Standardisierte kompetenzorientierte
schriftliche Reife- und Diplomprüfung

BHS

16. September 2020

Angewandte Mathematik

Korrekturheft

HTL 2

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Beurteilung der Klausurarbeit

Gemäß § 38 Abs. 3 SchUG (BGBl. Nr. 472/1986 i. d. g. F.) sind die Leistungen der Prüfungskandidatin / des Prüfungskandidaten nach Maßgabe vorliegender Korrektur- und Beurteilungsanleitung aufgrund von begründeten Anträgen der Prüferin / des Prüfers von der jeweiligen Prüfungskommission zu beurteilen.

Für die Beurteilung ist ein auf einem Punktesystem basierender Beurteilungsschlüssel vorgegeben, der auf den Kriterien des § 18 Abs. 2 bis 4 und 6 SchUG und der Leistungsbeurteilungsverordnung (BGBl. Nr. 371/1974 i. d. g. F.) beruht und die Beurteilungsstufen (Noten) entsprechend abbildet.

Beurteilungsschlüssel:

Note	Punkte
Genügend	23–30 Punkte
Befriedigend	31–37 Punkte
Gut	38–43 Punkte
Sehr gut	44–48 Punkte

Die Arbeit wird mit „Nicht genügend" beurteilt, wenn insgesamt weniger als 23 Punkte erreicht wurden.

Den Prüferinnen und Prüfern steht während der Korrekturfrist ein Helpdesk des BMBWF beratend zur Verfügung. Die Erreichbarkeit des Helpdesks wird für jeden Prüfungstermin auf ***https://ablauf.srdp.at*** gesondert bekanntgegeben.

Handreichung zur Korrektur

1. In der Lösungserwartung ist ein möglicher Lösungsweg angegeben. Andere richtige Lösungswege sind als gleichwertig anzusehen. Im Zweifelsfall kann die Auskunft des Helpdesks in Anspruch genommen werden.

2. Der Lösungsschlüssel ist **verbindlich** unter Beachtung folgender Vorgangsweisen anzuwenden:

    a. Punkte sind zu vergeben, wenn die abgefragte Handlungskompetenz in der Bearbeitung erfüllt ist.

    b. Berechnungen ohne nachvollziehbaren Rechenansatz bzw. ohne nachvollziehbare Dokumentation des Technologieeinsatzes (verwendete Ausgangsparameter und die verwendete Technologiefunktion müssen angegeben sein) sind mit null Punkten zu bewerten.

    c. Werden zu einer Teilaufgabe mehrere Lösungen von der Kandidatin / vom Kandidaten angeboten und nicht alle diese Lösungen sind korrekt, so ist diese Teilaufgabe mit null Punkten zu bewerten, sofern die richtige Lösung nicht klar als solche hervorgehoben ist.

    d. Bei abhängiger Punktevergabe gilt das Prinzip des Folgefehlers. Wird von der Kandidatin / vom Kandidaten beispielsweise zu einem Kontext ein falsches Modell aufgestellt, mit diesem Modell aber eine richtige Berechnung durchgeführt, so ist der Berechnungspunkt zu vergeben, wenn das falsch aufgestellte Modell die Berechnung nicht vereinfacht.

    e. Werden von der Kandidatin / vom Kandidaten kombinierte Handlungsanweisungen in einem Lösungsschritt erbracht, so sind alle Punkte zu vergeben, auch wenn der Lösungsschlüssel Einzelschritte vorgibt.

    f. Abschreibfehler, die aufgrund der Dokumentation der Kandidatin / des Kandidaten als solche identifizierbar sind, sind ohne Punkteabzug zu bewerten, wenn sie zu keiner Vereinfachung der Aufgabenstellung führen.

    g. Rundungsfehler sind zu vernachlässigen, wenn die Rundung nicht explizit eingefordert ist.

    h. Jedes Diagramm bzw. jede Skizze, die Lösung einer Handlungsanweisung ist, muss eine qualitative Achsenbeschriftung enthalten, andernfalls ist dies mit null Punkten zu bewerten.

