

Движение вязкого тела в вязкой среде.

Никита Москвитин, Б04-204

2023, МФТИ

1 Введение

Движение твердого тела, в частности шара, в вязкой среде давно изучено. Всем известна формула Стокса для силы вязкого трения, действующая на шар при движении в вязкой среде.

$$F = 6\pi\eta r v \quad (1)$$

Но если вместо твердого шара будет пузырек с жидкостью, то есть вязкое тело. Получается движение вязкого тела в вязкой среде, можно ли в таком случае применять уравнение (1)? Это мы попытаемся понять в ходе эксперимента.

2 Аннотация

В данной работе проверяется допустимость применения формулы Стокса вязкого трения для шара при подсчете силы вязкого трения для пузырька с жидкостью. Для этого находится коэффициент вязкости для вязкой жидкости классическим способом - измерения скорости падения твердых шариков в исследуемой жидкости. Далее проводится аналогичный эксперимент, но вместо шаров используются капли другой жидкости.

3 Методика проведения эксперимента

Будем использовать самое доступное оборудование. В качестве вязкой жидкости возьмем нерафинированное подсолнечное масло, а пузыри будем создавать с помощью воды. Но перед этим измерим параметры масла - плотность и вязкость.

Для нахождения плотности измерим массу мерной колбы без масла, а далее массу колбы вместе с 100 мл масла. Поделив разность масс на объем получим плотность.

Для измерения вязкости будем бросать пластиковые бусинки в масло. Рассмотрим процесс подробнее. На тело действуют силы изображенные на Рис. 1.

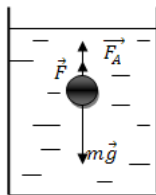


Рис. 1

Запишем II закон Ньютона для шарика вдоль линии действия сил при установившейся скорости:

$$mg = F_A + F \quad (2)$$

где F тоже самое что и в уравнении (1)

$$F_A = \rho_0 V g \quad (3)$$

$$mg = \rho V g \quad (4)$$

где ρ - плотность тела, ρ_0 - плотность жидкости, а V - объем тела, его можно расписать через радиус тела R

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3 \quad (5)$$

Выразим коэффициент вязкости η из этих уравнений

$$\eta = \frac{2(\rho - \rho_0)R^2 g}{9v} \quad (6)$$

Измерив массу бусинок на весах, а так же их D - диаметр с помощью микрометра, мы можем высчитать радиус и по формуле (5) найти объем, зная объем и массу несложно найти плотность. Скорость найдем измерив за какое время бусинка проходит известное расстояние при установившемся движении. Подставив значения в (6) получим значение η .

Далее проведем аналогичный опыт с каплями воды. Для этого соберем установку показанную на Рис. 2.

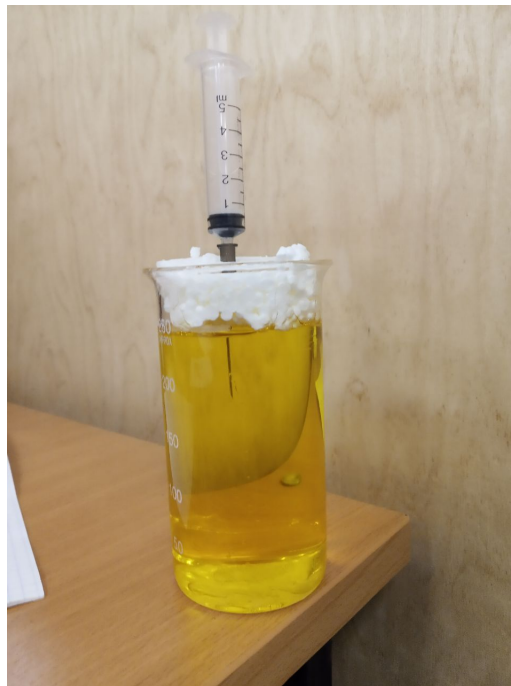


Рис. 2

Будем равномерно давить на шприц, тогда будут образовываться примерно одинаковые капли. Их скорость измерим аналогично прошлому опыту. Радиус капель мы измерим из соображения того, что в масле они имеют сферическую форму, а так же одинаковый объем, а значит одинаковый радиус. Посчитаем количество выпущенных капель и посмотрим изменение объема воды в шприце, далее поделим объем на количество и высчитаем радиус из формулы (5). Далее попробуем, подсчитать коэффициент вязкости по формуле (6), если он будет равен или близок к тому, что мы получили с помощью бусинок, то можно будет говорить, что (1) применима не только к твердым телам.

4 Измерения

4.1 Измерение плотности масла

На весах измерим массу пустой колбы $m_1 = (96,191 \pm 0,003)g$. Теперь с маслом $m_2 = (180,894 \pm 0,003)g$. И как говорилось ранее объем масла $V_{oil} = (100 \pm 1)ml$.

