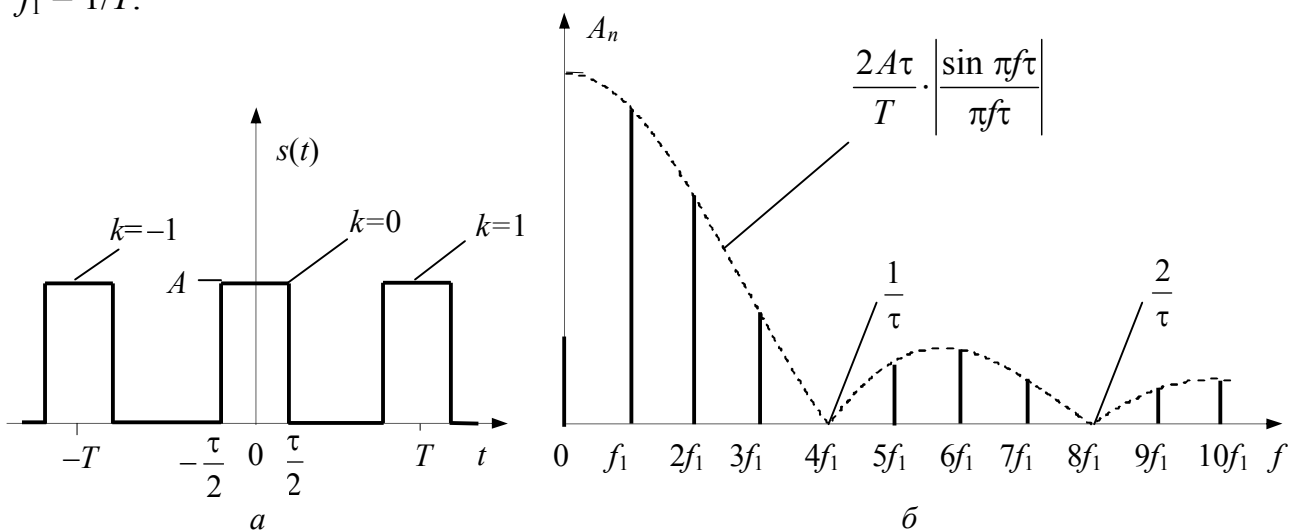


Рисунок 1 – Періодична послідовність П-імпульсів:
а – часова діаграма; б – спектральна діаграма

2.3. Ще один важливий періодичний сигнал – пилкоподібне коливання (рис. 2). Такі коливання мають місце в пристроях розгортки осцилографів, дисплеїв, телевізійних приймачів тощо. Подання цього сигналу рядом Фур'є:

$$s(t) = \frac{2A}{\pi} \left(\sin 2\pi f_1 t - \frac{1}{2} \sin 2\pi 2 f_1 t + \frac{1}{3} \sin 2\pi 3 f_1 t - \frac{1}{4} \sin 2\pi 4 f_1 t + \dots \right), \quad (3)$$

де $f_1 = 1/T$.

З виразу (3) видно, що спектр пилкоподібного сигналу містить складову основної частоти і всі її гармоніки.

2.4 Особливістю спектрів послідовності П-імпульсів і пилкоподібного коливання є те, що амплітуди гармонік зі збільшенням номера n зменшуються дуже повільно (зі швидкістю $1/n$). Це пояснюється наявністю різких змін миттєвих значень сигналу: фронти на рис 1, а й спади на рис. 2. Розглянемо послідовність двополярних трикутних імпульсів (рис. 3). Ряд Фур'є для цього коливання має вигляд:

$$s(t) = \frac{8A}{\pi^2} \left(\sin 2\pi f_1 t + \frac{1}{3^2} \sin 2\pi 3 f_1 t + \frac{1}{5^2} \sin 2\pi 5 f_1 t + \dots \right). \quad (4)$$

Як видно з виразу (4), амплітуди гармонік зменшуються значно швидше – зі швидкістю $1/n^2$. Це пояснюється тим, що відсутні різкі зміни миттєвих значень. Але коливання має “злами”, що й визначає досить широкий його спектр, проте він вузьчий, ніж у двох раніше розглянутих коливань.

2.5 Часто з метою зменшення ширини спектра сигналу (обмеження спектра) вдаються до фільтрації фільтром нижніх частот (ФНЧ). ФНЧ характеризується частотою зрізу $F_{зр}$, а його дія на сигнал чітко описується, якщо залучити спектральне подання сигналу. ФНЧ пропускає складові сигналу із частотами, меншими за $F_{зр}$ і послаблює складові сигналу із частотами, більшими за $F_{зр}$. У часовій області дія ФНЧ на сигнал зводиться до згладжування різких змін сигналу (фронтів, зламів) і появи коливальних накладень на сигнал. Можна домогтися виділення фільтром коливання основної частоти, якщо вибрати $F_{зр}$ трохи більшою за f_1 , постійної складової, якщо вибрати $F_{зр}$ меншою за f_1 .

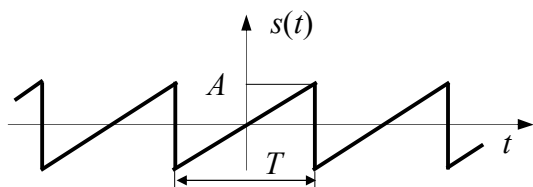


Рисунок 2 – Пілкоподібне коливання

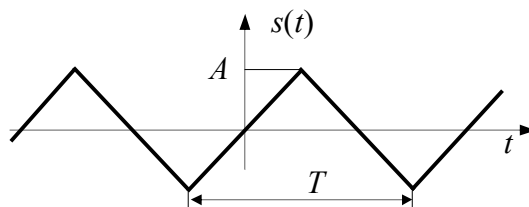


Рисунок 3 – Послідовність трикутних імпульсів

3. Ключові питання

3.1. Які сигнали називаються періодичними?

3.2. Записати вираз ряду Фур'є для періодичної послідовності П-імпульсів.

3.3. Записати вирази, що визначають амплітуди й початкові фази складових ряду Фур'є для періодичної послідовності П-імпульсів.

3.4. Дати визначення амплітудного й фазового спектрів періодичного сигналу.

3.5. У чому полягає принципова відмінність спектрів періодичних і неперіодичних сигналів?

3.6. Як зміниться спектр періодичної послідовності П-імпульсів, якщо зменшити тривалість імпульсу?

3.7. Як зміниться спектр періодичної послідовності П-імпульсів, якщо збільшити період послідовності?

3.8. Чому складовими ряду Фур'є для пілкоподібного сигналу (рис. 2) і послідовності трикутних імпульсів (рис. 3) є лише синусоїди?

3.9. Як впливає обмеження спектра П-імпульсу фільтром нижніх частот на його форму?

4 Домашнє завдання

4.1 Вивчити за конспектом і літературою [1, с. 26...33] розділ “Спектральний аналіз періодичних сигналів” і опис лабораторного макета в розд. 6.

4.2 Розрахувати амплітудний спектр періодичної послідовності П-імпульсів з періодом $T = 2N$ мс, тривалістю $\tau = T/(N+1)$ мс й амплітудою $A = 1$ В, де N – номер Вашої бригади. Результати розрахунків оформити таблицею й побудувати графік спектра.

4.3 Підготуватися до обговорення за ключовими питаннями розд. 3.

5 Лабораторне завдання

5.1 Ознайомитися з віртуальним макетом на робочому місці. Для цього запустити програму **1.1 Дослідження спектрів періодичних сигналів**, використовуючи іконку **Лабораторні роботи** на робочому столі, а потім папки **ТЕЗ** та **Модуль 1**. Вивчити схему макета на дисплеї комп’ютера, користуючись розд. 6. Уточнити з викладачем план виконання лабораторного завдання.

5.2 Провести дослідження спектра нефільтрованої періодичної послідовності П-імпульсів. Установити значення амплітуди, періоду й тривалості імпульсів, використані в домашньому завданні. Занести до протоколу часову й спектральну діаграми досліджуваного коливання. Порівняти отриманий експериментально спектр із розрахованим у домашньому завданні.

5.3 Провести дослідження спектра нефільтрованого періодичного пилоподібного коливання. Установити значення амплітуди й періоду такі самі, як і в попередньому завданні. Визначити за формулою (3) теоретичні значення амплітуд складових коливання, порівняти їх з отриманими експериментально й зі спектром послідовності П-імпульсів.

5.4 Провести дослідження спектра нефільтрованої періодичної послідовності трикутних імпульсів. Установити значення амплітуди й періоду такі самі, як і в попередньому завданні. Визначити за формулою (4) теоретичні значення амплітуд складових коливання, порівняти їх з отриманими експериментально й зі спектром послідовності П-імпульсів.

5.5 Провести дослідження впливу фільтрації на спектр і форму періодичної послідовності П-імпульсів. Установити значення амплітуди, періоду й тривалості імпульсів, використані в завданні 5.2. Дослідження виконати для двох значень частоти зрізу ФНЧ, а саме, $2/\tau$ і $1/\tau$ (τ – тривалість імпульсу). Занести до протоколу часові й спектральні діаграми фільтрованих коливань. Зробити висновки щодо зміни форми й спектра коливань.

5.6 Провести дослідження впливу фільтрації на спектр і форму пилоподібного коливання й періодичної послідовності трикутних імпульсів. Установити значення амплітуди й періоду, які використані в завданнях 5.3 і 5.4. Дослідження виконати при значенні частоти зрізу ФНЧ $4/T$ (T – період коливань). Занести до протоколу часові й спектральні діаграми фільтрованих коливань. Зробити висновки щодо зміни форми й спектра коливань.

6 Опис лабораторного макета

Лабораторна робота виконується на комп'ютері з використанням віртуального макета, структурну схему якого наведено на рис. 4.

До складу макета входять: генератор періодичного сигналу, що може виробляти коливання трьох типів:

- послідовність однополярних П-імпульсів;
- пилоподібне двополярне коливання;
- послідовність двополярних трикутних імпульсів.

У генераторі є можливість установлювати амплітуду й період для всіх коливань, а для послідовності П-імпульсів ще й тривалість імпульсів.

Перемикач дає можливість спостерігати часові й спектральні діаграми коливань від генератора безпосередньо або коливання після фільтра нижніх частот (ФНЧ). Частоту зрізу фільтра $F_{зр}$ можна встановлювати на панелі макета. На рис. 5 наведена амплітудно-частотна характеристика ФНЧ.



Рисунок 4 – Структурна схема лабораторного макета

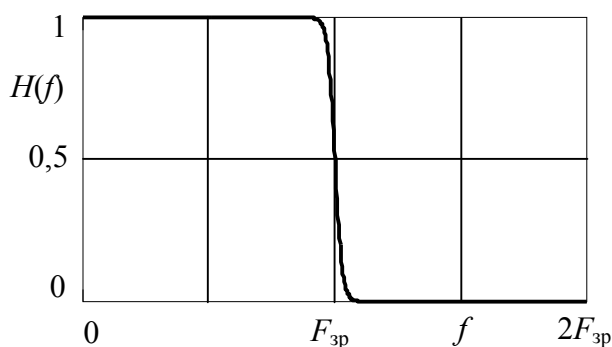


Рисунок 5 – АЧХ ФНЧ

7 Вимоги до звіту

7.1 **Назва** лабораторної роботи.

7.2 **Мета** роботи.

7.3 **Результати** виконання домашнього завдання.

7.4 **Структурні схеми** досліджень і **результати** виконання п. 5.2...5.6 лабораторного завдання (осцилограми й спектрограми, кожна повинна мати підпис).

7.5 Висновки за кожним пунктом завдання, в яких надати аналіз отриманих результатів (збіг теоретичних й експериментальних даних, залежність форми фільтрованого сигналу від частоти зрізу ФНЧ тощо).

7.6 Дата, підпис студента, віза викладача з оцінкою за 100-бальною шкалою.

Лабораторна робота 1.2

ДОСЛІДЖЕННЯ РОЗПОДІЛІВ ІМОВІРНОСТЕЙ ВИПАДКОВИХ ПРОЦЕСІВ

1 Мета роботи

Вивчення й експериментальне визначення властивостей одновимірних функцій розподілу ймовірностей і густин імовірності випадкових процесів.

2 Ключові положення

2.1 Вважається, що процеси, які вивчаються, є стаціонарними й ергодичними. У таких процесів одновимірні функція розподілу ймовірностей і густина ймовірності не залежать від часу й їх можна визначити за однією реалізацією.

2.2 За визначенням значення одновимірної функції розподілу ймовірностей $F(x)$ дорівнює ймовірності того, що в довільний момент часу процес $X(t)$ набуде значення, яке не перевищує x :

$$F(x) = P\{X(t) \leq x\}. \quad (1)$$

Значення одновимірної густини ймовірності процесу $p(x)$ дорівнює границі відношення ймовірності того, що в довільний момент часу процес $X(t)$ набуде значення на інтервалі $(x - \Delta x/2, x + \Delta x/2)$, до довжини інтервалу Δx , коли $\Delta x \rightarrow 0$:

$$p(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{P\{x - \Delta x/2 < X(t) \leq x + \Delta x/2\}}{\Delta x}. \quad (2)$$

Функції $F(x)$ і $p(x)$ задовольняють ряду властивостей (табл. 1), які легко довести, користуючись їх визначеннями (1) і (2).

Таблиця 1 – Властивості функцій $F(x)$ і $p(x)$

	$p(x)$	$F(x)$
1	$P\{x < X(t) \leq x + dx\} = p(x)dx$	$F(x) = P\{X(t) \leq x\}$
2	$P\{x_1 < X(t) \leq x_2\} = \int_{x_1}^{x_2} p(x)dx$	$P\{x_1 < X(t) \leq x_2\} = F(x_2) - F(x_1)$
3	$\int_{-\infty}^{\infty} p(x)dx = 1$	$F(\infty) = 1; \quad F(-\infty) = 0$
4	$p(x) \geq 0$	$F(x_2) \geq F(x_1) \quad \text{при} \quad x_2 > x_1$
5	$p(x) = \frac{dF(x)}{dx}$	$F(x) = \int_{-\infty}^x p(x)dx$

Функції $F(x)$ і $p(x)$ використовуються для обчислення ймовірностей попадання значень процесу в заданий інтервал (рядок 2 в табл. 1), а також для виконання статистичного усереднення при визначенні характеристик процесу або результату певної операції над випадковим процесом.

2.3 Для процесів, які часто зустрічаються, відомі аналітичні вирази функцій $p(x)$ і $F(x)$. Так, у нормального (гауссового) процесу (наприклад, флуктуаційної завади) густина ймовірності записується

$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}, \quad (3)$$

де $a = \overline{X(t)}$ – середнє значення або математичне сподівання випадкового процесу

$$a = \int_{-\infty}^{\infty} x p(x) dx; \quad (4)$$

σ – середньоквадратичне відхилення випадкового процесу, воно визначається як $\sigma = \sqrt{D[X(t)]}$, де $D[X(t)]$ – дисперсія випадкового процесу – середнє значення квадрата відхилень значень випадкового процесу від його середнього значення

$$D[X(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} (x-a)^2 p(x) dx. \quad (5)$$

Функція розподілу ймовірностей нормального процесу записується у різних підручниках та посібниках одним з наступних виразів:

$$F(x) = 1 - Q\left(\frac{x-a}{\sigma}\right), \quad (6)$$

де $Q(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_z^{\infty} \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) dt$ – гауссова Q -функція (одна з форм інтеграла ймовірностей).

На рис. 1,а наведені графіки гауссового розподілу ймовірностей при $a = 1$ і $\sigma = 0,5$.

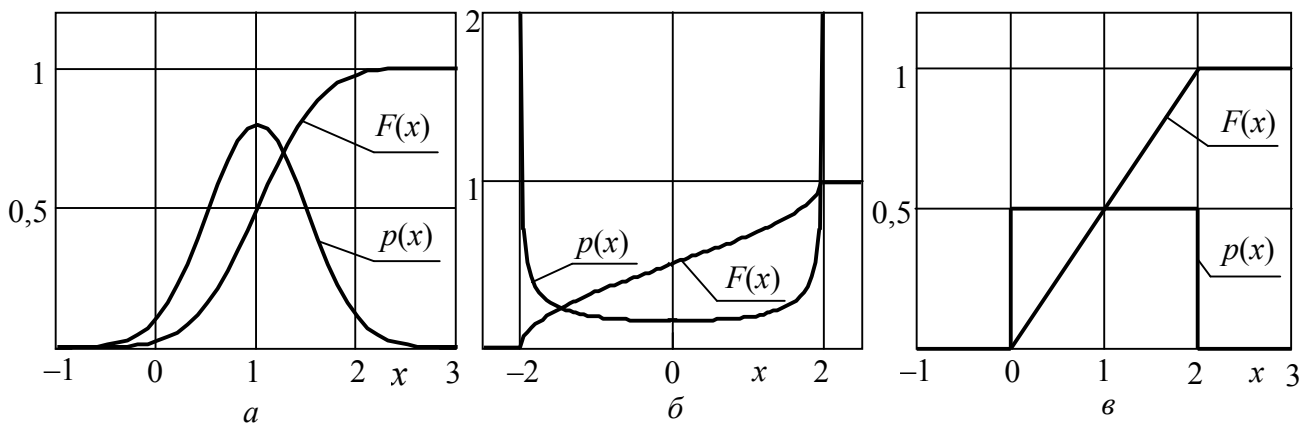


Рисунок 1 – Розподіли ймовірностей:

a – гауссів розподіл; $б$ – розподіл гармонічного коливання; $в$ – рівномірний розподіл

2.4 Розподіл імовірностей гармонічного коливання $X(t) = A \cdot \cos(2\pi ft + \varphi)$, де A і f – постійні величини, а φ – випадкова величина, описується виразами:

$$p(x) = \begin{cases} \frac{1}{\pi\sqrt{A^2 - x^2}}, & |x| \leq A, \\ 0, & |x| > A; \end{cases} \quad F(x) = \begin{cases} 0,5 + \frac{1}{\pi} \arcsin \frac{x}{A}, & |x| \leq A, \\ 0, & |x| > A. \end{cases} \quad (7)$$

Середнє значення гармонічного коливання дорівнює 0, а середньоквадратичне відхилення дорівнює $A/\sqrt{2}$. На рис. 1,б наведені графіки розподілу ймовірностей гармонічного коливання при $A = 2$. Коли $x = A$, значення густини ймовірності прямує в ∞ .

2.5 Зустрічаються також процеси з рівномірним розподілом на інтервалі (x_{\min}, x_{\max}) . Розподіл описується виразами

$$p(x) = \begin{cases} \frac{1}{x_{\max} - x_{\min}}, & x_{\min} < x \leq x_{\max}, \\ 0, & x \leq x_{\min}, \quad x > x_{\max}; \end{cases} \quad F(x) = \begin{cases} \frac{x - x_{\min}}{x_{\max} - x_{\min}}, & x_{\min} < x \leq x_{\max}, \\ 0, & x \leq x_{\min}, \quad x > x_{\max}. \end{cases} \quad (8)$$

Середнє значення процесу з рівномірним розподілом дорівнює $(x_{\min} + x_{\max})/2$, а середньоквадратичне відхилення дорівнює $(x_{\max} - x_{\min})/\sqrt{12}$. Графіки рівномірного розподілу ймовірностей при $x_{\min} = 0$ і $x_{\max} = 2$ наведені на рис. 1,в.

3 Ключові питання

3.1 Які процеси називаються стаціонарними, ергодичними?

3.2 Дати визначення одновимірної функції розподілу ймовірностей випадкового процесу і довести її властивості.

3.3 Дати визначення одновимірної густини ймовірності випадкового процесу і довести її властивості.

3.4 Як знайти ймовірність попадання значень випадкового процесу в заданий інтервал, користуючись функцією розподілу ймовірностей або густиною ймовірності?

3.5 Записати вираз для математичного сподівання і дисперсії випадкового процесу. Яка їх фізична суть?

3.6 Записати вираз для нормального розподілу ймовірностей і пояснити суть величин, що входять у вираз.

3.7 Пояснити вигляд графіків розподілу ймовірностей гармонічного коливання з випадковою фазою, флуктуаційного шуму і процесу з рівномірним розподілом.

3.8 Описати принцип дії пристрою для вимірювання функції розподілу ймовірностей і густини ймовірності випадкового процесу.

4 Домашнє завдання

4.1 Вивчити розділи “Імовірнісні характеристики випадкових процесів”, “Гауссів випадковий процес” за конспектом лекцій і літературою [1, с. 53...68; 3, с. 133...145; 4, с. 49...56] і опис лабораторного макета в розд. 6.

4.2 Виконати розрахунки і побудувати графіки функції розподілу ймовірностей і густини ймовірності нормального випадкового процесу з середнім значенням $a = 0$ і середньоквадратичним відхиленням $\sigma = 1 + 0,1N$, де N – номер Вашої бригади. Розрахунки провести для діапазону значень $-3\sigma < x < 3\sigma$. За відсутності таблиць гауссової Q -функції її значення можуть бути визначені за наближеною формулою:

$$Q(z) \cong 0,65 \exp[-0,44(z + 0,75)^2] \text{ при } z > 0;$$

$$Q(z) = 1 - Q(|z|) \text{ при } z < 0, \quad Q(0) = 0,5, \quad Q(\infty) = 0.$$

Результати розрахунків оформити у вигляді таблиць і графіків.

4.3 Підготуватись до обговорення за ключовими питаннями.

5 Лабораторне завдання

5.1 Ознайомитися з віртуальним макетом на робочому місці. Для цього запустити програму **1.2 Дослідження розподілів ймовірностей випадкових процесів**, використовуючи іконку **Лабораторні роботи** на робочому столі, а потім папки **ТЕЗ** та **Модуль 1**. Вивчити схему макета на дисплеї комп'ютера, користуючись розд. 6. Уточнити з викладачем план виконання лабораторного завдання.

5.2 Дослідити рівномірний розподіл ймовірностей. Вибрати в меню “**Вибір процесу**” пункт “**3 рівномірним розподілом**”. Установити у відповідних вікнах значення $x_{\min} = -1$ і $x_{\max} = 1$, крайні значення аргументу при аналізі розподілів $X_{\text{ниж}} = -2$ і $X_{\text{верх}} = 2$. Зафіксувати в робочому зошиті графіки функції розподілу ймовірностей і густини ймовірності, виміряні середнє значення і середньоквадратичне відхилення.

Повторити вимірювання при значеннях $x_{\min} = 0$ і $x_{\max} = 0,5$.

Порівняти отримані результати з теоретичними положеннями: вид функцій $p(x)$ і $F(x)$, виконання властивостей $p(x)$ і $F(x)$, збіг виміряних середнього значення і середньоквадратичного відхилення з розрахунковими.

5.3 Дослідити гауссів розподіл ймовірностей. Вибрати в меню “**Вибір процесу**” пункт “**3 гауссовим розподілом**”. Установити у відповідних вікнах значення a і σ , задані в домашньому завданні, а значення x_{\min} і x_{\max} такі, що охоплюють діапазон значень $a \pm 3\sigma$. Зафіксувати в робочому зошиті графіки функції розподілу ймовірностей і густини ймовірності, виміряні середнє значення і середньоквадратичне відхилення.

Повторити вимірювання при значенні $a = 1$ і значенні σ у два рази меншим, ніж задано в домашньому завданні.

Порівняти отримані результати з теоретичними положеннями: вид функцій $p(x)$ і $F(x)$, виконання властивостей $p(x)$ і $F(x)$, збіг виміряних середнього значення і середньоквадратичного відхилення з установленими.

5.4 Дослідити розподіл ймовірностей гармонічного коливання. Вибрати в меню “**Вибір процесу**” пункт “**Гармонічне коливання**”. Установити у відповідних вікнах значення амплітуди $A = 1$, значення частоти f порядку 10...20 кГц і довільне значення початкової фази φ . Установити крайні значення аргументу при аналізі розподілів, що охоплюють діапазон значень $\pm A$. Зафіксувати в

робочому зошиті графіки функції розподілу ймовірностей і густини ймовірностей, виміряні середнє значення і середньоквадратичне відхилення.

Повторити вимірювання при амплітуді $A = 0,5$ і змінених значеннях частоти і початкової фази.

Порівняти отримані результати з теоретичними положеннями: вид функцій $p(x)$ і $F(x)$, виконання властивостей $p(x)$ і $F(x)$, збіг виміряних середнього значення і середньоквадратичного відхилення з розрахунковими. Зробити висновок про незалежність цих характеристик від частоти і початкової фази коливання.

6 Опис лабораторного макета

Лабораторна робота виконується на комп'ютері з використанням віртуального макета, структурну схему якого наведено на рис. 2. Макет надає можливість дослідити характеристики процесів з рівномірним розподілом ймовірностей, з гауссовим розподілом ймовірностей і гармонічного коливання.

Для кожного із процесів макет реалізує дві основні функції:

1) Генерування N відліків досліджуваного процесу $X(t)$ і виведення їх на дисплей “Реалізація процесу”.

2) Розрахунки на основі генерованих відліків значень і виведення на дисплей:

- а) функції розподілу ймовірностей;
- б) густини ймовірності;
- в) середнього значення;
- г) середньоквадратичного відхилення (СКВ).

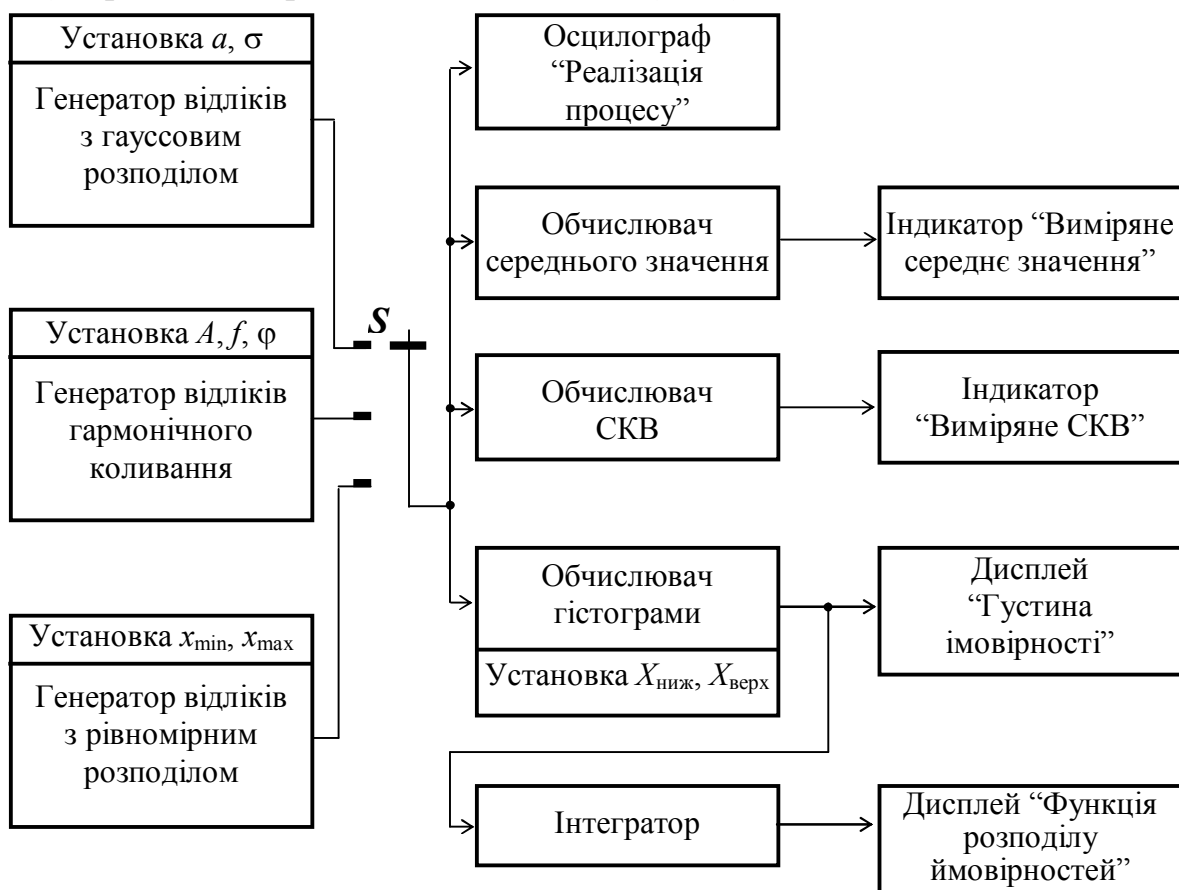


Рисунок 2 – Структурна схема макета

Для кожного досліджуваного процесу використовується свій спосіб генерування відліків, різні параметри процесів, якими вони задаються.

Генерування відліків процесу з рівномірним розподілом ймовірностей виконується за допомогою вбудованої функції **randomize**. Дослідник може установлювати значення x_{\min} і x_{\max} .

Генерування відліків процесу з гауссовим розподілом ймовірностей виконується за допомогою нелінійного перетворення двох масивів відліків з рівномірним розподілом ймовірностей, що отримуються за допомогою вбудованої функції **randomize**.

Генерування відліків гармонічного коливання виконується вбудованим функціональним генератором зі змінними амплітудою, частотою і початковою фазою коливання.

Розрахунок значень функції розподілу ймовірностей і густини ймовірності виконується в діапазоні значень аргументу від нижнього значення $x_{\text{ниж}}$ до верхнього значення $x_{\text{верх}}$. Інтервал $(x_{\text{ниж}}, x_{\text{верх}})$ розбивається на M однакових підінтервалів протяжністю $\Delta x = (x_{\text{верх}} - x_{\text{ниж}})/M$; розраховується кількість відліків k_j , які попадають в j -й підінтервал (j набуває значення від 1 до M). Частота попадання значень відліків в j -й підінтервал $q_j = k_j/N$. За достатньо великих значеннях M і N (в макеті $M = 200$, $N = 10000$) значення частоти q_j дає ймовірність попадання значень відліків в j -й підінтервал. Відповідно до властивості густини ймовірності $p(x)$ (рядок 1 в табл. 1) ймовірність попадання значень відліків в i -й підінтервал $q_j = p(x_j)\Delta x$, де $x_j = j\Delta x$. Тому

$$p(x_j) = \frac{k_j}{N\Delta x} = \frac{k_j M}{N(x_{\text{верх}} - x_{\text{ниж}})}, \quad j = \overline{1, M}. \quad (9)$$

Масиви значень $p(x_j)$ і x_j виводяться на дисплей “Густина ймовірності”.

На основі властивості функції розподілу ймовірностей $F(x)$, наведеної в рядку 5 табл. 1, розраховується масив значень

$$F(x_j) = \Delta x \sum_{k=1}^j p(x_k), \quad j = \overline{1, M}. \quad (10)$$

Масиви значень $F(x_j)$ і x_j виводяться на дисплей “Функція розподілу ймовірностей”.

