

1. Докажите непрерывность функции $f(x) = \frac{x+2}{x+3}$ для $x \in \mathbb{R} \setminus \{-3\}$.

2. Найдите значения следующих выражений.

а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^5 - (1+5x)}{x^2 + x^5}$

б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+mx)^n - (1+nx)^m}{x^2}$

в) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x}}}}{\sqrt{x+1}}$.

г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{\sqrt[3]{x+1} - \sqrt[3]{1-x}}$.

3. Существует ли

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sin \frac{1}{x+1} + 1}{\cos \frac{1}{x+1} - 1}?$$

4. Найдите значения следующих выражений:

а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x \sin 3x \sin 5x}{\sin x^3}$ б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x \ln^2(1+2x)}{(1-\cos x) \operatorname{tg} 4x}$

в) $\lim_{x \rightarrow 1} (1-x) \tan \frac{\pi x}{2}$. г) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{\sin x - \sin a}{x - a}$.

д) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{\cot x - \cot a}{x - a}$. е) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{\sin(x - \frac{\pi}{3})}{1 - 2 \cos x}$.

ё) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sin \sqrt{x+1} - \sin \sqrt{x})$. ж) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\alpha x} - e^{\beta x}}{\sin \alpha x - \sin \beta x}$.

5. Вычислить предел

$$\lim_{x \rightarrow 0} (1 - 2x^2)^{\operatorname{ctg}^2 x}$$