1. Введение

Современные робототехнические средства часто используются для выполнения работ в местах, куда по каким-либо причинам нельзя отправить людей. Успех выполнения задачи зачастую зависит от состояния манипулятора, но в случае его поломки бывает невозможно отправить на место людей для ремонта. В то же время управление манипулятором в большинстве случаев осуществляется оператором. По ряду причин, таких как отсутствие прямой видимости, задержки в линиях связи, а также просто ошибки оператора, велика вероятность столкновения звеньев манипулятора друг с другом и с корпусом робота, что может привести к поломке манипулятора. С целью предотвращения возникновения таких ситуаций в систему управления манипулятором необходимо встраивать средства предотвращения столкновений звеньев манипулятора с препятствиями.

На данный момент существуют различные подходы к решению этой задачи. Проблема их применения в мобильной робототехнике заключается в том, что обычно их программные реализации требуют большой производительности, а установка таких вычислительных систем на мобильных роботах осложнена из-за больших габаритов требуемых систем охлаждения. Выполнение же вычислений на удалённых вычислительных устройствах не позволяет гарантировать отсутствие столкновений, вызванных задержками в линиях связи.

По этой причине в данной работе производится разработка библиотеки функций на языке C++, использование которой позволяет решить проблему столкновений звеньев с использованием микроконтроллера stm32f407.

1. Аналитический обзор существующих подходов к решению проблемы
   1. Аппаратные решения

Аппаратные решения подразумевают установку на звеньях манипулятора дополнительных датчиков, которые должны обнаруживать близость звеньев к препятствиям и корректировать параметры движения. Примером используемых типов сенсорных систем являются проекционные, визуальные системы, а также датчики сближения (например ультразвуковые, инфракрасные или ёмкостные)[5].

Такие системы имеют множество преимуществ:

* алгоритмы их работы просты, поэтому от вычислительного устройства не требуется большая производительность;
* не требуют внесения информации о геометрических характеристиках и расположении звеньев и препятствий
* могут работать с недетерминированными объектами

Вместе с тем, установка дополнительных сенсорных систем на манипуляторе мобильного робота может быть затруднительной вследствие ограничений на габариты роботов. По этой причине такие системы в этой работе далее не рассматриваются.

* 1. Программные методы. Стратегии поведения

Программные решения подразумевают наличие алгоритма, который на основании информации о геометрических размерах звеньев и их расположении прогнозируют столкновения с препятствиями и корректируют скорость и\или направление их движения. Существуют различные стратегии решения задачи: потенциальное планирование движения, планирование в пространстве конфигураций, точное прогнозирование времени столкновения объектов, и так далее. В зависимости от выбранной стратегии поведения необходимо применять алгоритмы, извлекающие различные данные из информации о геометрии и расположении звеньев.

* + 1. Потенциальное планирование

Для предотвращения столкновений звеньев манипулятора с использованием стратегии потенциального планирования применяется метод отталкивающего потенциала[Н1]. При этом потенциальное поле рассчитывается таким образом, чтобы при сближении с препятствием возникала большая отталкивающая сила, но при нахождении звена далеко от препятствия влияние отсутствовало. Примером функции зависимости потенциала от расстояния:

,

где – расстояние между точкой пространства и препятствием, – граничное расстояние между звеном и препятствием, – коэффициент, позволяющий регулировать ускорение звеньев.

Фактически построение потенциального поля не выполняется, так как эта операция занимает много времени и требует больших объёмов памяти. Вместо этого выполняется вычисление виртуальных сил, действующих между каждой парой объектов, в зависимости от расстояния между ними. Зависимость виртуальной силы от расстояния имеет следующий вид:

Таким образом, для решения задачи методом потенциального планирования необходимо вычислять расстояние между трёхмерными объектами.

Главными достоинствами такого метода можно считать его простоту, а также плавность работы (так как в процессе работы симулируется действие сил, скорость не изменяется скачком). Также важным преимуществом является возможность использовать метод для планирования траектории движения в автоматическом режиме.

