№1.   Серенко К.
493 гр.

$\theta \in \Omega$

$$MSE(\hat\theta) = \mathbb{E}[(\theta - \hat\theta)^2] =$$

$$= \cancel{\int_{-\infty}^{+\infty}} \int_\Omega (\theta - \hat\theta)^2 f(\theta)\,d\theta = \int_\Omega \theta^2 f(\theta)\,d\theta - 2\hat\theta \int_\Omega \theta f(\theta)\,d\theta + \int_\Omega \hat\theta^2 f(\theta)\,d\theta =$$

т.к. $\int_\Omega f(\theta)\,d\theta = 1 \Rightarrow MSE(\hat\theta) = \int_\Omega \theta^2 f(\theta)\,d\theta - 2\hat\theta \int_\Omega \theta f(\theta)\,d\theta + \hat\theta^2$

Минимизируем ошибку: $\frac{\partial MSE(\hat\theta)}{\partial \hat\theta} = 0$

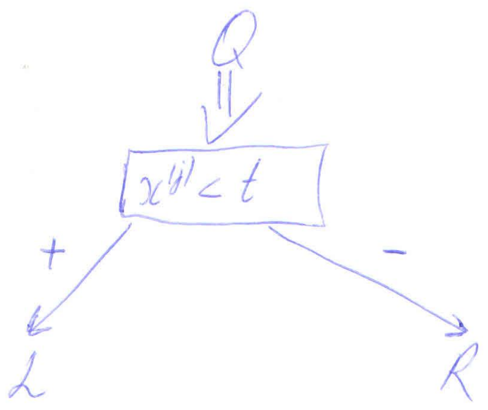
$$0 - 2\int_\Omega \theta f(\theta)\,d\theta + 2\hat\theta = 0 \Rightarrow \hat\theta = \int_\Omega \theta f(\theta)\,d\theta = E(\theta)$$

$\Rightarrow$ оптимальная стратегия: отвечать ~~таргетом~~ средним значением таргета на объектах обучающей выборки.

Серенко И.

433 гр.

№ 2.



$$G(j,t) = \frac{|L|}{|Q|} H(L) + \frac{|R|}{|Q|} H(R) \to \min_{j,t}$$

для MSE: $H(X) = \sum_i (x_i - \bar{x}_i)^2$

$x^{(j)} < t \Rightarrow$ алгоритм ищет вид кривых $y = const$ и применять на них линейную регрессию бессмысленно.

Если вместо $x^{(j)}$ подбирать коэффициенты a, b для линейной модели $y = ax + b$ и брать ошибку MSE, то можно увеличить эффективность метода.

Зад. № 3. Серенко А.

493 гр.

$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^n |\Sigma|}} \exp\left(-\frac{1}{2}(x-\cancel{\hat{x}})^T \Sigma^{-1}(x-\hat{x})\right)$$

$$H(x) = -\int_{\mathbb{R}^n} p(x) \ln p(x)\, dx = \int_{\mathbb{R}^n} p(x)\left[-\frac{1}{2}\ln\left((2\pi)^n|\Sigma|\right)\right] dx - \int_{\mathbb{R}^n} p(x)\left(-\frac{1}{2}(x-\hat{x})^T \Sigma^{-1}(x-\mu)\right) dx =$$

$$= \frac{1}{2}\ln\left((2\pi)^n|\Sigma|\right) + \frac{1}{2}\int_{\mathbb{R}^n} p(x)\left((x-\hat{x})^T \Sigma^{-1}(x-\hat{x})\right) dx$$

$$\Sigma = \operatorname{cov}(x,x) = E[(x-Ex)(x-Ex)] \Rightarrow \Sigma^{-1}\frac{1}{2}\Sigma = \frac{n}{2}$$

$$\Rightarrow H(x) = \frac{1}{2}\ln\left[(2\pi)^n|\Sigma|\right] + \frac{n}{2} = \frac{1}{2}\ln\left((2\pi e)^n|\Sigma|\right)$$