1. На числовой прямой даны два отрезка: P = [10, 15] и Q = [34, 40]. Найдите наименьшую возможную длину отрезка A, при котором формула

$$\neg(x \in A) \land \neg((x \in P) \rightarrow \neg(x \in Q))$$

тождественно ложна, то есть принимает значение 0 при любых x.

2. Обозначим через ДЕЛ(n, m) утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m». Для какого наибольшего натурального числа A формула

ДЕЛ(40, A) ∧ ((¬ДЕЛ(x, A) ∧ ДЕЛ(x, 54)) → ¬ДЕЛ(x, 72))

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)?

3. (М.В. Кузнецова) Введём выражение M & K, обозначающее поразрядную конъюнкцию M и K (логическое «И» между соответствующими битами двоичной записи). Определите наибольшее натуральное число A, такое что выражение

$$((\ (X \,\&\, 13 \neq 0) \lor (X \,\&\, A \neq 0)) \rightarrow (X \,\&\, 13 \neq 0)) \lor ((X \,\&\, A \neq 0) \land (X \,\&\, 39 = 0))$$

тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной X)?

4. Обозначим через ДЕЛ(n, m) утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m». Для какого наибольшего натурального числа A формула

ДЕЛ(x, 18) → (¬ДЕЛ(x, A) → ¬ДЕЛ(x, 12))

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)?

5. На числовой прямой даны два отрезка: P = [24; 49] и Q = [30; 53]. Укажите наибольшую возможную длину такого отрезка A, что формула

$$((x \in A) \rightarrow (x \in P)) \lor (x \in Q)$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любых x.

6. Укажите наибольшее целое значение A, при котором выражение

$$(5y + 7x \neq 129) \lor (3x > A) \lor (4y > A)$$

истинно для любых целых положительных значений x и y.

7. На числовой прямой даны два отрезка: P = [15, 30] и Q = [35, 60]. Найдите наибольшую возможную длину отрезка A, при котором формула

$$(\neg(x \in Q) \lor (x \in P)) \land (x \in A)$$

тождественно ложна, то есть принимает значение 0 при любых x.

8. Элементами множеств A, P, Q являются натуральные числа, причём P={1,3,4,9,11,13,15,17,19,21}, Q={3,6,9,12,15,18,21,24,27,30}. Известно, что выражение

$$((x \in P) \rightarrow (x \in A)) \lor ((x \notin A) \rightarrow (x \notin Q))$$

истинно (т.е. принимает значение 1 при любом значении переменной x. Определите наименьшее возможное количество элементов в множестве A.

9. На числовой прямой даны два отрезка: P = [10, 25] и Q = [14, 20]. Найдите наименьшую возможную длину отрезка A, при котором формула

$$\neg\ (\neg(x \in P) \lor \neg(x \in Q)) \land \neg(x \in A)$$

тождественно ложна, то есть принимает значение 0 при любых x.
10. Укажите наименьшее целое значение A, при котором выражение

$(x + 3y \neq 27) \vee ((A > x) \wedge (A > y))$

истинно для любых целых неотрицательных значений x и y.
11. Обозначим через ДЕЛ(n, m) утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m». Для какого наибольшего натурального числа A формула

(¬ДЕЛ(x, A) ∧ ¬ДЕЛ(x, 6)) → ¬ДЕЛ(x, 3)

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)?
12. Обозначим через ДЕЛ(n, m) утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m». Для какого наименьшего натурального числа A формула

(ДЕЛ(x, A) ∧ ДЕЛ(x, 16)) → (¬ДЕЛ(x, 16) ∨ ДЕЛ(x, 24))

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)?
13. На числовой прямой даны два отрезка: P = [44; 49] и Q = [28; 53]. Укажите наибольшую возможную длину такого отрезка A, что формула

$((x \in A) \to (x \in P)) \vee (x \in Q)$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любых x.
14. (А. Богданов) На числовой прямой дан отрезок Q = [29; 47]. Обозначим через ДЕЛ(n, m) утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m». Определите наименьшее натуральное число A, такое что выражение

(¬ДЕЛ(x, 3) ∧ x ∉ {48, 52, 56}) → ((|x – 50| ≤ 7) → (x ∈ Q)) ∨ (x & A = 0)

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x.
15. Обозначим через ДЕЛ(n, m) утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m». Для какого наименьшего натурального числа A формула

ДЕЛ(x, A) → (¬ДЕЛ(x, 28) ∨ ДЕЛ(x, 42))