Основным недостатком подхода является тот факт, что при его работе манипулятор может двигаться по траектории, отличной от заданной оператором. Поскольку метод работает только с препятствиями, для которых определены форма и местоположение, в результате такого отклонения траектории может произойти столкновение с препятствием, неизвестным системе, но известным оператору. Также существенным недостатком системы является факт наличия ненулевого воздействия вблизи препятствий даже при нулевой скорости, что может привести к перемещению манипулятора после того как оператор отпустит ручку управления.

* + 1. Планирование в пространстве конфигураций

Вычисление расстояния между звеньями и прогнозирование столкновений в рабочем пространстве являются трудоёмкой задачей, поэтому данную задачу часто решают в пространстве конфигураций. В этом пространстве в качестве основных базисов выбраны вектора обобщённых координат манипулятора, причём конечная область пространства конфигураций описывает все возможные состояния.

Для решения поставленной задачи для каждой точки пространства конфигураций определяется наличие пересечения звеньев с препятствиями или друг с другом. Пример перехода к пространству конфигураций для плоского двухзвенного робота представлен на рисунке 2.2.2.1.

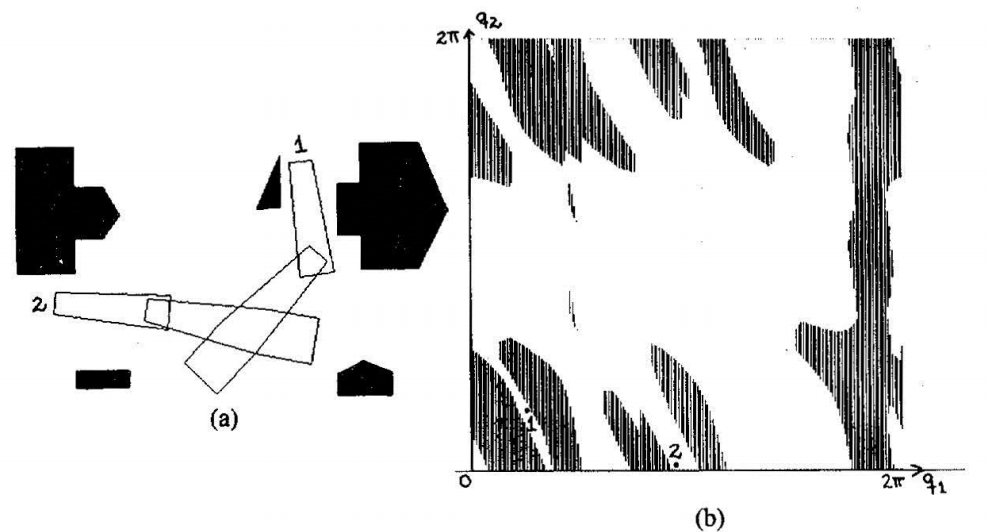


Рисунок 2.2.2.1 – Переход от рабочего пространства (a) к пространству конфигураций (b). Фото с сайта <https://www.cs.columbia.edu/~allen/F19/NOTES/cspaceexamples.pdf>

В дальнейшем пространство конфигураций можно разделить на дискретные области, а после на основе полученных данных построить граф конфигураций, для которого будет разрешён переход в вершины, соответствующие соседним областям пространства конфигураций, кроме тех в которых обнаружено пересечение. В ходе работы алгоритма достаточно поверять, разрешён ли переход в вершину графа, в сторону которой направлен вектор желаемой скорости.

Достоинства данного подхода – быстрота и надёжность работы, а также возможность использовать тот же граф конфигураций для алгоритма автоматического планирования траектории.