Тогда плотность масла равна:

$$\rho_0 = \frac{m_2 - m_1}{V_{oil}} = (847 \pm 9) \frac{kg}{m^3} \quad (7)$$

4.2 Измерение плотности и радиуса бусинок

Измерим на весах массу 10 бусинок $m_{10} = (0,328 \pm 0,003)g$. Диаметр измерим на микрометре $D = (3,85 \pm 0,01)mm$. Тогда $R_b = \frac{D}{2} = (1,925 \pm 0,005)mm$. Тогда из формулы (5) объем одной бусинки $V_b = (29,88 \pm 0,14)mm^3$. Тогда плотность материала из которого изготовлена бусинка:

$$\rho_b = \frac{m_{10}}{10V_b} = (1098 \pm 12) \frac{kg}{m^3} \quad (8)$$

4.3 Измерение скорости бусинок в масле

Будем смотреть за сколько секунд бусинки проходят расстояние $l_b = 15cm$. Но при этом нужно, чтобы к началу отсчета времени и расстояния, было установившееся движение. На Рис. 3 показана используемая установка. Проверим установилось ли движение, для этого пустим бусинку и измерим времена прохождения от 0 до 5cm $t_1 = (4,15 \pm 0,23)s$, от 5cm до 10cm $t_2 = (4,00 \pm 0,23)s$, от 10cm до 15cm $t_3 = (4,25 \pm 0,23)s$. Как мы видим в пределах погрешности все времена одинаковые, а значит мы правильно подобрали метки для пути. Значит можно проводить измерения.



Рис. 3

Таблица 1: Прямые измерения для подсчета скорости шариков

N	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
t,s	12,21	10,66	11,77	10,98	10,45	10,87	10,77	11,0	11,01	10,81	12,40	10,52	11,68

Среднее время $\overline{t_b} = (11,2 \pm 0,7)s$, тогда скорость бусинок $v_b = \frac{l_b}{t_b} = (0,0134 \pm 0,0013) \frac{m}{s}$.

4.4 Измерение скорости капель воды в масле

Эксперимент аналогичен прошлому, только $l_k = 5cm$.

Таблица 2: Прямые измерения для подсчета скорости пузырьков

N	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
t,s	39,23	36,80	46,23	42,50	46,40	46,71	40,39	37,90	36,90	46,0	37,16	51,49	50,04

Среднее время $\overline{t_k} = (43 \pm 5)s$, тогда скорость капель $v_k = \frac{l_k}{t_k} = (0,00117 \pm 0,00014) \frac{m}{s}$.

4.5 Измерение радиуса капель

Подсчитаем количество капель выпущенных шприцом $N = 550$, при этом объем шприца уменьшился на $\Delta V = (0,5 \pm 0,05)ml$. Тогда объем одной капли это $V_k = \frac{\Delta V}{N} = (0,00091 \pm 0,00010)ml$. Тогда радиус капли:

$$R_k = \sqrt[3]{\frac{3V_k}{4\pi}} = (0,060 \pm 0,007)cm \quad (9)$$

5 Обработка результатов

Из полученных данных, подставленных в формулу (6) (плотность воды брали табличную $\rho = 1000 \frac{kg}{m^3}$), выходит, что вязкость масла измеренная с помощью бусинок $\eta_b = (0,151 \pm 0,015)Pa \cdot s$, а с помощью капель воды $\eta_k = (0,103 \pm 0,021)Pa \cdot s$.

Легко заметить, что коэффициенты отличаются ровно в 1,5 раза, что соответствует тому, что формула Стокса для капли воды выглядит так:

$$F = 4\pi\eta r v \quad (10)$$

Получается (1) нельзя использовать для вязких тел, но выходит что существует очень похожая формула (10), которая подходит. Почему так выходит, это ошибка в измерениях или в этом есть какая то закономерность?

Ответ на этот вопрос я нашел в 6 томе учебника по теоретической физике в 10 томах Л. Д. Ландау и Е. М. Лифшица. На 99 странице в задаче под номером 2 рассматривается движение вязкой капли в вязкой среде. Опуская весь вывод, получается такая формула для силы сопротивления:

$$F = 8\pi\eta r v \frac{2\eta + 3\eta_1}{4(\eta + \eta_1)} \quad (11)$$

Все обозначения такие же как и в формуле (1), только добавляется η_1 - коэффициент вязкости пузырька. Отсюда легко увидеть 2 предельных случая, при $\eta_1 \gg \eta$ выходит формула (1), при $\eta_1 \ll \eta$ выходит формула (10). Причем как мы видим наш эксперимент подтверждает эту теорию, так как вязкость масла намного больше вязкости воды (в 200 раз больше примерно, $\eta_{water} = 0,0009Pa \cdot s$ (Wikipedia) и $\eta_{oil} = 0,160Pa \cdot s$ (Вязкость нерафинированных подсолнечных масел при направленном механическом воздействии - Научный журнал НИУ ИТМО. Серия «Процессы и аппараты пищевых производств»), а значит применима формула (10).

6 Вывод

Мы измерили коэффициент вязкости масла, причем он получился достаточно близок к табличному значению $\eta_{table} = 0,16Pa \cdot s$, наше значение $\eta = (0,151 \pm 0,015)Pa \cdot s$. (Понятно, что сорта масла бывают разные, но это нам дает понимание того, что значение наше адекватно и мы можем

использовать его далее в наших выводах). На основе этого мы смогли экспериментально получить формулу (10) силы вязкого трения для капель воды, которая полностью совпадает с теорией. Получается, наше предположение частично оказалось верным, итоговая формула отличается лишь численным коэффициентом, но зависимость одна и та же.