

1. Найдите производную следующих функций:

а)  $y = \left[ \frac{\arcsin(\sin^2 x)}{\arccos(\cos^2 x)} \right]^{\arctan^2 x}$

б)  $y = \frac{b}{a}x + \frac{2\sqrt{a^2 - b^2}}{a} \arctan \left( \sqrt{\frac{a-b}{a+b}} \tanh \frac{x}{2} \right), \quad |b| \leq a$

в)  $\log_{\phi(x)} \psi(x)$

2. Найти производную функции, обратной к гиперболическому синусу.

3. Найти производную функции, обратной к гиперболическому тангенсу.

4. Докажите, что уравнение  $x = y - \varepsilon \sin y$ ,  $0 < \varepsilon \leq 1$  задаёт единственную непрерывную функцию  $y = f(x)$ .

5. Докажите, что уравнение  $x^5 - 3x = 1$

а) имеет хотя бы один корень на  $(1; 2)$ ;

б) имеет не менее трёх корней на  $\mathbb{R}$ .

6. Доказать, что

а) любой многочлен нечётной степени имеет хотя бы один действительный корень;

б) если многочлен чётной степени принимает хотя бы одно значение, противоположное по знаку коэффициенту старшего члена, то он имеет не менее двух действительных корней.