

Контрольная по КВП

Морозов Никита 23.Б09

Вариант 34

Привести уравнение кривой второго порядка к каноническому виду, найти координаты центра и фокусов в исходной системе координат и построить эскиз графика: $-3x^2 - 23y^2 - 48xy + 42x - 2y = 485$.

Решение:

1. Приведем к каноническому виду: $a_{11}x^2 + 2a_{12}xy + a_{22}y^2 + 2a_{13}x + 2a_{23}y + a_{33} = 0$

$$-3x^2 - 48xy - 23y^2 + 42x - 2y - 485 = 0 \quad (1)$$

2. Найдём центр кривой составив систему:

$$\begin{cases} a_{11}x_0 + a_{12}y_0 + a_{13} = 0 \\ a_{12}x_0 + a_{22}y_0 + a_{23} = 0 \end{cases} \quad \text{где } (x_0; y_0) - \text{центр кривой}$$

Подставим коэффициенты из (1).

$$\begin{cases} -3x_0 - 24y_0 + 21 = 0 \\ -24x_0 - 23y_0 - 1 = 0 \end{cases} \quad (2)$$

$(-1; 1)$ - центр кривой

3. Перенесём начало координат в центр прямой.

Подставим в (1):

$$\begin{cases} x = x' - 1 \\ y = y' + 1 \end{cases}$$

Получим:

$$-3(x-1)^2 - 48(x-1)(y+1) - 23(y+1)^2 + 42(x-1) - 2(y+1) - 485 = 0$$

$$-3x^2 - 48xy - 23y^2 - 507 = 0$$

4.

$$\delta = \begin{vmatrix} -3 & -24 \\ -24 & -23 \end{vmatrix} = -3 \cdot (-23) - (-24 \cdot (-24)) = -507$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} -3 & -24 & 21 \\ -24 & -23 & -1 \\ 21 & -1 & -485 \end{vmatrix} = -3((-23 \cdot (-485)) - (-1 \cdot (-1))) + 24((-24 \cdot (-485)) - (-21 \cdot (-1))) + 21((-24 \cdot (-1)) - (21 \cdot (-23))) = 257049$$

$$\frac{\Delta}{\delta} = -507 \implies \text{Есть центр симметрии.}$$

$$\delta < 0 \vee \Delta \neq 0 \implies \text{это гипербола}$$

5. Подберем коэффициенты в новой системе координат методом инвариантов.

$$\begin{cases} I_1 = -3 - 23 = -26 = a'_{11} + a'_{22} \\ I_2 = \delta = -507 = a'_{11} \cdot a'_{22} \\ I_3 = \Delta = 257049 = a'_{11} \cdot a'_{22} \cdot a'_{33} \end{cases}$$

$$[[a_{11} = -39, a_{22} = 13, a_{33} = -507], [a_{11} = 13, a_{22} = -39, a_{33} = -507]]$$

Получим два варианта решения:

$$1) -\frac{x^2}{13} + \frac{y^2}{39} = 1$$

$$2) \frac{x^2}{39} - \frac{y^2}{13} = 1$$

Их фокусы:

$$1) c = \sqrt{13 + 39} = 2\sqrt{13} \implies [(0, 2\sqrt{13}), (0, -2\sqrt{13})]$$

$$2) c = \sqrt{13 + 39} = 2\sqrt{13} \implies [(2\sqrt{13}, 0), (-2\sqrt{13}, 0)]$$

