

# Homework 1

## 1

умею

## 2

1. Определить значение истинности высказывания, считая, что все переменные пробегает множество действительных чисел.

$$\exists a : \forall b \exists x : x^2 + ax + b = 0$$

Решение:

$$x = -\frac{a}{2} - \frac{\sqrt{a^2 - 4b}}{2}, \quad x = -\frac{a}{2} + \frac{\sqrt{a^2 - 4b}}{2}$$

При  $a^2 < 4b$  данное выражение ложно, так как появляются мнимые числа.

2. Построить отрицание к данному высказыванию.

Решение:

$$\neg(\exists a : \forall b \exists x : x^2 + ax + b = 0) \implies \forall a \exists b : \forall x \quad x^2 + ax + b \neq 0$$

## 3

Доказать, что  $A \setminus (B \setminus C) = (A \setminus B) \cup (A \cap C)$

Решение:

$$\begin{aligned} x \in (A \setminus B) \cup (A \cap C) &= x \in (A \setminus B) \vee x \in (A \cap C) = \\ &= (x \in A \wedge x \notin B) \vee (x \in A \wedge x \in C) = x \in A \wedge (x \notin B \vee x \in C) = \\ &= x \in A \wedge \neg(x \in B \wedge x \notin C) = x \in A \wedge x \notin (B \setminus C) = x \in A \setminus (B \setminus C) \end{aligned}$$

## 4

Высказывание  $\forall x(\neg P(x) \rightarrow (P(x) \vee \neg(\neg Q(x) \rightarrow P(x))))$  ложно. Докажите, что  $\forall x, P(x)$  ложно, а  $\exists x : Q(x)$  истинно.

Решение: