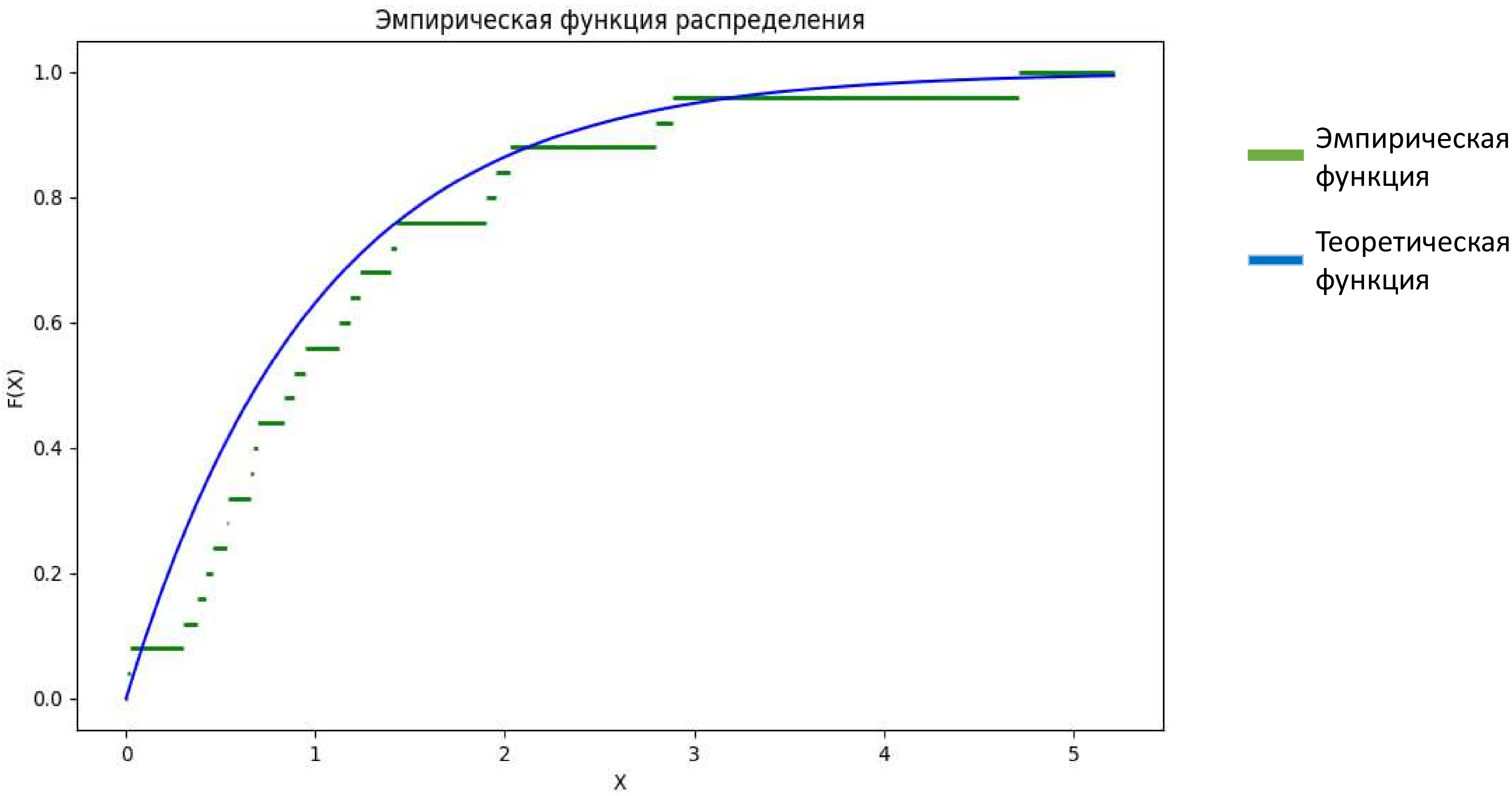
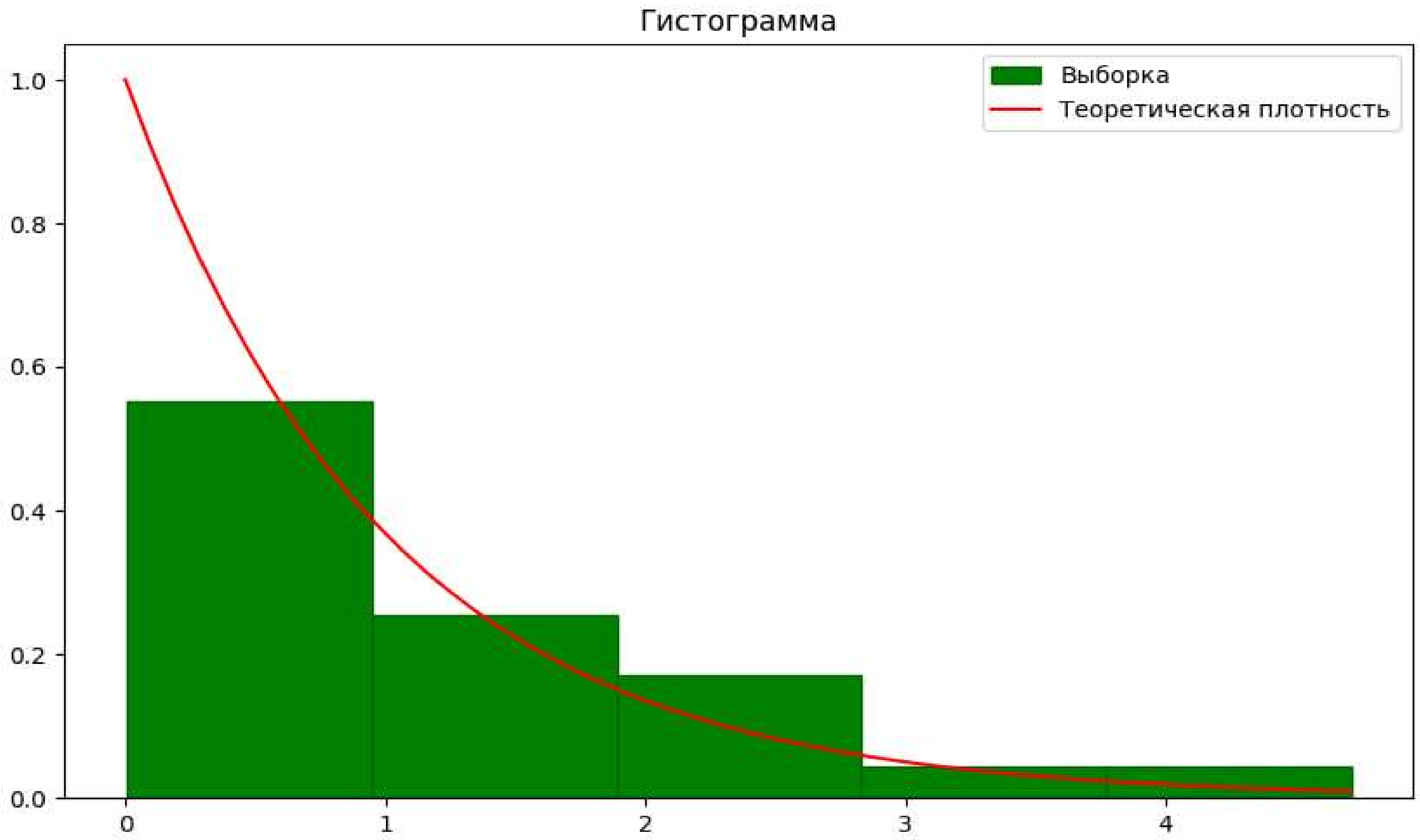
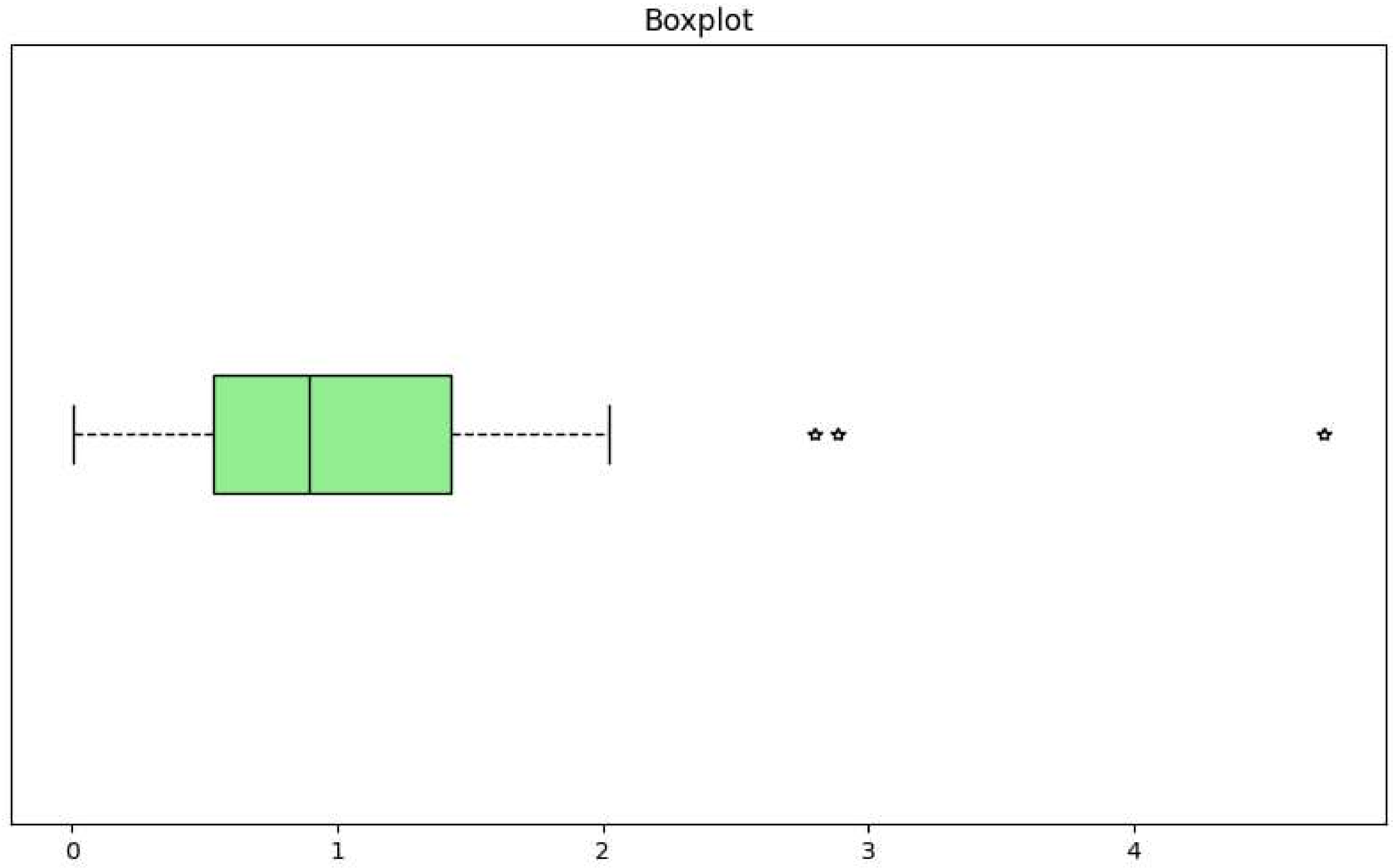
```
==   Выборка   ==
[1]     1.425653
[2]     0.669368
[3]     1.952703
[4]     0.005100
[5]     0.535279
[6]     0.375127
[7]     1.180015
[8]     0.531047
[9]     0.423500
[10]    0.300602
[11]    0.018865
[12]    0.889301
[13]    0.656745
[14]    0.949104
[15]    1.900545
[16]    0.693829
[17]    1.123724
[18]    4.714063
[19]    2.023386
[20]    1.234771
[21]    1.399347
[22]    2.887027
[23]    0.455573
[24]    0.837170
[25]    2.794310
dtype: float64
Моды:                    [0.00510017 0.01886506 0.30060202 0.37512687 0.42349999 0.45557275
 0.53104706 0.53527949 0.65674488 0.66936823 0.69382885 0.83716984
 0.88930097 0.94910402 1.12372361 1.18001483 1.23477102 1.39934671
 1.42565324 1.9005452  1.95270338 2.02338627 2.79430969 2.88702738
 4.71406349]
Медиана:                  0.8893009684795558
Размах:                   4.70896332689066
Оценка коэф. асимметрии: 1.670972532472755
Вероятность того, что коэффициент асимметрии меньше 1 = 0.27
```