Розрахунок середнього значення досліджуваного процесу виконується за формулою

$$\overline{X(i)} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X(i), \quad (11)$$

де $X(i)$, $i = \overline{1, N}$ – i -й відлік досліджуваного процесу. Число $\overline{X(i)}$ виводиться на дисплей “Виміряне середнє значення”.

Розрахунок середньоквадратичного відхилення досліджуваного процесу виконується за формулою

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (X(i) - \overline{X(i)})^2}. \quad (12)$$

Число σ виводиться на дисплей “Виміряне СКВ”.

7 Вимоги до звіту

7.1 **Назва** лабораторної роботи.

7.2 **Мета** роботи.

7.3 **Результати** виконання домашнього завдання.

7.4 **Структурні схеми** досліджень та **результати** виконання п. 5.2...5.4 лабораторного завдання (графіки і числові значення).

7.5 **Висновки** за кожним пунктом завдання, в яких надати аналіз отриманих результатів (перевірка виконання властивостей функції розподілу ймовірностей і густини ймовірності, збіг експериментальних та теоретичних даних).

7.6 **Дата**, підпис студента, віза викладача з оцінкою за 100-бальною системою оцінювання.

Лабораторна робота 1.3

КОРЕЛЯЦІЙНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ

ВИПАДКОВИХ ПРОЦЕСІВ І ДЕТЕРМІНОВАНИХ СИГНАЛІВ

1 Мета роботи

Вивчення методу експериментального визначення кореляційних характеристик випадкових процесів і детермінованих сигналів. Дослідження зв'язку між кореляційними функціями і спектрами випадкових процесів і детермінованих сигналів.

2 Ключові положення

2.1 Кореляційною функцією (КФ) випадкового процесу $X(t)$ називається математичне сподівання добутку значень процесу, які він набуває в моменти часу t_1 і t_2 :

$$K_X(t_1, t_2) = \overline{X(t_1) \cdot X(t_2)}. \quad (1)$$

Значення КФ $K_X(t_1, t_2)$ визначають величину статистичної залежності між значеннями процесу в моменти часу t_1 і t_2 . У стаціонарних процесів значення КФ залежать не від вибору t_1 і t_2 , а від відстані між ними $\tau = t_2 - t_1$, а КФ позначається $K_X(\tau)$. Далі будемо розглядати лише стаціонарні процеси і вважати, що вони є ергодичні. Для ергодичних процесів КФ визначається

$$K_X(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) x(t + \tau) dt, \quad (2)$$

де $x(t)$ – реалізація процесу $X(t)$.

2.2 Незалежно від вигляду КФ різних процесів, для них виконуються наступні властивості:

- $K_X(0) = P_X$, де P_X – середня потужність процесу;
- $K_X(0) \geq K_X(\tau)$ – коли $\tau = 0$, значення функції $K_X(\tau)$ максимальне;
- $K_X(\tau) = K_X(-\tau)$ – функція $K_X(\tau)$ парна;
- $K_X(\infty) \rightarrow \overline{X(t)}^2$, де $\overline{X(t)}$ – середнє значення процесу.

2.3 Чим менше значення $K_X(\tau)$ порівняно з $K_X(0)$, тим менша статистична залежність між значеннями процесу, які віддалені за часом на τ . Якщо значення $K_X(\tau) = 0$, то значення процесу $X(t)$, які віддалені за часом на такий інтервал τ , є некорельованими. Значення $K_X(\tau)$ і $K_X(0)$ легше порівнювати, якщо перейти до нормованої кореляційної функції

$$R_X(\tau) = \frac{K_X(\tau)}{K_X(0)}. \quad (3)$$

Значення $R_X(0) = 1$ і $-1 \leq R_X(\tau) \leq 1$.

2.4 Часто для опису кореляційних властивостей випадкових процесів замість КФ використовують число – інтервал кореляції τ_k . Інтервал кореляції запроваджується для “грубого” опису кореляційних властивостей процесу, а саме, значення процесу, віддалені на час $\tau > \tau_k$, вважають некорельованими, а значен-

ня процесу, віддалені на час $\tau \leq \tau_k$, вважають корельованими. Використовуються різні способи визначення інтервалу кореляції:

1) Інтервал кореляції τ_k є основа прямокутника висоти $K_X(0)$, площа якого дорівнює площі під кривою модуля КФ (рис. 1,а):

$$\tau_k = \frac{1}{K_X(0)} \int_0^{\infty} |K_X(\tau)| d\tau. \quad (4)$$

2) Інтервалом кореляції є таке значення τ_k , за якого при $\tau > \tau_k$ значення КФ не перевищують деякого заданого рівня (рис. 1,б).

3) Якщо КФ має коливальний характер, то як інтервал кореляції τ_k можна прийняти значення τ , за якого КФ перший раз приймає нульове значення (рис. 1,в).

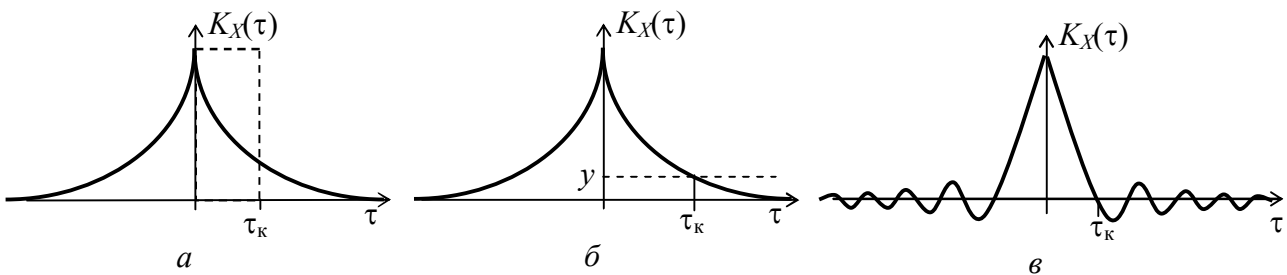


Рисунок 1 – Визначення інтервалу кореляції

2.5 Виміряти КФ суворо у відповідності з (2) неможливо, оскільки для цього необхідна реалізація процесу нескінченної тривалості. Можна виміряти КФ лише реалізації випадкового процесу скінченної тривалості. Очевидно, чим більша тривалість реалізації процесу $T_{\text{реал}}$, тим точніше виміряна КФ реалізації відображає КФ процесу. Пристрій для вимірювання КФ реалізації називається корелометром (рис. 2). Тут час затримки τ визначає аргумент вимірюваного значення КФ. Якщо корелометр, показаний на рис. 2, виконати на процесорі чи на комп'ютері, то можна отримати масив значень $K_X(kT_d)$, де T_d – інтервал дискретизації реалізації процесу $x(t)$; значення аргументу лежать у межах $-T_{\text{реал}} \leq kT_d \leq T_{\text{реал}}$. Отримані масиви значень kT_d і $K_X(kT_d)$ виводяться на двовимірний дисплей

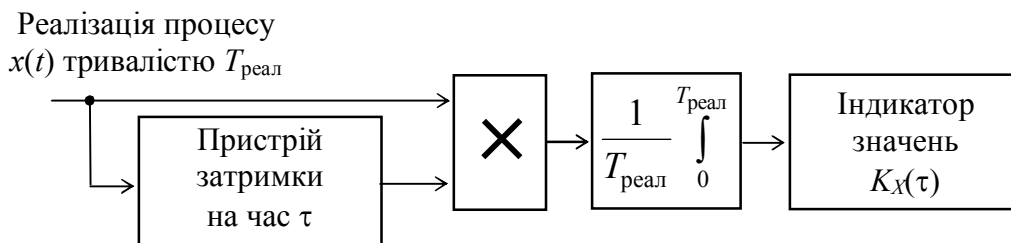


Рисунок 2 – Функціональна схема корелометра

2.6 Основною спектральною характеристикою випадкових процесів є спектральна густина потужності $G_X(f)$, яка визначає розподіл потужності процесу за частотою. Кількісно функція $G_X(f)$ визначає потужність процесу у смузі час-

тот протяжністю 1 Гц біля частоти f . Теорема Хінчина-Вінера стверджує, що функції $K_X(\tau)$ і $G_X(\omega)$ пов'язані перетворенням Фур'є

$$\left. \begin{aligned} G_X(\omega) &= 2 \int_0^{\infty} K_X(\tau) \cos(\omega\tau) d\tau; \\ K_X(\tau) &= \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} G_X(\omega) \cos(\omega\tau) d\omega. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Якщо функція $G_X(f)$ відома, то за допомогою неї можна визначити середню потужність процесу

$$P_X = \int_0^{\infty} G_X(f) df. \quad (6)$$

Зокрема, якщо процес – квазібілий шум зі спектральною густиною потужності N_0 у смузі частот $(0, F_{\max})$,

$$P_X = N_0 \cdot F_{\max}. \quad (7)$$

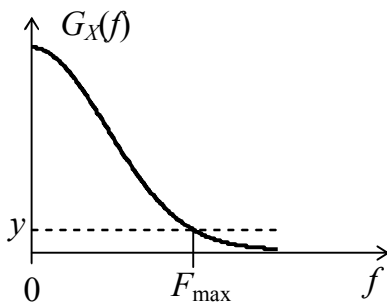


Рисунок 3 – Визначення ширини спектра

2.7 Часто досить знати ширину спектра процесу F_{\max} . Ширина спектра випадкового процесу визначається за функцією $G_X(f)$ такими ж самими методами, що і ширина спектра детермінованого сигналу. На рис. 3 показано, як ширина спектра визначається на заданому рівні y , тобто F_{\max} є протяжність області частот, поза якою спектральна густина потужності процесу не перевищує значення y .

Оскільки функції $K_X(\tau)$ і $G_X(f)$ пов'язані перетворенням Фур'є, то є зв'язок між шириною спектра F_{\max} й інтервалом кореляції τ_k процесу:

$$\tau_k \cdot F_{\max} = 0,5. \quad (8)$$

Знак рівності у виразі (8) слід розуміти наступним чином – добуток інтервалу кореляції і ширини спектра процесу є величиною порядку 0,5.

2.8 Кореляційна функція є також характеристикою детермінованого сигналу, хоча і немає такого тлумачення, як для випадкового процесу. КФ неперіодичного детермінованого сигналу визначається

$$K_s(\tau) = \int_0^{T_s} s(t) s(t + \tau) dt, \quad (9)$$

де T_s – тривалість сигналу $s(t)$.

Виміряти КФ детермінованого сигналу можна за допомогою корелометра, схему якого наведено на рис. 2. Відмінності: інтегрування провадиться на інтервалі $(0, T_s)$ і відсутній множник перед інтегралом.

Нехай $s(t)$ – П-імпульс амплітуди A і тривалості $T_{\text{ім}}$

$$s(t) = \begin{cases} A, & 0 \leq t < T_{\text{ім}}, \\ 0, & t < 0, \quad t \geq T_{\text{ім}}. \end{cases} \quad (10)$$

Після підстановки (10) в (9) отримаємо

$$K_s(\tau) = \begin{cases} A^2 T_{\text{ім}} (1 - |\tau|/T_{\text{ім}}), & |\tau| \leq T_{\text{ім}}, \\ 0, & |\tau| > T_{\text{ім}}. \end{cases} \quad (11)$$

КФ П-імпульсу показана на рис. 4,а.

Із виразу (9) випливає, що $K_s(0) = E_s$ – енергії сигналу $s(t)$. Перетворення Фур'є від $K_s(\tau)$ дає квадрат амплітудного спектра (спектральну густину енергії) сигналу $s(t)$. Перетворення Фур'є від виразу (11) дає квадрат відомого виразу для амплітудного спектра П-імпульсу

$$S^2(f) = \left(A T_{\text{ім}} \frac{\sin(\pi f T_{\text{ім}})}{\pi f T_{\text{ім}}} \right)^2, \quad -\infty < f < \infty. \quad (12)$$

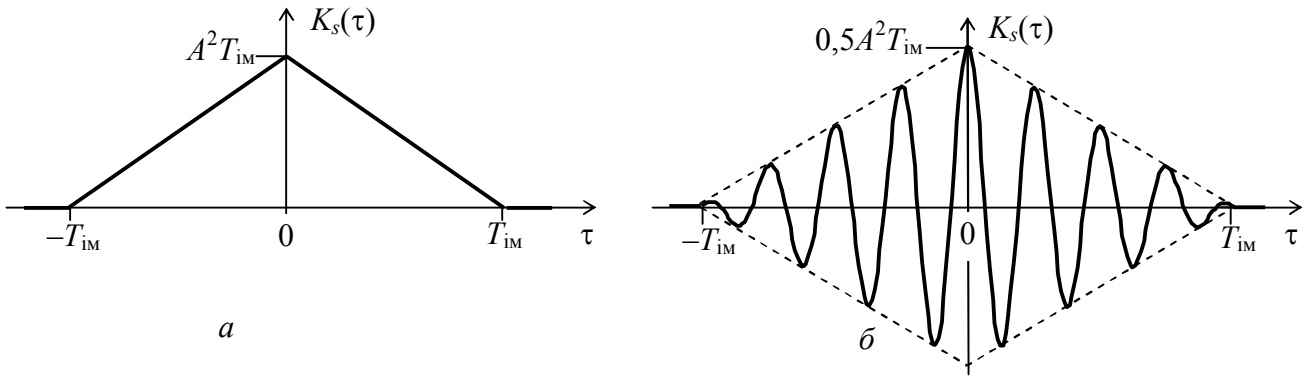


Рисунок 4 – Кореляційні функції: а – П-імпульсу, б – радіоімпульсу

2.9 Розглянемо радіоімпульс з П-подібною обвідною тривалості $T_{\text{ім}}$

$$s(t) = \begin{cases} A \sin(2\pi f_0 t + \varphi_0), & 0 \leq t < T_{\text{ім}}, \\ 0, & t < 0, \quad t \geq T_{\text{ім}}, \end{cases} \quad (13)$$

де A , f_0 і φ_0 – амплітуда, частота і початкова фаза коливання.

Після підстановки (13) в (9) отримаємо

$$K_s(\tau) = \begin{cases} 0,5 A^2 T_{\text{ім}} (1 - |\tau|/T_{\text{ім}}) \cos 2\pi f_0 \tau, & |\tau| \leq T_{\text{ім}}, \\ 0, & |\tau| > T_{\text{ім}}. \end{cases} \quad (14)$$

Із (14) випливає, що КФ радіоімпульсу є косинусоїда з нульовою початковою фазою і не залежить від фази радіоімпульсу. Тому, якщо початкова фаза радіоімпульсу φ_0 є випадковою величиною, то КФ радіоімпульсу визначається формулою (14). Обвідна КФ радіоімпульсу збігається з КФ сигналу, який є обвідною радіоімпульсу. На рис. 4,б наведено КФ радіоімпульсу, побудовану за формулою (14) при $f_0 = 4/T_{\text{ім}}$.

Перетворення Фур'є від виразу (14) дає квадрат амплітудного спектра сигналу (13)

$$S^2(f) = 0,25 \left(AT_{\text{ім}} \frac{\sin(\pi(f - f_0)T_{\text{ім}})}{\pi(f - f_0)T_{\text{ім}}} \right)^2, \quad -\infty < f < \infty. \quad (15)$$

3 Ключові питання

- 3.1 Дати визначення КФ випадкового процесу.
- 3.2 Як визначається КФ ергодичного процесу?
- 3.3 Перелічити основні властивості КФ випадкового процесу.
- 3.4 Які параметри випадкового процесу можна визначити за його КФ?
- 3.5 Що стверджує теорема Хінчина-Вінера?
- 3.6 Перелічити способи визначення інтервалу кореляції.
- 3.7 Який зв'язок між шириною спектра й інтервалом кореляції випадкового процесу?
- 3.8 Який вигляд має КФ П-імпульсу?
- 3.9 Який вигляд має КФ радіоімпульсу з П-подібною обвідною?
- 3.10 Чому початкова фаза радіоімпульсу не впливає на його КФ?

4 Домашнє завдання

4.1 Вивчити розділи “Кореляційна функція детермінованого та випадкового процесів” за конспектом лекцій і літературою [1, с. 15...18, 59...63; 3, с. 133...145; 4, с. 49...60] й опис лабораторного макета в розд. 6.

4.2 Побудувати структурні схеми корелометрів для дослідження кореляційних функцій випадкових процесів і детермінованих сигналів.

4.3 Розрахувати і побудувати графіки КФ і спектрів:

- П-імпульсу тривалістю $T_{\text{ім}} = 1,5$ мс;
- радіоімпульсу з П-подібною обвідною тривалістю $T_{\text{ім}} = 2$ мс і частотою колювання радіоімпульсу $f_0 = 2000$ Гц;
- амплітуди імпульсів прийняти $(N + 1)$ В, де N – номер Вашої бригади.

4.4 Підготуватись до обговорення за ключовими питаннями.

5 Лабораторне завдання

5.1 Ознайомитися з віртуальним макетом на робочому місці. Для цього запустити програму **1.3 Кореляційні характеристики випадкових процесів і детермінованих сигналів**, використовуючи іконку **Лабораторні роботи** на робочому столі, а потім папки **ТЕЗ** та **Модуль 1**. Вивчити схему макета на дисплеї комп'ютера, користуючись розд. 6. Уточнити з викладачем план виконання лабораторного завдання.

5.2 Дослідити кореляційні та спектральні характеристики реалізацій шуму. Установити $F_{\text{max}} = 1000$ Гц. Після виконання програми проаналізувати експериментальні дані, а саме, перевірити виконання властивостей кореляційної функції, визначити за спектром його максимальну частоту, визначити за кореляційною функцією інтервал кореляції, знайти їх добуток, порівняти його з теоретичним значенням (8); дати візуальну оцінку середнього значення спект-

ральної густини потужності N_0 на інтервалі $(0, F_{\max})$, помножити її на F_{\max} і порівняти добуток зі значенням вимірної середньої потужності реалізації – співвідношення (7).

Повторити дослідження для $F_{\max} = 2000$ Гц і $F_{\max} = 3000$ Гц.

5.3 Дослідити кореляційні та спектральні характеристики П-імпульсу. Установити $A = 2$ В, $T_{\text{ім}} = 0,5$ мс. Після виконання програми зарисувати графіки $K_s(\tau)$ і $S^2(f)$. Провести аналіз експериментальних даних, а саме, порівняти експериментальну залежність $S^2(f)$ з теоретичною (12); експериментальну залежність $K_s(\tau)$ з теоретичною (11); виміряне значення енергії імпульсу зі значенням $K_s(0)$.

Повторити дослідження для $A = 5$ В, $T_{\text{ім}} = 1$ мс і $T_{\text{ім}} = 1,5$ мс.

5.4 Дослідити кореляційні та спектральні характеристики радіоімпульсу. Установити $A = 2$ В, $f_0 = 1000$ Гц. Після виконання програми зарисувати графіки $K_s(\tau)$ і $S^2(f)$. Провести аналіз експериментальних даних, а саме, порівняти експериментальну залежність $S^2(f)$ з теоретичною (15); експериментальну залежність $K_s(\tau)$ з теоретичною (14); виміряне значення енергії імпульсу зі значенням $K_s(0)$. Записати значення початкової фази радіоімпульсу. Запустити програму на виконання і впевнитись, що кореляційна функція не залежить від початкової фази радіоімпульсу.

Повторити дослідження для $A = 5$ В, $f_0 = 2000$ Гц і $f_0 = 3000$ Гц.

6 Опис лабораторного макета

Лабораторна робота виконується на комп'ютері у середовищі HP VEE з використанням віртуального макета, структурну схему якого наведено на рис. 5. Макет містить наступні генератори:

- генератор шуму, який формує реалізацію квазібілого шуму в інтервалі частот $(0, F_{\max})$ тривалістю 20 мс у вигляді 5000 відліків; макет надає можливість установити значення F_{\max} 1000, 2000 і 3000 Гц;
- генератор одиночного П-імпульсу, якому можна установити тривалість імпульсу 0,5, 1 і 1,5 мс та довільну амплітуду;
- генератор радіоімпульсу з П-подібною обвідною тривалістю 2 мс дозволяє установити довільну амплітуду імпульсу і частоту коливання f_0 1000, 2000 і 3000 Гц; фаза коливання є випадковою величиною, її значення виводиться на індикатор ф.

Перемикач S дозволяє вибрати досліджуваний процес.

Якщо для дослідження вибрано шум, то на дисплеях відображаються:

- реалізація шуму;
- значення вимірної середньої потужності реалізації;
- кореляційна функція реалізації, розрахована за алгоритмом, що наведений на рис. 2;
- спектральна густина потужності реалізації шуму, отримана як перетворення Фур'є від кореляційної функції реалізації; програма формує відліки квазібілого шуму, однак через дуже малу кількість відліків (5000 відліків) спектр далеко не білий у смузі частот $(0, F_{\max})$.

Якщо для дослідження вибрано П-імпульс чи радіоімпульс, то на дисплеях відображаються:

- осцилограма імпульсу;
- значення виміряної енергії імпульсу;
- кореляційна функція імпульсу, розрахована за формулою (7);
- квадрат амплітудного спектра імпульсу, отриманий як перетворення Фур'є від кореляційної функції імпульсу.

В усіх випадках для обчислення КФ використовується вбудована функція Xcorrelate.

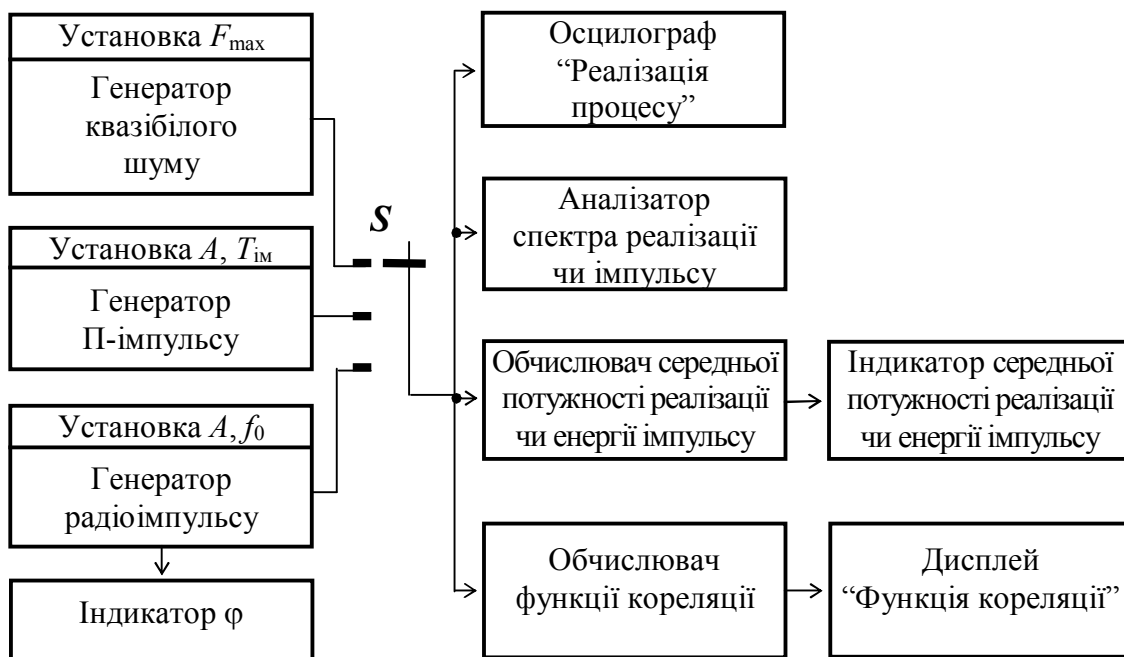


Рисунок 5 – Структурна схема макета

7 Вимоги до звіту

7.1 **Назва** лабораторної роботи.

7.2 **Мета** роботи.

7.3 **Результати** виконання домашнього завдання.

7.4 **Структурні схеми** досліджень та **результати** виконання п. 5.2...5.4 лабораторного завдання (графіки і числові значення).

7.5 **Висновки** за кожним пунктом завдання, в яких надати аналіз отриманих результатів (перевірка виконання властивостей кореляційних функцій, збіг експериментальних та теоретичних даних).

7.6 **Дата**, підпис студента, віза викладача з оцінкою за 100-бальною системою оцінювання.

Лабораторна робота 1.4

ДОСЛІДЖЕННЯ СИГНАЛІВ АНАЛОГОВОЇ МОДУЛЯЦІЇ

1 Мета роботи

1.1 Дослідження часових та спектральних характеристик сигналів аналогових видів модуляції.

1.2 Дослідження зв'язку між характеристиками модульованих та модулюючих сигналів.

2 Ключові положення

2.1 Модуляція є аналоговою, якщо модулюючий сигнал аналоговий. Принцип аналогової модуляції: є допоміжне гармонічне коливання – переносник (носійна) $u_{\text{пер}}(t) = A_0 \cos(2\pi f_0 t + \varphi_0)$; під час модуляції один із параметрів переносника отримує прирости, пропорційні значенням модулюючого сигналу $b(t)$. У такого переносника під час модуляції можуть отримувати прирости: амплітуда, частота або початкова фаза. Назва параметра, який отримує прирости, визначає назву модуляції: амплітудна (АМ), фазова (ФМ) і частотна (ЧМ).

У разі аналогових видів модуляції модулюючий сигнал – це первинний неперервний сигнал електрозв'язку $b(t)$ з такими характеристиками:

- максимальна частота спектра сигналу F_{max} ;
- сигнал нормований так, що максимальне за модулем значення $|b(t)|_{\text{max}} = 1$;
- середнє значення сигналу $\overline{b(t)} = 0$.

2.2 У випадку АМ приріст амплітуди переносника пропорційний миттєвим значенням модулюючого сигналу, тобто амплітуда модульованого сигналу $A(t) = A_0 + \Delta A b(t)$, де ΔA – коефіцієнт пропорційності, який вибирають так, щоб амплітуда $A(t)$ не набувала від'ємних значень. Оскільки $|b(t)|_{\text{max}} = 1$, то ΔA визначає найбільший за модулем приріст амплітуди переносника, а, щоб амплітуда $A(t)$ не набувала від'ємних значень, необхідно забезпечити $\Delta A \leq A_0$. Частота і початкова фаза переносника залишаються незмінними. Зручно перейти до відносного максимального приросту амплітуди – коефіцієнта амплітудної модуляції $m_{\text{AM}} = \Delta A / A_0$. Зрозуміло, що $0 < m_{\text{AM}} \leq 1$.

Аналітичний вираз сигналу АМ за довільного модулюючого сигналу має вигляд

$$s_{\text{AM}}(t) = A_0 [1 + m_{\text{AM}} b(t)] \cos(2\pi f_0 t + \varphi_0). \quad (1)$$

Бачимо, що параметрами сигналу АМ є m_{AM} , A_0 , f_0 і φ_0 . Часову діаграму сигналу АМ наведено на рис. 1. Звертає на себе увагу те, що обвідна модульованого сигналу повторює форму модулюючого сигналу – амплітуда сигналу АМ $A(t)$ є обвідною високочастотного коливання $\cos(2\pi f_0 t + \varphi_0)$ (на рис. 1 обвідна зображена штриховою лінією).

2.3 На рис. 2 показано довільний амплітудний спектр модулюючого сигналу та відповідний йому амплітудний спектр сигналу АМ, що складається із гармонічного коливання частоти переносника, верхньої бічної смуги частот

(ВБС) та нижньої бічної смуги частот (НБС). При цьому ВБС є масштабною копією спектра модулюючого сигналу, яка зсунута за частотою на величину f_0 . НБС є дзеркальним відображенням ВБС відносно частоти переносника f_0 .

Із рис. 2 випливає важливий результат: ширина спектра сигналу АМ $\Delta F_{\text{АМ}}$ дорівнює подвоєному значенню максимальної частоти спектра модулюючого сигналу, тобто $\Delta F_{\text{АМ}} = 2F_{\text{max}}$.

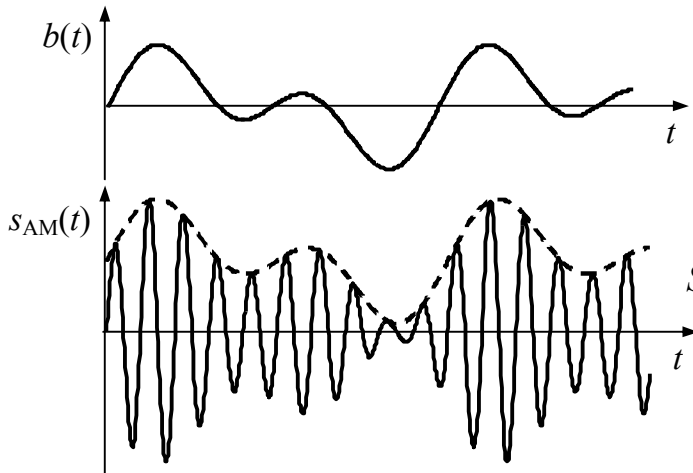


Рисунок 1 – Модулюючий $b(t)$ та модульований $s_{\text{АМ}}(t)$ сигнали

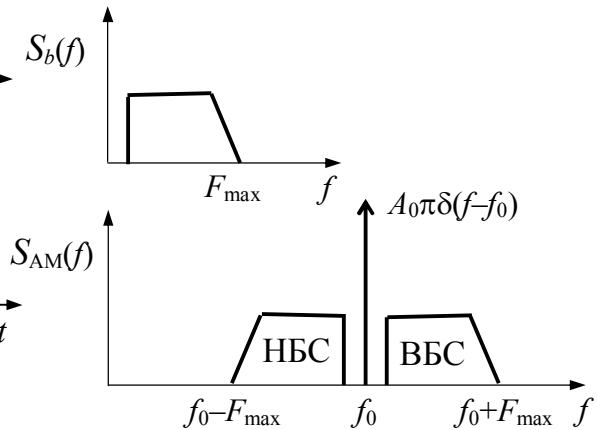


Рисунок 2 – Спектри модулюючого та АМ сигналів

2.4 Розрахунки показують, що, коли модулюючими сигналами є первинні сигнали електрозв'язку, то частка потужності бокових смуг складає лише кілька відсотків від потужності модульованого сигналу. Тому доцільно сформувати сигнал зі спектром, що складається лише з двох бічних смуг частот (коливання частоти переносника відсутнє), – таким сигналом є сигнал балансної модуляції.

Балансною називається такий вид модуляції, коли модульованим сигналом є добуток модулюючого сигналу і переносника. Аналітичний вираз сигналу БМ має вигляд

$$s_{\text{БМ}}(t) = A_0 b(t) \cos(2\pi f_0 t + \varphi_0). \quad (2)$$

Часові діаграми модулюючого та модульованого сигналів наведено на рис. 3. Оскільки модулюючий сигнал діє на амплітуду переносника, то БМ вважається різновидом АМ. Із рис. 3 видно, що обвідна сигналу БМ $A(t) = A_0 |b(t)|$ (показана пунктирною лінією) не повторює модулюючий сигнал.

Із порівняння математичних виразів, що описують сигнал АМ (1) і сигнал БМ (2), бачимо, що спектр сигналу БМ відрізняється від спектра сигналу АМ відсутністю коливання частоти переносника. На рис. 4 показано довільний амплітудний спектр модулюючого сигналу та відповідний йому амплітудний спектр сигналу БМ, що складається із ВБС та НБС. Із рис. 4 випливає, що ширина спектра сигналу БМ $\Delta F_{\text{БМ}}$ така сама, як і ширина спектра сигналу АМ: $\Delta F_{\text{БМ}} = 2F_{\text{max}}$.

2.5 Односмуговою називається такий вид модуляції, коли спектр модульованого сигналу збігається зі спектром модулюючого сигналу, зсунутим на

частоту переносника, чи є інверсією зсунутого спектра відносно частоти переносника. Спектр сигналу ОМ містить одну бічну смугу – верхню чи нижню. Сигнал ОМ записується у вигляді

$$s_{\text{ОМ}}(t) = A_0 b(t) \cos(\omega_0 t + \varphi_0) \mp A_0 \tilde{b}(t) \sin(\omega_0 t + \varphi_0), \quad (3)$$

де знак “–” відноситься до опису сигналу з верхньою бічною смугою частот, а знак “+” – з нижньою бічною смугою; $\tilde{b}(t)$ – сигнал, спряжений за Гільбертом із сигналом $b(t)$.

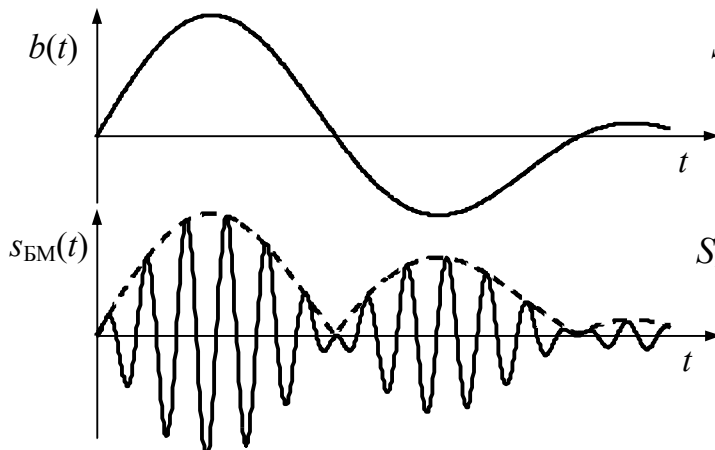


Рисунок 3 – Модулюючий $b(t)$ та модульований $s_{\text{БМ}}(t)$ сигнали

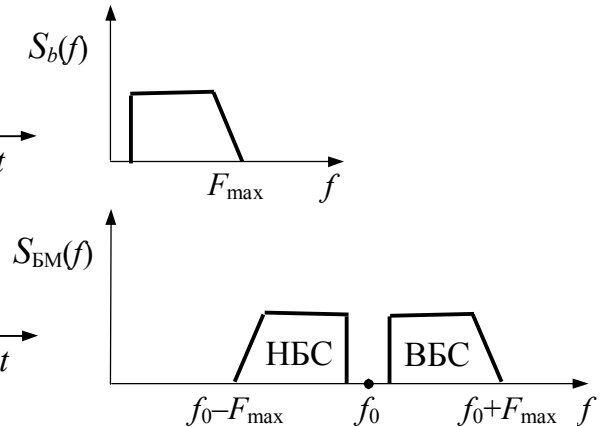


Рисунок 4 – Спектри модулюючого та БМ сигналів

Часові діаграми модулюючого сигналу $b(t)$, спряженого за Гільбертом $\tilde{b}(t)$ та ОМ сигналу наведені на рис. 5. Із рис. 5 видно, що обвідна сигналу ОМ $A(t) = A_0 \sqrt{b^2 + \tilde{b}^2}$ (показана пунктирною лінією) не повторює модулюючий сигнал.

На рис. 6 показано довільний амплітудний спектр модулюючого сигналу та відповідний йому амплітудний спектр ОМ сигналу з ВБС. Із рис. 6 випливає, що ширина спектра ОМ сигналу $\Delta F_{\text{ОМ}}$ удвічі менша за ширину спектра АМ та БМ сигналів: $\Delta F_{\text{ОМ}} = F_{\text{max}}$.

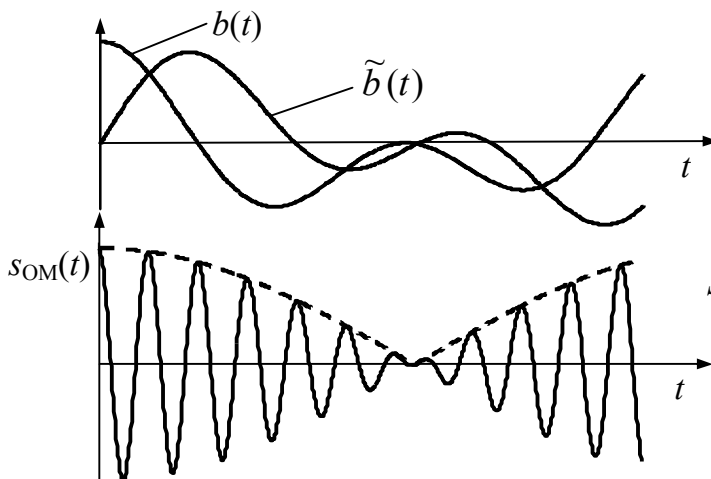


Рисунок 5 – Модулюючий $b(t)$ та модульований $s_{\text{ОМ}}(t)$ сигнали

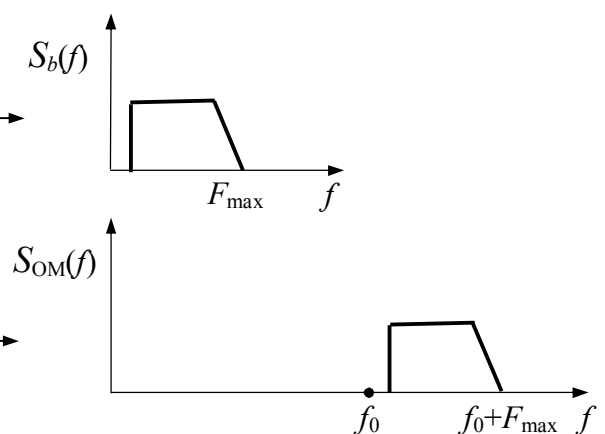


Рисунок 6 – Спектри модулюючого та ОМ сигналів

2.6 Модуляція називається частотною, якщо приріст частоти переносника, викликаний модулюючим сигналом, пропорційний миттєвим значенням модулюючого сигналу, тобто

$$\Delta f(t) = \Delta f_d \cdot b(t), \quad (4)$$

де Δf_d – девіація частоти або максимальний приріст частоти у процесі модуляції.

У цей самий час має місце приріст фази

$$\Delta \varphi(t) = 2\pi \int_{-\infty}^t \Delta f(t) dt = 2\pi \Delta f_d \int_{-\infty}^t b(t) dt. \quad (5)$$

Математичний опис сигналу ЧМ:

$$s_{\text{ЧМ}}(t) = A_0 \cos(2\pi f_0 t + 2\pi \Delta f_d \int_{-\infty}^t b(t) dt + \varphi_0). \quad (6)$$

2.7 Модуляція називається фазовою, якщо приріст фази, викликаний модулюючим сигналом, пропорційний миттєвим значенням модулюючого сигналу, тобто

$$\Delta \varphi(t) = \Delta \varphi_d b(t), \quad (7)$$

де $\Delta \varphi_d$ – девіація фази або максимальний приріст фази у процесі модуляції.

Приріст частоти, що має місце в разі фазової модуляції, визначається виразом

$$\Delta f(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d(\Delta \varphi(t))}{dt} = \frac{\Delta \varphi_d}{2\pi} \frac{db(t)}{dt}. \quad (8)$$

Часове представлення сигналу ФМ:

$$s_{\text{ФМ}}(t) = A_0 \cos(2\pi f_0 t + \Delta \varphi_d b(t) + \varphi_0). \quad (9)$$

2.8 Із наведених описів сигналів випливає, що сигнали ЧМ і ФМ мають багато спільного. Під час модуляції як у випадку ЧМ, так і в випадку ФМ мають місце прирости і частоти, і фази. Назва виду модуляції визначається тим, який із параметрів отримує приріст, пропорційний модулюючому сигналу.

2.9 Якщо модулюючий сигнал – гармонічне коливання $b(t) = \cos 2\pi Ft$, то сигнал ЧМ записується у вигляді

$$s_{\text{ЧМ}}(t) = A_0 \cos(2\pi f_0 t + m_{\text{ЧМ}} \sin 2\pi Ft + \varphi_0), \quad (10)$$

де $m_{\text{ЧМ}}$ – індекс частотної модуляції, який визначається відношенням девіації частоти до частоти модулюючого сигналу

$$m_{\text{ЧМ}} = \Delta f_d / F. \quad (11)$$

У випадку такого самого модулюючого сигналу сигнал ФМ записується як

$$s_{\text{ФМ}}(t) = A_0 \cos(2\pi f_0 t + m_{\text{ФМ}} \cos 2\pi Ft + \varphi_0), \quad (12)$$

де $m_{\text{ФМ}}$ – індекс фазової модуляції, який дорівнює девіації фази

$$m_{\text{ФМ}} = \Delta\varphi_{\text{д}}. \quad (13)$$

Із порівняння виразів (10) і (12) випливає, що форми сигналів ЧМ і ФМ збігаються – вони лише взаємно зсунуті на чверть періоду коливання $b(t)$. Як висновок – у разі модуляції гармонічним коливанням та рівності індексів модуляції амплітудні спектри сигналів ЧМ і ФМ однакові.

2.10 Для випадку модуляції гармонічним коливанням розглянемо амплітудні спектри сигналів ЧМ і ФМ. Для цього досить проаналізувати один із видів модуляції, наприклад, ЧМ. Перетворення виразу (10) дає спектральне представлення сигналу ЧМ:

$$s_{\text{ЧМ}}(t) = A_0 J_0(m_{\text{ЧМ}}) \cdot \cos 2\pi f_0 t + \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k A_0 J_k(m_{\text{ЧМ}}) \cdot \cos(2\pi(f_0 - kF)t) + \sum_{k=1}^{\infty} A_0 J_k(m_{\text{ЧМ}}) \cdot \cos(2\pi(f_0 + kF)t), \quad (14)$$

де $J_k(m_{\text{ЧМ}})$ – значення функції Бесселя першого роду k -го порядку від аргументу $m_{\text{ЧМ}}$. Графіки функцій Бесселя наведено на рис. 7.

Із виразу (14) випливає, що у спектрі сигналу ЧМ є складова на частоті переносника f_0 (перший доданок), її амплітуда $|A_0 J_0(m_{\text{ЧМ}})|$ залежить від індексу модуляції $m_{\text{ЧМ}}$.

Перша сума у виразі (14) визначає нижню бокову смугу з частотами

$$f_k = f_0 - kF, \quad k = 1, 2, 3, \dots$$

Аналогічно, друга сума визначає верхню бокову смугу з частотами

$$f_k = f_0 + kF, \quad k = 1, 2, 3, \dots$$

Амплітуди складових спектра, розміщених симетрично відносно f_0 , для певного k , визначаються як $|A_0 J_k(m_{\text{ЧМ}})|$.

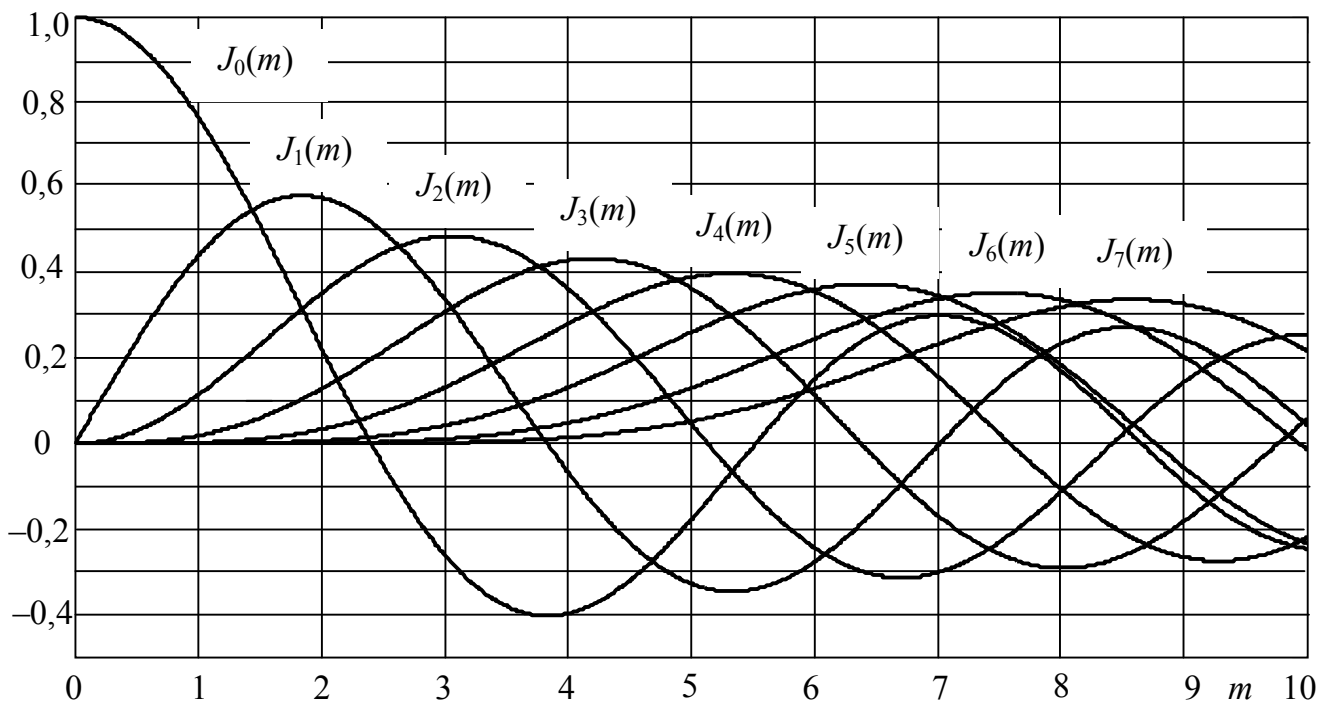


Рисунок 7 – Графіки функцій Бесселя

2.11 Із виразу (14) випливає, що протяжність амплітудного спектра нескінченна. Проте основна частина потужності сигналу зосереджена в деякому обмеженому частотному інтервалі навколо f_0 , який і вважають шириною спектра сигналу. Якщо обмежитись урахуванням складових, амплітуди яких не менші за $0,05A_0$, то ширина спектра ЧМ сигналу розраховується за формулою:

$$F_{\text{ЧМ}} = 2F(m_{\text{ЧМ}} + 1). \quad (15)$$

2.12 Викладене в п. 2.10 і 2.11 справедливе як для ЧМ, так і для ФМ. Відмінність між спектрами ЧМ і ФМ сигналів можна виявити, коли зафіксувати параметри модульованих сигналів і змінити частоту модулюючого сигналу. У випадку ФМ індекс модуляції $m_{\text{ФМ}}$ залишається незмінним і ширина спектра ФМ сигналу за формулою (15) змінюється. У випадку ж ЧМ індекс модуляції $m_{\text{ЧМ}}$ змінюється відповідно до формули (11) і ширина спектра ЧМ сигналу за формулою (15) практично залишається незмінною.

2.13 У випадку складних модулюючих сигналів із максимальною частотою спектра F_{max} ширина спектра модульованого сигналу розраховується за формулами

$$F_{\text{ЧМ}} = 2(m_{\text{ЧМ}} + 1)F_{\text{max}}, \quad (16)$$

$$F_{\text{ФМ}} = 2(m_{\text{ФМ}} + 1)F_{\text{max}}, \quad (17)$$

де індекси модуляції $m_{\text{ЧМ}}$ і $m_{\text{ФМ}}$ визначаються відповідно формулами (11) і (13).

2.14 Математичні моделі сигналів АМ, БМ, ОМ, ЧМ і ФМ у вигляді співвідношень (1), (2), (3), (10) і (12) використовуються для побудови схем формування та детектування цих сигналів.

3 Ключові питання

3.1 З якою метою використовується модуляція в системах електрозв'язку?

3.2 Дати визначення амплітудної, балансної, односмугової, частотної і фазової модуляцій.

3.3 Що таке коефіцієнт амплітудної модуляції? Які значення він може приймати?

3.4 Що таке перетворення Гільберта?

3.5 Накреслити часові діаграми сигналів, коли модулюючим сигналом є гармонічне коливання.

3.6 Зобразити спектри сигналів АМ, БМ і ОМ, коли модулюючим сигналом є гармонічне коливання.

3.7 Зобразити спектри АМ, БМ і ОМ сигналів, коли задано довільний спектр модулюючого сигналу.

3.8 Пояснити, чому обвідна ОМ сигналу на рис. 5 має саме такий вигляд?

3.9 Перелічити основні параметри сигналів ЧМ і ФМ, дати їх визначення.

3.10 Що таке індекс частотної модуляції? Які значення він може набувати?

3.11 У чому полягає відмінність ЧМ від ФМ?

3.12 Як розрахувати спектри ЧМ і ФМ сигналів?

3.13 У спектрі сигналу ЧМ (чи ФМ), коли модулюючим сигналом є гармонічне коливання, за деяких значень індексу модуляції складові з частотами $f_0 \pm F$ відсутні. Чим це пояснюється? Яким індексом модуляції це відповідає?

3.14 Частота модулюючого сигналу зменшилась удвічі. Як при цьому зміняться спектри ЧМ і ФМ сигналів?

4 Домашнє завдання

4.1 Вивчити розділи “Амплітудна модуляція та її різновиди” і “Частотна і фазова модуляція” за конспектом лекцій і літературою [1, с. 77...94; 3, с. 149...164; 4, с. 82...103] та описами лабораторних макетів за розд. 6 цих вказівок.

4.2 Несійне коливання частоти f_0 модулюється первинним сигналом $b(t) = A_1 \sin(2\pi F_1 t) + A_2 \sin(2\pi F_2 t) + A_3 \sin(2\pi F_3 t)$. Зобразити спектри первинного сигналу і спектри сигналів АМ, БМ і ОМ (покласти $m_{\text{АМ}} = 1$). Вихідні дані до завдання згідно з номером Вашої бригади наведено в табл. 1.

Таблиця 1 – Вихідні дані до домашнього завдання

Номер бригади N	A_1 , В	f_1 , Гц	A_2 , В	f_2 , Гц	A_3 , В	f_3 , Гц	f_0 , Гц
1	0,3	50	0,4	100	0,3	250	800
2	0,3	100	0,3	200	0,4	300	900
3	0,4	50	0,3	200	0,3	250	1000
4	0,3	100	0,4	150	0,3	250	1100
5	0,3	50	0,3	250	0,4	300	1200
6	0,4	100	0,3	250	0,3	300	1000
7	0,3	50	0,4	100	0,3	150	800
8	0,3	100	0,3	200	0,4	300	900

4.3 Розрахувати амплітудний спектр сигналу ЧМ за такими даними: амплітуда переносника $A_0 = 1$ В, частота переносника $f_0 = 2500$ Гц; девіація частоти $\Delta f_d = 400 + 100N$ Гц, де N – номер бригади; модулюючим сигналом є гармонічне коливання частоти $F = 200$ Гц. Результати розрахунків оформити таблицею та побудувати графік спектра. Розрахувати ширину спектра сигналу та показати її на графіку амплітудного спектра.

4.4 Підготуватись до обговорення за ключовими питаннями.

5 Лабораторне завдання

5.1 Ознайомитися з віртуальним макетом на робочому місці. Для цього запустити програму **1.4а Дослідження сигналів АМ, БМ і ОМ**, використовуючи іконку **Лабораторні роботи** на робочому столі, а потім папки **ТЕЗ** та **Модуль 1**. Вивчити схему макета на дисплеї комп'ютера, користуючись розд. 6. Уточнити з викладачем план виконання лабораторного завдання.

5.2 Провести дослідження модульованих сигналів у часовій та частотній областях. Для цього:

- установити значення A_1 , F_1 , A_2 , F_2 , A_3 , F_3 , коефіцієнт $m_{\text{АМ}}$ та частоту f_0 такі самі, як і в домашньому завданні;
- встановити вид модуляції АМ та запустити програму на виконання;

- перенести в протокол осцилограми та спектрограми: первинного сигналу на вході модулятора; модульованого сигналу на виході модулятора;
- установити по черзі види модуляції БМ, ОМ із ВБС, ОМ із НБС, після виконання програми перенести в протокол спектрограми сигналів на виході модулятора;
- порівняти розраховані в домашньому завданні та отримані на комп'ютері спектрограми, результати порівняння занести до висновків протоколу;
- зробити висновки щодо відповідності форм модулюючого сигналу та обвідної модульованого сигналу для різних видів модуляції.

5.3 Провести дослідження спектрів модульованих сигналів у разі зміни частоти несійного коливання. Для цього спочатку збільшити на 200 Гц, а потім зменшити на 200 Гц частоту несійного коливання, перенести в протокол отримані на виході модулятора спектрограми сигналів. Зміни у спектрограмах, у порівнянні з отриманими в п. 5.2, занести до висновків протоколу.

5.4 Провести дослідження сигналу ОМ у випадку однотонального модулюючого сигналу. Для цього:

- установити значення $A_1 = 1$ В, $f_1 = 100$ Гц, $A_2 = A_3 = 0$, частоту f_0 таку саму, як і в домашньому завданні;
- установити вид модуляції ОМ із ВБС, а потім ОМ із НБС;
- перенести у протокол осцилограми та спектрограми сигналів $b(t)$, $\tilde{b}(t)$ та $s_{\text{ОМ}}(t)$;
- зробити висновки відносно відповідності сигналів $b(t)$, $\tilde{b}(t)$, $s_{\text{ОМ}}(t)$ та обвідної модульованого сигналу $A(t) = A_0 \sqrt{b^2 + \tilde{b}^2}$.

5.5 Ознайомитися з віртуальним макетом на робочому місці. Для цього запустити програму **1.46 Дослідження сигналів ЧМ і ФМ**, використовуючи іконку **Лабораторні роботи** на робочому столі, а потім папки **ТЕЗ** та **Модуль 1**. Вивчити схему макета на дисплеї комп'ютера, користуючись розд. 6. Уточнити з викладачем план виконання лабораторного завдання.

5.6 Провести дослідження амплітудного спектра сигналу ЧМ з параметрами, які використані в домашньому завданні. Для цього слід до входу модулятора подати гармонічне коливання, встановити його частоту та девіацію частоти. Зафіксувати в таблиці значення частот та амплітуд складових. Побудувати графік амплітудного спектра. Порівняти його зі спектром, розрахованим у домашньому завданні. Зробити висновок про їх збіг.

5.7 Провести дослідження амплітудного спектра сигналу ФМ з девіацією фази, що дорівнює індексу ЧМ у п. 5.6, і за такого самого модулюючого коливання. Зафіксувати в таблиці значення частот та амплітуд складових. Побудувати графік амплітудного спектра. Порівняти його зі спектром, отриманим при виконанні п. 5.6. Зробити висновок про їх збіг.

5.8 Провести дослідження амплітудного спектра сигналу ЧМ, коли модулюючий сигнал – складне коливання (сума гармонічних коливань з частотами 70 і 200 Гц). Установити значення девіації частоти 600 Гц. Зафіксувати у протоколі у вигляді ескізу графік амплітудного спектра. Оцінити ширину спек-

тра сигналу, як протяжність смуги частот, де амплітуди складових не менші за 10 відсотків від найбільшої амплітуди складової у спектрі сигналу. Розрахувати ширину спектра сигналу за формулою (16) та порівняти її з визначеною експериментально.

5.9 Провести дослідження амплітудного спектра сигналу ФМ, коли модулюючий сигнал – складне коливання (сума гармонічних коливань з частотами 70 і 200 Гц). Встановити значення девіації фази $\Delta\varphi_d = 3$. Зафіксувати у протоколі у вигляді ескізу графік амплітудного спектра. Оцінити ширину спектра сигналу, як протяжність області частот, де амплітуди складових не менші за 10 відсотків від найбільшої амплітуди складової у спектрі сигналу. Розрахувати ширину спектра сигналу за формулою (17) та порівняти її з визначеною експериментально.

6 Опис лабораторних макетів

Лабораторна робота з дослідження сигналів АМ, БМ і ОМ виконується на комп'ютері з використанням віртуального макета **1.4а**, структурну схему якого наведено на рис. 8.

До складу макета входять генератор модулюючого неперервного сигналу $b(t) = A_1 \sin(2\pi F_1 t) + A_2 \sin(2\pi F_2 t) + A_3 \sin(2\pi F_3 t)$ та модулятор (генератор несійного коливання входить до складу модулятора). Значення частот та амплітуд гармонічних коливань $A_1, F_1, A_2, F_2, A_3, F_3$, частоту переносника f_0 , коефіцієнт m_{AM} можна змінювати.

Схема макета надає можливість установлювати вид модуляції: АМ, БМ, ОМ із ВБС та ОМ із НБС. Часові та спектральні діаграми сигналів можна спостерігати у двох точках схеми макета: на вході та на виході модулятора. У разі ОМ осцилографом на вході модулятора крім модулюючого сигналу $b(t)$ відображається сигнал $\tilde{b}(t)$. Разом з осцилограмою модульованого сигналу пунктирною лінією виводиться графік обвідної сигналу.

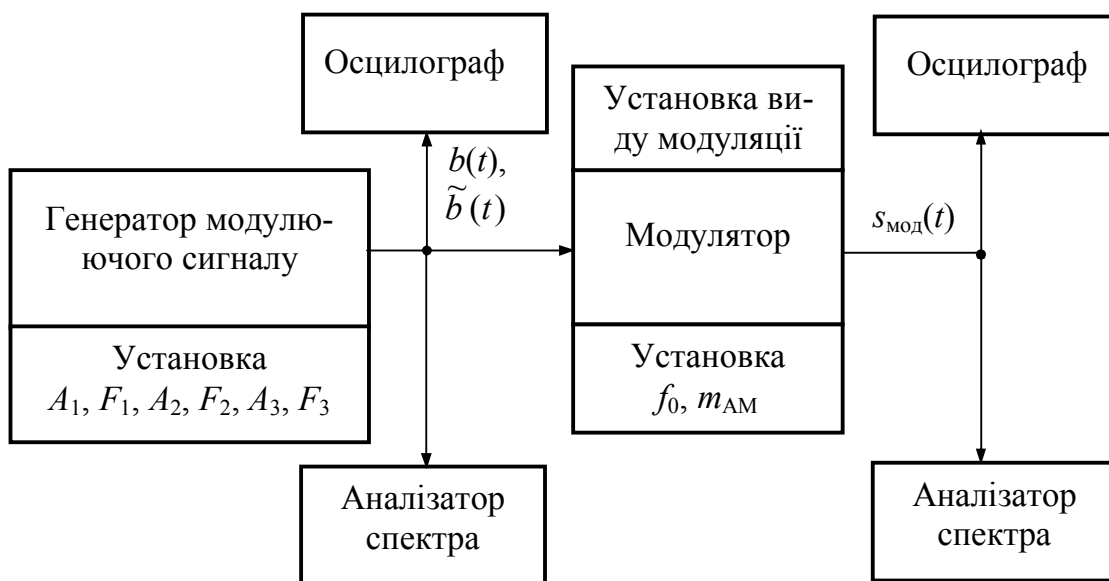


Рисунок 8 – Структурна схема макета **1.4а**

Лабораторна робота з дослідження сигналів ЧМ і ФМ виконується на комп'ютері з використанням віртуального макета **1.46**, структурну схему якого наведено на рис. 9.

До складу макета входять модулятор та генератори модулюючих сигналів. Частота переносника $f_0 = 2500$ Гц. Перемикач S надає можливість вибирати один із генераторів модулюючих сигналів: генератор гармонічного колювання $b(t) = \sin 2\pi Ft$, частоту якого F можна регулювати, та генератор складного колювання $b(t) = 0,5 \sin 2\pi 70t + 0,5 \sin 2\pi 200t$.

Схема макета надає можливість встановлювати вид модуляції: ЧМ чи ФМ, девіацію частоти Δf_d у випадку ЧМ та девіацію фази $\Delta \phi_d$ у випадку ФМ. Часові та спектральні діаграми сигналів можна спостерігати у двох точках схеми макета: на вході та на виході модулятора.

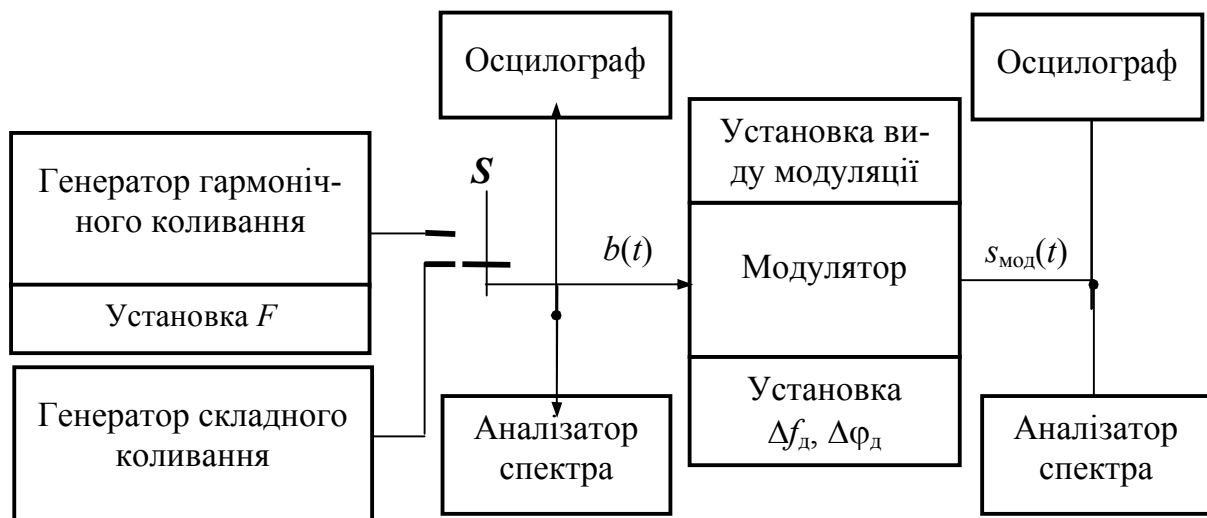


Рисунок 9 – Структурна схема макета **1.46**

7 Вимоги до звіту

7.1 **Назва** лабораторної роботи.

7.2 **Мета** роботи.

7.3 **Результати** виконання домашнього завдання.

7.4 **Структурні схеми** для виконання кожного пункту лабораторного завдання та **результати** виконання п. 5.2...5.4, 5.6...5.9 лабораторного завдання (осцилограми та спектрограми, кожна з яких має мати підпис).

7.5 **Висновки з результатів** виконання п. 5.2...5.4, 5.6...5.9 лабораторного завдання (збіг теоретичних та експериментальних даних, збіг результатів виконання домашнього завдання та експериментальних даних, прояв властивостей сигналів тощо).

7.6 **Дата**, підпис студента, віза викладача з оцінкою за 100-бальною шкалою.

Лабораторна робота 1.5 ДОСЛІДЖЕННЯ СИГНАЛІВ ЦИФРОВОЇ МОДУЛЯЦІЇ

1 Мета роботи

1.1 Вивчення методів передавання цифрових сигналів модульованими сигналами АМ-М, ФМ-М та ЧМ-2.

1.2 Дослідження часових і спектральних характеристик сигналів АМ-М і ФМ-М для $M = 2$ і 4 та ЧМ-2.

2 Ключові положення

2.1 Первинний цифровий сигнал $b(t)$ – це послідовність двійкових символів (бітів) 1 і 0, що йдуть через інтервал T_6 . У цифрових пристроях прямокутний імпульс високого рівня відповідає 1, а імпульс низького рівня – 0. Основний параметр первинного цифрового сигналу – його швидкість R (біт/с).

2.2 Сигнал цифрової модуляції $s(t)$ – це послідовність радіоімпульсів, які відображають первинний сигнал і йдуть через тактовий інтервал T :

$$s(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} s_i^{(k)}(t - kT), \quad (1)$$

де $s_i(t)$, $i = 0, \dots, M - 1$ – канальні символи (радіоімпульси);

M – число канальних символів (рівнів модульованого сигналу);

$s_i^{(k)}(t - kT)$ – i -й канальний символ, що передається на k -му тактовому інтервалі.

Радіоімпульси можуть відрізнятися амплітудами, фазами чи частотами. Існують різні види цифрової модуляції: АМ-М, ФМ-М, АФМ-М, КАМ-М, ЧМ-М.

Якщо $M = 2$, то має місце двійковий сигнал $s(t)$, коли символ $s_0(t)$ використовується для передавання 0, а символ $s_1(t)$ – для передавання 1. Якщо $M > 2$, то має місце багатопозиційний (багаторівневий) сигнал $s(t)$. Як правило, $M = 4, 8, \dots, 2^n$, n – ціле число. Тут кожний символ $s_i(t)$ використовується для передавання $n = \log_2 M$ біт первинного сигналу $b(t)$. Яку саме послідовність біт переносить кожний символ установлює модуляційний код. Якщо в разі двійкових сигналів $T = T_6$, то в разі багатопозиційних сигналів тривалість тактового інтервалу збільшується: $T = T_6 \log_2 M$.

2.3 Для сигналів АМ-М і ФМ-2 канальні символи записуються:

$$s_i(t) = a_i A(t) \sqrt{2} \cos(2\pi f_0 t), \quad i = 0, 1, \dots, M - 1, \quad (2)$$

де a_i – число, що відображає n біт, які передаються символом $s_i(t)$;

$A(t)$ – функція, що визначає форму радіоімпульсів;

f_0 – частота несійного коливання.

Із виразу (2) випливає, що канальні символи є сигналами аналогової БМ і, тому спектр радіоімпульсу $s_i(t)$ складається з двох бокових смуг, зосереджених біля частоти носійної f_0 . Спектральні властивості радіоімпульсу $s_i(t)$ цілком визначаються функцією $A(t)$.

Якщо функція $A(t)$ – прямокутний імпульс тривалості T , то спектр радіоімпульсу буде широким, а для передавання цифрових сигналів важливо сформувати компактний спектр. Для того, щоб спектр радіоімпульсу $s_i(t)$ був компактним, і була відсутня міжсимвольна інтерференція, функція $A(t)$ повинна бути імпульсом Найквіста. Тоді бокові смуги частот будуть копіями спектра Найквіста (рис. 1), а ширина спектра сигналів АМ-М і ФМ-2:

$$\Delta F = 2f_n(1 + \alpha) = \frac{1 + \alpha}{T} = \frac{1 + \alpha}{T_6 \log_2 M} = \frac{R(1 + \alpha)}{\log_2 M}, \quad (3)$$

де $f_n = 0,5/T$ – частота Найквіста;

α – коефіцієнт скату спектра ($0 \leq \alpha \leq 1$).

Із виразу (3) випливає важливий висновок – збільшення числа позицій сигналу дозволяє зменшити ширину спектра каналних символів (2).

2.4 Канальні символи прийнято умовно зображати у вигляді сигнальних точок у деякому просторі. Сигнальні точки сигналів АМ-М і ФМ-2 розташовуються на числовій осі і тому ці сигнали називають одновимірними (рис. 2). Діаграми, на яких канальні символи зображені у вигляді сигнальних точок, називаються сигнальними сузір'ями.

Модуляційний код сигналу АМ-2: передачі 0 відповідає $a_0 = 0$, а передачі 1 відповідає $a_1 = a$.

Модуляційний код сигналу ФМ-2: $0 \rightarrow a_0 = -a$; $1 \rightarrow a_1 = a$.

Модуляційний код сигналу АМ-4: $00 \rightarrow a_0 = -a$; $01 \rightarrow a_1 = -3a$; $10 \rightarrow a_2 = a$; $11 \rightarrow a_3 = 3a$. Число a визначає енергії каналних символів.

2.5 Канальні символи $s_i(t)$ у разі ФМ-М ($M \geq 4$) і АФМ-М у загальному вигляді описуються за допомогою синфазної і квадратурної складових:

$$s_i(t) = a_{ci}A(t)\sqrt{2} \cos 2\pi f_0 t + a_{si}A(t)\sqrt{2} \sin 2\pi f_0 t, \quad i = 0, 1, \dots, M-1, \quad (4)$$

де a_{ci} , a_{si} – коефіцієнти, що відображають послідовність із n біт, яка передається каналним символом $s_i(t)$.

Сигнали, що описуються виразом (4), є сума двох БМ сигналів з однаковими амплітудними спектрами, що визначаються спектром сигналу $A(t)$. У разі, коли $A(t)$ – імпульс Найквіста, амплітудний спектр кожної зі складових, а також

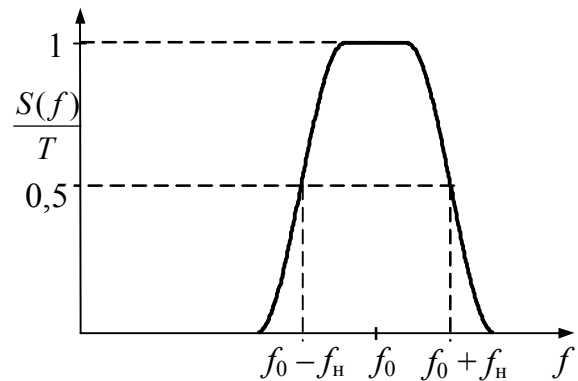


Рисунок 1 – Спектр елементарних сигналів у випадку АМ-М та ФМ-М ($\alpha = 0,6$)

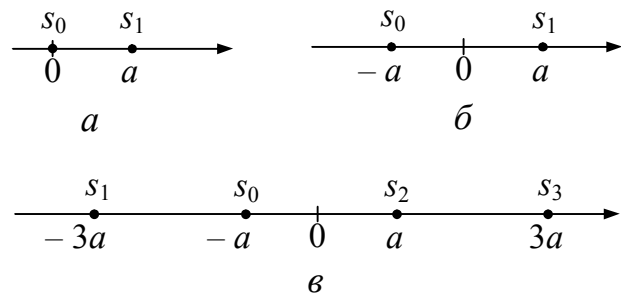


Рисунок 2 – Сигнальні сузір'я сигналів: а – АМ-2; б – ФМ-2; в – АМ-4

їх суми, має вигляд, наведений на рис. 1. Тому ширина спектра каналних символів у разі ФМ-М і АФМ-М описується виразом (3).

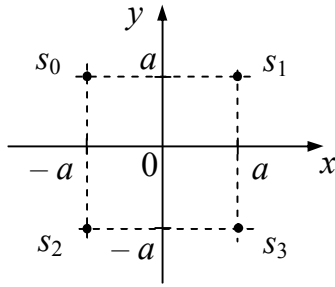


Рисунок 3 – Сигнальне сузір'я сигналу ФМ-4

2.6 Сигнали АФМ-М і ФМ-М ($M \geq 4$) є двовимірними, оскільки функції $A(t)\sqrt{2} \cos 2\pi f_0 t$ і $A(t)\sqrt{2} \sin 2\pi f_0 t$, що присутні у виразі (4), ортогональні та утворюють двовимірний простір. Сигнальні сузір'я двовимірних сигналів зображуються на площині (рис. 3). Тут x символізує коливання $A(t)\sqrt{2} \cos 2\pi f_0 t$, а y – $A(t)\sqrt{2} \sin 2\pi f_0 t$.

Для сигналів ФМ-М вираз (4) можна переписати:

$$s_i(t) = aA(t) \cos(2\pi f_0 t - \varphi_i);$$

$$\varphi_i = \arctg\left(\frac{b_i}{a_i}\right). \quad (5)$$

Модуляційний код сигналу ФМ-4:

$$00 \rightarrow \varphi_0 = 135^\circ (a_{c0} = -a \text{ і } a_{s0} = a);$$

$$01 \rightarrow \varphi_1 = 45^\circ (a_{c1} = a \text{ і } a_{s1} = a);$$

$$10 \rightarrow \varphi_2 = 225^\circ (a_{c2} = -a \text{ і } a_{s2} = -a);$$

$$11 \rightarrow \varphi_3 = 315^\circ (a_{c3} = a \text{ і } a_{s3} = -a).$$

2.7 Процес формування одновимірних та двовимірних сигналів на основі виразів (2) і (4) такий: кодер модуляційного коду ставить у відповідність $n = \log_2 M$ вхідним бітам два П-імпульси з амплітудами a_{ci} і a_{si} (у випадку одновимірних сигналів лише один імпульс з амплітудою a_{ci} , а $a_{si} = 0$); П-імпульси фільтруються формуючими ФНЧ так, щоб отримати імпульси Найквіста; імпульси $a_{ci}A(t)$ і $a_{si}A(t)$ надходять до входів балансних модуляторів; отримані модульовані сигнали підсумовуються.

2.8 Сигнал ЧМ-2 будується на основі радіоімпульсів, що відрізняються частотами:

$$\begin{aligned} s_0(t) &= aA(t) \cos(2\pi(f_0 - \Delta f/2)t), \\ s_1(t) &= aA(t) \cos(2\pi(f_0 + \Delta f/2)t), \end{aligned} \quad (6)$$

де Δf – рознесення частот;

a – коефіцієнт, що визначає енергію каналних символів.

Нехай функція $A(t)$ – П-імпульс тривалості T з амплітудою $\sqrt{1/T}$, а $\varphi_0 = \varphi_1 = 0$. Легко впевнитись, що у цьому разі скалярний добуток сигналів $s_0(t)$ і $s_1(t)$:

$$(s_0, s_1) = a^2 \frac{\sin 2\pi \Delta f T}{\pi \Delta f T}. \quad (7)$$

Отже, каналні символи (6) ортогональні, коли рознесення частот

$$\Delta f = \frac{k}{2T}, \quad k = 1, 2, 3, \dots \quad (8)$$

Розглянемо випадок, $k = 1$, тобто $\Delta f = 0,5/T$. Сигнал ЧМ-2 на одному тактовому інтервалі записується

$$s(t) = a\sqrt{2/T} \cos(2\pi f_0 t \pm \pi \Delta f t), \quad 0 \leq t < T, \quad (9)$$

де знак «+» відповідає $s_1(t)$, а знак «-» відповідає $s_0(t)$.

З (9) видно, що на тактовому інтервалі має місце лінійна зміна фази носійного коливання $\cos 2\pi f_0 t$, а у момент T набіг фази складає $\pi/2$.

Модуляція ЧМ-2 називається модуляцією мінімального зсуву (ММЗ) у разі виконання наступних умов:

1. У каналних символів (6) функція $A(t)$ – П-імпульс тривалості T .
2. Рознесення частот $\Delta f = 0,5/T$.
3. Модульований сигнал формується без “розриву” фази.

Остання умова реалізується наступним чином: фаза несійного коливання $\cos 2\pi f_0 t$ на початку наступного тактового інтервалу збігається з фазою у кінці попереднього тактового інтервалу, повинно бути накопичення фази без “розриву”. Для цього символи цифрового сигналу відображаються у П-імпульси тривалості T і амплітуди d_k (k – номер тактового інтервалу): $1 \rightarrow d_k = 1$, $0 \rightarrow d_k = -1$. Тоді зміну фази $\Delta\varphi(t)$ без “розриву” для будь-якого моменту часу $t = nT + \Delta t$ можна записати

$$\Delta\varphi(t) = \sum_{k=0}^n d_k \frac{\pi}{2} + d_{n+1} \pi \Delta f \Delta t. \quad (10)$$

Тут П-імпульси амплітуди d_k виступають у ролі множників до функції $\pi \Delta f \Delta t$. Для первинного цифрового сигналу $b(t) = \{1, 0, 0, 1\}$ на рис. 4 наведено зміну фази $\Delta\varphi(t)$ без “розриву”.

Сигнал ММЗ на нескінченному інтервалі записується

$$s_{\text{ММЗ}}(t) = a\sqrt{2/T} \cos(2\pi f_0 t + \Delta\varphi(t)), \quad 0 \leq t < \infty, \quad (11)$$

де $\Delta\varphi(t)$ – зміна фази, яка визначається виразом (10).

Подано сигнал $s_{\text{ММЗ}}(t)$ через квадратурні складові:

$$s_{\text{ММЗ}}(t) = a\sqrt{2/T} I(t) \cos 2\pi f_0 t + a\sqrt{2/T} Q(t) \sin 2\pi f_0 t, \quad 0 \leq t < \infty, \quad (12)$$

де $I(t) = \cos \Delta\varphi(t)$ – косинусна складова;

$Q(t) = -\sin \Delta\varphi(t)$ – синусна складова.

Для первинного цифрового сигналу $b(t) = \{1, 0, 0, 1\}$ на рис. 4 наведено квадратурні складові. Подання сигналу $s_{\text{ММЗ}}(t)$ через квадратурні складові лежить в основі побудови схеми модулятора.

Нормований спектр модульованого сигналу ММЗ описується виразом

$$S(f) = \frac{\sqrt{1 + \cos(4\pi(f - f_0)T)}}{\sqrt{2(1 - (4(f - f_0)T)^2)}}. \quad (13)$$

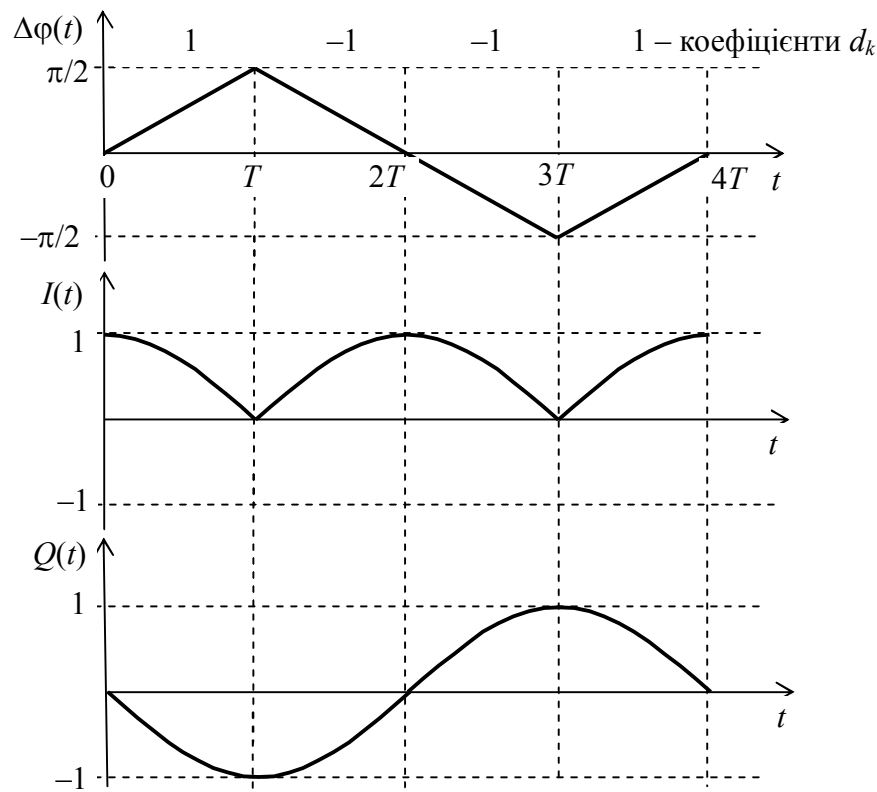


Рисунок 4 – До пояснення формування сигналу ММЗ

Залежність (13) наведена на рис. 5. Зі збільшенням $|f - f_0|$ спектр спадає зі швидкістю $1/(f - f_0)^2$. Якщо ширину спектра $F_{\text{ММЗ}}$ визначити за першими нулями залежності (13), то

$$F_{\text{ММЗ}} = 1,5/T = 1,5R. \quad (14)$$

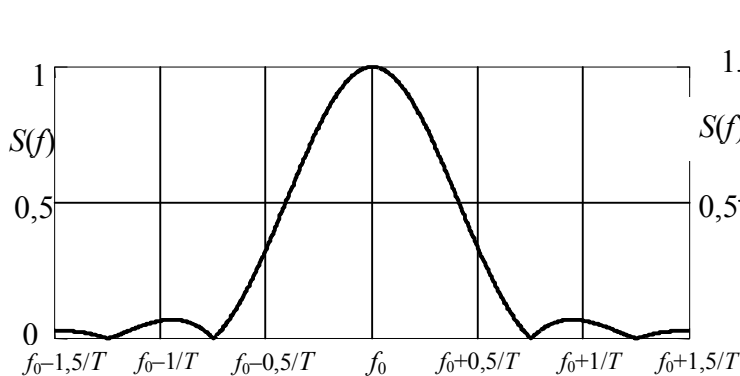
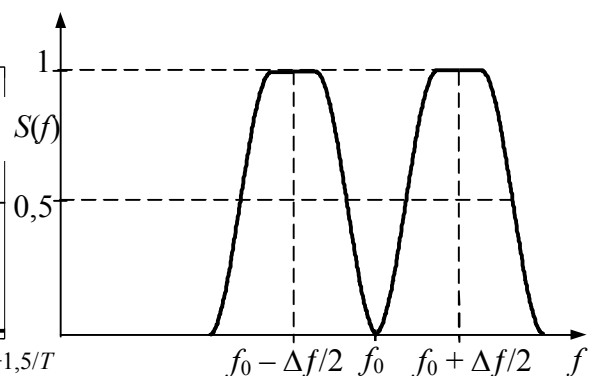


Рисунок 5 – Спектр сигналу ММЗ

Рисунок 6 – Спектр сигналу ЧМ-2, коли $\alpha = 0,6$, $\Delta f = 2(1+\alpha)f_n$

2.9 Для того, щоб отримати сигнал ЧМ-2 з вузьким спектром і не було міжсимвольної інтерференції, необхідно, щоб функція $A(t)$ була імпульсом Найквіста. У такому разі можна вважати, що спектр сигналу $s_{\text{ЧМ-2}}(t)$ є сума спектрів двох радіоімпульсів частот $f_0 - \Delta f/2$ і $f_0 + \Delta f/2$. На рис. 6 представлений нормований спектр сигналу ЧМ-2, з якого випливає, що рознесення частот буде мінімальним, коли спектри радіоімпульсів примикають один до одного, і дорівнює він:

$$\Delta f_{\min} = \frac{1 + \alpha}{T}. \quad (15)$$

Тоді ширина спектра сигналу ЧМ-2:

$$F_{\text{ЧМ-2}} = \Delta f_{\min} + \frac{1 + \alpha}{T} = \frac{2(1 + \alpha)}{T} = 2R(1 + \alpha), \quad (16)$$

вдвічі більша ширини спектра сигналів АМ-2 і ФМ-2.

Формування сигналів ЧМ-2 відрізняється від формування сигналів ФМ-М роботою кодера модуляційного коду і тим, що частоти опорних коливань генераторів в балансних модуляторах відрізняються на величину $\Delta f/2$ від частоти несійного коливання.

3 Ключові питання

3.1 З якою метою використовується модуляція у системах електрозв'язку?

3.2 Дайте визначення цифрового сигналу.

3.3 Сформулюйте принцип цифрової модуляції.

3.4 Дайте визначення сигналів цифрових видів модуляції АМ-М, ФМ-М та ЧМ-М.

3.5 Чому для передавання цифрових сигналів каналами зв'язку не використовуються радіоімпульси з П-подібною обвідною? Якою повинна бути обвідна імпульсу?

3.6 Як розрахувати ширину спектра сигналів АМ-М, ФМ-М та ЧМ-2?

3.7 Дайте визначення сигналів модуляції мінімального зсуву.

3.8 З якою метою для передавання цифрових сигналів каналами зв'язку використовуються багатопозиційні сигнали?

3.9 Які сигнали цифрових видів модуляції є одновимірними, а які – двовимірними?

4 Домашнє завдання

4.1 Вивчити розділ "Цифрові види модуляції" за конспектом лекцій і літературою [1, с. 91...120; 3, с. 164...168, 180...185; 4, с. 103...112] та опис лабораторного макета в розд. 6.

4.2 Задана тривалість тактового інтервалу $T = 50$ мс. Необхідно побудувати часові діаграми каналних символів $s_1(t)$ з частотою $f_0 = 40$ Гц для двох випадків: з П-подібною обвідною й обвідною у вигляді імпульсу Найквіста.

Примітка. Необхідно враховувати, що каналним символом є добуток П-імпульсу тривалості T або імпульсу Найквіста та гармонічного коливання. Як імпульс Найквіста можна взяти функцію

$$A(t) = \frac{\sin(\pi t/T)}{\pi t/T},$$

а графік каналного символу побудувати на інтервалі $(-4T, 4T)$.

4.3 Підготуватись до бесіди за ключовими питаннями.

5 Лабораторне завдання

5.1 Ознайомитися з віртуальним макетом на робочому місці. Для цього запустити програму **1.5 Дослідження сигналів цифрової модуляції**, використовуючи іконку **Лабораторні роботи** на робочому столі, а потім папки **ТЕЗ** та **Модуль 1**. Вивчити схему макета на дисплеї комп'ютера, користуючись розд. 6. Уточнити з викладачем план виконання лабораторного завдання.

5.2 Підготовка макета. Необхідно встановити цифровий сигнал, для чого подати десяткове число $128 + 10N$ (N – номер Вашої бригади) у двійковій системі числення. Коефіцієнт скату спектра розраховується за формулою: $\alpha = 1 - 0,1N$.

5.3 Дослідження залежності форми і спектра сигналів АМ-2 і АМ-4 від форми обвідної. Для цього необхідно встановити: вид модуляції АМ-2; форму обвідної П-імпульс. Зафіксувати у протоколі одну під одною часові діаграми наступних сигналів: цифрового сигналу, сигналів на виходах кодера модуляційного коду, модульованого сигналу. Також зафіксувати спектральну діаграму модульованого сигналу. Після цього встановити форму обвідної – імпульс Найквіста. Зафіксувати у протоколі часову та спектральну діаграми модульованого сигналу. Такі самі дослідження виконати для сигналу АМ-4.

У висновках на основі порівняння спектральних діаграм зазначити доцільність використання радіоімпульсів з обвідною у формі імпульсу Найквіста та доцільність використання багатопозиційних сигналів для зменшення займаної смуги частот.

5.4 Дослідження залежності форми і спектра сигналів ФМ-2 і ФМ-4 від форми обвідної. Повторити дослідження, проведені в п. 5.3, для сигналів ФМ-2 і ФМ-4. Порівняти спектри сигналів АМ-М і ФМ-М.

5.5 Дослідження форми і спектра сигналу ЧМ-2 на основі імпульсів Найквіста. Для цього необхідно встановити: вид модуляції ЧМ-2; форму обвідної – імпульс Найквіста. Зафіксувати у протоколі одну під одною часові діаграми наступних сигналів: цифрового сигналу, сигналів на виходах кодера модуляційного коду, модульованого сигналу. Також зафіксувати спектральну діаграму модульованого сигналу.

5.6 Дослідження форми і спектра сигналу ММЗ. Для цього необхідно встановити: вид модуляції ЧМ-2; форму обвідної П-імпульс. Зафіксувати у протоколі одну під одною часові діаграми наступних сигналів: цифрового сигналу, сигналів на виходах кодера модуляційного коду, модульованого сигналу. Також зафіксувати спектральну діаграму модульованого сигналу. Пояснити форму квадратурних складових сигналу $a_i A(t)$ і $b_i A(t)$. Для цього необхідно накреслити графік зміни фази $\Delta\varphi(t)$ за аналогією з рис. 4.

Порівняти спектри сигналів АМ-2, ММЗ і ЧМ-2 на основі імпульсів Найквіста.

6 Опис лабораторного макета

Лабораторна робота виконується на комп'ютері з використанням віртуального макета, структурна схема якого наведена на рис. 7.

Макет є універсальним модулятором сигналів цифрової модуляції. До складу макета входить генератор цифрового сигналу тривалістю $8T_6$, значення символів сигналу можна змінювати. Установлена тривалість біта $T_6 = 50$ мс. Модулятор складається з наступних блоків: кодера модуляційного коду, формуючих фільтрів, генераторів несійних коливань, двох перемножувачів і суматора. Установка виду модуляції діє на кодер модуляційного коду та генератори носійних коливань і дозволяє встановити наступні види модуляції: АМ-2, АМ-4, ФМ-2, ФМ-4 і ЧМ-2. Сигнали із двох виходів кодера надходять до входів фільтрів, що формують обвідну радіоімпульсів у вигляді імпульсу Найквіста. Схема містить перемикач, який дозволяє вимкнути формуючі фільтри зі схеми, і тоді радіоімпульси мають П-подібну обвідну. Сформовані імпульси перемножуються з несійними коливаннями. Частота несійної встановлена в макеті $f_0 = 40$ Гц. Рознесення частот Δf у макеті установлюється у випадку ЧМ-2 відповідно до формули (9), а у випадку ММЗ $\Delta f = 0,5/T$. Макет містить осцилографи й аналізатор спектра.

7 Вимоги до звіту

7.1 **Назва** лабораторної роботи.

7.2 **Мета** роботи.

7.3 **Результати** виконання домашнього завдання.

7.4 **Структурні схеми** для виконання кожного із лабораторних завдань.

7.5 **Результати** виконання лабораторних завдань за пунктами (осцилограми та спектрограми, кожна з яких має мати підпис).

7.6 **Висновки** за кожним пунктом завдання, в яких надати аналіз отриманих результатів (збіг теоретичних та експериментальних даних, прояв властивостей сигналів тощо).

7.7 **Дата**, підпис студента, віза викладача з оцінкою за 100-бальною шкалою.

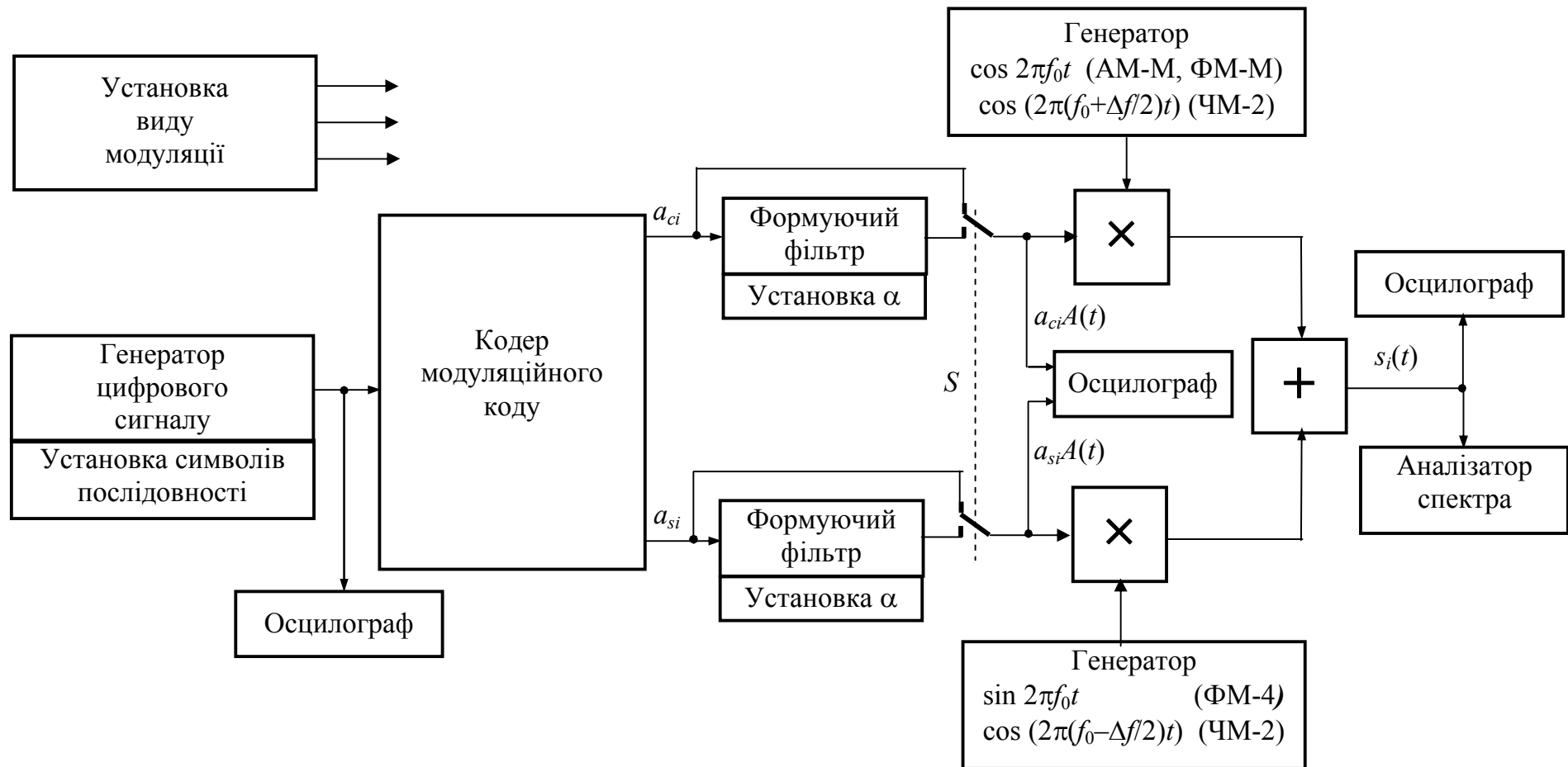


Рисунок 7 – Структурна схема макета

Лабораторна робота 2.1

ДОСЛІДЖЕННЯ АЛГОРИТМІВ ЕФЕКТИВНОГО КОДУВАННЯ ДЖЕРЕЛ ДИСКРЕТНИХ ПОВІДОМЛЕНЬ

1 Мета роботи

1.1 Вивчення інформаційних характеристик джерел дискретних повідомлень і принципів ефективного кодування повідомлень.

