4. Теоретические задачи   Серенко К. 493

№ 4.1

$$P(y|x^k) = \frac{\overbrace{P(x^k|y)\cdot P(y)}^{\text{равны для всех } y, \text{ по условию}}}{P(x)}$$

$$y = \arg\max_{y\in Y}\left(P(y)\cdot \prod_{i=1}^{n} P(x^k|y)\right)$$

$$\ell = \arg\max_{y\in Y}\left(\cancel{\log P(y)}^{\,const} + \sum_{i=1}^{n} \log P(x^k|y)\right) \approx \arg\max_{y\in Y}\left(A - \sum_{i=1}^{n} (x^k - \mu_y)^2\right)$$

где $A = const \ \forall y \in Y$.

$\Rightarrow$ объект x будет отнесен к классу, центр которого ближе.

№ 4.2

Пусть кол-во элементов из класса $a(x) = 1$ составляет x часть от

[illegible]

выше.

№ 4.2

Пусть кол-во элементов из класса $a(x) = 1$ составляет x часть от всех элементов.

$$\Rightarrow TPR = \frac{\text{True positives}}{\text{True posit.} + \text{False negatives}} = \frac{px}{px + (1-p)x} = p$$

$$FPR = \frac{\text{False positives}}{\text{False posit.} + \text{True negatives}} = \frac{p(1-x)}{p(1-x) + (1-p)(1-x)} = p$$

$\Rightarrow$ ROC-AUC проходит через точку $(1, 1.) \Rightarrow$ прямая $y = x$ ~~вход из~~

$\Rightarrow$ ROC-AUC $= 0,5$

№ 4.3.

Расписаны E_N.

$E_N = P(y \neq y_n) = P(y=0, y_n=1) + P(y=1, y_n=0) = $ | приходя к шагам независимо по условию

$= P(0|x) \cdot P(1|x_n) + P(1|x) \cdot P(0|x_n)$.

при $n \to \infty$: $\cancel{X}_n - x \to 0$ (из условия)

$\Rightarrow$ из непрерывности условн. вероят. (по условию)

предельный переход $\underline{E_N \to 2 P(0|x) P(1|x)}$

$E_B = \min(P(1|x), P(0|x))$ (по условию)

Окончательно:

$E_N \to 2 P(0|x) P(1|x) = 2E_B(1-E_B) \leq 2E_B$

ч. т. д.