Эмпирическая функция распределения
F(X)
X
Эмпирическая функция
Теоретическая функция


Гистограмма
Выборка
Теоретическая плотность
1.0
0.8
0.6
0.4
0.2
0.0
0
1
2
3
4


Boxplot
0
1
2
3
4

к Т2: по простейшей ЦПТ:

ξ_k – одинаково распред., независ. с конеч. дисперсиями. $\Rightarrow$ $\dfrac{\sum_{k=1}^{n}\xi_k - nM\xi}{\sqrt{nD\xi}} \xrightarrow{F} \zeta \sim N(0;1)$

$$\frac{\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}\xi_k - M\xi}{\sqrt{D\xi}}\sqrt{n} \rightsquigarrow N(0;1)$$

$\xi \sim F(x)$; $p(x) = e^{-x}\{[0;+\infty)\}$

$F(x) = 1 - e^{-x}\{[0;+\infty)\}$

$$M\xi = \int_0^\infty xe^{-x}dx = -\int_0^\infty x\,de^{-x} = -\left(xe^{-x}\Big|_0^\infty - \int_0^\infty e^{-x}dx\right) =$$

$$= -e^{-x}\Big|_0^\infty = 1$$

$$M\xi^2 = \int_0^\infty x^2e^{-x}dx = -\left(x^2e^{-x}\Big|_0^\infty - 2\int_0^\infty xe^{-x}dx\right) = 2$$

$$D\xi = M\xi^2 - (M\xi)^2 = 2 - 1 = 1$$

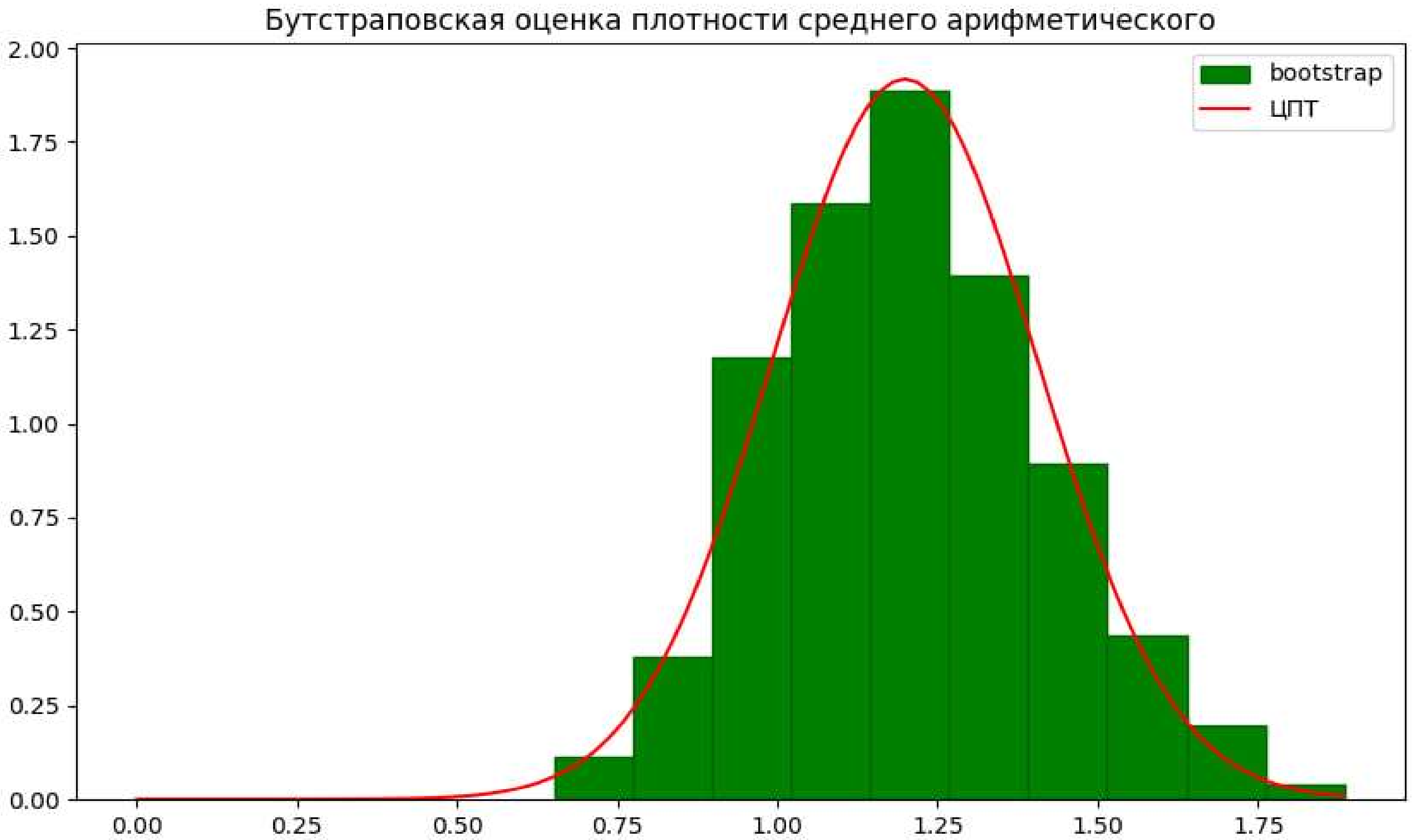
$$\frac{\bar{x} - 1}{\sqrt{1}}\cdot\sqrt{25} = (\bar{x} - 1)5 = 5\bar{x} - 5 \rightsquigarrow N(0;1)$$