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)?
16. На числовой прямой даны три отрезка: P = [5, 110], Q = [15, 42] и R = [25, 70]. Какова наименьшая длина отрезка A, при котором формула

$((x \in P) \to (x \in Q)) \vee (\neg(x \in A) \to \neg(x \in R))$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x?
17. Введём выражение M & K, обозначающее поразрядную конъюнкцию M и K (логическое «И» между соответствующими битами двоичной записи). Определите наименьшее натуральное число A, такое что выражение

(X & 87 = 0) → ((X & 31 ≠ 0) → (X & A ≠ 0))

тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной X)?
18. Укажите наименьшее целое значение A, при котором выражение

$(2x + 3y \neq 72) \vee ((A > x) \wedge (A > y))$

истинно для любых целых неотрицательных значений x и y.
19. Укажите наименьшее целое значение А, при котором выражение

$(xy < 2A) \lor (x \geq 11) \lor (x < 2y)$

истинно для любых целых положительных значений x и y.
20. На числовой прямой даны два отрезка: P = [20, 50] и Q = [30, 40]. Найдите наименьшую возможную длину отрезка A, при котором формула

$\neg(x \in A) \rightarrow \neg((x \in P) \lor (x \in Q))$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любых x.
21. Обозначим через ДЕЛ(n, m) утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m». Для какого наименьшего натурального числа А формула

ДЕЛ(A, 9) ∧ (ДЕЛ(280, x) → (¬ДЕЛ(A, x) → ¬ДЕЛ(730, x)))

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)?
22. На числовой прямой даны два отрезка: P = [25; 50], Q = [40; 75]. Найдите наименьшую возможную длину отрезка A, при котором формула

$(x \in Q) \rightarrow (((x \in P) \equiv (x \in Q)) \lor (\neg(x \in P) \rightarrow (x \in A)))$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любых x.
23. (В.Н. Шубинкин) Обозначим через ДЕЛ(n, m) утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m». Для какого наименьшего натурального числа А формула

((ДЕЛ(x, A) ∧ ДЕЛ(x, 375)) → ДЕЛ(x, 100)) ∧ (A > 10)

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)?
24. На числовой прямой даны два отрезка: P=[3;15] и Q=[14;25]. Укажите наибольшую возможную длину такого отрезка A, что формула

$((x \in P) \equiv (x \in Q)) \rightarrow \neg(x \in A)$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любых x.
25. Обозначим через ДЕЛ(n, m) утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m». Для какого наибольшего натурального числа А формула

(A < 50) ∧ (¬ДЕЛ(x, A) → (ДЕЛ(x, 10) → ¬ДЕЛ(x, 18)))

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)?
26. Укажите наибольшее целое значение А, при котором выражение

$(y + 3x \neq 60) \lor (2x > A) \lor (y > A)$

истинно для любых целых положительных значений x и y.
27. На числовой прямой даны два отрезка: P = [12, 46] и Q = [20, 30]. Найдите наибольшую возможную длину отрезка A, при котором формула

$(x \in A) \land \neg((x \in P) \lor (x \in Q))$

тождественно ложна, то есть принимает значение 0 при любых x.

28. На числовой прямой даны два отрезка: P = [10, 35] и Q = [45, 78]. Найдите наибольшую возможную длину отрезка A, при котором формула

$(x \in A) \to ((x \in P) \wedge \neg(x \in Q))$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любых x.
29. На числовой прямой даны три интервала: P=[10,15], Q=[5,20] и R=(15,25]. Определите наименьшую возможную длину отрезка A, при выборе которого выражения

$(x \notin A) \to (x \in P)$ и $(x \in Q) \to (x \in R)$

принимают различные значения при любых x.
30. Обозначим через *m*&*n* поразрядную конъюнкцию неотрицательных целых чисел *m* и *n*. Так, например, $14 \& 5 = 1110_2 \& 0101_2 = 0100_2 = 4$. Для какого наименьшего неотрицательного целого числа *A* формула

$(x \& 25 \neq 0) \to ((x \& 17 = 0) \to (x \& A \neq 0))$

тождественно истинна (т.е. принимает значение 1 при любом неотрицательном целом значении переменной x)?
1. 0
2. 8
3. 13
4. 36
5. 29
6. 35
7. 25
8. 4
9. 6
10. 28
11. 3
12. 3
13. 25
14. 8
15. 3
16. 28
17. 8
18. 37
19. 26
20. 30
21. 90
22. 25
23. 12
24. 11
25. 45
26. 23
27. 34
28. 25
29. 5
30. 8