Недостатком метода является необходимость поиска компромисса между дискретностью графа конфигураций и занимаемой памятью. Даже для трёхзвенного манипулятора при выборе всего 100 точек для каждой из его координат оказывается необходимо выделить памяти, то есть 750 килобайт, что превосходит объём ПЗУ большинства микроконтроллеров (здесь 6 – количество связей каждой вершины графа с соседними, определено из размерности пространства конфигураций). Уменьшение же числа точек пространства приводит не только к прерывистости движений манипулятора, но и к недостижимости многих промежуточных конфигураций манипулятора, что приводит к снижению точности работы манипулятора и увеличению энергетических затрат.

* 1. Алгоритмы обнаружения пересечений трёхмерных объектов

Наиболее трудоёмкой задачей программных методов решения задачи является задача обнаружения столкновений (в англоязычной литературе – collision detection). Эта задача включает в себя обнаружение существующих и прогнозирование будущих столкновений, а также вычисление расстояния между объектами. Эта задача встречается в целом ряде применений, таких как тренажёры, симуляторы, физические движки для игр, а потому существует несколько подходов к её решению.

* + 1. Априорный и апостериорный подходы

[Источник 2]

Используемые алгоритмы определения столкновений делятся на две группы: априорные и апостериорные [2]. Априорные алгоритмы также называют непрерывными. Они прогнозируют траекторию движения объектов на основе информации о текущей скорости и действующих усилиях и таким образом прогнозируют время предстоящих столкновений с высокой точностью. При этом в момент столкновения происходит изменение траектории, что гарантирует отсутствие пересечений тел в любой момент времени. Такие алгоритмы характеризуются высокой точностью и надёжностью симуляций, однако построение траектории и точное определение времени пересечений требуют больших вычислительных затрат.

Апостериорные же алгоритмы анализируют сцену на наличие уже произошедших столкновений объектов через дискретные промежутки времени. Такой подход требует меньших вычислительных затрат для обнаружения столкновений, но с его помощью сложно прогнозировать будущие столкновения, так как необходимо производить расчёт множества последующих кадров, что требует больших вычислительных затрат и затрат памяти. Другой проблемой апостериорного подхода является необходимость разрешения существующих пересечений, которые возникают вследствие дискретности алгоритмов. [Далее до конца абзаца – источник 3] Кроме того, такие алгоритмы не могут гарантировать отсутствие столкновений тел между кадрами (эта проблема носит название туннелирование). Для её предотвращения алгоритм необходимо модифицировать, добавляя проверку возможности столкновений между кадрами.

Поскольку целью работы является система предотвращения столкновений, точность моделирования поведения объектов во время столкновения не имеет решающего значения. Учитывая, что разрабатываемый алгоритм должен работать в условиях малой вычислительной мощности, применение априорных алгоритмов нецелесообразно, а потому в данной работе они не рассматриваются.

* + 1. Геометрическая аппроксимация

[Источники 1 и 2]

Решение задачи обнаружения и прогнозирования пересечений трёхмерных объектов требует проверки каждой пары поверхностей (за исключением поверхностей, принадлежащих одному телу) и имеет квадратичную сложность выполнения. Поскольку для создания цифровых моделей трёхмерных тел зачастую используется аппроксимация большим количеством треугольных полигонов, для обнаружения коллизий требуются большие вычислительные мощности.

С целью уменьшения количества поверхностей вместо сложной модели объекта используется его аппроксимация ограничивающим объёмом – областью пространства, которая содержит в себе рассматриваемый объект целиком. Обычно используются сферы, выровненные по осям прямоугольные параллелепипеды (в англоязычной литературе AABB), ориентированные прямоугольные параллелепипеды (OBB) и дискретно ориентированные многогранники. Чаще всего в качестве ограничивающих объёмов используют выпуклые объекты, так как большинство алгоритмов обнаружения коллизий не может корректно обрабатывать невыпуклые объекты без их дополнительного разделения. Сложные объекты для повышения точности можно аппроксимировать несколькими простыми объектами. Поскольку построение геометрической аппроксимации ограничивающим объёмом является задачей с высокой вычислительной сложностью, оно обычно осуществляется до начала работы программы и за время её выполнения аппроксимация не изменяется.