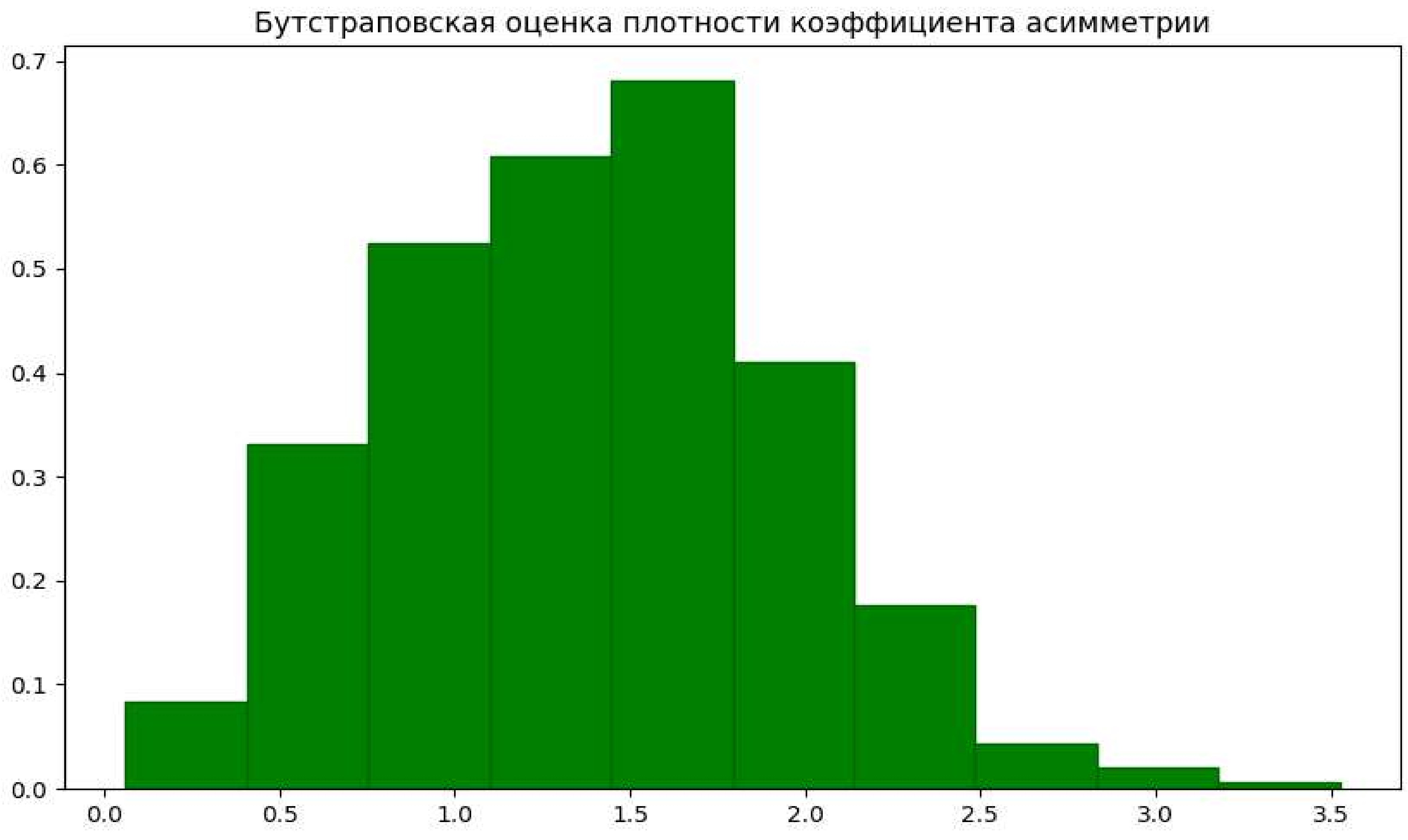
$$\Rightarrow \bar{x} \rightsquigarrow N\left(1, \frac{1}{25}\right)$$