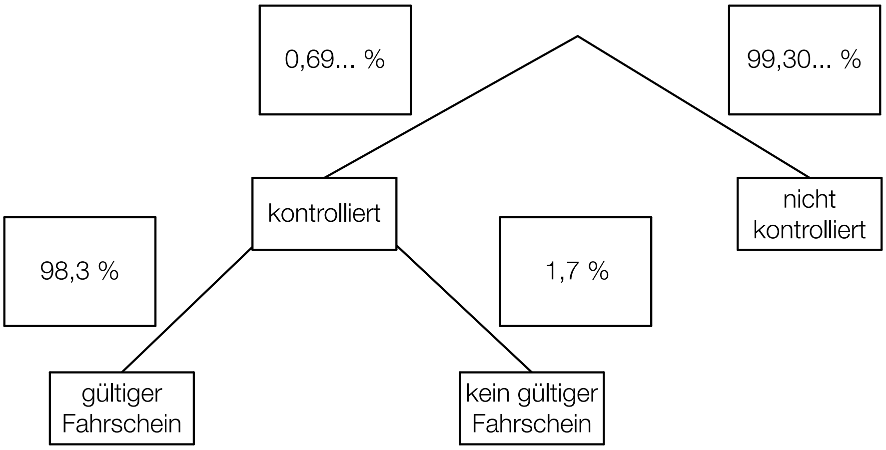
    i. Die Angabe von Einheiten ist bei der Punktevergabe zu vernachlässigen, sofern sie nicht explizit eingefordert ist.

Aufgabe 1

Fahrscheine

Möglicher Lösungsweg

a1)



a2) P(„kontrolliert und kein gültiger Fahrschein“) = 0,0069... · 0,017 = 0,00011...

Die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig ausgewählter Fahrgast kontrolliert wird und keinen gültigen Fahrschein hat, beträgt rund 0,01 %.

b1)

$\binom{300}{2} \cdot 0{,}975^{298} \cdot 0{,}025^{2}$	A
$1 - \binom{300}{1} \cdot 0{,}975^{299} \cdot 0{,}025^{1} - \binom{300}{0} \cdot 0{,}975^{300} \cdot 0{,}025^{0}$	D

A	Die Person wird genau 2-mal kontrolliert.
B	Die Person wird genau 2-mal nicht kontrolliert.
C	Die Person wird mindestens 2-mal nicht kontrolliert.
D	Die Person wird mindestens 2-mal kontrolliert.

c1) I: $x + y = 150\,000$
II: $2{,}6 \cdot x + 1{,}2 \cdot y = 337\,500$

c2) Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$x = 112\,500$
$y = 37\,500$

Lösungsschlüssel

a1) 1 x A: für das richtige Eintragen der Wahrscheinlichkeiten im Baumdiagramm
a2) 1 x B: für das richtige Berechnen der Wahrscheinlichkeit
b1) 1 x C: für das richtige Zuordnen
c1) 1 x A: für das richtige Erstellen des Gleichungssystems
c2) 1 x B: für das richtige Berechnen von x und y

Aufgabe 2

Rund um die Heizung

Möglicher Lösungsweg

a1) $h = r - r \cdot \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)$

a2) $V_{neu} = (1{,}2 \cdot r)^2 \cdot \pi \cdot 2 = 1{,}44 \cdot r^2 \cdot \pi \cdot 2 = 1{,}44 \cdot V$

Das Volumen wäre um 44 % größer.

b1) $T(0) = 18$

Um 15 Uhr beträgt die Raumtemperatur 18 °C.

b2) $T(1) = 21$ *oder* $24 - 6 \cdot e^{-\lambda \cdot 1} = 21$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$\lambda = \ln(2) = 0{,}693...$

Lösungsschlüssel

a1) 1 × A: für das richtige Erstellen der Formel
a2) 1 × B: für das richtige Berechnen des Prozentsatzes
b1) 1 × B1: für das richtige Bestimmen der Raumtemperatur
b2) 1 × B2: für das richtige Berechnen des Parameters λ

Aufgabe 3

Kühe auf der Weide

Möglicher Lösungsweg

a1) $A = \frac{60 \cdot 20}{2} + \int_{20}^{320} f(x)\,\mathrm{d}x - \frac{100 \cdot 20}{2}$ *oder* $A = \int_{20}^{320} f(x)\,\mathrm{d}x - 400$

a2) I: $f(20) = 60$
II: $f(320) = 100$

oder:

I: $a \cdot 20^2 + b \cdot 20 + 52 = 60$
II: $a \cdot 320^2 + b \cdot 320 + 52 = 100$

b1)

①	
9 000	⊠

②	
kg/ha	⊠

c1) $h(t) = 115$

oder:

$0{,}0024 \cdot t^3 - 0{,}19 \cdot t^2 + 5{,}73 \cdot t + 73 = 115$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$t = 10{,}50...$

Im Alter von rund 10,5 Monaten wird gemäß diesem Modell eine Widerristhöhe von 115 cm erreicht.

c2) $h''(t) = 0{,}0144 \cdot t - 0{,}38$

h'' ist eine steigende lineare Funktion mit der Nullstelle $t_0 = 26{,}38...$
Für alle $t < t_0$ ist $h''(t)$ negativ. Der Graph von h ist daher für alle $t < t_0$ (und somit insbesondere für alle $t \in [1; 24]$) negativ gekrümmt.

c3) Die Widerristhöhe nimmt im Alter von 12 Monaten um rund 2,2 cm/Monat zu.

Lösungsschlüssel

a1) 1 × A1: für das richtige Erstellen der Formel
a2) 1 × A2: für das richtige Erstellen des Gleichungssystems
b1) 1 × C: für das richtige Ergänzen der beiden Textlücken
c1) 1 × B: für das richtige Berechnen des Alters
c2) 1 × D: für das richtige Nachweisen mithilfe der 2. Ableitung von h
c3) 1 × C: für das richtige Interpretieren im gegebenen Sachzusammenhang unter Angabe der zugehörigen Einheit

Aufgabe 4

Winterliche Fahrbahnverhältnisse im Straßenverkehr

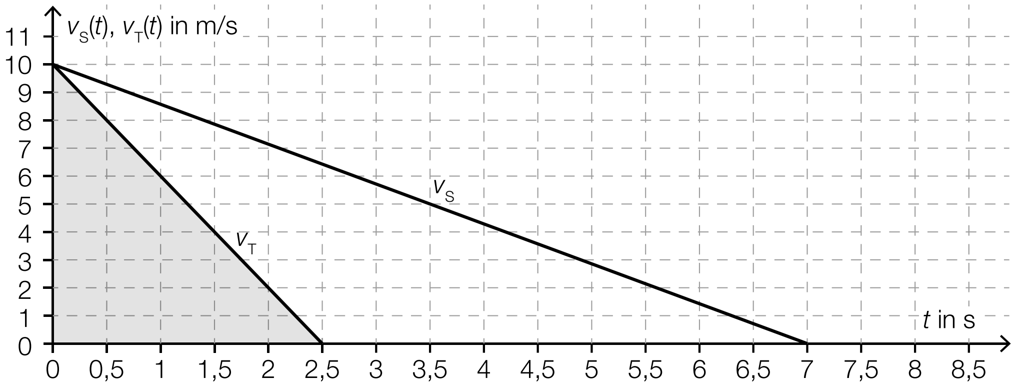
Möglicher Lösungsweg

a1) $\frac{\Delta v_S(t)}{\Delta t} = \frac{-10}{7} = -1{,}428...$

Die Beschleunigung beträgt rund $-1{,}43$ m/s².

Wird der Betrag der Beschleunigung angegeben, so ist dies ebenfalls als richtig zu werten.

a2)



a3) Bremsweg auf schneebedeckter Fahrbahn in m: $\frac{10 \cdot 7}{2} = 35$

Bremsweg auf trockener Fahrbahn in m: $\frac{10 \cdot 2{,}5}{2} = 12{,}5$

$35 - 12{,}5 = 22{,}5$

Die Differenz zwischen dem Bremsweg auf schneebedeckter Fahrbahn und dem Bremsweg auf trockener Fahrbahn beträgt 22,5 m.

b1) $s_A(2) = 44$

Der Abstand des PKW *A* zur Markierungslinie zur Zeit $t = 2$ beträgt 44 m.

b2) $s_A'(3) = 8$
$s_B'(3) = 12$

oder:

$s_A'(t) = -4 \cdot t + 20$
$s_B'(t) = -4 \cdot t + 24$
$s_A'(t) < s_B'(t)$

PKW *A* fährt zur Zeit $t = 3$ langsamer als PKW *B*.

Lösungsschlüssel

a1) 1 × C: für das richtige Ermitteln der Beschleunigung auf schneebedeckter Fahrbahn (Wird der Betrag der Beschleunigung angegeben, so ist dies ebenfalls als richtig zu werten.)
a2) 1 × A: für das richtige Veranschaulichen des Bremswegs auf trockener Fahrbahn
a3) 1 × B: für das richtige Ermitteln der Differenz der Bremswege
b1) 1 × B: für das richtige Berechnen des Abstands
b2) 1 × D: für das richtige Zeigen