* + 1. Иерархические модели

С целью сокращения вычислительной сложности алгоритма он разделяется на отдельные иерархически зависимые фазы, каждая следующая фаза использует более детальную геометрическую аппроксимацию. При этом вычислительная сложность на каждой следующей фазе существенно выше чем на предыдущей, но переход к ней осуществляется только в том случае, если на более высоком уровне иерархии было обнаружено пересечение. Такой подход позволяет существенно снизить вычислительные затраты, не производя подробную проверку на пересечение находящихся далеко объектов. Пример иерархической аппроксимации представлен на рисунке 1.

Рисунок 1 – Пример иерархической аппроксимации

* + 1. Алгоритмы обнаружения столкновений

[Источник 4]

Алгоритмы обнаружения коллизий во многом определяются выбранным типом ограничивающего объёма, рассматриваемого на конкретном шаге алгоритма. Так, для обнаружения коллизии двух сфер достаточно вычислить расстояние между их центрами и сравнить с суммой радиусов, для ориентированных по осям прямоугольных параллелепипедов – сравнить координаты их углов. Но также существуют алгоритмы, способные обнаружить коллизию любых выпуклых объектов.

В данной работе будут рассмотрены два наиболее часто используемых алгоритма – алгоритм на основе теоремы о разделяющей оси (далее SAT) и алгоритм Гилберта-Джонсона-Кирти.

Алгоритм на основе SAT позволяет определить факт наличия или отсутствия коллизии двух объектов в конкретный момент времени. При этом теорема о разделяющей оси может быть сформулирована следующим образом: если существует такая прямая (для трёхмерного случая плоскость), что рассматриваемые объекты полностью располагаются по разные стороны от неё, то в этом и только в этом случае объекты не пересекаются. Иллюстрация для двухмерного случая представлена на рисунке 1.

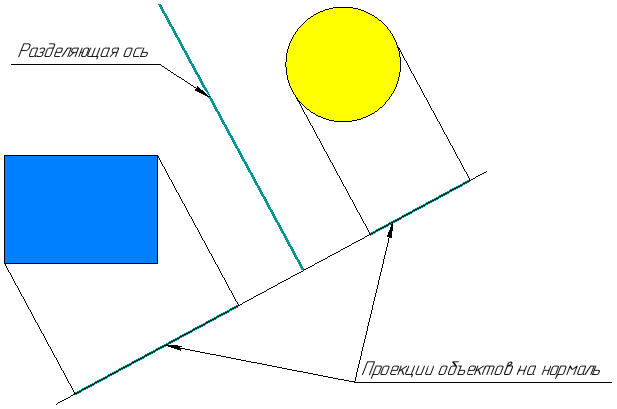


Рисунок 1 – SAT для двухмерного случая

[Источник 3] Поскольку ортогональные проекции объектов на нормаль к этой плоскости также будут лежать по разные стороны от проекции самой плоскости, на практике проще искать не разделяющую плоскость, а нормаль к ней. То есть если удастся найти хотя один вектор такой, что проекции объектов на него не пересекаются, значит тела не пересекаются. При этом для объектов, включающих в себя только плоские поверхности, достаточно проверить конечное количество направлений.

Алгоритм Гилберта-Джонсона-Кирти представляет из себя итеративный алгоритм, позволяющий найти расстояние между двумя телами (или глубину проникновения, если тела пересекаются). При этом он использует понятие разности Минковского. Сумма Минковского двух множеств векторов – это множество, включающее в себя сумму каждого вектора одного множества с каждым вектором другого:

Пример суммы Минковского для двумерных объектов представлен на рисунке 2.