$$\bar{p}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\cdot\frac{1}{\sqrt{25}}}e^{-\frac{(x-1)^2}{2\cdot 1/25}} = \frac{5}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{25(x-1)^2}{2}}$$

В общем случае: $\dfrac{\bar{x} - \tilde{\alpha}_1}{\sqrt{\tilde{\mu}_2}}\sqrt{n} \rightsquigarrow N(0;1)$

$$\bar{x} \rightsquigarrow N\left(\tilde{\alpha}_1, \left(\sqrt{\frac{\tilde{\mu}_2}{n}}\right)^2\right) = N\left(\tilde{\alpha}_1, \frac{\tilde{\mu}_2}{n}\right)$$


Бутстраповская оценка плотности среднего арифметического
bootstrap
ЦПТ
0.00
0.25
0.50
0.75
1.00
1.25
1.50
1.75
2.00



Бутстраповская оценка плотности коэффициента асимметрии
0.0
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
0.6
0.7
0.0
0.5
1.0
1.5
2.0
2.5
3.0
3.5

$$\xi_{(k)} \sim \sum_{i=k}^{n} C_n^i F^i(t)\left(1-F(t)\right)^{n-i}$$

$$p_{\xi_{(k)}} = F'_{\xi_{(k)}} = \sum_{i=k}^{n} C_n^i \Big[i F^{i-1}(t) p(t) \left(1-F(t)\right)^{n-i} + F^i(t) \cdot$$

$$\cdot (n-i)\left(1-F(t)\right)^{n-i-1} \cdot -p(t) \Big] \ominus$$

$$= \sum_{i=k}^{n} i C_n^i F^{i-1} (1-F)^{n-i} p(t) - (n-i) C_n^i F^i (1-F)^{n-i-1} p(t) \ominus$$

$$\left\{ \begin{aligned} i C_n^i &= i \cdot \frac{n!}{i!(n-i)!} = \frac{n(n-1)!}{(i-1)!(n-i)!} = n C_{n-1}^{i-1} \\ (n-i) C_n^i &= \frac{(n-i)\, n!}{i!(n-i)!} = \frac{n(n-1)!}{i!(n-i-1)!} = n C_{n-1}^{i} \end{aligned} \right\}$$

$$\ominus \sum_{i=k}^{n} n C_{n-1}^{i-1} F^{i-1} (1-F)^{n-i} p - n C_{n-1}^{i} F^i (1-F)^{n-i-1} p =$$

$$= n C_{n-1}^{k-1} F^{k-1} (1-F)^{n-k} p - \cancel{n C_{n-1}^{k} F^{k} (1-F)^{n-k-1} p} +$$

$$+ \cancel{n C_{n-1}^{k} F^{k} (1-F)^{n-k-1} p} - n C_{n-1}^{k+1} F^{k+1} (1-F)^{n-i-2} p + \dots$$

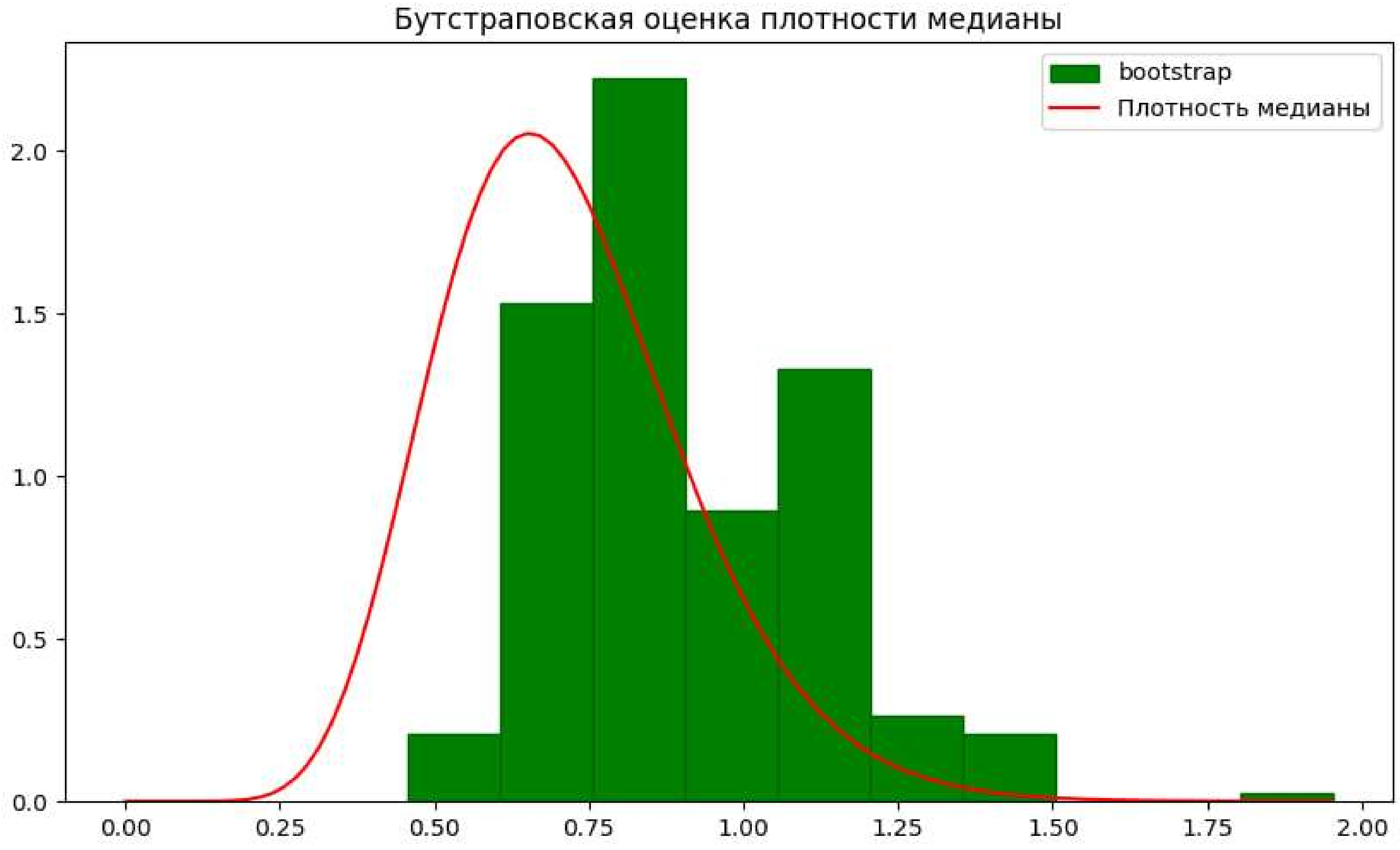
$$+ n C_{n-1}^{n-2} F^{n-2} (1-F) p - n C_{n-1}^{n-1} F^{n-1} (1-F)^0 p$$

$$+ n C_{n-1}^{n-1} F^{n-1} (1-F)^0 p - 0 =$$

$$= n C_{n-1}^{k-1} F^{k-1} (1-F)^{n-k} p(t)$$

$$\xi_{(13)}: \quad p_{\xi_{(13)}} = 25 C_{24}^{12} (1-e^{-x})^{12} e^{-12x} e^{-x} =$$

$$= 25 C_{24}^{12} (1-e^{-x})^{12} e^{-13x} \quad \{[0; +\infty)\}$$



Бутстраповская оценка плотности медианы
bootstrap
Плотность медианы
0.0
0.5
1.0
1.5
2.0
0.00
0.25
0.50
0.75
1.00
1.25
1.50
1.75
2.00