1.2 Вивчення і дослідження особливостей алгоритмів ефективного кодування Хаффмана й Шеннона-Фано.

2 Ключові положення

2.1 В основу визначення кількості інформації в повідомленнях в теорії й техніці зв'язку покладені ймовірнісні характеристики повідомлень, які показують їхній ступінь невизначеності. Кількість інформації $I(a)$ у повідомленні a , ймовірність появи якого $P(a)$, визначається як

$$I(a) = \log_2 \frac{1}{P(a)} = -\log_2 P(a). \quad (1)$$

Логарифмічна міра має властивість адитивності (кількість інформації, що міститься в декількох незалежних повідомленнях, дорівнює сумі кількостей інформації в кожному повідомленні). Оскільки $0 < P(a) \leq 1$, то величина $I(a)$ є невід'ємною й скінченою. Якщо $P(a) = 1$, то кількість інформації дорівнює нулю (повідомлення про відому подію ніякої інформації не несе).

Одиницею виміру кількості інформації є двійкова одиниця (дв. од.) або біт (1 дв. од. визначається як кількість інформації в повідомленні, ймовірність якого $P(a) = 0,5$).

Джерело повідомлень A використовує M_A знаків (M_A називають обсягом алфавіту). Знаки a_k звичайно мають різні ймовірності $P(a_k)$, і кількості інформації $I(a_k)$ у знаках відповідно до формули (1) різні. Для опису джерела в середньому введене поняття ентропія. Ентропія джерела $H(A)$ – це середня кількість інформації в одному знаку (вимірюється у дв. од.). Якщо знаки незалежні, то середня кількість інформації визначається як математичне сподівання значень $I(a_k)$:

$$H(A) = \overline{I(a_k)} = \sum_{k=1}^{M_A} P(a_k) I(a_k) = -\sum_{k=1}^{M_A} P(a_k) \log_2 P(a_k). \quad (2)$$

Фізично ентропія є мірою невизначеності стану джерела повідомлень, вона є об'єктивною інформаційною характеристикою джерела.

З виразу (2) випливає, що ентропія невід'ємна. При цьому ентропія дорівнює нулю тільки тоді, коли ймовірність одного зі знаків дорівнює 1, а ймовірності інших знаків дорівнює нулю. Ентропія досягає максимального значення у випадку, коли всі знаки на виході джерела повідомлень рівноймовірні й незалежні:

$$H_{\max}(A) = \log_2 M_A. \quad (3)$$

У загальному випадку для ентропії справедливий вираз $H(A) \leq \log_2 M_A$.

Дуже часто $M_A = 2$. Тоді $H_{\max}(A) = 1$ дв. од. Отже, при передаванні інформації двійковими символами, кожний символ не може переносити більше ніж 1 дв. од. інформації.

Іншою важливою характеристикою джерела є надмірність. Це властивість джерела повідомлень видавати інформацію більшою кількістю знаків, ніж можна було б. Надмірність джерела зменшує його ентропію порівняно з максимальною ентропією. Основні причини надмірності:

- різні ймовірності окремих знаків;
- є статистична залежність між знаками джерела.

Кількісно надмірність джерела оцінюється коефіцієнтом надмірності

$$K_{\text{над}} = \frac{H_{\max}(A) - H(A)}{H_{\max}(A)} = 1 - \frac{H(A)}{H_{\max}(A)}. \quad (4)$$

Продуктивність джерела R_d , дв. од./с – це кількість інформації, видаваної джерелом у середньому за одиницю часу

$$R_d = \frac{H(A)}{T_{\text{сеп}}}, \quad (5)$$

де $T_{\text{сеп}}$ – середня тривалість одного знака й визначається як

$$T_{\text{сеп}} = \sum_{k=1}^{M_A} P(a_k) T_k, \quad (6)$$

де T_k – тривалість k -го знаку.

2.2 Відповідно до теореми кодування Шеннона для каналу без завад дискретне повідомлення із алфавітом $\{a_k\}$ і ймовірностями знаків $\{P(a_k)\}$ може бути закодоване ефективним префіксним кодом таким чином, що

$$H(A) \leq \bar{n} \leq H(A) + 1, \quad (7)$$

де \bar{n} – середня довжина кодових комбінацій, визначена як

$$\bar{n} = \sum_{i=1}^{M_A} n_k P(a_k), \quad (8)$$

де n_k – довжина кодової комбінації, що відповідає знаку a_k .

Теорема кодування Шеннона для каналу без завад указує на можливість створення алгоритмів ефективного кодування дискретних повідомлень, за яких середня довжина кодової комбінації може наближатися до ентропії джерела як завгодно близько, але не може бути меншою ентропії.

Оскільки в більшості випадків знаки мають різні ймовірності, то кодові комбінації повинні мати різні довжини з метою зменшення надмірності повідомлень, що передаються. Таке кодування називається ефективним або стисненням інформації.

Для оцінки ефективності обраного алгоритму кодування вводиться коефіцієнт ефективності кодування

$$\mu = \frac{H(A)}{\bar{n}}. \quad (9)$$

Також можна розрахувати коефіцієнт стиснення повідомлення (порівняно з рівномірним кодом)

$$\eta = \frac{n}{\bar{n}}, \quad (10)$$

де $n \geq \log_2 M_A$ – мінімальне ціле число, за якого виконується рівність-нерівність.

Основний принцип ефективного кодування полягає в тому, що більш імовірним знакам повинні відповідати більш короткі кодові комбінації, а знакам з малою ймовірністю – більш довгі.

Префіксом називається кодування, у результаті якого жодна з коротких кодових комбінацій не є початком більш довгих комбінацій. Тим самим префіксне кодування забезпечує однозначний поділ послідовності символів на кодові комбінації при декодуванні.

2.3 Для кодування незалежних знаків використовується алгоритм Хаффмана. Для його реалізації необхідна таблиця частот (імовірностей) знаків у повідомленні. На підставі цієї таблиці будується дерево кодування Хаффмана за наступним правилом.

1. Всі знаки розташовуються в порядку убутання їхніх імовірностей зверху вниз (кожному знаку відповідає свій вихідний вузол дерева).

2. Від двох знаків з найменшими ймовірностями виходять вітки, які сходяться у вузол, що відповідає складеному знаку із сумарною ймовірністю поєднаних знаків (далі ці два знаки не розглядаються, а складений знак розглядається нарівні з іншими).

3. Одній вітці, наприклад верхній, привласнюється символ “1”, іншій вітці – “0” (або навпаки).

4. Кроки, починаючи із другого, повторюються доти, поки у списку знаків не залишиться тільки один. Він і буде вважатися коренем дерева.

Для визначення кодової комбінації кожного зі знаків, що входить в алфавіт, необхідно пройти шлях від кореня дерева до вихідного вузла (знаку), накопичуючи символи 0 або 1 при переміщенні по вітках дерева.

Приклад 1. Задано джерело незалежних дискретних повідомлень із обсягом алфавіту $M_A = 6$ з імовірностями знаків: $P(A) = 0,3$; $P(E) = 0,25$; $P(B) = 0,22$; $P(\Gamma) = 0,1$; $P(D) = 0,08$; $P(Б) = 0,05$. Побудувати дерево кодування Хаффмана й визначити кодові комбінації знаків повідомлення.

Побудуємо дерево кодування Хаффмана (рис. 1).

На підставі кодового дерева запишемо відповідним знакам кодові комбінації: А – 11; Е – 10; В – 00; Г – 010; Д – 0111; Б – 0110.

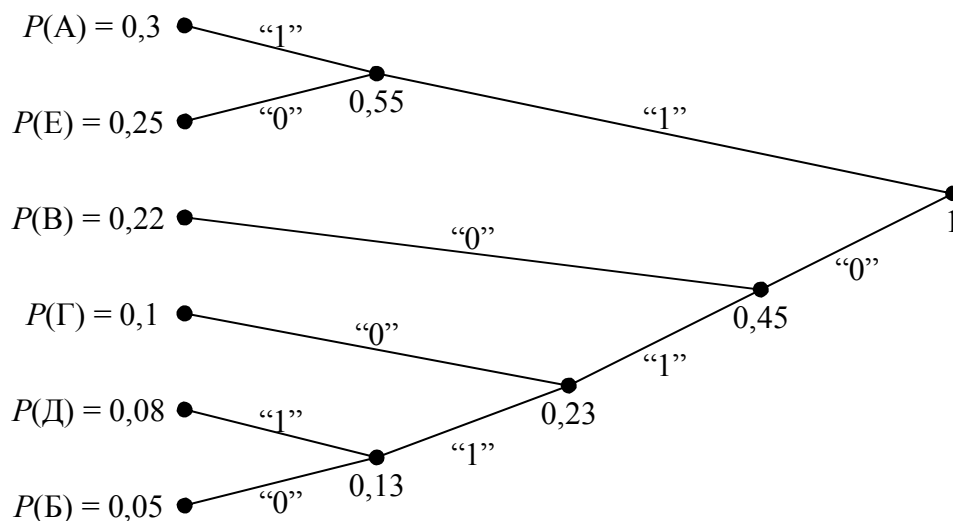


Рисунок 1 – Дерево кодування Хаффмана

2.4 Для кодування незалежних знаків використовується також алгоритм Шеннона-Фано. Для його реалізації необхідна таблиця частот (імовірностей) знаків у повідомленні. Алгоритм Шеннона-Фано наступний.

1. Усі знаки розташовуються в порядку убутання їхніх імовірностей зверху вниз.

2. Усі знаки діляться на дві підгрупи, в яких сумарні ймовірності знаків приблизно рівні.

3. Усім знакам верхньої підгрупи привласнюється “0”, а знакам нижньої підгрупи – “1”.

4. Кроки, починаючи із другого (стосовно до підгруп, що утворилися), повторюються доти, поки в підгрупах залишиться по одному знаку.

Кодова комбінація створюється, як послідовність двійкових символів, що відповідають групам, у яких брав участь при розбитті даний знак, і виписується зліва направо.

Приклад 2. Задано джерело незалежних дискретних повідомлень із обсягом алфавіту $M_A = 6$ з імовірностями знаків: $P(A) = 0,3$; $P(E) = 0,25$; $P(B) = 0,22$; $P(Г) = 0,1$; $P(Д) = 0,08$; $P(Б) = 0,05$. Побудувати таблицю розбиття на підгрупи за алгоритмом Шеннона-Фано й визначити кодові комбінації знаків повідомлення. Табл. 1 ілюструє алгоритм Шеннона-Фано.

Таблиця 1 – Алгоритм Шеннона-Фано

Знаки a_k	Імовірності $P(a_k)$	Розбиття на підгрупи				Кодові комбінації
		I	II	III	IV	
А	0,3	0	0			00
Е	0,25		1			01
В	0,22		0			10
Г	0,1	1	1	0		110
Д	0,08			1	0	1110
Б	0,05				1	1111

Особливості алгоритмів Хаффмана й Шеннона-Фано:

- якщо до початку кодування повідомлень не відомі ймовірності знаків, то потрібно два проходження по повідомленню, що кодується: одне для складання таблиці ймовірностей знаків і коду, а друге для кодування;
- необхідність передавання таблиці кодових комбінацій (коду) разом зі стислим повідомленням приводить до зменшення сумарного ефекту від стиснення;
- для двійкового джерела повідомлень безпосереднє застосування коду Хаффмана або Шеннона-Фано не дає ефекту;
- надмірність закодованого повідомлення дорівнює нулю тільки у випадку, коли ймовірності знаків алфавіту є цілими негативними степенями двійки ($1/2$; $1/4$; $1/8$ і т.д.);
- стиснення за алгоритмом Хаффмана є оптимальним і в більшості випадків середня довжина кодової комбінації при стисненні за алгоритмом Шеннона-Фано така сама, як і при стисненні за алгоритмом Хаффмана; при деяких розподілах імовірностей знаків кодування за алгоритмом Шеннона-Фано не буде оптимальним.

3 Ключові питання

- 3.1 Що таке інформація і як визначається її кількість?
- 3.2 Що таке ентропія джерела? За яких умов вона максимальна?
- 3.3 Що таке надмірність джерела і які її причини?
- 3.4 Сформулювати теорему кодування Шеннона для каналу без завад.
- 3.5 У чому полягає основний принцип ефективного кодування?
- 3.6 Що таке префіксний код?
- 3.7 Описати алгоритм кодування Хаффмана.
- 3.8 Описати алгоритм кодування Шеннона-Фано.
- 3.9 Перелічити недоліки алгоритмів ефективного кодування Хаффмана й Шеннона-Фано.

4 Домашнє завдання

4.1. Вивчити розділ “Ефективне кодування дискретних повідомлень” за конспектом лекцій і ключовими положеннями. Доцільно скористатися літературою [2, с. 16...27; 3, с. 307...310; 4, с. 257...262; 5, с. 876...887]. Вивчити опис лабораторного макета в розд. 6.

4.2. Задане джерело незалежних дискретних повідомлень із обсягом алфавіту $M_A = 5$. Кількість появ знаків надано в табл. 2. Побудувати дерево Хаффмана й таблицю розбиття на підгрупи алгоритмом Шеннона-Фано, записати кодові комбінації, визначити:

- ентропію джерела повідомлень $H(A)$;
- коефіцієнт надмірності джерела $K_{\text{над}}$;
- середню довжину кодових комбінацій \bar{n} ;
- коефіцієнт ефективності кодування μ ;
- коефіцієнт стиснення повідомлення η .

4.3. Підготуватися до обговорення за ключовими питаннями.

Таблиця 2 – Кількість появ знаків алфавіту дискретного джерела

Номер бригади	Кількість появ знаків				
	А	Б	В	Г	Д
1, 7	30	25	20	15	10
2, 8	40	20	18	12	10
3, 9	48	25	12	10	5
4, 10	33	30	17	16	2
5, 11	43	18	14	13	12
6, 12	37	29	16	10	8

5 Лабораторне завдання

5.1 Ознайомитися з віртуальним макетом на робочому місці. Для цього запустити програму **2.1 Дослідження алгоритмів ефективного кодування джерел дискретних повідомлень**, використовуючи іконку **Лабораторні роботи** на робочому столі, а потім папки **ТЕЗ** та **Модуль 2**. Вивчити схему макета на дисплеї комп'ютера, користуючись розд. 6. Уточнити з викладачем план виконання лабораторного завдання.

5.2 Дослідити джерело дискретних рівноймовірних повідомлень. Установити обсяг алфавіту, що дорівнює 5, потім створити поля, і залишити знаки *рівноймовірними*. Запустити програму на виконання. Спостерігати покроково процес кодування. Записати кодові комбінації, значення ентропії й розрахувати середню довжину кодових комбінацій. Порівняти середню довжину з довжиною рівномірного коду.

Провести аналогічні дослідження для джерела рівноймовірних повідомлень обсягу алфавіту $M_A = 8$. Зробити висновки.

5.3 Дослідити джерело дискретних нерівноймовірних повідомлень. Установити обсяг алфавіту, що дорівнює 5, потім створити поля, в які записати кількість появ знаків з домашнього завдання. Спостерігати покроково процес кодування. Порівняти з результатами виконання домашнього завдання. Зробити висновки.

Установити обсяг алфавіту довільним від 10 до 16. Створити поля з випадковою кількістю появ знаків, натиснувши кнопку “Випадкові”. Запустити програму на виконання. Зафіксувати у зошиті процес кодування та значення ентропії. Записати кодові комбінації, розрахувати середню довжину кодових комбінацій, ефективність кодування й коефіцієнт стиснення. Зробити висновки про можливість декодування повідомлень без розділових знаків.

5.4 Дослідити джерело дискретних повідомлень із максимальною ефективністю кодування. Установити обсяг алфавіту, що дорівнює 6. Установити ймовірності знаків рівні від’ємним степеням двійки (для цього можна встановити кількість появ: 16; 8; 4; 2; 1; 1). Запустити програму на виконання. Записати кодові комбінації й розрахувати їх середню довжину. Порівняти її з ентропією. Зробити висновки.

6 Опис лабораторного макета

Лабораторна робота виконується на комп'ютері з використанням віртуального макета. Структурна схема макета наведена на рис. 2. До складу лабораторного макета входять: джерело дискретних повідомлень, генератор випадкових частот появ знаків і кодери Хаффмана й Шеннона-Фано. Обсяг алфавіту джерела M_A установлюється в межах від 2 до 16. Перемикач дозволяє встановлювати частоти появ знаків вручну або від генератора випадкових значень. Кодер працює в покроковому режимі, результати роботи якого відображається на дисплеї.

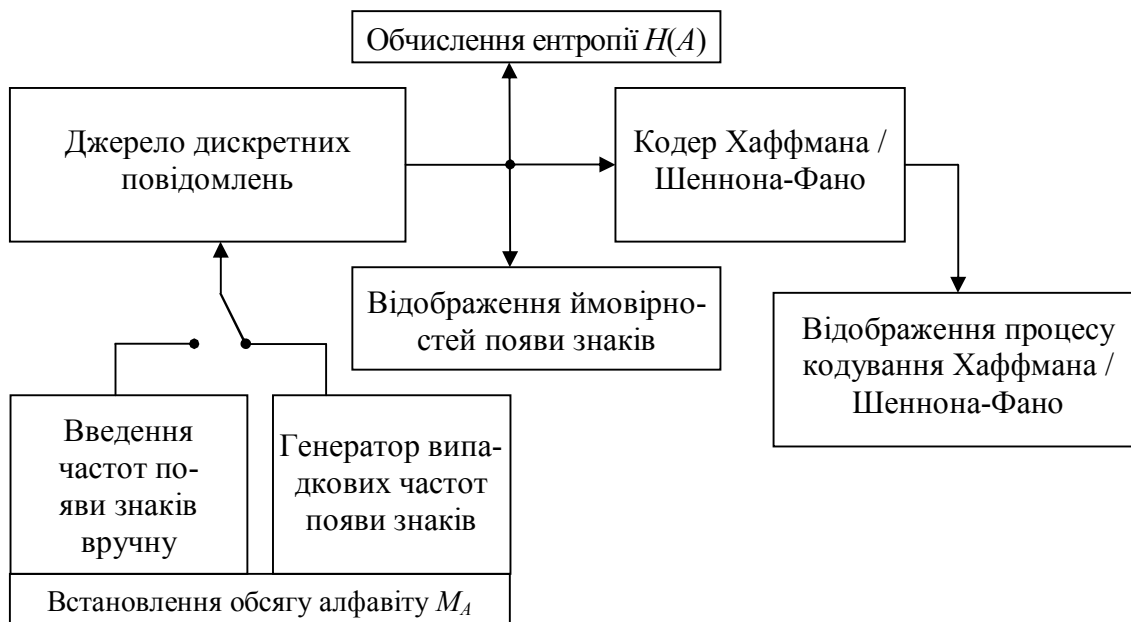


Рисунок 2 – Структурна схема лабораторного макета

7 Вимоги до звіту

7.1 **Назва** лабораторної роботи.

7.2 **Мета** роботи.

7.3 **Результати** виконання домашнього завдання.

7.4 **Структурні схеми** досліджень і **результати** виконання п. 5.2...5.4 лабораторного завдання (побудова дерева кодування Хаффмана й таблиці Шеннона-Фано, розрахунки середньої довжини кодових комбінацій, коефіцієнта ефективності, коефіцієнта стиснення).

7.5 **Висновки** за кожним пунктом завдання, у яких представити аналіз отриманих результатів (збіг теоретичних і експериментальних даних, результатів домашнього і лабораторного завдань).

7.6 **Дата**, підпис студента, віза викладача з оцінкою за 100-бальною шкалою.

Лабораторна робота 2.2

ДОСЛІДЖЕННЯ АЛГОРИТМІВ ЕФЕКТИВНОГО КОДУВАННЯ З УКРУПНЕННЯМ АЛФАВІТУ

1 Мета роботи

1.1 Вивчення принципу укрупнення алфавіту з метою ефективного (економічного) кодування.

1.2 Дослідження ефективності кодування з укрупненням алфавіту для джерел дискретних повідомлень без пам'яті та з пам'яттю.

2 Ключові положення

2.1 Джерело дискретних повідомлень – це джерело, яке видає послідовність знаків кінцевого алфавіту обсягом M_A . Дискретні джерела класифікуються на:

– джерела без пам'яті – поява будь-якого знаку послідовності не залежить від попередніх знаків. Таке джерело задається безумовними ймовірностями знаків алфавіту $P(a_k)$, для $k = 1, 2, \dots, M_A$.

– джерела з пам'яттю – поява будь-якого знаку послідовності залежить від попередніх знаків. Таке джерело задається умовними ймовірностями знаків алфавіту. Для математичного опису джерел дискретних повідомлень з пам'яттю використовують ланцюги Маркова, а такі джерела називаються марковськими K -го порядку. У цьому випадку поява будь-якого знаку послідовності залежить тільки від K попередніх знаків. Тоді марковське джерело 1-го порядку (коли ймовірність появи знаку в послідовності залежить тільки від попереднього знаку) буде задаватися умовними ймовірностями $P(a_k/a_j)$, для $k, j = 1, 2, \dots, M_A$.

2.2 Двійкове джерело повідомлень ($M_A = 2$) без пам'яті задається безумовними ймовірностями $P(a_1) = p$ і $P(a_2) = (1 - p)$. Залежність ентропії такого джерела від p показана на рис. 1 і записується як:

$$H(A) = -p \log_2 p - (1 - p) \log_2 (1 - p). \quad (1)$$

Ентропія максимальна, коли знаки рівноймовірні ($P(a_1) = P(a_2) = 0,5$) і дорівнює 1 дв. од. Таким чином, кожен символ у середньому містить не більше 1 дв. од. інформації. У випадку, коли $p \neq 0,5$ – ентропія $H(A) < H_{\max}(A)$ і таке джерело має надлишковість. При $p = 0$ або $p = 1$ ентропія дорівнює 0, оскільки невизначеність відсутня.

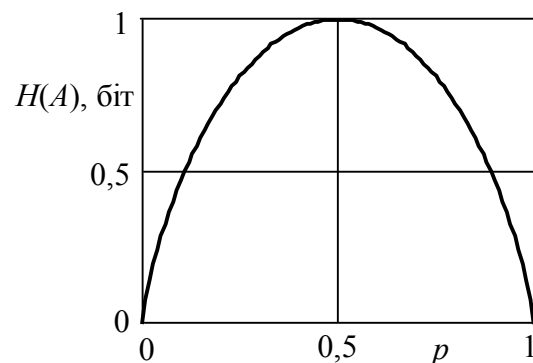


Рисунок 1 – Ентропія двійкового джерела

2.3 Для марковського двійкового джерела повідомлень з пам'яттю 1-го порядку необхідно задати умовні ймовірності $P(a_1/a_1)$, $P(a_1/a_2)$, $P(a_2/a_1)$ та $P(a_2/a_2)$. Ентропія такого джерела визначається:

$$H(A) = - \sum_{i=1}^2 P(a_i) \sum_{j=1}^2 P(a_i/a_j) \log_2 P(a_i/a_j). \quad (2)$$

Приклад 1. Задане марковське двійкове джерело повідомлень з пам'яттю 1-го порядку з ймовірностями $P(a_1) = P(a_2) = 0,5$; $P(a_1 / a_1) = P(a_2 / a_2) = 0,3$; $P(a_1 / a_2) = P(a_2 / a_1) = 0,7$. Знайти ентропію джерела.

За формулою (2) знаходимо

$$H(A) = -0,5(0,3\log_2 0,3 + 0,7\log_2 0,7) - 0,5(0,3\log_2 0,3 + 0,7\log_2 0,7) = 0,881 \text{ дв.од.}$$

Ентропія джерела з пам'яттю менша, ніж ентропія джерела без пам'яті з рівними ймовірностями ($H_{\max}(A) = 1$ дв.од.). У цьому випадку надлишковість обумовлена статистичним зв'язком між знаками.

2.4 У випадку двійкового джерела без пам'яті, коли знаки різноймовірні, то ентропія менша 1 дв.од. (рис. 1). Наприклад, $P(a_1) = 0,8$, $P(a_2) = 0,2$. Тоді ентропія дорівнює $H(A) = 0,722$ дв.од. Застосування ефективного кодування (наприклад, коду Хаффмана) до такого двійкового джерела не дасть ніякого ефекту (кожен зі знаків буде кодуватися одним двійковим символом, незалежно від ймовірності його появи). Для ефективного кодування потрібне попереднє укрупнення алфавіту.

Під укрупненням алфавіту будемо розуміти формування нового алфавіту укрупнених знаків (укрупнений знак є поєднанням з m знаків первинного алфавіту). Обсяг нового (вторинного) алфавіту M_B визначається як

$$M_B = M_A^m. \quad (3)$$

Кодування укрупненого (вторинного) алфавіту буде більш ефективним.

Приклад 2. Розглянемо укрупнення по 3 знаки ($m = 3$) для двійкового наведеного вище джерела без пам'яті з ентропією $H(A) = 0,722$ дв.од.

Оскільки двійкове джерело без пам'яті (тобто таке, що видає знаки незалежно один від одного), то ймовірність появи укрупненого знаку буде дорівнювати добутку ймовірностей вхідних в нього знаків первинного алфавіту ($P(a_1 a_1 a_1) = P(a_1) P(a_1) P(a_1)$). Обсяг укрупненого алфавіту з формули (3) дорівнює $M_B = M_A^m = 2^3 = 8$. Розрахуємо ймовірності укрупнених знаків і застосуємо до них ефективне кодування (наприклад, кодом Шеннона-Фано) (табл. 1).

Таблиця 1 – Кодування укрупненого алфавіту

Укрупнені знаки b_i	Ймовірності $P(b_i)$	Підгрупи					Кодові комбінації
		I	II	III	IV	V	
$a_1 a_1 a_1$	0,512	0					0
$a_1 a_1 a_2$	0,128	1	0	0			100
$a_1 a_2 a_1$	0,128			1			101
$a_2 a_1 a_1$	0,128			0			110
$a_1 a_2 a_2$	0,032		1	1	0	0	11100
$a_2 a_1 a_2$	0,032					1	11101
$a_2 a_2 a_1$	0,032				1	0	11110
$a_2 a_2 a_2$	0,008					1	11111

Середня довжина кодів комбінацій для укрупнених знаків:

$$\bar{n}_m = \sum_{i=1}^{M_B} P(b_i) n_{mi} = 2,184 \text{ символів,}$$

а середнє число кодових символів на знак визначається як

$$\bar{n} = \frac{\bar{n}_m}{m}. \quad (4)$$

Для розглянутого випадку отримаємо $\bar{n} = 0,728$ символів. З порівняння з ентропією $H(A) = 0,722$ дв.од. видно, що попереднє укрупнення алфавіту значно підвищило ефективність стиснення (кодування первинного алфавіту без укрупнення давало $\bar{n} = 1$).

Зі збільшенням кількості знаків при укрупненні m можна отримувати більш ефективний код, тобто середнє число кодових символів на знак буде більше наближатися до ентропії.

2.5 Укрупнення алфавіту також доцільне у випадку джерела дискретних повідомлень з пам'яттю. Відомо, що статистична залежність між знаками первинного алфавіту, розташованих поруч, більша, ніж розташованих на відстані декількох знаків. Відповідно, укрупнені знаки будуть мати значно меншу залежність (очевидно, що чим більше m , тим менша залежність між укрупненими знаками). У цьому випадку (для джерела з пам'яттю) для визначення ймовірностей укрупнених знаків необхідно враховувати умовні ймовірності ($P(a_k a_j) = P(a_k) P(a_j | a_k)$).

Таким чином, надлишковість, яка обумовлена статистичними зв'язками між знаками первинного алфавіту, перетвориться в надлишковість, обумовлену різними ймовірностями укрупнених знаків. А таку надлишковість можна зменшити, використовуючи ефективне кодування (наприклад, код Хаффмана).

3 Ключові питання

- 3.1 Дати визначення дискретного джерела без пам'яті.
- 3.2 Дати визначення дискретного джерела з пам'яттю.
- 3.3 Пояснити принцип укрупнення алфавіту.
- 3.4 З якою метою застосовують укрупнення алфавіту?
- 3.5 Як визначаються ймовірності укрупнених знаків для джерел без пам'яті і з пам'яттю?
- 3.6 Як визначається обсяг укрупненого алфавіту?
- 3.7 Як впливає на ефективність кодування кількість знаків при укрупненні m ? Чим обумовлюється вибір m ?
- 3.8 Яким чином ефективне кодування укрупненого алфавіту дозволяє зменшити надлишковість повідомлень при кодуванні джерел дискретних повідомлень з пам'яттю?

4 Домашнє завдання

4.1. Вивчити розділ “Ефективне кодування джерел дискретних повідомлень” за конспектом лекцій та ключовими положеннями. Також можна скористатися літературою [2, с. 16...27; 5, с. 876...887]. Вивчити опис лабораторного макета в розд. 6.

4.2 Задане двійкове джерело повідомлень без пам'яті з алфавітом $\{a_1; a_2\}$ з ймовірностями $P(a_1) = (0,8 - 0,02N)$, де N – номер Вашої бригади. Розрахувати

ентропію джерела. Провести укрупнення алфавіту по двох знаках. Скласти кодові комбінації для укрупненого алфавіту методом Шеннона-Фано (для непарних N) або методом Хаффмана (для парних N). Розрахувати \bar{n}_m , \bar{n} , η та μ .

