Министерство транспорта Российской Федерации

Федеральное агентство железнодорожного транспорта

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования   
«Дальневосточный государственный университет путей сообщения»

Кафедра «Высшая математика»

Л.Н. Гамоля, Н.Л. Ющенко

**ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ**

Методическое пособие   
по выполнению расчетно-графической работы

Хабаровск

Издательство ДВГУПС

2014

УДК 517.91 (075.8)

ББК В 161.61я73

Г 186

Рецензент – кандидат физико-математических наук,   
доцент кафедры «Высшая математика» ДВГУПС   
*Е.И. Рукавишникова*

**Гамоля, Л.Н.**

**Г 186** Дифференциальные уравнения : метод. пособие по выполнению расчетно-графической работы / Л.Н. Гамоля, Н.Л. Ющенко. – Хабаровск : Изд-во ДВГУПС, 2014. – 56 с.

Методическое пособие соответствует ФГОС ВО по направлениям 43.03.02 «Туризм», 11.03.02 «Инфокоммуникационные технологии и системы связи», 09.03.01 «Информатика и вычислительная техника», 08.03.01 «Строительство», 20.03.01 «Техносферная безопасность» и специальностям 23.05.03 «Подвижной состав железных дорог», 23.05.04 «Эксплуатация железных дорог», 23.05.05 «Системы обеспечения движения поездов», 08.05.02 «Строительство железных дорог, мостов и транспортных тоннелей».

Содержит варианты индивидуальных заданий по решению обыкновенных дифференциальных уравнений первого и высшего порядков, а также теоретические вопросы и упражнения для самоконтроля.

Предназначено для студентов 1-го курса дневной формы обучения, изучающих раздел «Дифференциальные уравнения» по курсу математики, выполняющих расчетно-графическую работу.

**УДК 517.91 (075.8)**

**ББК В 161.61я73**

© ДВГУПС, 2014

ВВЕДЕНИЕ

Многие задачи математики приводят к уравнениям, содержащим аргумент, функцию и ее производную, т. е. к обыкновенным дифференциальным уравнениям. Данные задачи возникают при изучении теоретических основ электротехники, электроники, уравнений теоретической физики и других технических дисциплин, поэтому актуальным является умение решать такие уравнения.

Данная работа содержит задачи по решению дифференциальных уравнений первого порядка по следующим темам: с разделяющимися переменными, однородным, сводящимся к однородным, линейным, Бернулли, Клеро, Лагранжа; по дифференциальным уравнениям высших порядков: допускающих понижение порядка, линейным однородным, линейным неоднородным; по системам дифференциальных уравнений; по приложениям дифференциальных уравнений первого и второго порядка к решению геометрических и физических задач.

Пособие предназначено для самостоятельной работы студентов при изучении обыкновенных дифференциальных уравнений первого и высших порядков, приложений дифференциальных уравнений к решению задач.

В результате изучения данной темы студенты смогут исследовать и решать простейшие дифференциальные уравнения, описывающие эволюционные процессы в различных областях, находить общее и частное решения дифференциальных уравнений и систем, построить в простейших случаях математическую модель процесса в виде дифференциального уравнения.

Для выполнения расчетно-графической работы студент должен ознакомиться с теоретическими основами темы и рассмотреть решение дифференциальных уравнений, приведенных в [1, 4, 5]. Варианты индивидуального задания назначает преподаватель (см. подразд. 2.1 и 2.2). Выполненную работу в установленные сроки сдают преподавателю на проверку, затем защищают.

1. Теоретические вопросы и упражнения   
по разделу «Дифференциальные уравнения»

1.1. Теоретические вопросы

1. Понятие дифференциального уравнения первого порядка. Его общие и частные решения. Теорема Коши существования и единственности решения дифференциального уравнения.

Рекомендуемая литература: [1, 2].

2. Какая функция f (x, y) называется однородной? Привести примеры однородной функции нулевого порядка.

Рекомендуемая литература: [1, 5].

3. Интегрирование однородных уравнений и приводящихся к ним.

Рекомендуемая литература: [1, 5].

4. Линейные уравнения первого порядка и уравнения Бернулли.

Рекомендуемая литература: [4, 5].

5. Дифференциальные уравнения второго порядка, допускающие пони­жения порядка, методы их интегрирования.

Рекомендуемая литература: [1, 4]

6. Дифференциальные линейные однородные уравнения второго порядка, свойства однородных линейных уравнений.

Рекомендуемая литература: [1, 4].

7. Решение линейных однородных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами.

Рекомендуемая литература: [1, 4].

8. Неоднородные линейные уравнения второго порядка. Структура его общего решения.

Рекомендуемая литература: [1, 4, 5].

9. Метод подбора.

Рекомендуемая литература: [1, 4, 5].

10. Метод Лагранжа (вариации произвольных постоянных).

Рекомендуемая литература: [5].

11. Сведения системы дифференциальных уравнений первого порядка к одному дифференциальному уравнению более высокого порядка.

Рекомендуемая литература: [1, 5].

1.2. Теоретические упражнения

1. Построить поле направления и найти интегральные кривые уравнения.

Рекомендуемая литература: [3]

2. Существует ли единственное решение задачи коши для дифференциального уравнения при начальном условии *у*(0) = 0 в прямоугольнике: |*x*| ≤ *a*, |*y*| ≤ *b* с центром в точке (0; 0), где *a*, *b* – *const* > 0.

Рекомендуемая литература: [3, 4].

3. Будет ли функция *у* = *сх* (*х* ≠ 0) общим решением для дифференциального уравнения в области 0 < *x* < *∞*, –*∞* < *y* < *∞*?

Рекомендуемая литература: [4].

4. Будет ли особым решение *у* ≡ 0 для дифференциального уравнения ?

Рекомендуемая литература: [3, 4].

5. Существуют ли интегральные кривые, проходящие через точки M1(0;1) и M2(;1) для дифференциального уравнения ?

Рекомендуемая литература: [3, 4].

6. Имеет ли краевая задача  при условии ,  решение?

Рекомендуемая литература: [3].

7. Показать, что для уравнения  не существует решения, удовлетворяющего граничным условиям , .

Рекомендуемая литература: [3].

8. Показать, что функция *tg x* и *ctg x* линейно независимы на интервале (0;).

Рекомендуемая литература: [3, 4].

9. Линейно зависимы ли функции 1, *sin*2 *x*, *cos* 2*x*?

Рекомендуемая литература: [4, 5].

10. Образуют ли функции  и  фундаментальную систему решений для уравнения ?

Рекомендуемая литература: [5].

11. Проинтегрировать уравнение , если ,  – фундаментальная система решений соответствующего однородного уравнения.

Рекомендуемая литература: [1, 3, 5].

12. Найти линейное однородное уравнение, имеющее следующую фундаментальную систему решений: , .

Рекомендуемая литература: [3].

13. Выделив производную некоторого выражения, проинтегрировать дифференциальное уравнение  при начальных условиях , .

Рекомендуемая литература: [4].

2. Индивидуальные задания

2.1. Обыкновенные дифференциальные уравнения

Вариант 1

Решить дифференциальные уравнения.

**Задача 1.** .

**Задача 2.** , удовлетворяющее начальному условию .

**Задача 3.** .

**Задача 4.** .

**Задача 5.** .

**Задача 6.** , удовлетворяющее начальному условию .

**Задача 7.** .

**Задача 8.** .

**Задача 9.** .

**Задача 10.** .

**Задача 11.** .

**Задача 12.** , удовлетворяющее начальным условиям ; .

**Задача 13.** при начальных условиях ; .

**Задача 14.** *.*

**Задача 15.** .

**Задача 16.** .

**Задача 17.** .

**Задача 18.** .

**Задача 19.** .

**Задача 20.** Решить систему дифференциальных уравнений: 

Вариант 2

Решить дифференциальные уравнения.

**Задача 1.** .

**Задача 2.** , удовлетворяющее начальному условию .

**Задача 3.** .

**Задача 4.** .

**Задача 5.** .

**Задача 6.** , удовлетворяющее начальному условию .

**Задача 7.** .

**Задача 8.** .

**Задача 9.** .

**Задача 10.** .

**Задача 11.** .

**Задача 12.** , удовлетворяющее начальным условиям  .

**Задача 13.**  при начальных условиях  .

**Задача 14.** *.*

**Задача 15.** .

**Задача 16.** .

**Задача 17.** .

**Задача 18.** .

**Задача 19.** .

**Задача 20.** Решить систему дифференциальных уравнений:



Вариант 3

Решить дифференциальные уравнения.