Aufgabe 5

Pflanzenwachstum

Möglicher Lösungsweg

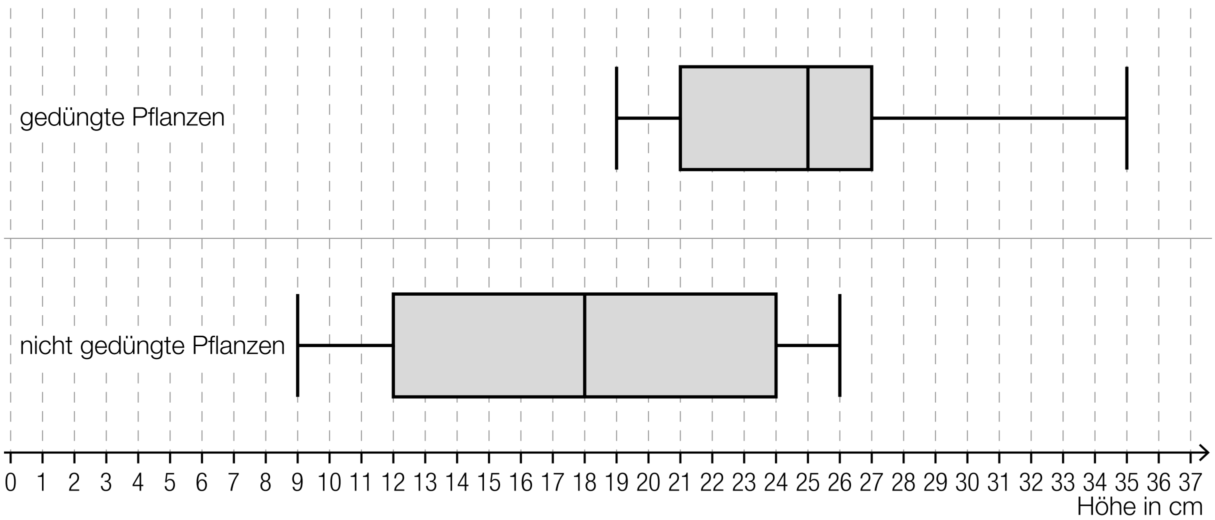
a1) mittlere Änderungsrate der Höhe in Zentimetern pro Tag: $\frac{6}{20} = 0{,}3$

a2)

Im Zeitintervall [0; 20] ist die 1. Ableitung streng monoton steigend.	D
Im Zeitintervall [0; 20] ist die 2. Ableitung immer negativ.	A

A	f
B	g
C	h
D	p

b1)



b2) $a = 12$ cm

c1) $H = H_0 \cdot 1{,}005^{10}$

oder:

$H = H_0 \cdot 1{,}0511...$

Lösungsschlüssel

a1) 1 x B: für das richtige Ermitteln der mittleren Änderungsrate
a2) 1 x C: für das richtige Zuordnen
b1) 1 x A: für das richtige Einzeichnen des Boxplots
b2) 1 x C: für das richtige Angeben des Wertes
c1) 1 x A: für das richtige Erstellen der Formel

Aufgabe 6 (Teil B)

Schlafdauer

Möglicher Lösungsweg

a1) Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$\bar{x} = 7{,}8$ h

a2) Ermittlung mittels Technologieeinsatz:
$f(x) = -0{,}5857 \cdot x + 7{,}3714$ *(Koeffizienten gerundet)*

x … Schlafdauer in Stunden
$f(x)$ … Fernsehzeit bei der Schlafdauer x in Stunden

b1) Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$P(300 < X < 480) = 0{,}889...$
Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 89 %.

b2) $P(X \geq 400) = P\left(X \leq \boxed{328}\right)$

c1) $\mu = 410$ min

Toleranzbereich: [405; 415]

c2) Der Graph der zugehörigen Dichtefunktion ist im Vergleich zum abgebildeten Graphen nach links verschoben.

Lösungsschlüssel

a1) 1 × B1: für das richtige Berechnen des arithmetischen Mittels
a2) 1 × B2: für das richtige Ermitteln der Gleichung der linearen Regressionsfunktion
b1) 1 × B: für das richtige Berechnen der Wahrscheinlichkeit
b2) 1 × A: für das richtige Eintragen der fehlenden Zahl
c1) 1 × C1: für das richtige Ablesen des Erwartungswerts (Toleranzbereich: [405; 415])
c2) 1 × C2: für das richtige Beschreiben

Aufgabe 7 (Teil B)