4.3 Підготуватися до обговорення за ключовими питаннями.

5 Лабораторне завдання

5.1 Ознайомитися з віртуальним макетом на робочому місці. Для цього запустити програму **2.2 Дослідження алгоритмів ефективного кодування з укрупненням алфавіту**, використовуючи іконку **Лабораторні роботи** на робочому столі, а потім папки **ТЕЗ** та **Модуль 2**. Вивчити схему макета на дисплеї комп'ютера, користуючись розд. 6. Уточнити з викладачем план виконання лабораторного завдання.

5.2 Дослідити ефективність укрупнення алфавіту при кодуванні двійкового джерела без пам'яті з рівними ймовірностями знаків. Вибрати в меню двійкового джерела повідомлень – “без пам'яті (равновероятные)”. Записати характеристики первинного повідомлення.

Встановити укрупнення алфавіту по двох знаках. Зафіксувати в протоколі знаки укрупненого алфавіту, відповідні їм ймовірності та кодові комбінації. Записати значення ентропії укрупненого повідомлення $H(A)$, \bar{n}_m і \bar{n} . Порівняти ентропію первинного повідомлення та після укрупнення. Розрахувати ефективність кодування і коефіцієнт стиснення. Коефіцієнт стиснення можна розрахувати

$$\eta = \frac{N_{\text{вх}}}{N_{\text{вих}}}, \quad (5)$$

де $N_{\text{вх}}$ – кількість двійкових символів (знаків), використаних для передавання повідомлення до кодування;

$N_{\text{вих}}$ – кількість двійкових символів (знаків), використаних для передавання повідомлення після кодування.

Повторити п. 5.2 при укрупненні алфавіту по трьох і чотирьох знаках.

5.3 Дослідити ефективність укрупнення алфавіту при кодуванні двійкового джерела без пам'яті з різними ймовірностями знаків. Вибрати в меню двійкового джерела повідомлень – “без пам'яті (разновероятные)”.

Повторити дослідження, проведені в п. 5.2, для двійкового джерела без пам'яті з різними ймовірностями знаків.

5.4 Дослідити ефективність укрупнення алфавіту при кодуванні марківського двійкового джерела з пам'яттю 1-го порядку. Вибрати в меню двійкового джерела повідомлень – “С памятью 1-го порядка”.

Повторити дослідження, проведені в п. 5.2 і 5.3, для марковського двійкового джерела з пам'яттю 1-го порядку.

6 Опис лабораторного макета

Лабораторна робота виконується на комп'ютері з використанням віртуального макета. Структурна схема макета наведена на рис. 2.

Двійкове джерело повідомлень генерує послідовність знаків алфавіту $\{A; B\}$ довжина повідомлення N (N змінюється вручну). Джерело може бути трьох типів:

- без пам'яті з рівними ймовірностями знаків;
- без пам'яті з різними ймовірностями знаків;
- марковське джерело з пам'яттю 1-го порядку.

Укрупнення алфавіту можна здійснювати по 2, 3 та 4 знаках. Для укрупненого алфавіту використовується алгоритм Хаффмана.

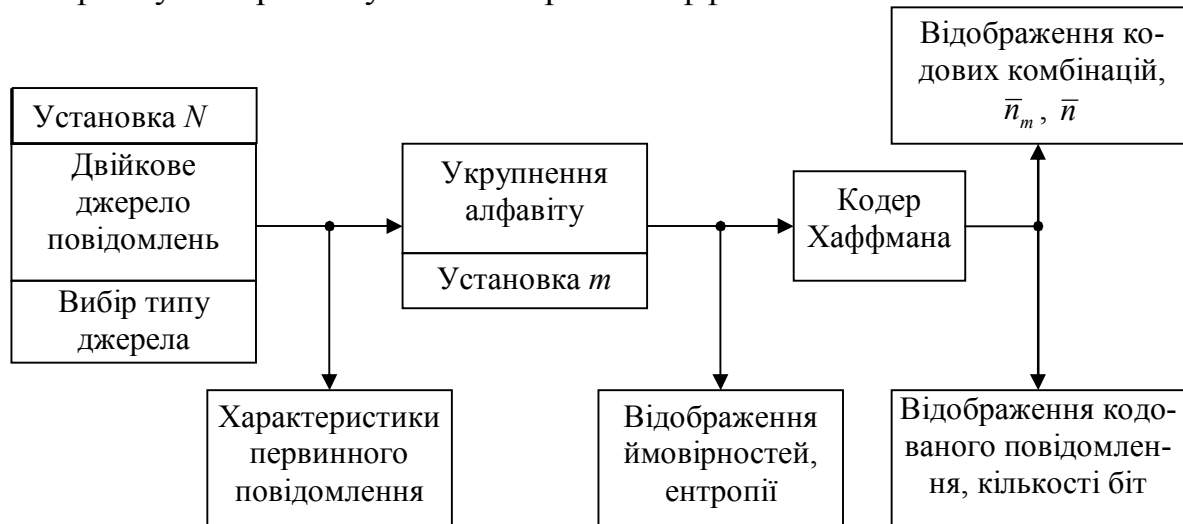


Рисунок 2 – Структурна схема лабораторного макета

7 Вимоги до звіту

7.1 **Назва** лабораторної роботи.

7.2 **Мета** роботи.

7.3 **Результати** виконання домашнього завдання.

7.4 **Структурні схеми** досліджень та **результати** виконання п. 5.2...5.4 лабораторного завдання (таблиці, розрахунки).

7.5 **Висновки** за кожним пунктом завдання, в яких представити аналіз отриманих результатів.

7.6 **Дата**, підпис студента, віза викладача з оцінкою за 100-бальною системою.

Лабораторна робота 2.3

ДОСЛІДЖЕННЯ АЛГОРИТМУ СТИСНЕННЯ ДИСКРЕТНИХ ПОВІДОМЛЕНЬ LZW

1 Мета роботи

- 1.1 Вивчення алгоритму стиснення дискретних повідомлень LZW.
- 1.2 Дослідження залежності коефіцієнта стиснення від властивостей повідомлення та параметрів кодера LZW.

2 Ключові положення

2.1 Дискретним повідомленням є таке, що складається із символів скінченного алфавіту $A = \{a_1, \dots, a_{M_A}\}$, наприклад, текстове повідомлення. Для передавання дискретних повідомлень каналами зв'язку кожному символу повідомлення a_i ставиться у відповідність двійкова комбінація b_i , яка складається з n розрядів:

$$n = \log_2 M_A, \quad (1)$$

де M_A – обсяг алфавіту або кількість знаків алфавіту A ; тут і далі вважаємо, число M_A є ціла степінь числа 2.

Перетворення $a_i \rightarrow b_i$ називається примітивним або рівномірним кодуванням. Прикладами примітивних кодів є міжнародний телеграфний код МТК-2, американський стандартний код ASCII та інші. Найчастіше таке кодування є надлишковим, тобто знаки повідомлення можна передавати ощадливіше, комбінаціями меншої довжини, ніж n .

За теоремою Шеннона для каналу без завад можна закодувати повідомлення так, що середня довжина кодової комбінації \bar{n} буде як завгодно близькою до ентропії джерела повідомлень:

$$\log_2 M_A \geq \bar{n} = H(A) + \varepsilon, \quad (2)$$

де $H(A)$ – ентропія джерела повідомлень, дв.од.;

ε – як завгодно мала величина.

Таке кодування називають ефективним кодуванням або стисненням повідомлення без втрат інформації.

З виразу (2) випливає, що стиснення повідомлення без втрат інформації буде мати місце, лише коли $\log_2 M_A \geq H(A)$. Таким чином, значення $\log_2 M_A$ є максимальним значенням ентропії джерела повідомлень та досягається воно, коли символи повідомлення є статистично незалежні та рівноймовірні. Однак у більшості випадків повідомлення мають надлишковість, тобто символи повідомлення є статистично залежними та мають різні ймовірності, наприклад, як у текстових повідомленнях.

2.2 Для того, щоб стиснути повідомлення, кодер (алгоритм стиснення) повинен усунути причини надлишковості повідомлення. Алгоритми стиснення поділяються на три класи:

- алгоритми, що усувають різноймовірність символів;
- алгоритми, що усувають статистичну залежність символів;

- універсальні алгоритми, що усувають як різномовірність, так і статистичну залежність символів.

До алгоритмів першого класу відносяться класичні коди Хаффмана та Шеннона-Фано. Алгоритмами другого класу є словникові, найбільш поширеними з яких є алгоритми Лемпеля-Зіва: LZ77, LZ78, LZW та їх модифікації. Універсальними алгоритмами, що дозволяють як завгодно наблизити середню довжину комбінації до ентропії джерела, тобто $\bar{n} \rightarrow H(A)$, є арифметичні коди.

Найбільше поширення алгоритми стиснення без втрат інформації знайшли у комп'ютерних програмах-архіваторах: RAR, ZIP та інших. Усі сучасні архіватори є комбінованими, тобто будуються на основі двох алгоритмів. Першим алгоритмом усіх архіваторів є LZ77 або його модифікації. Другим алгоритмом є адаптивний код Хаффмана. У підсумку усуваються обидві причини надлишковості.

Найбільш відомим прикладом використання алгоритмів стиснення без втрат інформації у системах зв'язку є протокол V.42bis, який використовується у модемах V.42 для передавання по телефонних каналах. Ядром цього протоколу є алгоритм стиснення LZW, який є модифікацією класичного алгоритму LZ78 і був запропонований Т. Уелчем. Отже, у модемах V.42 усувається лише статистична залежність між символами, оскільки адаптивний код Хаффмана, що усуває різномовірність символів, є неефективним з точки зору швидкодії, оскільки дані повинні передаватися модемом без значної затримки.

2.3 Особливої уваги заслуговують словникові алгоритми стиснення LZ77, LZ78 та LZW. Беззаперечною перевагою цих алгоритмів є їх адаптивність, тобто, ці алгоритми однаково стискають повідомлення різних алфавітів, наприклад, текстові повідомлення різних мов. Арифметичний код та код Хаффмана (які є доволі простими) призначені для стиснення, наприклад, англійських текстів не зможуть ефективно стиснути, наприклад, український текст. Для того, щоб арифметичний код або код Хаффмана однаково ефективно стискали повідомлення різних алфавітів, вони повинні бути адаптивними, що значно ускладнює ці алгоритми та зменшує їх швидкодію.

2.4 Найбільш досконалим словниковим алгоритмом стиснення вважається LZW. Принцип роботи алгоритму LZW можна викласти трьома пунктами:

- у процесі кодування повідомлення розбивається на послідовності знаків, що не повторюються – на рядки;
- рядки нумеруються – формується словник;
- по каналу передається номер рядка, за яким можна відновити відповідний рядок.

Для того, щоб алгоритм був однозначним, словник необхідно ініціалізувати, тобто сформувані його початкові значення. Для ініціалізації словника вибирають будь-який примітивний код, наприклад, ASCII. Цей код є восьмирозрядним, $n = 8$, та дозволяє закодувати 256 знаків, які є елементарними рядками. Процедура ініціалізації словника полягає у тому, що цим знакам приписуються номери від 0 до 255. У результаті до початку стиснення словник має вигляд табл. 1.

Таблиця 1 – Ініціалізований словник

Рядок	Номер рядка у десятковій системі числення	Номер рядка у двійковій системі числення
"NULL"	0	00 0000 0000
...
"A"	65	00 0100 0001
"B"	66	00 0100 0010
"C"	67	00 0100 0011
"D"	68	00 0100 0100
...
"f"	255	00 1111 1111
...

З табл. 1 видно, що номери рядків десятирозрядні, а не восьмирозрядні. Це необхідно для того, щоб у процесі стиснення можна було розширювати словник, тобто доповнювати його новими рядками. Всього у наведений в табл. 1 словник може бути записано 1024 рядків. Отже, обсяг словника визначається:

$$M_A = 2^m, \quad (3)$$

де $m > n$ – кількість розрядів для подання номера рядка.

Після ініціалізації словника починається процес стиснення:

1) у вхідний буфер заносяться символи до тих пір, доки рядок, що утворюється цими символами, вже є у словнику;

2) якщо при занесенні у вхідний буфер наступного символу утворюється відсутній у словнику рядок, то такий рядок заноситься до словника, як новий;

3) на вихід кодера (до каналу зв'язку) подається номер останнього знайденого у словнику рядка, а у буфері залишається останній із занесених символів.

Робота алгоритму представлена у табл. 2 на прикладі повідомлення: "АВАВСАВСАВСА".

Кодер виконує за кроками 1...12 наступні дії:

1. Вхідний символ А, у вхідний буфер заносимо символ "А", який є у словнику. У словник нічого не записується, нічого не передається. У вхідний буфер заносимо "А".

2. Вхідний символ В, у вхідний буфер заносимо символ "АВ", якого немає у словнику. У словник записується рядок "АВ" за номером 256, передається вміст попереднього стану вхідного буфера, тобто код літери "А" – 65. У вхідний буфер заносимо "В".

3. Вхідний символ А, у вхідний буфер заносимо символ "ВА", якого немає у словнику. У словник записується рядок "ВА" за номером 257, передається вміст попереднього стану вхідного буфера, тобто код літери "В" – 66. У вхідний буфер заносимо "А".

4. Вхідний символ В, у вхідний буфер заносимо символ "AB", який є у словнику. У словник нічого не записується, нічого не передається. У вхідний буфер заносимо "AB".

5. Вхідний символ С, у вхідний буфер заносимо символ "ABC", якого немає у словнику. У словник записується рядок "ABC" за номером 258, передається вміст попереднього стану вхідного буфера, тобто код літер "AB" – 256. У вхідний буфер заносимо "C".

Таблиця 2 – Приклад стиснення повідомлення за алгоритмом LZW

№	Символ	Вхідний буфер	Є у словнику?	Занести у словник		Передається	Вхідний буфер
				рядок	за номером		
1	A	"A"	так	-	-	-	"A"
2	B	"AB"	ні	"AB"	256	65	"B"
3	A	"BA"	ні	"BA"	257	66	"A"
4	B	"AB"	так	-	-	-	"AB"
5	C	"ABC"	ні	"ABC"	258	256	"C"
6	A	"CA"	ні	"CA"	259	67	"A"
7	B	"AB"	так	-	-	-	"AB"
8	C	"ABC"	так	-	-	-	"ABC"
9	A	"ABCA"	ні	"ABCA"	260	258	"A"
10	B	"AB"	так	-	-	-	"AB"
11	C	"ABC"	так	-	-	-	"ABC"
12	A	"ABCA"	так	-	-	260	""

6. Вхідний символ А, у вхідний буфер заносимо символ "CA", якого немає у словнику. У словник записується рядок "CA" за номером 259, передається вміст попереднього стану вхідного буфера, тобто код літери "C" – 67. У вхідний буфер заносимо "A".

7. Вхідний символ В, у вхідний буфер заносимо символ "AB", який є у словнику. У словник нічого не записується, нічого не передається. У вхідний буфер заносимо "AB".

8. Вхідний символ С, у вхідний буфер заносимо символ "ABC", який є у словнику. У словник нічого не записується, нічого не передається. У вхідний буфер заносимо "ABC".

9. Вхідний символ А, у вхідний буфер заносимо символ "ABCA", якого немає у словнику. У словник записується рядок "ABCA" за номером 260, передається вміст попереднього стану вхідного буфера, тобто код літери "ABC" – 258. У вхідний буфер заносимо "A".

10. Вхідний символ В, у вхідний буфер заносимо символ "AB", який є у словнику. У словник нічого не записується, нічого не передається. У вхідний буфер заносимо "AB".

11. Вхідний символ С, у вхідний буфер заносимо символ "ABC", який є у словнику. У словник нічого не записується, нічого не передається. У вхідний буфер заносимо "ABC".

12. Вхідний символ А, у вхідний буфер заносимо символ "ABCA", який є у словнику. У словник нічого не записується. Оскільки на вході кодера символів більше немає, передається вміст вхідного буфера, тобто "ABCA" – 260.

Отже, у результаті стиснення повідомлення "АВАВСАВСАВСА" каналом зв'язку передається послідовність з шести чисел: 65 66 256 67 258 260.

2.5 Усі алгоритми стиснення, у тому числі й алгоритм LZW, характеризуються трьома параметрами:

- коефіцієнтом стиснення η ;
- швидкістю стиснення та декодування повідомлення;
- обсягом пам'яті, необхідної для роботи кодера та декодера.

Швидкість стиснення, декодування та обсяг пам'яті на сьогодні вже не є визначальними при виборі того чи іншого алгоритму стиснення – визначальним параметром є коефіцієнт стиснення, який забезпечується заданим алгоритмом стиснення.

Коефіцієнтом стиснення називається відношення:

$$\eta = \frac{n}{\bar{n}} = \frac{N_{\text{вх}}}{N_{\text{вих}}}, \quad (4)$$

де $N_{\text{вх}}$ – кількість двійкових символів, використовуваних для подання повідомлення на вході кодера;

$N_{\text{вих}}$ – кількість двійкових символів, використовуваних для подання повідомлення на виході кодера.

2.6 Кількість двійкових символів на вході кодера, необхідних для подання повідомлення "АВАВСАВСАВСА", дорівнює добутку кількості символів повідомлення та кількості розрядів: $N_{\text{вх}} = 12 \times 8 = 96$. Відповідно, кількість двійкових символів на виході кодера: $N_{\text{вих}} = 6 \times 10 = 60$. Таким чином, повідомлення "АВАВСАВСАВСА" стиснуто у 1,6 раза.

Нехай тепер повідомлення складається лише з трьох символів "АВА". У цьому випадку на виході кодера буде спостерігатися наступна послідовність чисел: 65 66 65. У результаті, коефіцієнт стиснення менший за одиницю: $(3 \times 8) / (3 \times 10) = 0,8$. Таким чином, кодер не стискає повідомлення, а навпаки, збільшує надлишковість.

Останній приклад показує основний недолік усіх словникових алгоритмів – погане стиснення коротких повідомлень. Цей факт пояснюється тим, що у процесі стиснення таких повідомлень словник практично не заповнюється, і, здебільшого, кодуються одиночні символи, а не послідовності символів.

2.7 Значною мірою визначальним моментом процесу стиснення повідомлення за алгоритмом LZW є момент повного заповнення словника. У класичному алгоритмі LZW, що вивчається, після заповнення словник не змінюється, а на виході кодера з'являються номери рядків, що присутні у цьому словнику.

Процес заповнення словника – це процес описаної адаптації алгоритму до повідомлення, що кодується, і доки заповнюється словник постійно зростає коефіцієнт стиснення. Як тільки словник заповнюється, алгоритм перестає адаптуватися до повідомлення, а коефіцієнт стиснення перестає збільшуватися.

Класичне рішення цієї проблеми в алгоритмі LZ78 – скидання словника після його повного заповнення. Після скидання словника процес його заповнення повторюється. Таким чином алгоритм адаптується до окремих частин повідомлення, що дозволяє дещо збільшити коефіцієнт стиснення. Недолік цього рішення – малий коефіцієнт стиснення на початку заповнення словника.

Також класичне вирішення проблеми – збільшення обсягу словника. Теоретично необмежений за обсягом словник дозволяє досягти максимально можливого коефіцієнта стиснення $\log_2 M_A / H(A)$, але за значного збільшення M_A значно зростає час, що необхідний на пошук рядка у словнику, тобто зменшується швидкість стиснення. Так, протокол V.42bis не обмежує обсяг словника, вказується лише мінімально можливе значення – $M_A \geq 512$.

Найбільш вдале вирішення – не припиняти заповнення словника. У цьому випадку номери рядків у словнику постійно змінюються. Номери рядків, що зустрічаються дуже часто, зменшуються, тобто ці рядки розміщуються на початку словника. Рядки, що зустрічаються рідко, розміщуються у кінці словника. Коли словник заповнений, то новий рядок заноситься у словник замість останнього рядка, який найбільш рідко зустрічається у повідомленні.

2.8 Пошук рядків у словнику є окремою задачею, а його ефективність визначає швидкість стиснення. Важливо, що при збільшенні обсягу словника для збільшення коефіцієнта стиснення, зменшується швидкість пошуку рядків у словнику. Щоб збільшити швидкість стиснення, одночасно зі збільшенням обсягу словника обмежується довжина рядка у словнику N_C . Тобто, у словник не заносяться рядки, довжина яких перевищує N_C , але при цьому, знов таки, дещо зменшується коефіцієнт стиснення. У протоколі V.42bis вказується, що максимальна довжина рядка може змінюватися у діапазоні від 6 до 250 символів.

2.9 Перевагою алгоритму LZW є те, що декодування повідомлення не потребує додаткових даних і здійснюється з високою швидкістю. Принцип декодування аналогічний стисненню:

- 1) словник декодера ініціалізується таким самим чином, як і словник кодера;
- 2) за прийнятим номером у словнику відшукується відповідний рядок;
- 3) знайдений рядок подається на вихід декодера;
- 4) у словник заноситься рядок, що складається з попереднього рядка та першого символу поточного рядка.

Приклад декодування стиснутого за алгоритмом LZW повідомлення "65 66 256 67 258 260" наведено у табл. 3. Необхідно звернути увагу на виключну ситуацію, коли приймається номер рядка, якого ще немає у словнику. У цьому випадку рядок заноситься у словник у процесі декодування: новий рядок складається з попереднього рядка та його першого символу.

Таблиця 3 – Приклад декодування повідомлення за алгоритмом LZW

Номер	Є у словнику?	Декодований рядок	Буфер	Занести у словник		Буфер
				рядок	за номером	
65	так	"A"	"A"	-	-	"A"
66	так	"B"	"AB"	"AB"	256	"B"
256	так	"AB"	"BA"	"BA"	257	"AB"
67	так	"C"	"ABC"	"ABC"	258	"C"
258	так	"ABC"	"CA"	"CA"	259	"ABC"
260	ні	"ABCA"	"ABCA"	"ABCA"	260	"ABCA"

2.10 Відомий факт, що повідомлення з малою надлишковістю дуже чутливі до помилок, які виникають у каналах зв'язку. Наприклад, якщо при передаванні першого числа стиснутого повідомлення відбудеться помилка і буде прийнято число "193" замість "65", то наступить колізія, яку декодер не здатний вирішити. У такому випадку, відповідно до протоколу V.42bis, здійснюється запит на повторне передавання. Але більш небезпечними є помилки, що не призводять до колізій. Наприклад, помилка відбувається у четвертому числі й приймається послідовність "65 66 256 66 258 260". На виході декодера отримаємо "АВАВВАВВАВВА". Таким чином, одна помилка призвела до появи ще двох, тобто спостерігається явище розмноження помилок. Отже, у разі стиснення повідомлень до каналів зв'язку пред'являються жорсткі вимоги.

3 Ключові питання

3.1 Що називається примітивним кодуванням?

3.2 Що називається ефективним кодуванням або стисненням повідомлення?

3.3 Назвати причини надлишковості повідомлень.

3.4 Дати визначення коефіцієнта стиснення?

3.5 Чому дорівнює максимальний коефіцієнт стиснення у разі стиснення без втрат інформації?

3.6 Назвати відомі алгоритми стиснення повідомлень без втрат інформації.

3.7 Описати процес стиснення повідомлення за алгоритмом LZW.

3.8 Описати процес декодування повідомлення за алгоритмом LZW.

4 Домашнє завдання

4.1 Вивчити за конспектом лекцій та ключовими положеннями розділ "Ефективне кодування дискретних повідомлень". Під час вивчення розділу можна скористатися літературою [2, с. 16...27; 5, с. 876...887].

4.2 За алгоритмом LZW виконати стиснення повідомлення, що задане у табл. 4. Процес стиснення оформити у вигляді табл. 2.

4.3 Декодувати стиснуте у п. 4.2 повідомлення. Процес декодування оформити у вигляді табл. 3.

4.4 Підготуватись до бесіди за ключовими питаннями.

Таблиця 4 – Вихідні дані до домашнього завдання

Номер бригади	Повідомлення
1	AAABCD
2	DAAABC
3	CDAAAB
4	BCDAAA
5	ABCDAA
6	AABCD A

5 Лабораторне завдання

5.1 Ознайомитися з віртуальним макетом на робочому місці. Для цього запустити програму **2.3 Дослідження алгоритму стиснення дискретних повідомлень LZW**, використовуючи іконку **Лабораторні роботи** на робочому столі, а потім папки **ТЕЗ** та **Модуль 2**. Вивчити схему макета на дисплеї комп'ютера, користуючись розд. 6. Уточнити з викладачем план виконання лабораторного завдання.

5.2 Перевірити правильність виконання домашнього завдання. Вибрати закладку "Стиснення повідомлення". Ініціалізувати словник шляхом натискання на кнопку "Ініціалізація словника". Після цього, у поле "Вхідні символи" ввести повідомлення з домашнього завдання. Для завершення введення повідомлення необхідно натиснути на кнопку "Завершити введення символів". Стиснення повідомлення здійснюється у покроковому режимі шляхом натискання на кнопку "Почати стиснення". Кожна дія кодера пояснюється у полі "Опис дії кодера". Після завершення стиснення повідомлення ця кнопка стане недоступною. Перевірити правильність виконання п. 4.2 домашнього завдання. На будь-якому кроці можна припинити стиснення шляхом натискання на кнопку "Очищення".

Після того, як повідомлення стиснуто, вибрати закладку "Декодування повідомлення". Здійснити ініціалізацію словника, для чого натиснути на кнопку "Ініціалізація словника". Декодування здійснюється у покроковому режимі шляхом натискання на кнопку "Почати декодування". Після завершення декодування повідомлення ця кнопка стане недоступною. Переконавшись, що декодоване повідомлення збігається із заданим. На будь-якому кроці можна припинити декодування шляхом натискання на кнопку "Очищення".

5.3 Дослідити процес стиснення та декодування повідомлення. Виконати стиснення та декодування повідомлення, що складається з вашого прізвища та ініціалів. Процес стиснення оформити у вигляді табл. 2, а процес декодування – у вигляді табл. 3. Виконати стиснення та декодування повідомлення "aaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaa". Зафіксувати у протоколі процеси стиснення та декодування у вигляді табл. 2 та 3 відповідно. Звернути увагу на ситуацію, коли довжина рядка дорівнює максимальній довжині рядка N_C .

5.4 Дослідити залежність коефіцієнта стиснення від типу повідомлення. Вибрати закладку "Коефіцієнт стиснення" та тип повідомлення "Рівномо-

вірні та незалежні символи". Встановити значення: довжини повідомлення $N = 1000$ символів; обсягу словника $M_A = 512$ рядків; максимальної довжини рядка $N_C = 6$ символів. Натиснути на кнопку "Пуск" та зафіксувати у протоколі значення коефіцієнта стиснення. Повторити вимірювання коефіцієнта стиснення, якщо тип повідомлення "Типовий текст" та "Документ Word". Зробити висновки щодо отриманих результатів.

5.5 Дослідити залежність коефіцієнту стиснення від довжини повідомлення. Вибрати тип повідомлення "Типовий текст". Встановити значення: обсягу словника $M_A = 512$ рядків; максимальної довжини рядка $N_C = 6$ символів. Виміряти значення коефіцієнта стиснення повідомлень довжинами N : 1, 5, 10, 25, 50, 100, 200. Результати вимірювань представити у вигляді таблиці $\eta(N)$. Зробити висновки.

5.6 Дослідити залежність коефіцієнта стиснення від обсягу словника. Вибрати тип повідомлення "Типовий текст" та встановити довжину повідомлення $N = 5000$ символів, максимальну довжину рядка у словнику $N_C = 6$. Виміряти значення коефіцієнта стиснення для обсягів словника M_A : 512, 1024, 2048, 4096. Результати вимірювань представити у вигляді таблиці $\eta(M_A)$. Зробити висновки.

5.7 Дослідити залежність коефіцієнта стиснення від максимальної довжини рядка у словнику. Встановити максимальну довжину рядка $N_C = 50$ символів та повторити вимірювання п. 5.6. Результати вимірювань представити у вигляді таблиці $\eta(M_A)$. Зробити висновки.

6 Опис лабораторного макета

Лабораторна робота виконується на комп'ютері з використанням віртуального макета, структурну схему якого наведено на рис. 1.

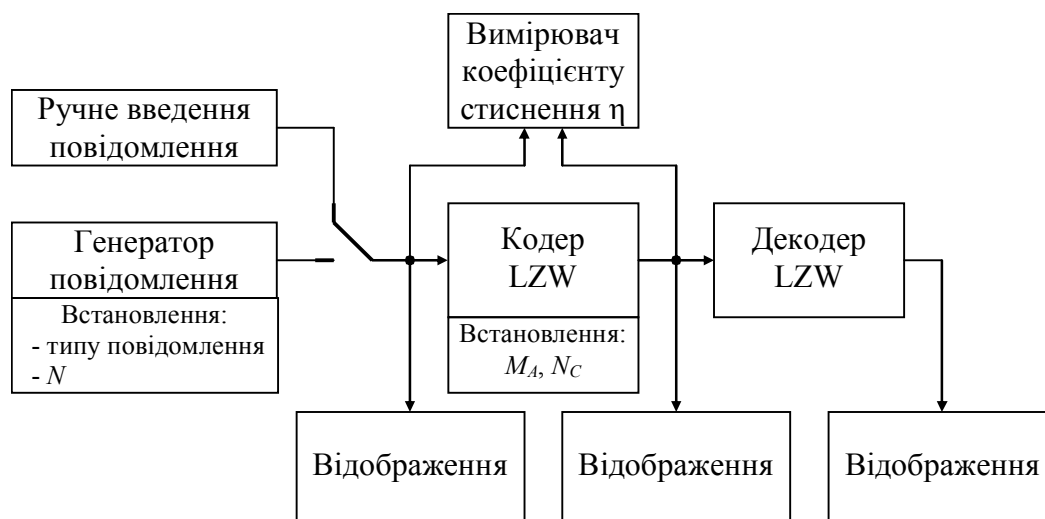


Рисунок 1 – Структурна схема макета

Макет у залежності від пункту досліджень автоматично перемикається або у покроковий режим, або у режим реального часу. Також в залежності від

пункту досліджень вмикається ручне введення повідомлення або генератор повідомлення. Генератор повідомлення дозволяє обирати один із двох типів повідомлення та змінювати довжину повідомлення N у межах від 1 до 10000 символів. Реалізація кодера дозволяє обирати одне з п'яти значень обсягу словника M_A та змінювати максимальну довжину рядка у словнику N_C у межах від 6 до 250.

7 Вимоги до звіту

7.1 **Назва** лабораторної роботи.

7.2 **Мета** роботи.

7.3 **Результати** виконання домашнього завдання.

7.4 **Структурні схеми** досліджень та результати виконання п. 5.2...5.7 лабораторного завдання (таблиці та графіки з підписами).