**Задача 1.** .

**Задача 2.** , удовлетворяющее начальному условию .

**Задача 3.** .

**Задача 4.** .

**Задача 5.** .

**Задача 6.** , удовлетворяющее начальному условию .

**Задача 7.** .

**Задача 8.** .

**Задача 9.** .

**Задача 10.** .

**Задача 11.** .

**Задача 12.** , удовлетворяющее начальным условиям .

**Задача 13.**  при начальных условиях  .

**Задача 14.** *.*

**Задача 15.** .

**Задача 16.** .

**Задача 17.** .

**Задача 18.** .

**Задача 19.** .

**Задача 20.** Решить систему дифференциальных уравнений:



Вариант 4

Решить дифференциальные уравнения.

**Задача 1.** .

**Задача 2.** , удовлетворяющее начальному условию .

**Задача 3.** .

**Задача 4.** .

**Задача 5.** .

**Задача 6.** , удовлетворяющее начальному условию .

**Задача 7.** .

**Задача 8.** .

**Задача 9.** .

**Задача 10.** .

**Задача 11.** .

**Задача 12.**, удовлетворяющее начальным условиям  .

**Задача 13.**  при начальных условиях .

**Задача 14.** *.*

**Задача 15.** *.*

**Задача 16.** .

**Задача 17.** .

**Задача 18.** .

**Задача 19.** .

**Задача 20.** Решить систему дифференциальных уравнений:



Вариант 5

Решить дифференциальные уравнения.

**Задача 1.** = 0.

**Задача 2.** , удовлетворяющее начальному условию .

**Задача 3.** .

**Задача 4.** .

**Задача 5.** .

**Задача 6.** , удовлетворяющее начальному условию .

**Задача 7.** .

**Задача 8.** .

**Задача 9.** .

**Задача 10.** .

**Задача 11.** .

**Задача 12.** , удовлетворяющее начальным условиям  .

**Задача 13.**  при начальных условиях .

**Задача 14.** *.*

**Задача 15.** .

**Задача 16.** .

**Задача 17.** .

**Задача 18.** .

**Задача 19.** .

**Задача 20.** Решить систему дифференциальных уравнений:



Вариант 6

Решить дифференциальные уравнения.

**Задача 1.** .

**Задача 2.** , удовлетворяющее начальному условию .

**Задача 3.** .

**Задача 4.** .

**Задача 5.** .

**Задача 6.** , удовлетворяющее начальному условию .

**Задача 7.** .

**Задача 8.** .

**Задача 9.** .

**Задача 10.** .

**Задача 11.** .

**Задача 12.** , удовлетворяющее начальным условиям .

**Задача 13.**  при начальных условиях .

**Задача 14.** *.*

**Задача 15.** .

**Задача 16.** .

**Задача 17.** .

**Задача 18.** .

**Задача 19.** .

**Задача 20.** Решить систему дифференциальных уравнений:



Вариант 7

Решить дифференциальные уравнения.

**Задача 1.** .

**Задача 2.** , удовлетворяющее начальному условию .

**Задача 3.** .

**Задача 4.** .

**Задача 5.** .

**Задача 6.**, удовлетворяющее начальному условию .

**Задача 7.** .

**Задача 8.** .

**Задача 9.** .

**Задача 10.** .

**Задача 11.** .

**Задача 12.** , удовлетворяющее начальным условиям .

**Задача 13.** при начальных условиях  .

**Задача 14.** .

**Задача 15.** .

**Задача 16.** .

**Задача 17.** .

**Задача 18.** .

**Задача 19.** .

**Задача 20.** Решить систему дифференциальных уравнений:



Вариант 8

Решить дифференциальные уравнения.

**Задача 1.** .

**Задача 2.**, удовлетворяющее начальному условию .

**Задача 3.** .

**Задача 4.** .

**Задача 5.** .

**Задача 6.** , удовлетворяющее начальному условию .

**Задача 7.** .

**Задача 8.** .

**Задача 9.** .

**Задача 10.** .

**Задача 11.** .

**Задача 12.** , удовлетворяющее начальным условиям .

**Задача 13.**  при начальных условиях  .

**Задача 14.** *.*

**Задача 15.** .

**Задача 16.** .

**Задача 17.** .

**Задача 18.** .

**Задача 19.** .

**Задача 20.** Решить систему дифференциальных уравнений:



Вариант 9

Решить дифференциальные уравнения.

**Задача 1.** .

**Задача 2.** , удовлетворяющее начальному условию .

**Задача 3.** .

**Задача 4.** .

**Задача 5.** .

**Задача 6.** , удовлетворяющее начальному условию .

**Задача 7.** .

**Задача 8.** .

**Задача 9.** .

**Задача 10.** .

**Задача 11.** .

**Задача 12.** , удовлетворяющее начальным условиям .

**Задача 13.** при начальных условиях  .

**Задача 14.** *.*

**Задача 15.** .

**Задача 16.** .

**Задача 17.** .

**Задача 18.** .

**Задача 19.** .

**Задача 20.** Решить систему дифференциальных уравнений:



Вариант 10

Решить дифференциальное уравнение.

**Задача 1.** .

**Задача 2.** , удовлетворяющее начальному условию .

**Задача 3.** .

**Задача 4.** .

**Задача 5.** .

**Задача 6.** , удовлетворяющее начальному условию .

**Задача 7.** .

**Задача 8.** .

**Задача 9.** .

**Задача 10.** .

**Задача 11.** .

**Задача 12.** , удовлетворяющее начальным условиям .

**Задача 13.**  при начальных условиях .

**Задача 14.** *.*

**Задача 15.** .

**Задача 16.** .

**Задача 17.** .

**Задача 18.** .

**Задача 19.** .

**Задача 20.** Решить систему дифференциальных уравнений:



Вариант 11

Решить дифференциальные уравнения.

**Задача 1.** .

**Задача 2.** , удовлетворяющее начальному условию .

**Задача 3.** .

**Задача 4.** .

**Задача 5.** .

**Задача 6.** , удовлетворяющее начальному условию .

**Задача 7.** .

**Задача 8.** .

**Задача 9.** .

**Задача 10.** .

**Задача 11.** .

**Задача 12.** , удовлетворяющее начальным условиям  .

**Задача 13.**  при начальных условиях .

**Задача 14.** *.*

**Задача 15.** .

**Задача 16.** .

**Задача 17.** .

**Задача 18.** .

**Задача 19.** .

**Задача 20.** Решить систему дифференциальных уравнений:



Вариант 12

Решить дифференциальные уравнения.

**Задача 1.** .

**Задача 2.** , удовлетворяющее начальному условию .

**Задача 3.** .

**Задача 4.** .

**Задача 5.** .

**Задача 6.** , удовлетворяющее начальному условию .

**Задача 7.** .

**Задача 8.** .

**Задача 9.** .

**Задача 10.** .

**Задача 11.** .

**Задача 12.** , удовлетворяющее начальным условиям ; .

**Задача 13.** при начальных условиях  .

**Задача 14.** *.*

**Задача 15.** .

**Задача 16.** .

**Задача 17.** .

**Задача 18.** .

**Задача 19.** .

**Задача 20.** Решить систему дифференциальных уравнений:



Вариант 13

Решить дифференциальные уравнения.

**Задача 1.** .

**Задача 2.**, удовлетворяющее начальному условию .

**Задача 3.** .

**Задача 4.** .

**Задача 5.** .

**Задача 6.** , удовлетворяющее начальному усло­вию .

**Задача 7.** .

**Задача 8.** .

**Задача 9.** .

**Задача 10.** .

**Задача 11.** .

**Задача 12.** , удовлетворяющее начальным условиям .

**Задача 13.**  при начальных условиях  .

**Задача 14.** .

**Задача 15.** .

**Задача 16.** .

**Задача 17.** .

**Задача 18.** .

**Задача 19.** .

**Задача 20.** Решить систему дифференциальных уравнений:



Вариант 14

Решить дифференциальные уравнения.

**Задача 1.** .

**Задача 2.** , удовлетворяющее начальному условию .

**Задача 3.** .

**Задача 4.** .

**Задача 5.** .

**Задача 6.** , удовлетворяющее начальному условию .

**Задача 7.** .

**Задача 8.** .

**Задача 9.** .

**Задача 10.** .

**Задача 11.** .

**Задача 12.** , удовлетворяющее начальным условиям .

**Задача 13.**  при начальных условиях ; .

**Задача 14.** *.*

**Задача 15.** *.*

**Задача 16.** .

**Задача 17.** .

**Задача 18.** .

**Задача 19.** .

**Задача 20.** Решить систему дифференциальных уравнений:



Вариант 15

Решить дифференциальные уравнения.

**Задача 1.** .

**Задача 2.** , удовлетворяющее начальному условию .

**Задача 3.** .

**Задача 4.** .

**Задача 5.** .

**Задача 6.** , удовлетворяющее начальному условию .

**Задача 7.** .

**Задача 8.** .

**Задача 9.** .

**Задача 10.** .

**Задача 11.** .

**Задача 12.** , удовлетворяющее начальным   
условиям .

**Задача 13.**  при начальных условиях .

**Задача 14.** *.*

**Задача 15.** *.*

**Задача 16.** .

**Задача 17.** .

**Задача 18.** .

**Задача 19.** .

**Задача 20.** Решить систему дифференциальных уравнений:



Вариант 16

Решить дифференциальные уравнения.

**Задача 1.** .

**Задача 2.**  , удовлетворяющее начальному условию .

**Задача 3.** .

**Задача 4.** .

**Задача 5.** .

**Задача 6.** , удовлетворяющее начальному условию .

**Задача 7.** .

**Задача 8.** .

**Задача 9.** .

**Задача 10.** .

**Задача 11.** .

**Задача 12.** , удовлетворяющее начальным условиям .

**Задача 13.**  при начальных условиях .

**Задача 14.** *.*

**Задача 15.** *.*

**Задача 16.** .

**Задача 17.** .

**Задача 18.** .

**Задача 19.** .

**Задача 20.** Решить систему дифференциальных уравнений:



Вариант 17

Решить дифференциальные уравнения.

**Задача 1.** .

**Задача 2.** , удовлетворяющее начальному условию .

**Задача 3.** .

**Задача 4.** .

**Задача 5.** .

**Задача 6.** , удовлетворяющее начальному условию .

**Задача 7.** .

**Задача 8.** .

**Задача 9.** .

**Задача 10.** .

**Задача 11.** .

**Задача 12.** , удовлетворяющее начальным условиям ; .

**Задача 13.** при начальных условиях  .

**Задача 14.** *.*

**Задача 15.** *.*

**Задача 16.** .

**Задача 17.** .

**Задача 18.** .

**Задача 19.** .

**Задача 20.** Решить систему дифференциальных уравнений:



Вариант 18

Решить дифференциальные уравнения.

**Задача 1.** .

**Задача 2.** , удовлетворяющее начальному условию .

**Задача 3.** .

**Задача 4.** .

**Задача 5.** .

**Задача 6.** , удовлетворяющее начальному условию .

**Задача 7.** .

**Задача 8.** .

**Задача 9.** *.*

**Задача 10.** .

**Задача 11.** .

**Задача 12.** , удовлетворяющее начальным условиям .

**Задача 13.**  при начальных условиях .

**Задача 14.** *.*

**Задача 15.** *.*

**Задача 16.** .

**Задача 17.** .

**Задача 18.** .

**Задача 19.** .

**Задача 20.** Решить систему дифференциальных уравнений:



Вариант 19

Решить дифференциальные уравнения.

**Задача 1.** .

**Задача 2.** , удовлетворяющее начальному условию .

**Задача 3.** .

**Задача 4.** .

**Задача 5.** .

**Задача 6.** , удовлетворяющее начальному условию .

**Задача 7.** .

**Задача 8.** .

**Задача 9.** .

**Задача 10.** .

**Задача 11.** .

**Задача 12.** , удовлетворяющее начальным условиям .

**Задача 13.**  при начальных условиях ; .

**Задача 14.** *.*

**Задача 15.** *.*

**Задача 16.** .

**Задача 17.** .

**Задача 18.** .

**Задача 19.** .

**Задача 20.** Решить систему дифференциальных уравнений:



Вариант 20

Решить дифференциальные уравнения.

**Задача 1.** .

**Задача 2.**, удовлетворяющее начальному условию .

**Задача 3.** .

**Задача 4.** .

**Задача 5.** .

**Задача 6.** , удовлетворяющее начальному условию .

**Задача 7.** .

**Задача 8.** .

**Задача 9.** .

**Задача 10.** .

**Задача 11.** .

**Задача 12.** , удовлетворяющее начальным условиям ; .

**Задача 13.** , при начальных условиях .

**Задача 14.** *.*

**Задача 15.** .

**Задача 16.** .

**Задача 17.** .

**Задача 18.** .

**Задача 19.** .

**Задача 20.** Решить систему дифференциальных уравнений:



Вариант 21

Решить дифференциальные уравнения.

**Задача 1.** .

**Задача 2.** , удовлетворяющее начальному условию .

**Задача 3.** .

**Задача 4.** .

**Задача 5.** .

**Задача 6.** , удовлетворяющее начальному условию .

**Задача 7.** .

**Задача 8.** .

**Задача 9.** .

**Задача 10.** .

**Задача 11.** .

**Задача 12.** , удовлетворяющее начальным условиям .

**Задача 13.**  при начальных условиях .

**Задача 14.** *.*

**Задача 15.** 

**Задача 16.** .

**Задача 17.** .

**Задача 18.** .

**Задача 19.** .

**Задача 20.** Решить систему дифференциальных уравнений:



Вариант 22

Решить дифференциальные уравнения.

**Задача 1.** .

**Задача 2.** , удовлетворяющее начальному условию .

**Задача 3.** .

**Задача 4.** .

**Задача 5.** .

**Задача 6.** , удовлетворяющее начальному условию .

**Задача 7.** .

**Задача 8.** .

**Задача 9.** .

**Задача 10.** .

**Задача 11.** .

**Задача 12.** , удовлетворяющее начальным условиям ; .

**Задача 13.**  при начальных условиях .

**Задача 14.** *.*

**Задача 15.** 

**Задача 16.** .

**Задача 17.** .

**Задача 18.** .

**Задача 19.** .

**Задача 20.** Решить систему дифференциальных уравнений:



Вариант 23

Решить дифференциальные уравнения.

**Задача 1.** .

**Задача 2.** , удовлетворяющее начальному условию .

**Задача 3.** .

**Задача 4.** .

**Задача 5.** .

**Задача 6.** , удовлетворяющее начальному условию .

**Задача 7.** .

**Задача 8.** .

**Задача 9.** .

**Задача 10.** .

**Задача 11.** .

**Задача 12.** , удовлетворяющее начальным условиям .

**Задача 13.**  при начальных условиях  .

**Задача 14.** .

**Задача 15.** .

**Задача 16.** .

**Задача 17.** .

**Задача 18.** .

**Задача 19.** .

**Задача 20.** Решить систему дифференциальных уравнений:



Вариант 24

Решить дифференциальные уравнения.

**Задача 1.** .

**Задача 2.**, удовлетворяющее начальному условию .

**Задача 3.** .

**Задача 4.** .

**Задача 5.** .

**Задача 6.** , удовлетворяющее начальному условию .

**Задача 7.** .

**Задача 8.** .

**Задача 9.** .

**Задача 10.** .

**Задача 11.** .

**Задача 12.** , удовлетворяющее начальным условиям .

**Задача 13.**  при начальных условиях  .

**Задача 14.** *.*

**Задача 15.** *.*

**Задача 16.** .

**Задача 17.** .

**Задача 18.** .

**Задача 19.** .

**Задача 20.** Решить систему дифференциальных уравнений:



Вариант 25

Решить дифференциальные уравнения.

**Задача 1.** .

**Задача 2.** , удовлетворяющее начальному условию .

**Задача 3.** .

**Задача 4.** .

**Задача 5.** .

**Задача 6.** , удовлетворяющее начальному условию .

**Задача 7.** .

**Задача 8.** .

**Задача 9.** .

**Задача 10.** .

**Задача 11.** .

**Задача 12.** , удовлетворяющее начальным условиям .

**Задача 13.**  при начальных условиях ; .

**Задача 14.** *.*

**Задача 15.** *.*

**Задача 16.** .

**Задача 17.** .

**Задача 18.** .

**Задача 19.** .

**Задача 20.** Решить систему дифференциальных уравнений:



Вариант 26

Решить дифференциальные уравнения.

**Задача 1.** .

**Задача 2.** , удовлетворяющее начальному условию .

**Задача 3.** .

**Задача 4.** .

**Задача 5.** .

**Задача 6.** , удовлетворяющее начальному условию .

**Задача 7.** .

**Задача 8.** .

**Задача 9.** .

**Задача 10.** .

**Задача 11.** .

**Задача 12.** , удовлетворяющее начальным условиям  .

**Задача 13.** при начальных условиях .

**Задача 14.** *.*

**Задача 15.** *.*

**Задача 16.** .

**Задача 17.** .

**Задача 18.** .

**Задача 19.** .

**Задача 20.** Решить систему дифференциальных уравнений:



Вариант 27

Решить дифференциальные уравнения.

**Задача 1.** .

**Задача 2.** , удовлетворяющее начальному условию .

**Задача 3.** .

**Задача 4.** .

**Задача 5.** .

**Задача 6.** , удовлетворяющее начальному условию .

**Задача 7.** .

**Задача 8.** .

**Задача 9.** .

**Задача 10.** .

**Задача 11.** .

**Задача 12.** , удовлетворяющее начальным условиям  .

**Задача 13.** при начальных условиях .

**Задача 14.** *.*

**Задача 15.** *.*

**Задача 16.** .

**Задача 17.** .

**Задача 18.** .

**Задача 19.** .

**Задача 20.** Решить систему дифференциальных уравнений:



Вариант 28

Решить дифференциальные уравнения.

**Задача 1.**: .

**Задача 2.** , удовлетворяющее начальному условию .

**Задача 3.** .

**Задача 4.** .

**Задача 5.** .

**Задача 6.** , удовлетворяющее начальному условию .

**Задача 7.** .

**Задача 8.** .

**Задача 9.** .

**Задача 10.** .

**Задача 11.** .

**Задача 12.** , удовлетворяющее начальным условиям .

**Задача 13.**  при начальных условиях ; .

**Задача 14.** *.*

**Задача 15.** 

**Задача 16.** .

**Задача 17.** .

**Задача 18.** .

**Задача 19.** .

**Задача 20.** Решить систему дифференциальных уравнений:



Вариант 29

Решить дифференциальные уравнения.

**Задача 1.** .

**Задача 2.** , удовлетворяющее начальному условию .

**Задача 3.** .

**Задача 4.** .

**Задача 5.** .

**Задача 6.** , удовлетворяющее начальному условию .

**Задача 7.** .

**Задача 8.** .

**Задача 9.** .

**Задача 10.** .

**Задача 11.** .

**Задача 12.** , удовлетворяющее начальным условиям  .

**Задача 13.** при начальных условиях .

**Задача 14.** *.*

**Задача 15.** *.*

**Задача 16.** .

**Задача 17.** .

**Задача 18.** .

**Задача 19.** .

**Задача 20.** Решить систему дифференциальных уравнений:



Вариант 30

Решить дифференциальные уравнения.

**Задача 1.** .

**Задача 2.** , удовлетворяющее начальному условию .

**Задача 3.** .

**Задача 4.** .

**Задача 5.** .

**Задача 6.** , удовлетворяющее начальному условию .

**Задача 7.** .

**Задача 8.** .

**Задача 9.** .

**Задача 10.** .

**Задача 11.** .

**Задача 12.** , удовлетворяющее начальным условиям .

**Задача 13.**  при начальных условиях  .

**Задача 14.** *.*

**Задача 15.** *.*

**Задача 16.** .

**Задача 17.** .

**Задача 18.** .

**Задача 19.** .

**Задача 20.** Решить систему дифференциальных уравнений:



2.2. Применение дифференциальных уравнений   
при решении задач

Вариант 1

**Задача 1.** Точка массой m = 3 г движется прямолинейно, на неё действует сила, пропорциональная кубу времени, протекшего с момента, когда скорость была V0 = 20 м/с (коэффициент пропорциональности k1 = 2). Кроме того, точка испытывает противодействие среды, пропорциональное произведению скорости и времени (коэффициент пропорциональности k2 = 2,4). Найти зависимость скорости от времени.

**Задача 2.** Определить кривую, проходящую через точку M(1;1), радиус-вектор любой точки которой равен отрезку нормали между кривой и осью OX.

**Задача 3.** В дне котла, имеющего форму полушара радиуса R = 43 см, образовалась пробоина площадью S = 0,4 см2. Через сколько времени вода, наполняющая котёл, вытечет из него?

**Задача 4.** Тело брошено вертикально вверх с начальной скоростью   
V0 = 2 см/с. Определить закон движения (зависимость пути от времени), считая от его положения в начальный момент и предполагая, что оно движется только под влиянием силы тяжести.

**Задача 5.** Кривая проходит через точку А(2;–1) и обладает тем свойством, что угловой коэффициент касательной в любой ее точке пропорционален квадрату ординаты точки касания с коэффициентом пропорциональности k = 3. Найти уравнение кривой.

Вариант 2

**Задача 1.** Точка массой m = 5 г движется прямолинейно, на неё действует сила, пропорциональная кубу времени, протекшего с момента, когда скорость была V0 = 21 м/с (коэффициент пропорциональности k1 = 2,5). Кроме того, точка испытывает противодействие среды, пропорциональное произведению скорости и времени (коэффициент пропорциональности k2 = 1,5). Найти зависимость скорости от времени.

**Задача 2.** Определить кривую, проходящую через точку M(1;0), радиус-вектор любой точки которой равен отрезку нормали между кривой и осью OX.

**Задача 3.** В дне котла, имеющего форму полушара радиуса R = 40 см, образовалась пробоина площадью S = 0,2 см2. Через сколько времени вода, наполняющая котёл, вытечет из него?

**Задача 4.** Тело брошено вертикально вверх с начальной скоростью   
V0 = 3 см/с. Определить закон движения (зависимость пути от времени), считая от его положения в начальный момент и предполагая, что оно движется только под влиянием силы тяжести.

**Задача 5.** Кривая проходит через точку А(2;–1) и обладает тем свойством, что произведение углового коэффициента касательной в любой ее точке на сумму координат точки касания равно удвоенной ординате этой точки. Найти уравнение кривой.

Вариант 3

**Задача 1.** Точка массой m = 4 г движется прямолинейно, на неё действует сила, пропорциональная кубу времени, протекшего с момента, когда скорость была V0 = 20,5 м/с (коэффициент пропорциональности k1 = 3). Кроме того, точка испытывает противодействие среды, пропорциональное произведению скорости и времени (коэффициент пропорциональности k2 = 5). Найти зависимость скорости от времени.

**Задача 2.** Определить кривую, проходящую через точку M(0;1), радиус-вектор любой точки которой равен отрезку нормали между кривой и осью OX.

**Задача 3.** В дне котла, имеющего форму полушара радиуса R = 32 см, образовалась пробоина площадью S = 0,3 см2. Через сколько времени вода, наполняющая котёл, вытечет из него?

**Задача 4.** Тело брошено вертикально вверх с начальной скоростью   
V0 = 2,5 см/с. Определить закон движения (зависимость пути от времени), считая от его положения в начальный момент и предполагая, что оно движется только под влиянием силы тяжести.

**Задача 5.** Кривая проходит через точку А(1;2) и обладает тем свойством, что отношение ординаты любой её точки к абсциссе пропорционально угловому коэффициенту касательной к этой кривой, проведенной в этой же точке, с коэффициентом пропорциональности k = 3. Найти уравнение кривой.

Вариант 4

**Задача 1.** Точка массой m = 4 г движется прямолинейно, на неё действует сила, пропорциональная кубу времени, протекшего с момента, когда скорость была V0 = 21,5 м/с (коэффициент пропорциональности k1 = 2,5). Кроме того, точка испытывает противодействие среды, пропорциональное произведению скорости и времени (коэффициент пропорциональности k2 = 5). Найти зависимость скорости от времени.

**Задача 2.** Определить кривую, проходящую через точку M(2;1), радиус-вектор любой точки которой равен отрезку нормали между кривой и осью OX.

**Задача 3.** В дне котла, имеющего форму полушара радиуса R = 37 см, образовалась пробоина площадью S = 0,5 см2. Через сколько времени вода, наполняющая котёл, вытечет из него?

**Задача 4.** Тело брошено вертикально вверх с начальной скоростью   
V0 = 4 см/с. Определить закон движения (зависимость пути от времени), считая от его положения в начальный момент и предполагая, что оно движется только под влиянием силы тяжести.

**Задача 5.** Кривая проходит через точку А(1;5) и обладает тем свойством, что отрезок, отсекаемый на оси ординат любой касательной, равен утроенной абсциссе точки касания. Найти уравнение кривой.

Вариант 5

**Задача 1.** Точка массой m = 3,5 г движется прямолинейно, на неё действует сила, пропорциональная кубу времени, протекшего с момента, когда скорость была V0 = 21,5 м/с (коэффициент пропорциональности k1 = 2,2). Кроме того, точка испытывает противодействие среды, пропорциональное произведению скорости и времени (коэффициент пропорциональности   
k2 = 1,1). Найти зависимость скорости от времени.