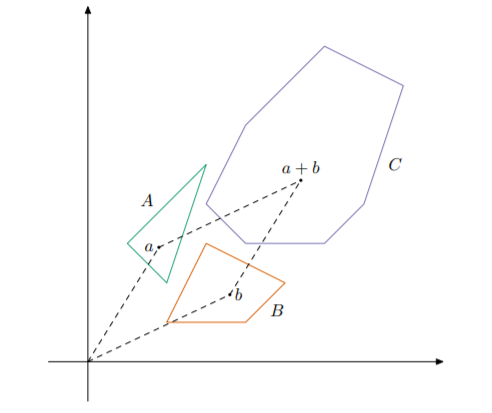


Рисунок 2 – Пример суммы Минковского для двумерных объектов

Фото с сайта <https://codeforces.com/problemset/problem/1195/F?locale=ru>

Разность Минковского представляет из себя сумма Минковского для первого множества и взятого с противоположным знаком второго множества, то есть:

Таким образом, если оба исходных множества содержали одну и ту же точку, разность Минковского для этих множеств содержит начало координат. Кратчайший вектор между началом координат и разностью Минковского объектов соответствует кратчайшему вектору между этими объектами.

В ходе работы алгоритма разность Минковского как таковая не вычисляется, а ищутся только отдельные точки, необходимые на текущем шаге алгоритма. Они ищутся по определению разности Минковского, то есть как разность двух экстремальных точек исходных объектов в заданном направлении.

Для определения экстремальных точек используются опорные функции, то есть функции, возвращающие наиболее удалённую в заданном направлении точку объекта. Пример работы опорной функции представлен на рисунке 3.

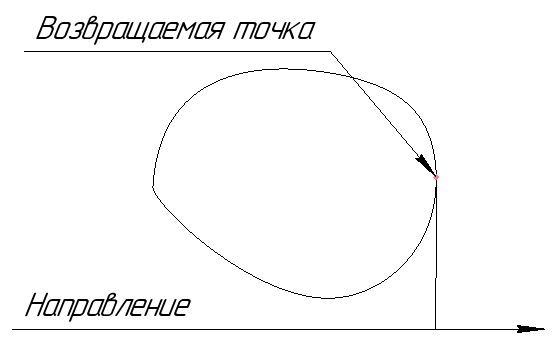


Рисунок 3 – Пример работы опорной функции

Опорные функции зависят только от геометрии объекта. Кроме того, ничто кроме них не зависит от геометрии объекта напрямую, что позволяет использовать алгоритм GJK для любых пар выпуклых объектов.

В ходе работы алгоритма GJK методом последовательных приближений ищется ближайшая к началу координат точка разности Минковского двух объектов. При этом используется понятие симплекса – простого объекта, содержащего от одной до четырёх (до трёх для плоского случая) точек. На каждом шаге в симплекс добавляется новая точка, приближающая симплекс к началу координат, или удаляется одна из старых, если симплекс полон.

1. Выбранный способ решения проблемы
   1. Выбор стратегии решения

Из-за необходимости установки дополнительных сенсорных систем, которые могут быть слишком громоздкими для манипуляторов мобильных роботов, решения на основе аппаратных средств в данной работе не рассматриваются.

Так как задача разрабатываемой системы – предотвращение столкновений с препятствиями, она не должна быть причиной столкновений, которых не произошло бы при её отсутствии. По этой причине траектория движения звеньев манипулятора не должна изменяться, чтобы не происходило столкновений с препятствиями, о которых неизвестно системе, но известно оператору. Кроме того, при отсутствии воздействия со стороны оператора манипулятор должен стоять неподвижно. Эти критерии исключают применение методов, основанных на потенциальном планировании.

Система также не должна ухудшать такие характеристики манипулятора, как точность и плавность работы. Так как алгоритмы, работающие в пространстве конфигураций, являются компромиссом между точностью и плавностью работы с одной стороны, и занимаемым объёмом памяти с другой, их применение для решения задачи также нецелесообразно.

Также учтём, что резкие остановки манипулятора могут привести к жёстким ударам, что способствует быстрому износу системы, поэтому система должна плавно уменьшать скорость движения манипулятора по мере приближения к препятствию. Это также позволит снизить требования к производительности системы, поскольку по мере уменьшения скорости движения звеньев манипулятора перемещения звеньев за одну итерацию будут уменьшаться, увеличивая точность системы, что позволяет изначально использовать более грубый шаг, то есть увеличить длительность одной итерации алгоритма.

В связи со сказанным выше, выберем следующую стратегию поведения: По мере приближения звена к препятствию его скорость замедляется таким образом, чтобы время до вероятного столкновения было постоянным. При этом соотношения между составляющими скорости остаются неизменными. Кроме того, вводится пороговое значение расстояния, и если обнаруживается что на следующей итерации расстояние окажется меньше порогового, манипулятор останавливается. Для реализации этой стратегии на каждой итерации необходимо вычислять расстояние между звеньями и препятствиями.

* 1. Выбор алгоритмов обнаружения столкновений

Для реализации алгоритма предотвращения столкновений манипулятора с препятствиями выбрана двухэтажная иерархическая структура. На широкой фазе алгоритм выполняет обнаружение только уже произошедших пересечений упрощённых ограничивающих объёмов, а на узкой фазе прогнозирует столкновение детализированных ограничивающих объёмов, причём для обеспечения более точной аппроксимации к одному звену может быть привязано несколько ограничивающих объёмов. Иерархия ограничивающих объёмов для звена представлена на рисунке 3.2.1.

Рисунок 3.2.1 – Иерархия ограничивающих объёмов

Для обеспечения достаточного времени для торможения манипулятора после начала работы алгоритма узкой фазы ограничивающие объёмы широкой фазы включают в себя не только сами звенья, но и пустое пространство вокруг них (далее это пространство называется зоной безопасности). Размеры зоны безопасности будут выбираться исходя из максимально возможной линейной скорости движения среди точек звена. Пример аппроксимации звена с зоной безопасности представлен на рисунке 3.2.2.

Рисунок 3.2.2 – Ограничивающий объём с зоной безопасности

На широкой фазе в роли ограничивающих объёмов выбраны OBB, так как из стандартных форм для ограничивающих объёмов они наиболее точно аппроксимируют продолговатые вращающиеся звенья манипулятора. Для обнаружения пересечений ограничивающих объёмов на широкой фазе предполагается использовать алгоритм на основе SAT, так как этот алгоритм позволяет сделать это за константное время путём нахождения проекций на только 15 направлений.

На узкой фазе для обеспечения замедления манипулятора вблизи препятствий необходимо получать информацию о расстоянии между объектами, поэтому будет использоваться алгоритм GJK. Поскольку геометрическая аппроксимация на этом шаге должна быть довольно точной, будет использовано три разных типа ограничивающих объёмов: сфера, цилиндр и OBB. При этом к одному звену можно будет привязать более одного ограничивающего объёма, и при вычислении расстояния между двумя звеньями будет возвращаться наименьшее расстояние для всех пар ограничивающих объёмов.

С целью борьбы с проблемой туннелирования используем следующую особенность разности Минковского: вектор, проведённый от начала координат до ближайшей к нему точки, принадлежащей Минковского объектов A и B, равен вектору между ближайшими точками объектов, направленному от точки, принадлежащей объекту B, к точке, принадлежащей объекту A. Для доказательства этого утверждения используем определение разности Минковского:

Иными словами, каждый вектор из разности Минковского равен какому-то вектору, направленному от точки, принадлежащей объекту B, к точке, принадлежащей объекту A. Следовательно, кратчайший вектор разности Минковского равен кратчайшему вектору от B к A, что и требовалось доказать. Известно, что в результате туннелирования вектор расстояния поворачивается угол более 90 градусов за одну итерацию.