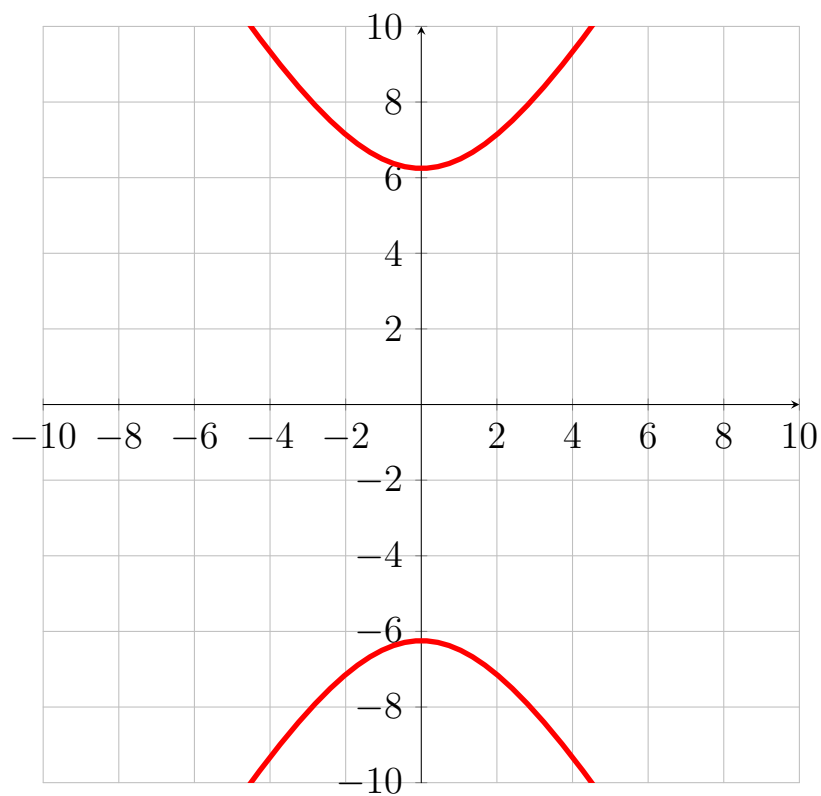


Рис. 1: Первое решение

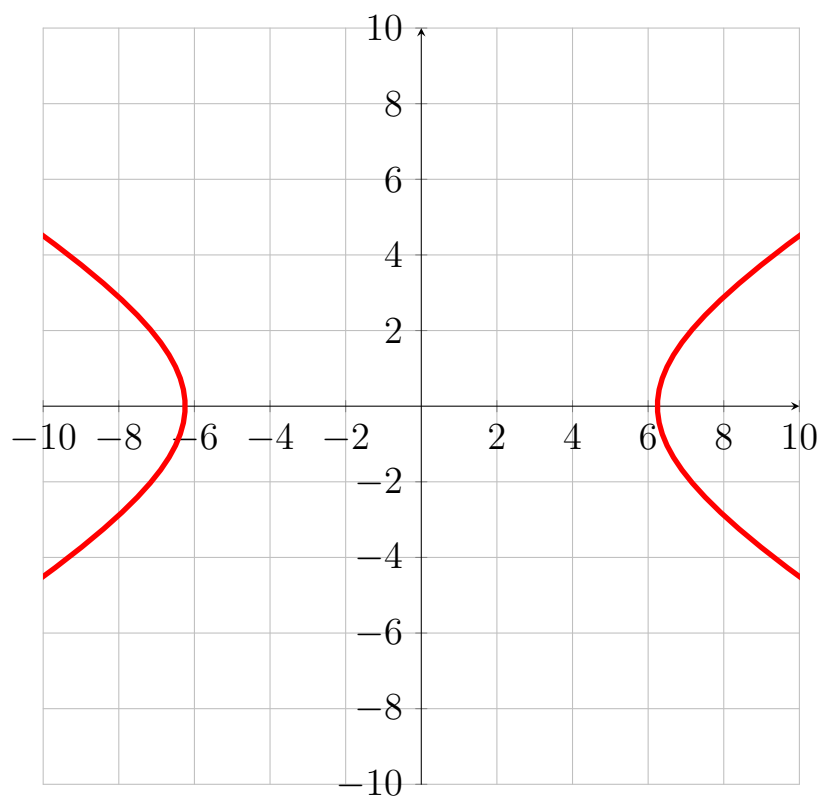


Рис. 2: Второе решение