**Задача 2.** Определить кривую, проходящую через точку M(–2;1), радиус-вектор любой точки которой равен отрезку нормали между кривой и осью OX.

**Задача 3.** В дне котла, имеющего форму полушара радиуса R = 39 см, образовалась пробоина площадью S = 0,4 см2. Через сколько времени вода, наполняющая котёл, вытечет из него?

**Задача 4.** Тело брошено вертикально вверх с начальной скоростью   
V0 = 3,5 см/с. Определить закон движения (зависимость пути от времени), считая от его положения в начальный момент и предполагая, что оно движется только под влиянием силы тяжести.

**Задача 5.** Кривая проходит через точку А(2;4) и обладает тем свойством, что отрезок, отсекаемый на оси абсцисс касательной, проведенной в любой точке кривой, равен кубу абсциссы точки касания. Найти уравнение кривой.

Вариант 6

**Задача 1.** Точка массой m = 3,6 г движется прямолинейно, на неё действует сила, пропорциональная кубу времени, протекшего с момента, когда скорость была V0 = 22 м/с (коэффициент пропорциональности k1 = 3). Кроме того, точка испытывает противодействие среды, пропорциональное произведению скорости и времени (коэффициент пропорциональности k2 = 3,6). Найти зависимость скорости от времени.

**Задача 2.** Определить кривую, проходящую через точку M(1;3), радиус-вектор любой точки которой равен отрезку нормали между кривой и осью OX.

**Задача 3.** В дне котла, имеющего форму полушара радиуса R = 38 см, образовалась пробоина площадью S = 0,6 см2. Через сколько времени вода, наполняющая котёл, вытечет из него?

**Задача 4.** Тело брошено вертикально вверх с начальной скоростью   
V0 = 4,5 см/с. Определить закон движения (зависимость пути от времени), считая от его положения в начальный момент и предполагая, что оно движется только под влиянием силы тяжести.

**Задача 5.** Найдите кривую, проходящую через точку А(1;3), для которой отрезок касательной между точкой касания и осью Oy делится пополам в точке пересечения с осью Ox.

Вариант 7

**Задача 1.** Точка массой m = 2 г движется прямолинейно, на неё действует сила, пропорциональная кубу времени, протекшего с момента, когда скорость была V0 = 22 м/с (коэффициент пропорциональности k1 = 2,5). Кроме того, точка испытывает противодействие среды, пропорциональное произведению скорости и времени (коэффициент пропорциональности k2 = 3,5). Найти зависимость скорости от времени.

**Задача 2.** Определить кривую, проходящую через точку M(3;1), радиус-вектор любой точки которой равен отрезку нормали между кривой и осью OX.

**Задача 3.** В дне котла, имеющего форму полушара радиуса R = 42 см, образовалась пробоина площадью S = 0,8 см2. Через сколько времени вода, наполняющая котёл, вытечет из него?

**Задача 4.** Тело брошено вертикально вверх с начальной скоростью   
V0 = 1,5 см/с. Определить закон движения (зависимость пути от времени), считая от его положения в начальный момент и предполагая, что оно движется только под влиянием силы тяжести.

**Задача 5.** Найдите кривую, проходящую через точку А(3;2) и обладающую тем свойством, что отрезок любой касательной, заключенный между координатными осями, делится пополам в точке касания.

Вариант 8

**Задача 1.** Точка массой m = 2,5 г движется прямолинейно, на неё действует сила, пропорциональная кубу времени, протекшего с момента, когда скорость была V0 = 21 м/с (коэффициент пропорциональности k1 = 4). Кроме того, точка испытывает противодействие среды, пропорциональное произведению скорости и времени (коэффициент пропорциональности k2 = 2). Найти зависимость скорости от времени.

**Задача 2.** Определить кривую, проходящую через точку M(2;3), радиус-вектор любой точки которой равен отрезку нормали между кривой и осью OX.

**Задача 3.** В дне котла, имеющего форму полушара радиуса R = 41 см, образовалась пробоина площадью S = 0,5 см2. Через сколько времени вода, наполняющая котёл, вытечет из него?

**Задача 4.** Тело брошено вертикально вверх с начальной скоростью   
V0 = 5 см/с. Определить закон движения (зависимость пути от времени), считая от его положения в начальный момент и предполагая, что оно движется только под влиянием силы тяжести.

**Задача 5.** Найдите кривую, проходящую через точку А(2;4), зная, что абсцисса точки пересечения касательной в произвольной точке кривой с осью Ox равна удвоенной абсциссе точки касания.

Вариант 9

**Задача 1.** Точка массой m = 2,5 г движется прямолинейно, на неё действует сила, пропорциональная кубу времени, протекшего с момента, когда скорость была V0 = 25 м/с (коэффициент пропорциональности k1 = 3). Кроме того, точка испытывает противодействие среды, пропорциональное произведению скорости и времени (коэффициент пропорциональности k2 = 4). Найти зависимость скорости от времени.

**Задача 2.** Определить кривую, проходящую через точку M(3;2), радиус-вектор любой точки которой равен отрезку нормали между кривой и осью OX.

**Задача 3.** В дне котла, имеющего форму полушара радиуса R = 36 см, образовалась пробоина площадью S = 0,6 см2. Через сколько времени вода, наполняющая котёл, вытечет из него?

**Задача 4.** Тело брошено вертикально вверх с начальной скоростью   
V0 = 2,6 см/с. Определить закон движения (зависимость пути от времени), считая от его положения в начальный момент и предполагая, что оно движется только под влиянием силы тяжести.

**Задача 5.** Определите кривые, для которых площадь прямоугольника, построенного на отрезках, отсекаемых касательной в любой точке кривой на осях координат, в четыре раза больше площади прямоугольника, построенного на отрезках перпендикуляров, опущенных из точки кривой на оси координат.

Вариант 10

**Задача 1.** Точка массой m = 3 г движется прямолинейно, на неё действует сила, пропорциональная кубу времени, протекшего с момента, когда скорость была V0 = 25 м/с (коэффициент пропорциональности k1 = 3). Кроме того, точка испытывает противодействие среды, пропорциональное произведению скорости и времени (коэффициент пропорциональности k2 = 2). Найти зависимость скорости от времени.

**Задача 2.** Определить кривую, проходящую через точку M(4;1), радиус-вектор любой точки которой равен отрезку нормали между кривой и осью OX.

**Задача 3.** В дне котла, имеющего форму полушара радиуса R = 35 см, образовалась пробоина площадью S = 0,9 см2. Через сколько времени вода, наполняющая котёл, вытечет из него?

**Задача 4.** Тело брошено вертикально вверх с начальной скоростью   
V0 = 2,8 см/с. Определить закон движения (зависимость пути от времени), считая от его положения в начальный момент и предполагая, что оно движется только под влиянием силы тяжести.

**Задача 5.** Определите кривые, зная, что сумма координат точек пересечения касательной к кривой с осями координат в два раза больше суммы координат точки касания.

Вариант 11

**Задача 1.** Точка массой m = 2 г движется прямолинейно, на неё действует сила, пропорциональная времени (коэффициент пропорциональности k1 = 3), протекшему от момента, когда скорость равнялась нулю. Кроме того, точка испытывает противодействие среды, пропорциональное скорости (коэффициент пропорциональности k2 = 3,5). Найти зависимость скорости от времени.

**Задача 2.** Определить кривую, проходящую через точку M(2;1), для которой отрезок OT, отсекаемый на оси OX касательной к кривой в любой её точке, равен квадрату абсциссы точки касания.

**Задача 3.** Тело, температура которого T0 = 30 °С, за 30 минут пребывания в термостате, температура которого T1 = 5 °С, охладилось до T2 = 27 °С.   
Какова будет температура тела через 2 часа после начала опыта?

**Задача 4.** По наклонной плоскости длиной 𝑙= 10 м скользит тело. Угол наклона плоскости α = 45°. Коэффициент трения тела по поверхности плоскости k = 0,5. Определить закон движения тела и время, в течение которого тело пройдет вдоль всей наклонной плоскости, если в начальный момент оно находилось в покое на верхней грани плоскости.

**Задача 5.** Найдите кривую, проходящую через точку A(1; 2), для которой абсцисса точки пересечения касательной в произвольной точке с осью абсцисс равна  абсциссы точки касания.

Вариант 12

**Задача 1.** Точка массой m = 2 г движется прямолинейно, на неё действует сила, пропорциональная времени (коэффициент пропорциональности k1 = 4), протекшему от момента, когда скорость равнялась нулю. Кроме того, точка испытывает противодействие среды, пропорциональное скорости (коэффициент пропорциональности k2 = 2). Найти зависимость скорости от времени.

**Задача 2.** Определить кривую, проходящую через точку M(4;5), для которой отрезок OT, отсекаемый на оси OX касательной к кривой в любой её точке, равен квадрату абсциссы точки касания.

**Задача 3.** Тело, температура которого T0 = 25 °С, за 30 минут пребывания в термостате, температура которого T1 = 0 °С, охладилось до T2 = 21,5 °С. Какова будет температура тела через 2 часа после начала опыта?

**Задача 4.** По наклонной плоскости длиной 𝑙= 11 м скользит тело. Угол наклона плоскости α = 45°. Коэффициент трения тела по поверхности плоскости k = 0,4. Определить закон движения тела и время, в течение которого тело пройдет вдоль всей наклонной плоскости, если в начальный момент оно находилось в покое на верхней грани плоскости.

**Задача 5.** Найдите кривую, зная, что ордината точки пересечения нормали в произвольной точке кривой с осью ординат равна удвоенной ординате этой точки.

Вариант 13

**Задача 1.** Точка массой m = 3 г движется прямолинейно, на неё действует сила, пропорциональная времени (коэффициент пропорциональности k1 = 2), протекшему от момента, когда скорость равнялась нулю. Кроме того, точка испытывает противодействие среды, пропорциональное скорости (коэффициент пропорциональности k2 = 2,5). Найти зависимость скорости от времени.

**Задача 2.** Определить кривую, проходящую через точку M(2;3), для которой отрезок OT, отсекаемый на оси OX касательной к кривой в любой её точке, равен квадрату абсциссы точки касания.

**Задача 3.** Тело, температура которого T0 = 28 °С, за 30 минут пребывания в термостате, температура которого T1 = 3 °С, охладилось до T2 = 24,3 °С. Какова будет температура тела через 2 часа после начала опыта?

**Задача 4.** По наклонной плоскости длиной 𝑙= 12 м скользит тело. Угол наклона плоскости α = 45°. Коэффициент трения тела по поверхности плоскости k = 0,3. Определить закон движения тела и время, в течение которого тело пройдет вдоль всей наклонной плоскости, если в начальный момент оно находилось в покое на верхней грани плоскости.

**Задача 5.** Найдите кривые, для которых расстояние от начала координат до точки на кривой равно длине отрезка касательной, заключенного между этой точкой и осью абсцисс.

Вариант 14

**Задача 1.** Точка массой m = 4 г движется прямолинейно, на неё действует сила, пропорциональная времени (коэффициент пропорциональности k1 = 3), протекшему от момента, когда скорость равнялась нулю. Кроме того, точка испытывает противодействие среды, пропорциональное скорости (коэффициент пропорциональности k2 = 2). Найти зависимость скорости от времени.

**Задача 2.** Определить кривую, проходящую через точку M(5;1), для которой отрезок OT, отсекаемый на оси OX касательной к кривой в любой её точке, равен квадрату абсциссы точки касания.

**Задача 3.** Тело, температура которого T0 = 27 °С, за 30 минут пребывания в термостате, температура которого T1 = 3 °С, охладилось до T2 = 20 °С.   
Какова будет температура тела через 2 часа после начала опыта?

**Задача 4.** По наклонной плоскости длиной 𝑙= 11 м скользит тело. Угол наклона плоскости α = 45°. Коэффициент трения тела по поверхности плоскости k = 0,5. Определить закон движения тела и время, в течение которого тело пройдет вдоль всей наклонной плоскости, если в начальный момент оно находилось в покое на верхней грани плоскости.

**Задача 5.** Найдите кривые, для которых угол между радиусом-век­то­ром, проведенным в точку М кривой, и касательной, проведенной в точке М,   
постоянен и равен α.

Вариант 15

**Задача 1.** Точка массой m = 4 г движется прямолинейно, на неё действует сила, пропорциональная времени (коэффициент пропорциональности k1 = 3), протекшему от момента, когда скорость равнялась нулю. Кроме того, точка испытывает противодействие среды, пропорциональное скорости (коэффициент пропорциональности k2 = 5). Найти зависимость скорости от времени.

**Задача 2.** Определить кривую, проходящую через точку M(3;3), для которой отрезок OT, отсекаемый на оси OX касательной к кривой в любой её точке, равен квадрату абсциссы точки касания.

**Задача 3.** Тело, температура которого T0 = 29 °С, за 30 минут пребывания в термостате, температура которого T1 = 4 °С, охладилось до T2 = 22 °С.   
Какова будет температура тела через 2 часа после начала опыта?

**Задача 4.** По наклонной плоскости длиной 𝑙= 10 м скользит тело. Угол наклона плоскости α = 45°. Коэффициент трения тела по поверхности плоскости k = 0,3. Определить закон движения тела и время, в течение которого тело пройдет вдоль всей наклонной плоскости, если в начальный момент оно находилось в покое на верхней грани плоскости.

**Задача 5.** Найдите кривые, для которых проекция на ось абсцисс отрезка касательной, заключенного между точкой касания и осью абсцисс, равна среднему арифметическому координат точки касания.

Вариант 16

**Задача 1.** Точка массой m = 4 г движется прямолинейно, на неё действует сила, пропорциональная времени (коэффициент пропорциональности k1 = 3,5), протекшему от момента, когда скорость равнялась нулю. Кроме того, точка испытывает противодействие среды, пропорциональное скорости (коэффициент пропорциональности k2 = 2,5). Найти зависимость скорости от времени.

**Задача 2.** Определить кривую, проходящую через точку M(3;2), для которой отрезок OT, отсекаемый на оси OX касательной к кривой в любой её точке, равен квадрату абсциссы точки касания.

**Задача 3.** Тело, температура которого T0 = 31 °С, за 30 минут пребывания в термостате, температура которого T1 = 7 °С, охладилось до T2 = 24 °С.

Какова будет температура тела через 2 часа после начала опыта?

**Задача 4.** По наклонной плоскости длиной 𝑙= 12 м скользит тело. Угол наклона плоскости α = 45°. Коэффициент трения тела по поверхности плоскости k = 0,4. Определить закон движения тела и время, в течение которого тело пройдет вдоль всей наклонной плоскости, если в начальный момент оно находилось в покое на верхней грани плоскости.

**Задача 5.** Найдите кривые, для которых отношение отрезка оси абсцисс, отсекаемого перпендикуляром к касательной, к радиусу-вектору точки касания есть величина постоянная, равная k.

Вариант 17

**Задача 1.** Точка массой m = 3 г движется прямолинейно, на неё действует сила, пропорциональная времени (коэффициент пропорциональности k1 = 2), протекшему от момента, когда скорость равнялась нулю. Кроме того, точка испытывает противодействие среды, пропорциональное скорости (коэффициент пропорциональности k2 = 2,8). Найти зависимость скорости от времени.

**Задача 2.** Определить кривую, проходящую через точку M(2;4), для которой отрезок OT, отсекаемый на оси OX касательной к кривой в любой её точке, равен квадрату абсциссы точки касания.

**Задача 3.** Тело, температура которого T0 = 25 °С, за 30 минут пребывания в термостате, температура которого T1 = 8 °С, охладилось до T2 = 21 °С.   
Какова будет температура тела через 2 часа после начала опыта?

**Задача 4.** По наклонной плоскости длиной 𝑙= 13 м скользит тело. Угол наклона плоскости α = 45°. Коэффициент трения тела по поверхности плоскости k = 0,6. Определить закон движения тела и время, в течение которого тело пройдет вдоль всей наклонной плоскости, если в начальный момент оно находилось в покое на верхней грани плоскости.

**Задача 5.** Определите кривые, для которых площадь прямоугольника с вершинами в начале координат, в точке кривой с положительной абсциссой и в проекциях этой точки на оси координат равна площади треугольника с вершинами в той же точке кривой, в её проекции на ось Ох и в точке пересечения касательной с осью Ох.

Вариант 18

**Задача 1.** Точка массой m = 3,5 г движется прямолинейно, на неё действует сила, пропорциональная времени (коэффициент пропорциональности k1 = 2), протекшему от момента, когда скорость равнялась нулю. Кроме того, точка испытывает противодействие среды, пропорциональное скорос­ти (коэффициент пропорциональности k2 = 4,5). Найти зависимость скорости от времени.

