Білет 54

1. **Означення групи Лі**

Розглядається перетворення , яке визначається формулою ; x, . Припускається що перетворення T оборотні, тод якщо існує таке, що . Добуток перетворень буде їх композиція, тобто послідовне використання . Множення яке задано таким правилом має властивість асоціативності: . Розглянемо сімейство перетворень , залежне від дійсного параметру і визначене формулами .

**Визначення 1.** Сімейство перетворень називається локальною однопараметричною групою Лі, якщо існує інтервал такий при якому виконані наступні аксіоми:

10  замкнуто в відносно операції множення, тобто для всіх виконано , де закон множення в группі.

20 Закон множення є гладким, тобто .

30 Сімейство називається локально впорядкованиим в , тобто для будь-яких з випливає що .

40  Сімейство має одиницю в , тобто існує таке, що – тотожне перетворення.

З теореми про неявну функцію і вказаної системи аксіом випливає існування оберненого елементу, тобто для будь-якого існує , такий що . Інтервал може бути вибраний достатньо малим, так щоб в ньому виконувались аксіоми, тому у визначення групи використовуєтсья термін «локальна» . Надалі однопараметрична неперервна група Лі локальних перетворень обозначається символом .

1. **Довести що в будь-якій групі парного порядку є елемент порядку 2**

Спробуємо побудувати групу G парного порядку без елементів порядку 2. В групі існує одиниця. Для будь-якого елемента x групи G існує обернений. Порядок x != 2, тобто він не може бути сам собі оберненим елементом. Тобто, для кожного елемента окрім одиниці в групі ісує його обернений, що відрізняється від нього. Тоді порядок групи завжди 2n+1, тобто непарний. Отже, припущення про те, що елементів порядку 2 немає – невірне.

1. **Знайти інваріанти групи**

X = (1+x^2)dx+xydy+zdz

Інтегруванням знаходимо перетворення групи Лі

Розв’яжемо Fx(1+x^2)+Fy(xy)+Fz(z)

dx/(1+x^2)=dy/xy=dz/z. Нехай його розв’язок = K1, K2. Тоді інваріанти групи F1=Ф(K1), F2=Ф(K2)