

Контрольная работа 1, группы 23.Б08-мм и 23.Б09-мм

Вся контрольная целиком стоит 40 баллов. Задачи нужно решить все.

На бумажке выпишите только ключевые моменты решения, все расписывать текстом подробно не нужно. За каждое заранее выписанное определение термина из условия (или другие злоупотребления) принудительно минус 1 балл, кроме тех случаев, где это необходимо: 7 и 9 задачи. Демонстрация непонимания термина из условия — также минус 1 балл, задача не засчитывается, и ее нужно переписывать. Если вы считаете, что балл снят незаслуженно, и можете это доказать ссылкой на авторитетный источник, то это плюс 3 балла.

1. Сколько существует инъективных отображений между двумя конечными множествами? Если для пустых множеств существуют инъекции, то их нужно явно выписать.
2. Из колоды, содержащей 36 карт, N раз вынимают по одной карте, где N — длина вашей фамилии, записанной на русском или английском (на ваш выбор) языке. Случайная величина — количество вынутых тузов. Вычислите математическое ожидание и дисперсию этой случайной величины. В качестве ответа приведите числа, а не просто длинные выражения (хотя они тоже нужны).

Hint: вычисления проще всего проводить на компьютере.

Hint2: задача автоматически не засчитывается, если неверно подсчитали количество букв в фамилии.

3. Начиная с перестановки 34816572, указать 8 перестановок, следующих за ней в лексикографическом порядке.

Hint: на защите надо будет показать, что вы понимаете алгоритм получения следующей перестановки. Выписывать подробности алгоритма не нужно, только перестановки.

4. Нарисуйте диаграмму Хассе множества всех подстрок строки “ababa”, упорядоченного отношением “быть подстрокой”. Не забывайте про пустую строку ε и саму строку “ababa”!
5. В каждой из двух урн находятся 5 черных и 5 белых шаров. Из первой урны два случайно выбранных шара кладут во вторую, а затем из второй урны вынимают наудачу один шар. Найти вероятность события, что шар черный. В ответе приведите конкретное число в виде рациональной дроби.

6. Постройте схему Уолкера для набора исходов с вероятностями: 0.5, 0.01, 0.02, 0.44, 0.03. На защите надо будет пояснить, какую задачу она решает, как именно она работает, в чем ее преимущество перед другими методами (сами методы рассказывать не нужно), и как тут используется равномерное распределение на $[0, 1)$. Расписывать все это не нужно, только устно пояснить.

7. Правильную монетку подбрасывают $2n$ раз. Оцените вероятность того, что выпало ровно n орлов. Выразите приближенно значение через привычные алгебраические операции (сложение, вычитание, умножение, деление, возведение в степень, логарифмирование) и константы. Используйте формулу Стирлинга, которую уже вы прошли или пройдете в ближайшее время на матанализе. Доказывать ее не нужно.

8. Учебная группа пришла на пару и расселась в три ряда. В ряду с номером i сидит n_i человек, из которых только m_i подготовились к занятию. Преподаватель выбирает ряд i с вероятностью p_i , а затем наугад вызывает к доске студента из выбранного ряда. Так вышло, что вызванный студент был готов к занятию. Найти вероятность того, что он сидел в первом ряду.

Hint: это очень похоже на то, что мы разбирали на паре, но не то же самое.

9. Верно ли, что $x = o(x^2)$, $(x \rightarrow 0)$? Действуйте по определению.