**Задача 2.** Определить кривую, проходящую через точку M(3;5), для которой отрезок OT, отсекаемый на оси OX касательной к кривой в любой её точке, равен квадрату абсциссы точки касания.

**Задача 3.** Тело, температура которого T0 = 26 °С, за 30 минут пребывания в термостате, температура которого T1 = 4 °С, охладилось до T2 = 19,5 °С.   
Какова будет температура тела через 2 часа после начала опыта?

**Задача 4.** По наклонной плоскости длиной 𝑙= 13 м скользит тело. Угол наклона плоскости α = 45°. Коэффициент трения тела по поверхности плоскости k = 0,5. Определить закон движения тела и время, в течение которого тело пройдет вдоль всей наклонной плоскости, если в начальный момент оно находилось в покое на верхней грани плоскости.

**Задача 5.** Найти кривую, проходящую через точку N(4; 5), если в любой ее точке отрезок нормали, заключенный между осями координат, делится пополам.

Вариант 19

**Задача 1.** Точка массой m = 2,5 г движется прямолинейно, на неё действует сила, пропорциональная времени (коэффициент пропорциональности k1 = 5), протекшему от момента, когда скорость равнялась нулю. Кроме того, точка испытывает противодействие среды, пропорциональное скорости (коэффициент пропорциональности k2 = 3). Найти зависимость скорости от времени.

**Задача 2.** Определить кривую, проходящую через точку M(4;3), для которой отрезок OT, отсекаемый на оси OX касательной к кривой в любой её точке, равен квадрату абсциссы точки касания.

**Задача 3.** Тело, температура которого T0 = 23 °С, за 30 минут пребывания в термостате, температура которого T1 = 2 °С, охладилось до T2 = 18 °С.   
Какова будет температура тела через 2 часа после начала опыта?

**Задача 4.** По наклонной плоскости длиной 𝑙= 14 м скользит тело. Угол наклона плоскости α = 45°. Коэффициент трения тела по поверхности плоскости k = 0,7. Определить закон движения тела и время, в течение которого тело пройдет вдоль всей наклонной плоскости, если в начальный момент оно находилось в покое на верхней грани плоскости.

**Задача 5.** Найти кривую, лежащую в I квадранте и проходящую через точку N(1; 2), которая делит площадь прямоугольника со сторонами, равными координатам любой ее точки в отношении 1: 2, считая от оси Ох.

Вариант 20

**Задача 1.** Точка массой m = 2,5 г движется прямолинейно, на неё действует сила, пропорциональная времени (коэффициент пропорциональности k1 = 5), протекшему от момента, когда скорость равнялась нулю. Кроме того, точка испытывает противодействие среды, пропорциональное скорости (коэффициент пропорциональности k2 = 2,6). Найти зависимость скорости от времени.

**Задача 2.** Определить кривую, проходящую через точку M(3;4), для которой отрезок OT, отсекаемый на оси OX касательной к кривой в любой её точке, равен квадрату абсциссы точки касания.

**Задача 3.** Тело, температура которого T0 = 22 °С, за 30 минут пребывания в термостате, температура которого T1 = 2 °С, охладилось до T2 = 17 °С.   
Какова будет температура тела через 2 часа после начала опыта?

**Задача 4.** По наклонной плоскости длиной 𝑙= 14 м скользит тело. Угол наклона плоскости α = 45°. Коэффициент трения тела по поверхности плоскости k = 0,6. Определить закон движения тела и время, в течение которого тело пройдет вдоль всей наклонной плоскости, если в начальный момент оно находилось в покое на верхней грани плоскости.

**Задача 5.** Найти кривую, проходящую через точку A(1; 3), для которой отрезок касательной между точкой касания и осью Оу делится пополам в точке пересечения с осью Ох.

Вариант 21

**Задача 1.** Найти закон движения тела, если скорость его возрастает пропорционально пройденному пути и если в начальный момент движения тело находилось в S0 = 8 м от начала отсчета пути и имело скорость V0 = 24 м/с.

**Задача 2.** Найти кривую, проходящую через точку M(1;0) и обладающую тем свойством, что отрезок, который касательная в любой точке кривой отсекает на оси OY, равен квадрату абсциссы точки касания.

**Задача 3.** Вычислить работу, необходимую для выкачивания масла из вертикального цилиндрического резервуара высотой Н = 6 м и радиусом основания R = 2 м. Удельный вес масла δ = 0,9.

**Задача 4.** Цепь длиной 𝑙= 4 м соскальзывает с гладкого горизонтального стола. В начальный момент движения со стола свисал конец цепи длиной a = 0,5 м. Пренебрегая трением, найти время соскальзывания всей цепи со стола.

**Задача 5.** Найти кривую, проходящую через точку A(2; 4), для которой длина отрезка, отсекаемого касательной в произвольной точке кривой на оси абсцисс, равна половине абсциссы точки касания.

Вариант 22

**Задача 1.** Найти закон движения тела, если скорость его возрастает пропорционально пройденному пути и если в начальный момент движения тело находилось в S0 = 4 м от начала отсчета пути и имело скорость V0 = 20 м/с.

**Задача 2.** Найти кривую, проходящую через точку M(4;1) и обладающую тем свойством, что отрезок, который касательная в любой точке кривой отсекает на оси OY, равен квадрату абсциссы точки касания.

**Задача 3.** Вычислить работу, необходимую для выкачивания масла из вертикального цилиндрического резервуара высотой Н = 5 м и радиусом основания R = 1 м. Удельный вес масла δ = 0,9.

**Задача 4.** Цепь длиной 𝑙= 6 м соскальзывает с гладкого горизонтального стола. В начальный момент движения со стола свисал конец цепи длиной a = 0,3 м. Пренебрегая трением, найти время соскальзывания всей цепи со стола.

**Задача 5.** Найти кривую, проходящую через точку A(3;2) и обладающую тем свойством, что отрезок любой её касательной, заключенный между координатными осями, делится пополам в точке касания.

Вариант 23

**Задача 1.** Найти закон движения тела, если скорость его возрастает пропорционально пройденному пути и если в начальный момент движения тело находилось в S0 = 5 м от начала отсчета пути и имело скорость V0 = 20 м/с.

**Задача 2.** Найти кривую, проходящую через точку M(2;1) и обладающую тем свойством, что отрезок, который касательная в любой точке кривой отсекает на оси OY, равен квадрату абсциссы точки касания.

**Задача 3.** Вычислить работу, необходимую для выкачивания масла из вертикального цилиндрического резервуара высотой Н = 7 м и радиусом основания R = 2 м. Удельный вес масла δ = 0,9.

**Задача 4.** Цепь длиной 𝑙= 6 м соскальзывает с гладкого горизонтального стола. В начальный момент движения со стола свисал конец цепи длиной a = 0,7 м. Пренебрегая трением, найти время соскальзывания всей цепи со стола.

**Задача 5.** Найти кривую, проходящую через точку A(2;4), зная, что длина отрезка, который отсекается касательной в произвольной точке кривой на оси абсцисс, равна удвоенной абсциссе точки касания.

Вариант 24

**Задача 1.** Найти закон движения тела, если скорость его возрастает пропорционально пройденному пути и если в начальный момент движения тело находилось в S0 = 4 м от начала отсчета пути и имело скорость V0 = 24 м/с.

**Задача 2.** Найти кривую, проходящую через точку M(–2;2) и обладающую тем свойством, что отрезок, который касательная в любой точке кривой отсекает на оси OY, равен квадрату абсциссы точки касания.

**Задача 3.** Вычислить работу, необходимую для выкачивания масла из вертикального цилиндрического резервуара высотой Н = 6 м и радиусом основания R = 2,5 м. Удельный вес масла δ = 0,9.

**Задача 4.** Цепь длиной 𝑙= 5 м соскальзывает с гладкого горизонтального стола. В начальный момент движения со стола свисал конец цепи длиной a = 0,5 м. Пренебрегая трением, найти время соскальзывания всей цепи со стола.

**Задача 5.** Найти кривую, проходящую через точку A(1;2), для которой длина отрезка абсцисс, отсекаемого касательной в произвольной точке, равна  абсциссы точки касания.

Вариант 25

**Задача 1.** Найти закон движения тела, если скорость его возрастает пропорционально пройденному пути и если в начальный момент движения тело находилось в S0 = 7 м от начала отсчета пути и имело скорость V0 = 21 м/с.

**Задача 2.** Найти кривую, проходящую через точку M(–1;2) и обладающую тем свойством, что отрезок, который касательная в любой точке кривой отсекает на оси OY, равен квадрату абсциссы точки касания.

