

1. Докажите неравенство

$$|x + x_1 + x_2 + \dots + x_n| \geq |x| - (|x_1| + |x_2| + \dots + |x_n|).$$

2. Что можно сказать о следующей последовательности?

$$\forall \varepsilon > 0 \exists n_0 \in \mathbb{N} : \forall n \geq n_0, |x_n - A| \geq \varepsilon.$$

Меняя кванторы в этом высказывании, определите, каким свойством будут обладать полученные последовательности.

3. Доказать, что

$$\text{а) } \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{3}\right)^n = 0. \quad \text{б) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^3 - 3n^2}{n^3 + 1} = 5. \quad \text{в) } \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n} = \infty.$$

4. Докажите расходимость последовательности $(-1)^n + \frac{1}{n}$.

5. Существует ли биекция между интервалом $(0, 5)$ и множеством действительных чисел \mathbb{R} ?