+картинка

По этой причине на выходе GJK будем принимать не численное значение расстояния между объектами, а кратчайший вектор между точками объектов.

Точное прогнозирование будущих столкновений является ресурсоёмкой задачей, поэтому целесообразно вместо этого вычислять приближённое время до столкновения. Учитывая, что угловые перемещения звеньев за одну итерацию алгоритма малы, можно пренебречь ими и рассматривать только линейную составляющую движения наиболее близко расположенных точек звеньев. Для определения времени используем векторы расстояния между ближайшими точками, полученные в результате работы GJK для двух положений манипулятора: текущего и положения на следующей итерации при условии отсутствия замедления. Вычислив перемещение за одну итерацию, спроецировав его на направление вектора текущего расстояния и разделив на длину вектора расстояния, получим величину, обратную приближённому времени до столкновения (отрицательное значение свидетельствует о том, что тела удаляются друг от друга).

Для обеспечения плавного снижения скорости по мере приближения к препятствию достаточно ограничить минимальное время до столкновения, а при обнаружении значения, меньшего чем установлено, умножать скорость на коэффициент замедления, равный отношению полученного времени до столкновения к допускаемому.

1. Реализация алгоритма на практике
   1. Выбор используемых инструментов разработки

Прежде всего осуществим выбор вычислительного устройства, которое будет использоваться для испытаний алгоритма. В данной работе будет использоваться микроконтроллер stm32f407vg. Основными причинами такого решения являются наличие у этого микроконтроллера аппаратной поддержки вычислений с плавающей запятой, широкое использование микроконтроллера серии f400 в реальных роботах и наличие отладочной платы для проведения испытания. Фотография отладочной платы представлена на рисунке 4.1.1.

Рисунок 4.1.1 – Отладочная плата stm2f4

Далее осуществим выбор среды, используемой для написания кода. Поскольку для различных семейств микроконтроллеров необходимо применение различных компиляторов, выберем среду программирования, которая осуществляет поддержку микроконтроллеров stm32 – keil.

Следующей задачей является выбор языка программирования, который будет использоваться в ходе разработки. Поскольку вычисления, используемые в разрабатываемой системе, являются трудоёмкими, а производительность вычислительного устройства невысока, применять высокоуровневые языки программирования нецелесообразно. В то же время алгоритм является достаточно сложным, а потому используемый язык должен обеспечивать необходимые инструменты для удобных разработки и поддержки кода. Также в ходе работы происходит моделирование множества объектов, что делает удобным применение объектно-ориентированных языков программирования. Выбранная среда разработки предоставляет ограниченный выбор языков программирования. Исходя из всего вышеперечисленного, наиболее удобным языком является C++.

Для моделирования перемещения звеньев манипулятора в пространстве необходимо решить для манипулятора прямую задачу геометрического анализа. С целью обеспечения универсальности разрабатываемого алгоритма для решения задачи будут использоваться матрицы поворота и матрицы перехода. Для этого целесообразно применить библиотеку линейной алгебры. Поскольку для обеспечения универсальности разрабатываемая система не должна быть привязана к конкретному вычислительному устройству, применение библиотеки CMSIS-DSP, написанной для устройств архитектуры ARM, нецелесообразно. Также немаловажными факторами являются широкая распространённость используемой библиотеки и наличие открытого исходного кода. Исходя из всего вышеперечисленного, была выбрана библиотека Eigen, предоставляющая необходимые классы – matrix, vector и transform – для которых реализованы основные алгебраические операции и операции преобразования пространства.

Поскольку для тестирования системы было решено обеспечить передачу данных на персональный компьютер (более подробно тестирование описано в главе 5), необходимо выбрать интерфейс передачи данных. Так как высокая скорость и высокая точность не требуются, целесообразно использовать интерфейс UART, так как он является наиболее простым. Для соединения отладочной платы с персональным компьютером использован преобразователь интерфейсов USB-UART CP2102. Фотография преобразователя интерфейсов представлена на рисунке 4.1.2.