7.5 **Висновки** за кожним пунктом завдання, в яких надати аналіз отриманих результатів (збіг теоретичних та експериментальних даних).

7.6 **Дата**, підпис студента, віза викладача з оцінкою за 100-бальною системою.

Лабораторна робота 2.4

ДИСКРЕТИЗАЦІЯ ПЕРВИННИХ СИГНАЛІВ ЕЛЕКТРОЗВ'ЯЗКУ

1 Мета роботи

Вивчення процесу дискретизації неперервних за часом сигналів і способу відновлення їх за відліками. Аналіз характеристик дискретних сигналів та факторів, які викликають похибки під час відновлення неперервних сигналів.

2 Ключові положення

2.1 Дискретизація неперервних за часом сигналів. Під дискретизацією неперервного за часом сигналу $s(t)$ розуміють подання сигналу його миттєвими значеннями (відліками) $s(kT_d)$, де $k = \dots, -1, 0, 1, 2, \dots$; T_d – інтервал дискретизації. Послідовність відліків на графіках зображують вертикальними лініями висотою $s(kT_d)$ кожна (рис. 1) і називають її дискретним сигналом $s_d(t)$.

У реальних пристроях відлік сигналу $s(kT_d)$ – це імпульс з амплітудою $s(kT_d)$ і тривалістю $\tau \leq T_d$, що починається в момент часу kT_d (рис. 2). Але, за звичай, $\tau \ll T_d$. Пристрій, який формує відліки, називається дискретизатором. У разі $\tau \ll T_d$ дискретизатор – це ключ, який замикає коло від джерела до навантаження на час τ (рис. 3).

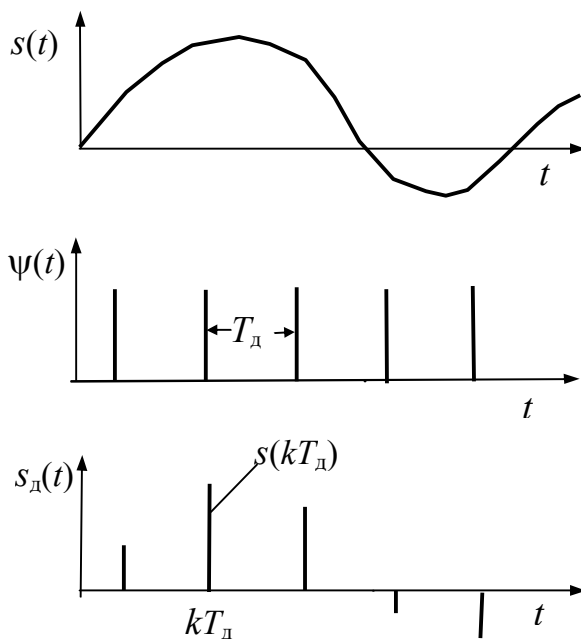


Рисунок 1 – Процес отримання дискретного сигналу

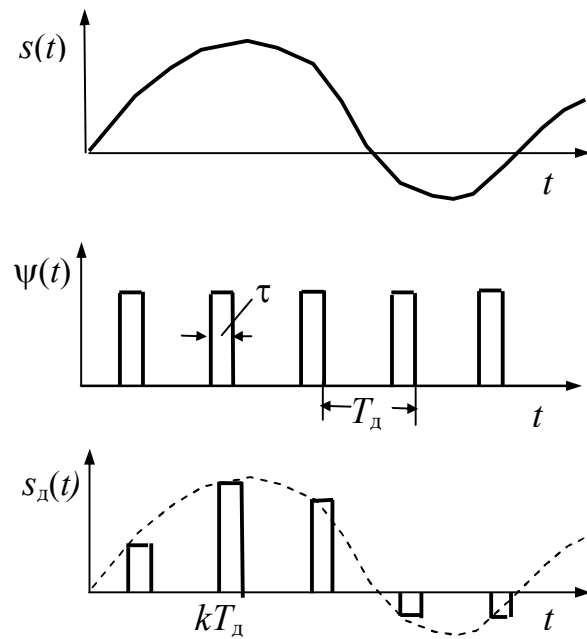


Рисунок 2 – Процес дискретизації в реальних пристроях

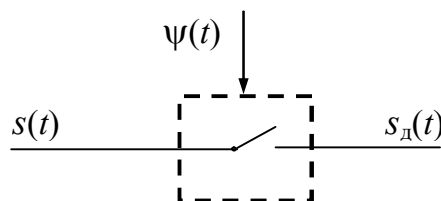


Рисунок 3 – Дискретизатор

Аналітичний вираз дискретного сигналу $s_d(t)$:

$$s_d(t) = s(t) \psi(t) = s(t) \sum_{k=-\infty}^{\infty} p(t - kT_d), \quad (1)$$

де $\psi(t)$ – послідовність відлікових імпульсів, що визначає моменти часу, в які беруться відліки сигналу, й їх тривалість;

$p(t)$ – відліковий імпульс:

$$p(t) = \begin{cases} 1 & \text{для } 0 \leq t < \tau, \\ 0 & \text{для } t < 0, t \geq \tau. \end{cases} \quad (2)$$

2.2 Спектр дискретного сигналу. Перетворення Фур'є правої частини виразу (1) визначає спектральну густину $S_d(j2\pi f)$ дискретного сигналу (відповідні математичні викладки можна знайти в [1, с. 33...37]):

$$S_d(j2\pi f) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n S(j2\pi(f - nf_d)), \quad -\infty < f < \infty, \quad (3)$$

де $f_d = 1/T_d$ – частота дискретизації;

$$a_n = \frac{\tau}{T_d} \cdot \frac{\sin n\pi f_d \tau}{n\pi f_d \tau} \quad (4)$$

коефіцієнти розкладу імпульсу $p(t)$ у ряд Фур'є; оскільки $\tau \ll T_d$, то для малих значень n коефіцієнти практично не залежать від n , тобто $a_n = \tau/T_d$;

$S(j2\pi f)$ – спектральна густина неперервного сигналу $s(t)$.

Із виразу (3) випливає, що спектр дискретного сигналу – це сума спектрів $S(j2\pi f)$ неперервного сигналу $s(t)$, зміщених на величину f_d і спадаючих зі збільшенням n згідно з виразом (4).

Для первинних сигналів електрозв'язку характерно, що їх спектри прилягають до нульової частоти. На рис. 4, а наведений амплітудний спектр довільної форми $S(f)$ первинного сигналу, що простирається до максимальної частоти F_{\max} . Далі на рис. 4 зображені амплітудні спектри сигналів, які можуть мати місце під час дискретизації сигналу зі спектром, наведеним на рис. 4, а:

рис. 4, б – спектр $S_\psi(f)$ послідовності відлікових імпульсів $\psi(t)$, побудований на основі представлення $\psi(t)$ рядом Фур'є:

$$\psi(t) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n \cdot \cos 2\pi n f_d t;$$

рис. 4, в – спектр $S_d(f)$ дискретного сигналу, коли $f_d > 2F_{\max}$;

рис. 4, г – спектр $S_d(f)$, коли $f_d = 2F_{\max}$;

рис. 4, д – спектр $S_d(f)$, коли $f_d < 2F_{\max}$.

2.3 Відновлення сигналів за їх відліками. Згідно з **теоремою Котельникова** будь-який сигнал з обмеженим спектром можна точно відновити (інтерпо-

лювати) за його відліками, взятими через інтервал $T_d \leq 1/(2F_{\max})$, де F_{\max} – максимальна частота спектра сигналу.

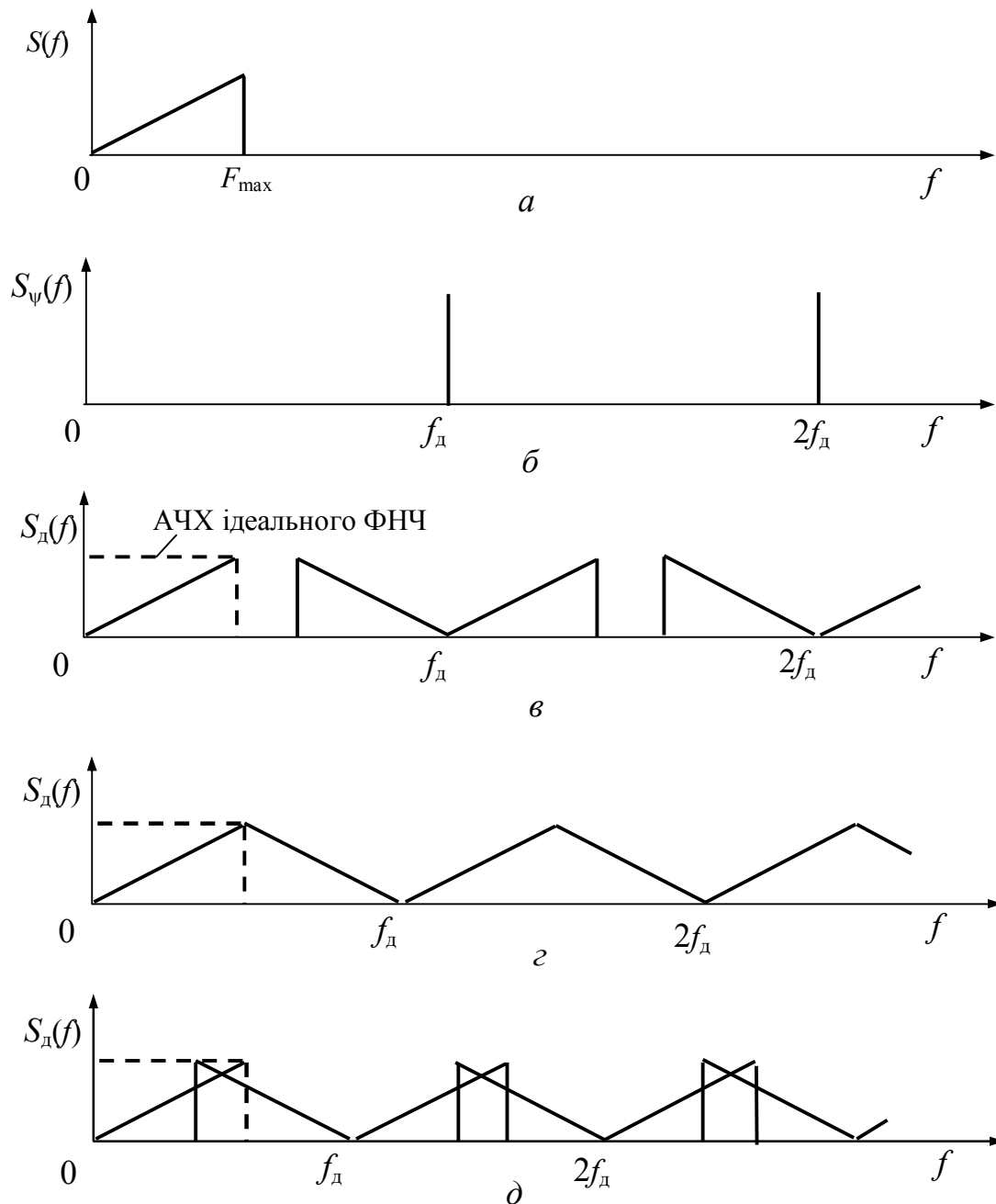


Рисунок 4 – Спектральні діаграми, що ілюструють процеси дискретизації та відновлення неперервних сигналів

У справедливості теореми Котельникова легко переконатися, розглянувши рис. 4, в, г, д. Якщо $f_d \geq 2F_{\max}$ (рис. 4, в, г), то після подачі дискретного сигналу до входу ідеального ФНЧ з частотою зрізу $F_{\max} \leq F_{\text{зр}} \leq f_d - F_{\max}$ на виході отримаємо сигнал зі спектром $S(f)$ (рис. 4, в, г), тобто відновлений неперервний сигнал. На рисунках штриховими лініями показана АЧХ ідеального ФНЧ з частотою зрізу $F_{\text{зр}} = F_{\max}$. Якщо ж $f_d < 2F_{\max}$, то, як видно з рис. 4, д, неможливо виділити спектр $S(f)$, оскільки має місце перекриття спектрів.

Процес **відновлення** неперервного сигналу за його відліками можна трактувати і в часовій області. Якщо для відновлення сигналу використовується ідеальний ФНЧ з частотою зрізу $F_{зр}$, то його імпульсний відгук (без урахування затримки у фільтрі):

$$g(t) = \frac{\sin 2\pi F_{зр} t}{2\pi F_{зр} t}. \quad (5)$$

Оскільки відлікові імпульси короткі ($\tau \ll T_d$) (наближаються до δ -функції), то можна вважати, що відгук ФНЧ на імпульс з амплітудою $s(kT_d)$, який поданий у момент $t = kT_d$, має вигляд

$$s(kT_d) = \frac{\sin(2\pi F_{зр}(t - kT_d))}{2\pi F_{зр}(t - kT_d)}. \quad (6)$$

Якщо подати на вхід ФНЧ сигнал $s_d(t)$, на його виході отримаємо суму відгуків

$$\hat{s}(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} s(kT_d) \cdot \frac{\sin(2\pi F_{зр}(t - kT_d))}{2\pi F_{зр}(t - kT_d)}. \quad (7)$$

Порівняємо цей вираз з **рядом Котельникова**, який є математичним виразом теореми Котельникова,

$$s(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} s(kT_d) \cdot \frac{\sin(2\pi F_{\max}(t - kT_d))}{2\pi F_{\max}(t - kT_d)}. \quad (8)$$

Якщо $F_{зр} = F_{\max}$, то $s(t) = \hat{s}(t)$, тобто має місце точне відновлення неперервного сигналу.

2.4 Похибки, що виникають під час відновлення сигналів.

2.4.1 Необмеженість спектрів реальних сигналів. Реальних сигналів з суворо обмеженим спектром не існує, оскільки сигнали зі скінченною тривалістю мають необмежені спектри – коли $f \rightarrow \infty$, спектри спадають з кінцевою швидкістю. Для реальних сигналів максимальна частота спектра F_{\max} визначається за умови, що складові з частотами $f > F_{\max}$ малі (у певному сенсі). У спектрах реальних дискретних сигналів виникає перекриття спектрів принаймні складових суми (3) з індексами $n = 0$ і $n = 1$ (рис. 5). Припустимо, що для відновлення неперервного сигналу використовується ідеальний ФНЧ з частотою зрізу $F_{зр} = F_{\max}$, його АЧХ показана пунктирною лінією на рис. 5. Відновлений сигнал буде мати дві складові похибки відновлення:

- лінійні спотворення за рахунок відсікання складових сигналу $s(t)$ з частотами $f > F_{\max}$;
- накладення складових спектра $S(f - f_d)$ із частотами $f < F_{\max}$ на спектр сигналу $s(t)$ (похибка накладення спектрів).

З урахуванням сказаного значення F_{\max} та f_d визначають за умови, щоб похибка відновлення була достатньо малою.

2.4.2 Відхилення характеристик реального ФНЧ від ідеального. У ідеального ФНЧ АЧХ має прямокутну форму, а ФЧХ – лінійну. Тобто, ідеальний ФНЧ без спотворень пропускає всі складові спектра сигналу в межах смуги пропускання, коли $f < F_{зр}$, і повністю ослаблює складові з частотами $f > F_{зр}$. Реальні ФНЧ описуються граничною частотою смуги пропускання $F_{сп}$ і граничною частотою смуги затримання $F_{сз}$ (рис. 2.6, б).

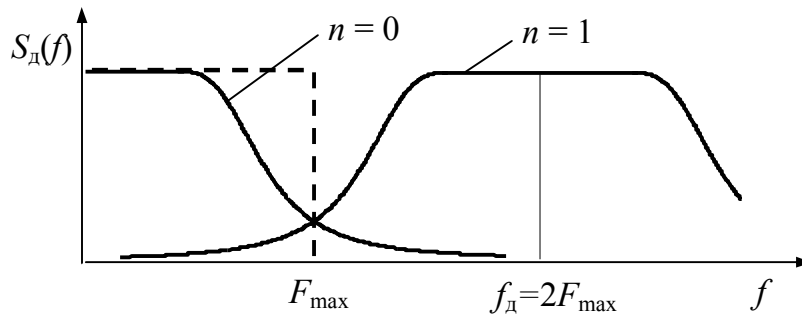


Рисунок 5 – Ілюстрація виникнення похибки відновлення неперервного сигналу через необмеженість спектра неперервного сигналу

Якщо ФНЧ призначений для відновлення неперервного сигналу з максимальною частотою F_{\max} з дискретного сигналу з частотою дискретизації f_d , то необхідно, щоб $F_{сп} \geq F_{\max}$ і $F_{сз} \leq f_d - F_{\max}$. У разі реальних ФНЧ можуть виникати дві складові похибки відновлення:

- через непостійність АЧХ і нелінійність ФЧХ у смузі пропускання фільтр вносить лінійні спотворення у відновлений сигнал;
- через недостатнє ослаблення у смузі затримання ФНЧ пропускає складові сигналу $s_d(t)$ з частотами $f > f_d - F_{\max}$, які утворюють похибку накладення спектрів.

Реальні ФНЧ для відновлення неперервних сигналів проектують так, щоб похибка відновлення була достатньо малою.

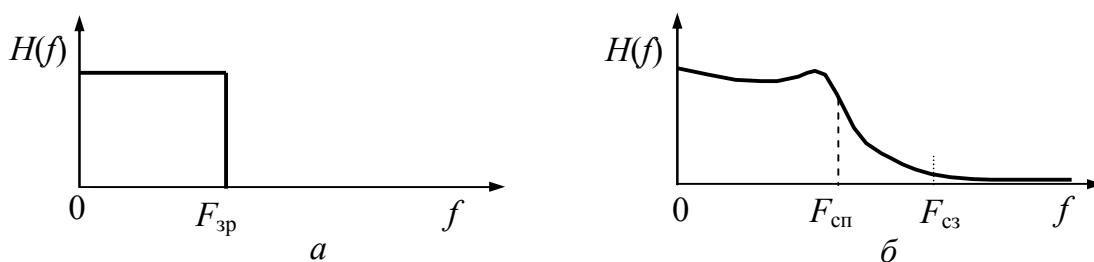


Рисунок 6 – АЧХ: а – ідеального ФНЧ; б – реального ФНЧ

3 Ключові питання

- 3.1 Пояснити фізичну суть дискретизації за часом неперервних сигналів.
- 3.2 З якою метою виконується дискретизації неперервних сигналів?
- 3.3 Пояснити зв'язок спектрів неперервного і дискретного сигналів.
- 3.4 Пояснити фізичну суть процесу відновлення сигналу за відліками.
- 3.5 Сформулювати теорему Котельникова.
- 3.6 Записати ряд Котельникова для сигналу з обмеженим спектром.

3.7 У чому полягають основні відмінності АЧХ і ФЧХ ідеального і реального ФНЧ?

3.8 Які причини похибок, що виникають під час відновлення сигналу за відліками?

4 Домашнє завдання

4.1 Вивчити розділ “Дискретизація неперервних сигналів” за конспектом лекцій і літературою [1, с. 37...39; 3, с. 33...42; 4, с. 44...49] та опис лабораторного макета за розд. 6 цих вказівок.

4.2 Сигнал $s(t) = A_1 \sin 2\pi f_1 t + A_2 \sin 2\pi f_2 t + A_3 \sin 2\pi f_3 t$ дискретизується з частотою f_d . Зобразити спектр сигналу $S(f)$ і спектр дискретного сигналу $S_d(f)$ в діапазоні частот $0 < f < 2f_d$. Вихідні дані сигналу згідно з номером Вашої бригади вказані в табл. 1.

Таблиця 1 – Вихідні дані до домашнього завдання

Номер бригади	A_1 , В	f_1 , кГц	A_2 , В	f_2 , кГц	A_3 , В	f_3 , кГц	f_d , кГц
1, 9	0	1	1	2	3	1,5	5
2, 10	1	1	5	2,5	4	1,5	5,5
3, 11	2	0,5	4	1,5	3,5	2,5	6
4, 12	3	1	3	1,5	2,5	2,5	6,5
5	2,5	0,5	2	2,5	1	3	7
6	1,5	1	5	2,5	4	3	7,5
7	3,5	0,5	4	2	3	3	8
8	1	0,5	3	1	3,5	2	7

4.3 Розрахувати і побудувати графік імпульсного відгуку ідеального ФНЧ з частотою зрізу $F_{зр} = f_d/2$ для значень t в інтервалі $(-4T_d, 4T_d)$ (значення f_d взяти з табл. 1).

4.4 Підготуватись до обговорення за ключовими питаннями.

5 Лабораторне завдання

5.1 Ознайомитися з віртуальним макетом на робочому місці. Для цього запустити програму **2.4 Дискретизація первинних сигналів електрозв'язку**, використовуючи іконку **Лабораторні роботи** на робочому столі, а потім папки **ТЕЗ** та **Модуль 2**. Вивчити схему макета на дисплеї комп'ютера, користуючись розд. 6. Уточнити з викладачем план виконання лабораторного завдання.

5.2 Провести дослідження процесу дискретизації в часовій та частотній областях. Для цього:

- установити значення A_1 , f_1 , A_2 , f_2 , A_3 , f_3 та частоту f_d такі самі, як і в домашньому завданні;
- призначити вхід ФНЧ від дискретизатора та запустити програму на виконання;
- зарисувати в протоколі осцилограми та спектрограми сигналів на виходах джерела та дискретизатора;

- порівняти розраховану в домашньому завданні та отриману на комп'ютері спектрограми, результати порівняння занести до висновків протоколу;

- збільшити на 1 кГц частоту дискретизації, зарисувати у протоколі спектрограму сигналу на виході дискретизатора, зміни у спектрограмі занести до висновків протоколу.

5.3 Провести дослідження імпульсного відгуку відновлюючого ФНЧ.

Для цього:

- призначити подання до входу ФНЧ δ -імпульсу та встановити значення частоти зрізу ФНЧ, що задана в домашньому завданні;

- занести до протоколу імпульсний відгук та АЧХ ФНЧ, порівняти імпульсний відгук ФНЧ з розрахованим у домашньому завданні.

- установити значення частоти зрізу ФНЧ вдвічі меншу, занести до протоколу імпульсний відгук та АЧХ ФНЧ для цього випадку, характер змін в імпульсному відгуку пояснити у висновках протоколу.

5.4 Провести дослідження процесу відновлення неперервного сигналу в часовій та частотній областях. Для цього:

- установити параметри $A_1, f_1, A_2, f_2, A_3, f_3$ та частоту f_d такі самі, як і в домашньому завданні, установити частоту зрізу ФНЧ $F_{зр} = f_d/2$;

- призначити вхід ФНЧ від дискретизатора та запустити програму на виконання;

- порівняти осцилограми та спектри на виході ФНЧ та на виході джерела, результати порівняння занести до висновків протоколу;

- повторити це дослідження двічі за наступних умов: $f_d = F_{\max}$ та $f_d = F_{\max} - 0,2$ кГц (F_{\max} – максимальна частота у спектрі неперервного сигналу), кожного разу встановлювати частоту зрізу ФНЧ $F_{зр} = f_d/2$; в обох випадках зарисувати осцилограми та спектрограми на виході ФНЧ, у висновках описати характер похибок, пояснити причини їх виникнення.

6 Опис лабораторного макета

Лабораторна робота виконується на комп'ютері у середовищі HP VEE з використанням віртуального макета, структурну схему якого наведено на рис. 7.

До складу макета входять: генератор неперервного сигналу $s(t) = A_1 \sin 2\pi f_1 t + A_2 \sin 2\pi f_2 t + A_3 \sin 2\pi f_3 t$, дискретизатор, відновлюючий ФНЧ, генератор відлікових імпульсів та генератор δ -імпульсу. Значення частот та амплітуд гармонічних коливань $A_1, f_1, A_2, f_2, A_3, f_3$, частоту дискретизації f_d та частоту зрізу ФНЧ $F_{зр}$ можна змінювати.

Перемикач надає можливість подавати на вхід відновлюючого ФНЧ дискретний сигнал $s_d(t)$ або δ -імпульс. Часові та спектральні діаграми можна спостерігати у трьох точках схеми макета: на виході генератора, на вході та виході відновлюючого ФНЧ.

7 Вимоги до звіту

7.1 Назва лабораторної роботи.

7.2 Мета роботи.

7.3 Результати виконання домашнього завдання.

7.4 Структурні схеми досліджень та **результати** виконання п. 5.2...5.4 лабораторного завдання (осцилограми та спектрограми, кожна з яких має мати підпис).

7.5 Висновки за кожним пунктом завдання, в яких надати аналіз отриманих результатів (збіг теоретичних та експериментальних даних, залежність форми відновленого сигналу від частоти дискретизації та частоти зрізу відновлюючого ФНЧ тощо).

7.6 Дата, підпис студента, віза викладача з оцінкою за 100-бальною шкалою.

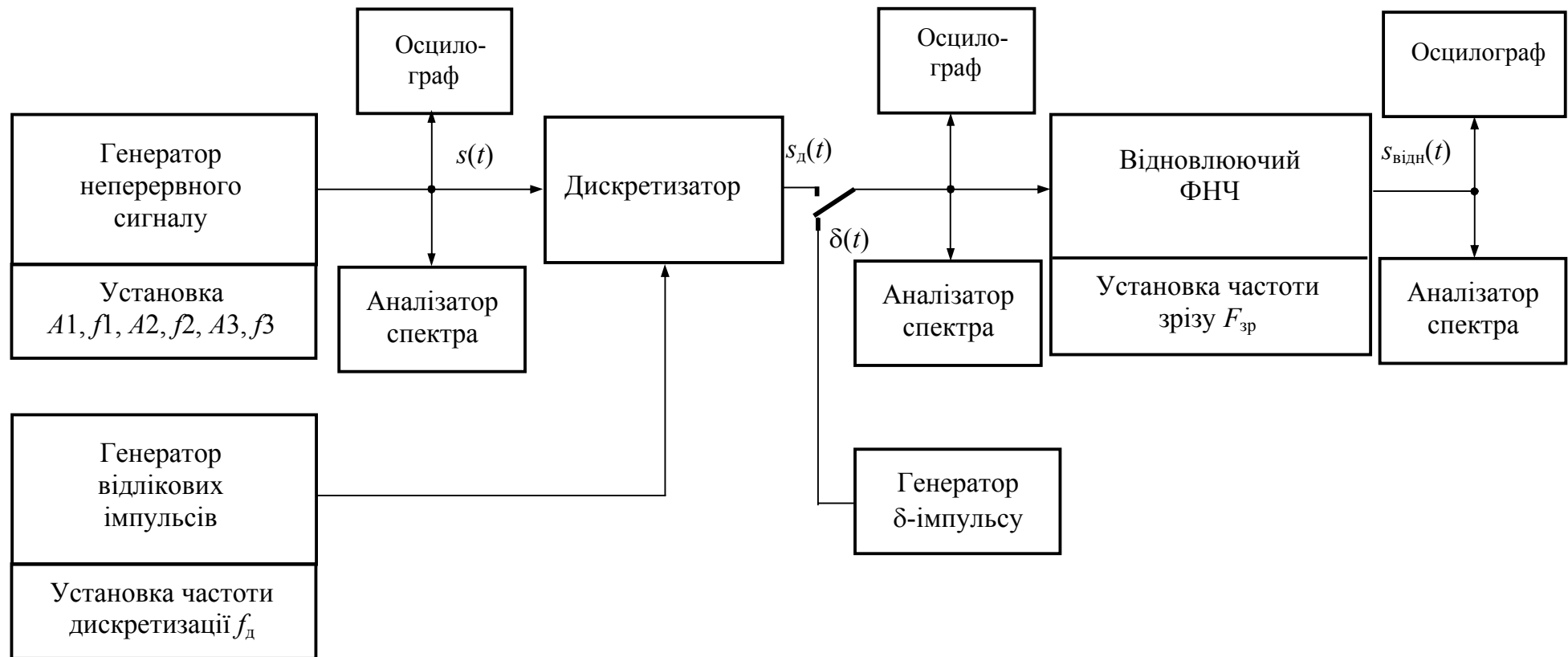


Рисунок 7 – Структурна схема лабораторного макета

Лабораторна робота 2.5

ВИВЧЕННЯ ЦИФРОВИХ МЕТОДІВ ПЕРЕДАВАННЯ АНАЛОГОВИХ СИГНАЛІВ

1 Мета заняття

1.1 Вивчення методів цифрового передавання аналогових сигналів ІКМ, ДІКМ і ДМ.

1.2 Дослідження основних характеристик методів передавання ІКМ, ДІКМ і ДМ.

2 Ключові положення

2.1 Цифрові методи передавання. У сучасних телекомунікаціях широко використовуються методи цифрового передавання аналогових сигналів: аналоговий сигнал перетворюється в цифровий, тобто в послідовність двійкових символів, цифровий сигнал передається цифровим каналом зв'язку, після чого відновлюється аналоговий сигнал. Будь-який метод цифрового передавання характеризується швидкістю цифрового сигналу R (біт/с) і точністю передавання – відношенням сигнал/шум квантування $\rho_{\text{кв}}$. Звичайно ставиться задача – задовольнити вимозі за відношенням $\rho_{\text{кв}}$ за мінімального значення R . Це призвело до розробки значної кількості цифрових методів передавання. Найпростішими серед них є: *імпульсно-кодова модуляція* (ІКМ), *диференціальна імпульсно-кодова модуляція* (ДІКМ) і *дельта-модуляція* (ДМ)¹. Перелічені назви поєднують собою цілі сімейства методів.

2.2 Дискретизація аналогових сигналів. За будь-якого методу цифрового передавання аналоговий сигнал $b(t)$, передусім, перетворюється в дискретний сигнал, що представляє собою послідовність відліків $b(kT_d)$, узятих через інтервал дискретизації $T_d \leq 1/(2F_{\text{max}})$, де F_{max} – максимальна частота спектра сигналу $b(t)$. Це перетворення називається *дискретизацією сигналу за часом*, а пристрій для її здійснення – *дискретизатором*. Частота дискретизації має бути не менше подвоєної частоти F_{max} :

$$f_d = 1/T_d \geq 2F_{\text{max}}. \quad (1)$$

Згідно з теоремою Котельникова, виконання цього співвідношення гарантує можливість точного відновлення аналогового сигналу за відліками. Таке відновлення здійснюється ФНЧ із частотою зрізу F_{max} (рис. 1).