**Задача 3.** Вычислить работу, необходимую для выкачивания масла из вертикального цилиндрического резервуара высотой Н = 8 м и радиусом основания R = 3 м. Удельный вес масла δ = 0,9.

**Задача 4.** Цепь длиной 𝑙= 4,5 м соскальзывает с гладкого горизонтального стола. В начальный момент движения со стола свисал конец цепи длиной a = 0,9 м. Пренебрегая трением, найти время соскальзывания всей цепи со стола.

**Задача 5.** Найти кривую, зная, что длина отрезка, отсекаемого на оси ординат нормалью в произвольной точке кривой, равна удвоенной ординате этой точки.

Вариант 26

**Задача 1.** Найти закон движения тела, если скорость его возрастает пропорционально пройденному пути и если в начальный момент движения тело находилось в S0 = 3 м от начала отсчета пути и имело скорость V0 = 21 м/с.

**Задача 2.** Найти кривую, проходящую через точку M(3;1) и обладающую тем свойством, что отрезок, который касательная в любой точке кривой отсекает на оси OY, равен квадрату абсциссы точки касания.

**Задача 3.** Вычислить работу, необходимую для выкачивания масла из вертикального цилиндрического резервуара высотой Н = 7 м и радиусом основания R = 3 м. Удельный вес масла δ = 0,9.

**Задача 4.** Цепь длиной 𝑙= 5,5 м соскальзывает с гладкого горизонтального стола. В начальный момент движения со стола свисал конец цепи длиной a = 0,6 м. Пренебрегая трением, найти время соскальзывания всей цепи со стола.

**Задача 5.** Найти кривую, проходящую через точку A(–1;1), если угловой коэффициент касательной к ней в любой точке кривой равен квадрату ординаты точки касания.

Вариант 27

**Задача 1.** Найти закон движения тела, если скорость его возрастает пропорционально пройденному пути и если в начальный момент движения тело находилось в S0 = 11 м от начала отсчета пути и имело скорость V0 = 22 м/с.

**Задача 2.** Найти кривую, проходящую через точку M(–2;3) и обладающую тем свойством, что отрезок, который касательная в любой точке кривой отсекает на оси OY, равен квадрату абсциссы точки касания.

**Задача 3.** Вычислить работу, необходимую для выкачивания масла из вертикального цилиндрического резервуара высотой Н = 5 м и радиусом основания R = 2 м. Удельный вес масла δ = 0,9.

**Задача 4.** Цепь длиной 𝑙= 6,5 м соскальзывает с гладкого горизонтального стола. В начальный момент движения со стола свисал конец цепи длиной a = 0,8 м. Пренебрегая трением, найти время соскальзывания всей цепи со стола.

**Задача 5.** Найти уравнение кривой, проходящей через точку ( ;) и обладающей тем свойством, что отрезок, отсекаемый на оси абсцисс касательной, проведенной в любой точке кривой, равен кубу абсциссы точки касания.

Вариант 28

**Задача 1.** Найти закон движения тела, если скорость его возрастает пропорционально пройденному пути и если в начальный момент движения тело находилось в S0 = 9 м от начала отсчета пути и имело скорость V0 = 27 м/с.

**Задача 2.** Найти кривую, проходящую через точку M(4;–1) и обладающую тем свойством, что отрезок, который касательная в любой точке кривой отсекает на оси OY, равен квадрату абсциссы точки касания.

**Задача 3.** Вычислить работу, необходимую для выкачивания масла из вертикального цилиндрического резервуара высотой Н = 8 м и радиусом основания R = 2 м. Удельный вес масла δ = 0,9.

**Задача 4.** Цепь длиной 𝑙= 4,5 м соскальзывает с гладкого горизонтального стола. В начальный момент движения со стола свисал конец цепи длиной a = 0,9 м. Пренебрегая трением, найти время соскальзывания всей цепи со стола.

**Задача 5.** Найти уравнение кривой, проходящей через точку (1;4) и обладающей тем свойством, что отрезок, отсекаемый на оси ординат любой касательной, равен удвоенной абсциссе точки касания.

Вариант 29

**Задача 1.** Найти закон движения тела, если скорость его возрастает пропорционально пройденному пути и если в начальный момент движения тело находилось в S0 = 5 м от начала отсчета пути и имело скорость V0 = 25 м/с.

**Задача 2.** Найти кривую, проходящую через точку M(3;–2) и обладающую тем свойством, что отрезок, который касательная в любой точке кривой отсекает на оси OY, равен квадрату абсциссы точки касания.

**Задача 3.** Вычислить работу, необходимую для выкачивания масла из вертикального цилиндрического резервуара высотой Н = 7 м и радиусом основания R = 4 м. Удельный вес масла δ = 0,9.

**Задача 4.** Цепь длиной 𝑙= 5,5 м соскальзывает с гладкого горизонтального стола. В начальный момент движения со стола свисал конец цепи длиной a = 0,5 м. Пренебрегая трением, найти время соскальзывания всей цепи со стола.

**Задача 5.** Найти уравнение кривой, проходящей через точку (9;9) и обладающей тем свойством, что угловой коэффициент любой касательной вдвое меньше углового коэффициента радиуса-вектора точки касания.

Вариант 30

**Задача 1.** Найти закон движения тела, если скорость его возрастает пропорционально пройденному пути и если в начальный момент движения тело находилось в S0 = 6 м от начала отсчета пути и имело скорость V0 = 30 м/с.

**Задача 2.** Найти кривую, проходящую через точку M(3;3) и обладающую тем свойством, что отрезок, который касательная в любой точке кривой отсекает на оси OY, равен квадрату абсциссы точки касания.

**Задача 3.** Вычислить работу, необходимую для выкачивания масла из вертикального цилиндрического резервуара высотой Н = 5 м и радиусом основания R = 3 м. Удельный вес масла δ = 0,9.

**Задача 4.** Цепь длиной 𝑙= 4 м соскальзывает с гладкого горизонтального стола. В начальный момент движения со стола свисал конец цепи длиной a = 0,8 м. Пренебрегая трением, найти время соскальзывания всей цепи со стола.

**Задача 5.** Найти такую кривую, проходящую через точку (0;–2), чтобы угловой коэффициент касательной в любой ее точке равнялся ординате этой точки, увеличенной на 3 единицы.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Пискунов, Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисление : учеб. для вузов. В 2 т. Т. 2 / Н.С. Пискунов. – М. : Интеграл-пресс, 2000.   
   – 576 с.
2. Бибиков, Ю.Н. Курс обыкновенных дифференциальных уравнений   
   / Ю.Н. Бибиков. – М. : Высш. шк., 1991. – 208 с.
3. Филиппов, А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям   
   / А.Ф. Филиппов. – М. : Интеграл-пресс, 1998. – 208 с.
4. Данко, П.Е. Высшая математика в упражнениях и задачах. В 2 т. Т. 2   
   / П.Е. Данко, А.Г. Попов, Т.Я. Кожевникова. – М. : Высшее образование, 2006. – 415 с.
5. Костина, Г.В. Обыкновенные дифференциальные уравнения / Г.В. Костина, Л.В. Марченко. – Хабаровск : Изд-во ДВГУПС, 2006. – 107 с.

**оглавление**

ВВЕДЕНИЕ 3

1. Теоретические вопросы и упражнения   
 по разделу «Дифференциальные уравнения» 4

1.1. Теоретические вопросы 4

1.2. Теоретические упражнения 4

2. Индивидуальные задания 6

2.1. Обыкновенные дифференциальные уравнения 6

2.2. Применение дифференциальных уравнений   
 при решении задач 39

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК 55

Учебное издание

**Гамоля** Людмила Николаевна

**Ющенко** Наталья Леонидовна

**ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ**

Методическое пособие   
по выполнению расчетно-графической работы

Редактор *Н.В. Смышляева*

Технический редактор *Н.В. Ларионова*

————————————————————————————

План 2014 г. Поз. 9.2. Подписано в печать 24.02.2014.

Гарнитура Arial. Печать RISO. Усл. печ. л. 3,3. Уч.-изд. л. 3,5.

Зак. 41. Тираж 250 экз. Цена 77 р.

————————————————————————————

Издательство ДВГУПС

680021, г. Хабаровск, ул. Серышева, 47.

Кафедра «Высшая математика»



Л.Н. Гамоля, Н.Л. Ющенко

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ   
УРАВНЕНИЯ

Методическое пособие   
по выполнению расчетно-графической работы



Хабаровск

2014