Рисунок 4.1.2 – Преобразователь интерфейсов CP2102.

Так же для симуляции пульта управления целесообразно подключить к отладочной плате кнопки, состояние которых определяет вектор введённой оператором желаемой скорости. Кнопки управления представлены на рисунке 4.1.3.

Рисунок 4.1.3 – Кнопки управления

Для быстрой настройки периферии микроконтроллера и упрощения работы с ней применены библиотека hal и генератор кода cubeMX, поддерживающий выбранный микроконтроллер и выбранную среду разработки.

* 1. Описание структуры программы

Для решения задачи в работе реализована библиотека, включающая в себя несколько классов и алгоритмов. UML – диаграмма библиотеки представлена на рисунке 4.2.1 (библиотека Eigen не показана на диаграмме, так как используется во всех классах и функциях).

Рисунок 4.2.1 – UML – диаграмма библиотеки

Класс OBB используется на грубой фазе алгоритма.

Классы OBB\_GJK, Cylinder\_GJK и Sphere\_GJK используются в качестве аппроксимирующих объёмов в алгоритме GJK.

Класс Part описывает деталь вместе со всей иерархией аппроксимирующих объёмов. Функция update обеспечивает моделирование перемещения детали вдоль одной из её координатных осей или поворот вокруг одной из её координатных осей. Также объекты класса содержат информацию о максимально разрешённых значениях координаты.

Класс robot используется для хранения взаимосвязей о порядке перестроения положения звеньев, а также о парах звеньев, которые необходимо проверять на возможность столкновения (такой подход целесообразен, поскольку позволяет избежать проверки возможности столкновения для звеньев, которые не могут столкнуться ни в одной из возможных конфигураций манипулятора).Именно функции этого класса используются для перестроения конфигурации манипулятора и для вычисления коэффициента замедления манипулятора.

Полный текст исходного кода доступен в открытом репозитории по адресу https://github.com/NikitaKhalyavin/NIR.git.

* 1. о

Источники

1. <https://www.toptal.com/game/video-game-physics-part-ii-collision-detection-for-solid-objects>
2. <https://developer.mozilla.org/en-US/docs/Games/Techniques/2D_collision_detection>

1) ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЛЛИЗИЙ АППРОКСИМИРУЮЩИХ СФЕР И ПРЯМОУГОЛЬНЫХ ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕДОВ В СИСТЕМАХ ТРЕХМЕРНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ - ТРУШИН А.М.

2) 3D Collision Detection: A Survey Pablo Jimenez, Carme Torras, Federico Thomas

3) http://www.iaarc.org/publications/fulltext/isarc2007-2.1\_4\_027.pdf

4) https://journals.sagepub.com/doi/10.1177/027836498600500106

5) http://journal.utem.edu.my/index.php/jtec/article/view/1552

6) https://www.groundai.com/project/on-line-collision-avoidance-for-collaborative-robot-manipulators-by-adjusting-off-line-generated-paths-an-industrial-use-case/1 - ???

7) [file:///D:/downloads/Goryachkina\_A.pdf](file:///D:\downloads\Goryachkina_A.pdf)

8) <https://cyberleninka.ru/article/v/algoritmy-obnaruzheniya-stolknoveniy>

9) https://homepages.laas.fr/jpl/promotion/chap6.pdf

10) https://diglib.eg.org/bitstream/handle/10.2312/eurovr.20141341.065-076/065-076.pdf?sequence=1&isAllowed=y !!!

11) https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00412870/document

12) https://www.medien.ifi.lmu.de/lehre/ss10/ps/Ausarbeitung\_Beispiel.pdf

13) https://www.researchgate.net/publication/228593730\_Technical\_Report\_TR-TI-2005-1-Collision\_Detection\_for\_k-DOPs\_using\_SAT\_with\_Error\_Bounded\_Fixed-Point\_Arithmetic