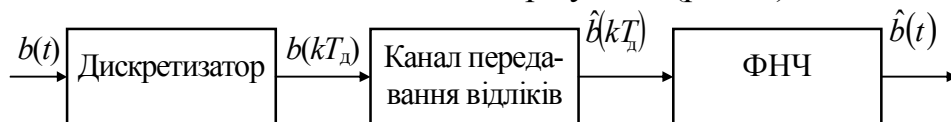


Рисунок 1 – Передавання аналогового сигналу відліками

Усі методи цифрового передавання аналогових сигналів відрізняються способами представлення дискретних сигналів цифровими. Перетворювач від-

¹ Незважаючи на наявність слова «модуляція», ці методи передавання не мають відношення ні до аналогової, ні до цифрової модуляції.

ліків у цифровий сигнал називається кодером цифрової системи передавання (ЦСП), а перетворювач цифрового сигналу у відліки – декодером ЦСП.

2.3 Методи ІКМ. Особливістю цих методів є те, що кожний відлік представляється цифровим сигналом незалежно від інших відліків. Схема, що відображає передавання відліків при ІКМ, наведена на рис. 2.

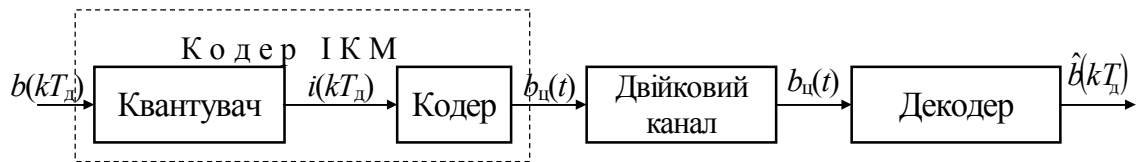
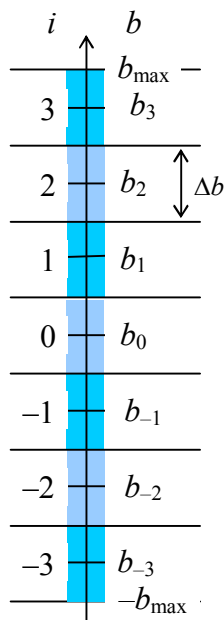


Рисунок 2 – Кодер та декодер ІКМ

Основний параметр квантувача – число рівнів квантування L . За рівномірного квантування діапазон значень b від $-b_{\max}$ до b_{\max} розбивається на $L - 1$ інтервалів величиною

$$\Delta b = 2b_{\max} / (L - 1), \quad (2)$$

яка називається кроком квантування. На рис. 3 показано розбиття при $L = 8$.



Дискретні значення b_i відповідають серединам інтервалів. Індекс i приймає значення $0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm 0,5L - 1$. Дискретні значення визначаються $b_i = i \cdot \Delta b$. При квантуванні кожен відлік $b(kT_d)$ округляється до найближчого дискретного значення b_i , а на вихід квантувача надходить ціле число $i(kT_d)$. Представлення відліку $b(kT_d)$ дискретним значенням b_i вносить похибку

$$\varepsilon_{\text{кв}}(kT_d) = i(kT_d) \cdot \Delta b - b(kT_d), \quad (3)$$

яка називається шумом квантування.

У кодері, що входить до складу кодера ІКМ (рис. 2), числа $i(kT_d)$ представляються заданим двійковим кодом. Довжина коду

$$n = \log_2 L. \quad (4)$$

Рисунок 3 – До пояснення квантування

Цифровий сигнал на виході кодера $b_{\text{ц}}(t)$ має швидкість

$$R = n \cdot f_d. \quad (5)$$

Декодер з цифрового сигналу $b_{\text{ц}}(t)$ формує числа $i(kT_d)$, за якими відновлюються квантовані відліки: $i(kT_d) \Delta b = b_{\text{кв}}(kT_d) = \hat{b}(kT_d)$. З формули (3) випливає, що відліки відновлюються з похибками $\varepsilon_{\text{кв}}(kT_d)$. Середній квадрат похибки квантування (середня потужність шуму квантування) визначається кроком квантування

$$\overline{\varepsilon_{\text{кв}}^2} = \frac{(\Delta b)^2}{12},$$

а відношення сигнал/шум квантування

$$\rho_{\text{КВ}} = \frac{P_b}{\varepsilon_{\text{КВ}}^2} = \frac{3(L-1)^2}{K_A^2}, \quad (6)$$

де K_A – коефіцієнт амплітуди аналогового сигналу.

Широко використовуються методи ІКМ з нерівномірним квантуванням: в області великих значень $|b|$ кроки квантування більші і навпаки. Це еквівалентне нелінійному перетворенню відліків з наступним рівномірним квантуванням. За рахунок такого перетворення зменшується K_A і зростає $\rho_{\text{КВ}}$ за незмінного числа L – формула (6), або, зберігаючи значення $\rho_{\text{КВ}}$, можна зменшити число L , довжину коду n і швидкість цифрового сигналу R – формули (4) і (5).

2.4 Методи ДІКМ. Вони відносяться до методів передавання із завбаченням. При цифрових методах передавання частота дискретизації (1) вибирається з умови відсутності накладення складових спектра дискретного сигналу. При цьому відліки реальних аналогових сигналів є корельованими. Це дозволяє з тією чи іншою точністю передбачувати значення чергового відліку сигналу за його попередніми відліками. Ця можливість покладена в основу схем кодера і декодера ДІКМ, що наведені на рис. 4. Передбачувачі у кодері і декодері цілком ідентичні. Вони обчислюють похибку передбачення

$$d(kT_d) = b(kT_d) - \tilde{b}(kT_d), \quad (7)$$

де $\tilde{b}(kT_d)$ – передбачений відлік, сформований передбачувачем на основі N попередніх відліків $\hat{b}((k-1)T_d)$, $\hat{b}((k-2)T_d)$, \dots , $\hat{b}((k-N)T_d)$. У різних варіантах використання методу ДІКМ число N знаходиться в межах від 1 до 6. Передбачувач при $N \geq 2$ виконується за схемою нерекурсивного фільтра. У випадку $N = 1$ передбаченим відліком $\tilde{b}(kT_d)$ є попередній відлік $\hat{b}((k-1)T_d)$.

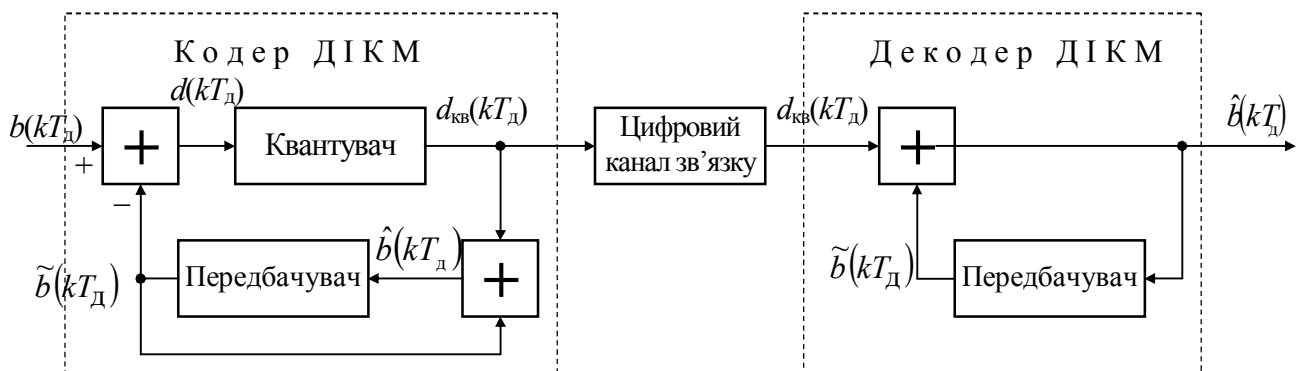


Рисунок 4 – Кодер і декодер ДІКМ

У кодері похибка передбачення надходить на квантувач, аналогічний квантувачу ІКМ, а потім квантована похибка $d_{\text{КВ}}(kT_d)$ передається цифровим сигналом каналом зв'язку (на рис. 4 не показані кодер для представлення $d_{\text{КВ}}(kT_d)$ двійковим кодом і декодер для відновлення $d_{\text{КВ}}(kT_d)$ – вони включені до складу каналу зв'язку).

Похибка квантування при ДІКМ

$$\begin{aligned}\varepsilon_{\text{кв}}(kT_{\text{д}}) &= \hat{b}(kT_{\text{д}}) - b(kT_{\text{д}}) = [\tilde{b}(kT_{\text{д}}) + d_{\text{кв}}(kT_{\text{д}})] - [\tilde{b}(kT_{\text{д}}) + d(kT_{\text{д}})] = \\ &= d_{\text{кв}}(kT_{\text{д}}) - d(kT_{\text{д}}),\end{aligned}\quad (8)$$

визначається тільки параметрами квантувача.

Розмах дискретного сигналу $d(kT_{\text{д}})$ менший, ніж розмах сигналу $b(kT_{\text{д}})$, тому число рівнів квантування L при незмінному кроці квантування буде меншим, ніж при ІКМ, а, отже, менше довжина коду n і швидкість цифрового сигналу R .

2.5 Методи ДМ. Вони, так само як і ДІКМ, відносяться до методів передачі з передбаченням. Методи ДМ відрізняються тим, що використовуються дворівневі квантувачі ($L = 2$). Це стає можливим, коли частота дискретизації вибирається в декілька разів більшою за $2F_{\text{max}}$, і сусідні відліки з дискретизатора мало відрізняються. На рис. 5 наведені схеми кодера і декодера, що пояснюють один з методів ДМ.

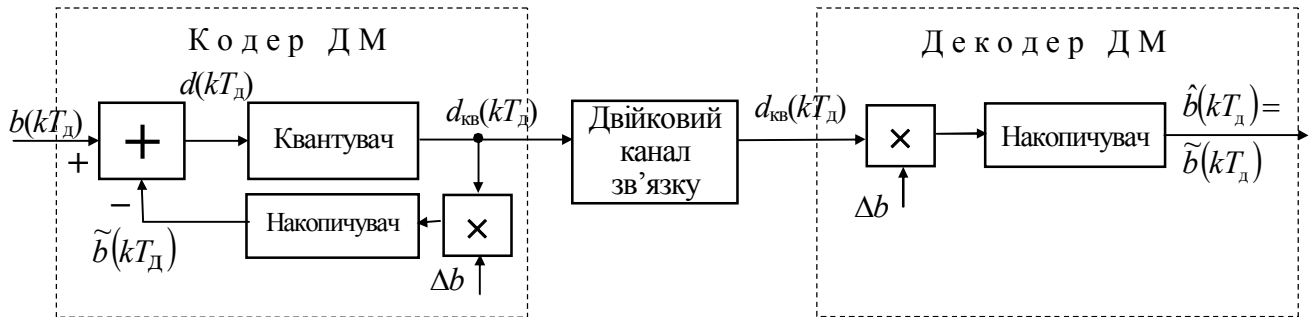


Рисунок 5 – Кодер і декодер ДМ

Похибка передбачення обчислюється так само, як і при ДІКМ, – співвідношення (10.7), а передбачений відлік – результат роботи накопичувача

$$\tilde{b}(kT_{\text{д}}) = \sum_{i=0}^{k-1} d_{\text{кв}}(iT_{\text{д}}) \cdot \Delta b, \quad (9)$$

де Δb – коефіцієнт;

$$d_{\text{кв}}(kT_{\text{д}}) = \begin{cases} +1, & \text{якщо } d(kT_{\text{д}}) \geq 0, \\ -1, & \text{якщо } d(kT_{\text{д}}) < 0 \end{cases} \quad (10)$$

квантована на два рівні похибка передбачення, що передається двійковим каналом зв'язку.

Описаний метод кодування ілюструється часовими діаграмами на рис. 6. Тут передбачений сигнал і сигнал квантованої похибки передбачення представлені сигналами неперервного часу. Видно, що передбачений сигнал $\tilde{b}(t)$ “відслідковує” зміни вхідного сигналу. З рисунку впливає зміст коефіцієнта Δb – це крок квантування, тому що з цим кроком квантується сигнал $\tilde{b}(t)$. На рисунку видно дві області:

1) область, де спостерігаються спотворення перевантаження за нахилом – передбачений сигнал $\tilde{b}(t)$ не встигає відслідковувати зміни вхідного сигналу;

2) область, де спостерігається шум дроблення – при незмінному вхідному сигналі передбачений сигнал змінюється з розмахом Δb .

Зрозуміло, що для зменшення першого ефекту необхідно збільшувати крок квантування, а для зменшення другого ефекту – зменшувати крок квантування. Очевидно, що існує оптимальний крок квантування, за якого мінімізується сумарний ефект проявлення перевантаження за нахилом і шуму дроблення на реалізаціях сигналу $b(t)$ великої тривалості.

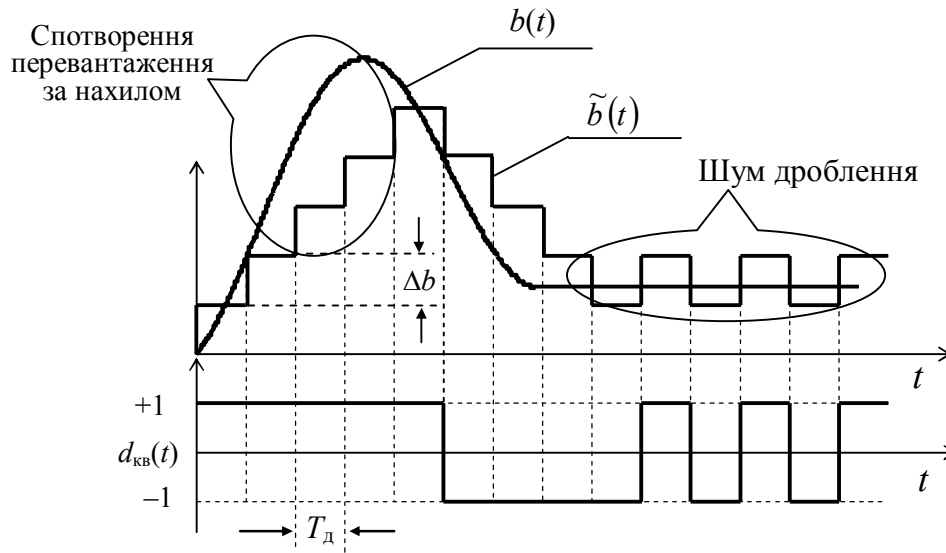


Рисунок 6 – Ілюстрація роботи кодера ДМ

Робота декодера ДМ (рис. 5) зводиться до обчислення відліків передбаченого сигналу за формулою (9).

На підставі опису роботи кодера і декодера ДМ можна сформулювати особливості методів передачі з ДМ:

- частота дискретизації дискретизатора f_d (рис. 1) у декілька разів більша за $2F_{\max}$;
- оскільки квантувач дворівневий, то код має довжину $n = 1$, і $R = f_d$;
- оскільки $n = 1$, то відпадає необхідність синхронізації декодера.

3. Ключові питання

3.1 Пояснити принцип формування цифрового сигналу у системі передавання методом ІКМ.

3.2 Як визначається інтервал дискретизації або частота дискретизації?

3.3 Що таке крок квантування та як він вибирається?

3.4 Від чого залежить довжина коду при ІКМ?

3.5 Пояснити, що таке шум квантування? Яка причина його виникнення?

3.6 Як підвищити відношення сигнал/шум квантування у системах передавання методом ІКМ?

3.7 Пояснити принцип формування цифрового сигналу у системі передавання методом ДІКМ.

3.8 У чому відмінність систем передавання методами ДІКМ і ДМ?

3.9 Що таке спотворення перевантаженням за нахилом? Як їх зменшити?

3.10 Що таке шум дроблення? Як його зменшити?

3.11 Перерахувати і пояснити особливості передавання методом ДМ.

4. Домашнє завдання

4.1 Вивчити розділ “Цифрові методи передачі неперервних повідомлень” за конспектом лекцій і літературою [1, с. 40...45; 2, с. 34...55; 3, с. 453...467; 4, с. 335...347] й опис лабораторного макета в розд. 6.

4.2 Зобразити структурні схеми кодерів і декодерів ІКМ, ДІКМ і ДМ.

4.3 Виконати кодування аналогового сигналу методом ІКМ з рівномірним квантуванням. Задані: частота дискретизації 8 кГц; числа рівнів квантування $L_1 = 2^{N+2}$ (де N – номер бригади), $L_2 = 2L_1$ і $L_3 = 2L_2$. Розрахувати для трьох значень числа рівнів квантування: крок квантування Δb ($|b(t)|_{\max} = 1$); довжину коду n ; середню потужність шуму квантування $\overline{\varepsilon_{\text{КВ}}^2}$ (коефіцієнт амплітуди аналогового сигналу $K_A = 2,85$); відношення сигнал/шум квантування $\rho_{\text{КВ}}$, подане у децибелах; швидкість цифрового сигналу R . Результати розрахунків оформити на зразок табл. 1. Проаналізувати, як змінюються $\rho_{\text{КВ}}$ і R при зміні довжини коду на одиницю.

Таблиця 1 – Характеристики методів передавання ІКМ і ДІКМ

Метод передавання	$f_{\text{д}}$, кГц	L	n	R , кбіт/с	P_b	Δb	$\overline{\varepsilon_{\text{КВ}}^2}$	$\rho_{\text{КВ}}$, дБ	Примітки
ІКМ		L_1							(домашнє, лабораторне завдання)
		L_2							
		L_3							
ДІКМ		L_1							
		L_2							
		L_3							

4.4 Підготуватись до обговорення за ключовими питаннями.

5. Лабораторне завдання

5.1 Ознайомитися з віртуальним макетом ІКМ на робочому місці. Для цього запустити програму **2.5a Вивчення цифрових методів передавання аналогових сигналів**, використовуючи іконку **Лабораторні роботи** на робочому столі, а потім папки **ТЕЗ** та **Модуль 2**. Вивчити схему макета на дисплеї комп'ютера, користуючись розд. 6. Уточнити з викладачем план виконання лабораторного завдання.

5.2 Дослідження виникнення шуму квантування при ІКМ. Установити число рівнів квантування $L = 16$, записати значення Δb . Результати виконання програми оформити у вигляді таблиці $b(kT_{\text{д}})$, $i(kT_{\text{д}})$ та $b_{\text{КВ}}(kT_{\text{д}})$ для $k = 1, 2$ і 3 . Визначити значення $\varepsilon_{\text{КВ}}(kT_{\text{д}})$, порівняти їх з Δb та пояснити результат.

5.3 Дослідження відношення сигнал/шум квантування при ІКМ. Установити число рівнів квантування L_1 з домашнього завдання. За результатами роботи програми занести до табл. 1 значення Δb , $\overline{\varepsilon_{\text{КВ}}^2}$ і P_b . Розрахувати екс-

периментальне значення $\rho_{\text{кв}}$. Порівняти отримані значення Δb , $\overline{\varepsilon_{\text{кв}}^2}$ і $\rho_{\text{кв}}$ з результатами їх розрахунків у домашньому завданні. Повторити завдання для L_2 і L_3 .

5.4 Ознайомитися з віртуальним макетом ДІКМ на робочому місці. Для цього запустити програму **2.5б Вивчення цифрових методів передавання аналогових сигналів**, використовуючи іконку **Лабораторні роботи** на робочому столі, а потім папки **ТЕЗ** та **Модуль 2**. Вивчити схему макета на дисплеї комп'ютера, користуючись розд. 6. Уточнити з викладачем план виконання лабораторного завдання.

5.5 Дослідження кодера і декодера ДІКМ. Установити число рівнів квантування L_1 з домашнього завдання. За результатами роботи програми занести до табл. 1 значення Δb , $\overline{\varepsilon_{\text{кв}}^2}$ і P_b . Розрахувати експериментальне значення $\rho_{\text{кв}}$. Повторити завдання для L_2 і L_3 . Порівняти з результатами, отриманими при дослідженні методу передавання ІКМ.

5.6 Ознайомитися з віртуальним макетом ДМ на робочому місці. Для цього запустити програму **2.5в Вивчення цифрових методів передавання аналогових сигналів**, використовуючи іконку **Лабораторні роботи** на робочому столі, а потім папки **ТЕЗ** та **Модуль 2**. Вивчити схему макета на дисплеї комп'ютера, користуючись розд. 6. Уточнити з викладачем план виконання лабораторного завдання.

2.7 Дослідження кодера і декодера ДМ. Установити частоту дискретизації $f_d = 16$ кбіт/с, заповнити табл. 2, змінюючи крок квантування Δb від 0,25 до 0,05. Повторити дослідження при $f_d = 32$ кГц та $f_d = 64$ кГц. Побудувати графіки залежності $\overline{\varepsilon_{\text{кв}}^2}$ і $\rho_{\text{кв}}$ від величини кроку квантування для кожного значення частоти дискретизації. За отриманими залежностями знайти оптимальні значення кроку квантування і занести їх до таблиці. У висновках пояснити причини, що впливають на спотворення відновленого сигналу при неоптимальних значеннях кроку квантування.

Таблиця 2 – Результати дослідження характеристик ДМ

Метод передавання	R , кбіт/с	P_b	Δb	$\overline{\varepsilon_{\text{кв}}^2}$	$\rho_{\text{кв}}$, дБ	$\Delta b_{\text{опт}}$
ДМ	16		0,25			
			0,2			
			0,15			
			0,1			
			0,05			

6 Опис лабораторного макета

Лабораторна робота виконується на комп'ютері з використанням трьох віртуальних макетів, структурні схеми яких наведені на рис. 7...9. За основу схем макетів покладені схеми, наведені на рис. 1, 2, 4 та 5.

Генератор аналогового сигналу формує сигнал як суму кількох гармонічних коливань. Тривалість сигналу 2 мс, а максимальна частота його спектра $F_{\text{max}} = 3,4$ кГц. Аналоговий сигнал нормований так, що $|b(t)|_{\text{max}} = 1$.

У макетах кодерів ІКМ і ДІКМ частота дискретизації встановлена 8 кГц. Ці макети дозволяють установлювати довільне число рівнів квантування. На рис. 8 у макеті для дослідження методу ДІКМ використано L -й цифровий канал зв'язку (ЦКЗ).

У макеті кодера ДМ можна установити частоту дискретизації 16, 32, 48 і 64 кГц. Цей макет допускає установку довільного кроку квантування.

7 Вимоги до звіту

7.1 **Назва** лабораторної роботи.

7.2 **Мета** лабораторної роботи.

7.3 **Результати** виконання домашнього завдання.

7.4 **Результати** виконання п. 5.2...5.5 лабораторного завдання (таблиці, графіки).

7.5 **Висновки** за кожним пунктом лабораторного завдання, в яких дати аналіз отриманих результатів – збіг теоретичних і експериментальних даних тощо.

7.6 **Дата**, підпис студента, віза викладача з оцінкою за 100-бальною шкалою.

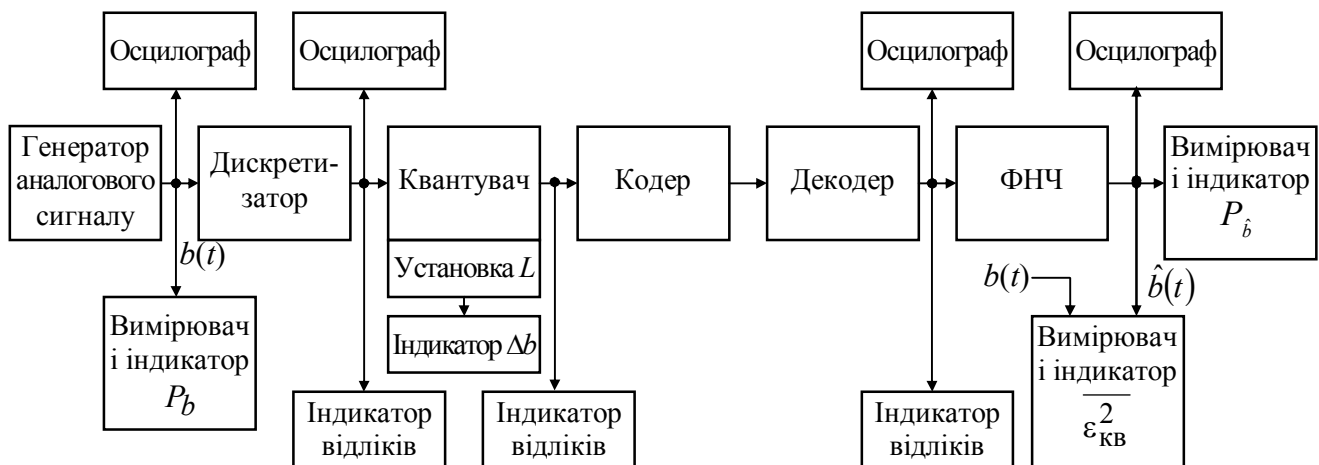


Рисунок 7 – Схема макета для дослідження методу ІКМ

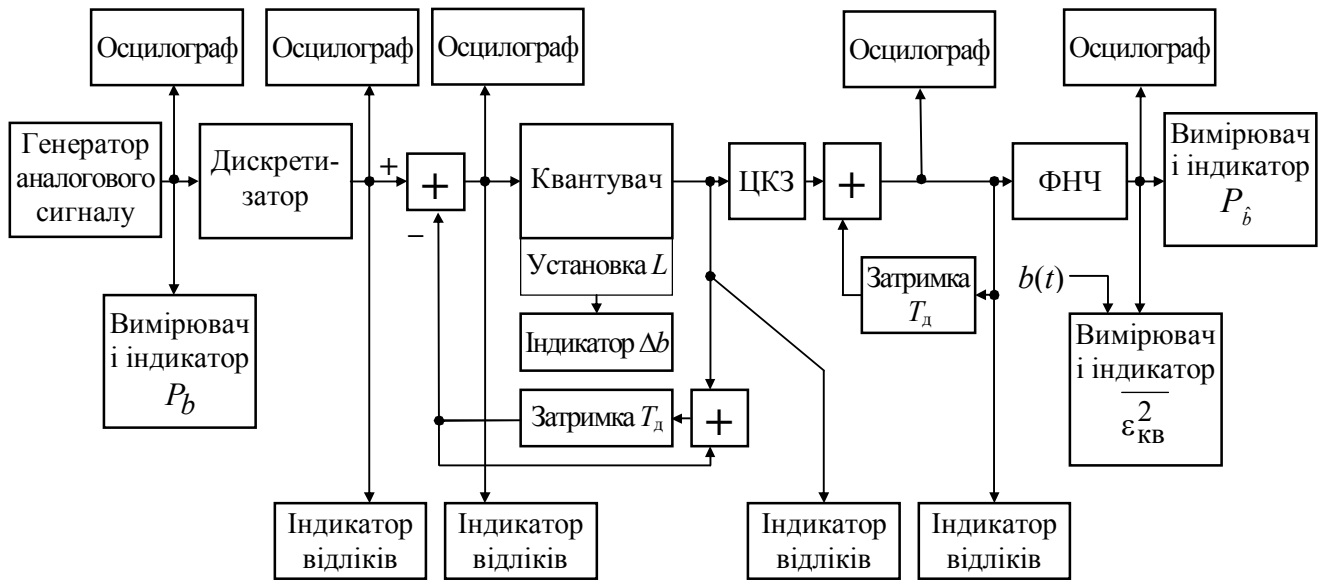


Рисунок 8 – Схема макета для дослідження методу ДПКМ

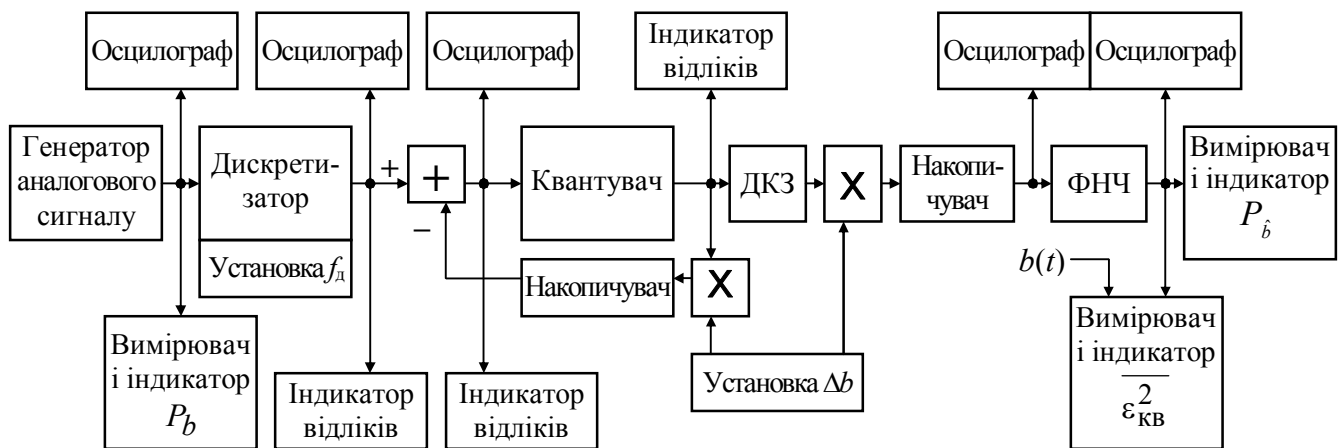


Рисунок 9 – Схема макета для дослідження методу ДМ

ЛІТЕРАТУРА

1. **Іващенко П.В.** Сигнали електрозв'язку: навч. посіб. з вивчення модуля 1 дисципліни «Теорія зв'язку» / П. В. Іващенко, І. С. Перекрестов. – Одеса: ОНАЗ ім. О. С. Попова, 2013. – 136 с.
2. **Дирда В.Ю** Передавання інформації в телекомунікаційних системах: навч. посіб. з вивчення модуля 2 дисципліни «Теорія зв'язку» / В.Ю Дирда, П.В.Іващенко. – Одеса: ОНАЗ ім. О. С. Попова, 2010. – 80 с.
3. **Стеглов В.К.** Теорія електричного зв'язку: підручник [для ВНЗ] за ред. В.К. Стеглова / В.К. Стеглов, Л.Н. Беркман – К.: Техніка, 2006. – 552 с.
4. **Теория** электрической связи: учебник [для вузов] / А.Г. Зюко, Д.Д. Кловский, В.И. Коржик, М.В. Назаров; под ред. Д.Д. Кловского. – М.: Радио и связь, 1998. – 432 с.
5. **Скляр Б.** Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение. – [2-е изд., испр.]; пер. с англ. / Б. Скляр. – М.: Изд. дом "Вильямс", 2003. – 1104 с.

Навчально-методичне видання

Укладачі

Іващенко П.В.
Перекрестов І.С.
Балута М.Ю.

Методичні вказівки
до виконання лабораторних робіт
з дисциплін «Теорія зв'язку», «Інформаційні радіосистеми»
і «Теорія інформації».
Частина 1

Редактор Л.А. Кодрул
Комп. верстка