Проверка гипотез.

1. Выдана выборка $X_1, \dots, X_{100}$ из распределения $Exp(\theta)$, $\theta \in \{0.9; 1; 1.1\}$. С помощью процедуры проверки гипотез определить истинное значение параметра θ. Открывать файлы следует с помощью функции numpy.load.

2. Пусть $X_1, \dots, X_n$ – выборка из распределения $N(\theta, 1)$. Построить функцию мощности критерия Стьюдента проверки гипотезы $H_0 : \theta = 0$ уровня значимости 0.05 для $\theta \in [-10, 10]$. Как объяснить ее изменения при растущих n? Найти такое минимальное n, что при $|\theta_0 - \theta_1| = 1$ при проверке гипотезы $H_0 : \theta = \theta_0$ против альтернативы $H_1 : \theta = \theta_1$ критерием Стьюдента уровня значимости 0.05 вероятность ошибки второго рода станет меньше вероятности ошибки первого рода.

3. Выдана выборка $X = (X_1, \dots, X_{200})$. Рассмотрим основную гипотезу $H_0 : X \sim N(0, \sigma)$ против альтернативы $H_1 : X \sim Laplas(\theta)$. На основе байесовского критерия построить критерии различения H_0 и H_1 уровня значимости 0.05 с помощью моделирования (построив эмпирическое распределение статистики байесовского критерия с помощью $N = 10000$ выборок) и определить, к какому распределению принадлежит выданная выборка. Напомним, статистика байесовского критерия следующая

$$K = \frac{\int f_0(X, \sigma) q(\sigma) d\sigma}{\int f_1(X, \theta) \widetilde{q}(\theta) d\theta},$$

где f_0 и f_1 – функции правдоподобия, соответствующие гипотезам H_0 и H_1 соответственно, а $q(\sigma)$ и $\widetilde{q}(\theta)$ – априорные плотности σ и θ. Выбрать априорным распределением σ и θ стандартное экспоненциальное, также предположить, что σ и θ независимы.