Wagenheber

Möglicher Lösungsweg

a1) $h = \sqrt{u^2 + v^2 - 2 \cdot u \cdot v \cdot \cos(180° - \alpha)}$ *oder* $h = \sqrt{u^2 + v^2 + 2 \cdot u \cdot v \cdot \cos(\alpha)}$

a2) $\frac{w}{\sin(\alpha)} = \frac{v}{\sin(\beta)} \quad \Rightarrow \quad \sin(\alpha) = \frac{w \cdot \sin(\beta)}{v} = \frac{30 \cdot \sin(41°)}{20}$

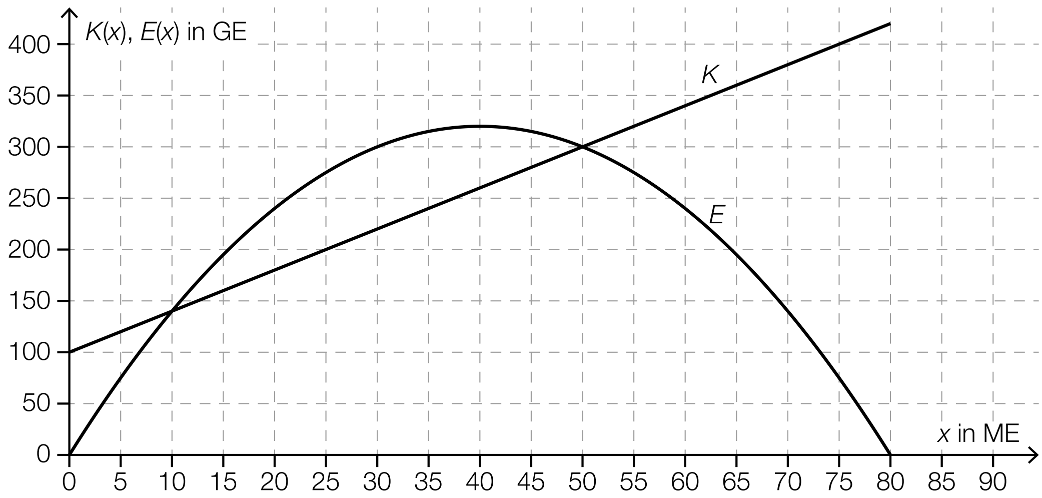
$(\alpha_1 = 79{,}7...°) \quad \alpha_2 = 100{,}2...°$

Für die Punktevergabe ist nur die Angabe des stumpfen Winkels erforderlich.

a3) $\vec{F}_v = \vec{F}_G - \vec{F}_w = \begin{pmatrix} 0 \\ -0{,}75 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -1{,}18 \\ -0{,}12 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1{,}18 \\ -0{,}63 \end{pmatrix}$

a4) $\gamma = \arctan\left(\frac{1{,}18}{0{,}63}\right) = 61{,}9...°$

b1)



b2) Der maximale Gewinn beträgt 80 GE.
Toleranzbereich: [70; 90]

Lösungsschlüssel

a1) 1 × A: für das richtige Erstellen der Formel
a2) 1 × B1: für das richtige Berechnen des stumpfen Winkels α
a3) 1 × B2: für das richtige Ermitteln der Kraft $\vec{F}_v$
a4) 1 × B3: für das richtige Berechnen des Winkels γ
b1) 1 × A: für das richtige Einzeichnen des Graphen der Kostenfunktion
b2) 1 × C: für das richtige Ablesen des maximalen Gewinns (Toleranzbereich: [70; 90])

Aufgabe 8 (Teil B)

Elektromagnetische Strahlung

Möglicher Lösungsweg

a1) $\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}x} = -k \cdot E$

a2) Differenzialgleichung mit Störfunktion S: $\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}x} = -k \cdot E + S$

Lösung mithilfe der Methode *Trennen der Variablen*:

$$\frac{\mathrm{d}E}{-k \cdot E + S} = \mathrm{d}x \quad \left(\text{oder: } \frac{E'}{-k \cdot E + S} = 1\right)$$

$$\int \frac{\mathrm{d}E}{-k \cdot E + S} = \int \mathrm{d}x \quad \left(\text{oder: } \int \frac{E'(x)}{-k \cdot E(x) + S}\,\mathrm{d}x = \int 1\,\mathrm{d}x\right)$$

$$\frac{\ln|-k \cdot E(x) + S|}{-k} = x + C_1$$

$$-k \cdot E(x) + S = C_2 \cdot e^{-k \cdot x}$$

$$E(x) = C \cdot e^{-k \cdot x} + \frac{S}{k}$$

b1) $I_{max} = 3 \cdot 10^7 \, \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2 \cdot \mu\mathrm{m}}$

b2) Für größer werdendes λ nähert sich der relative Anteil dem Wert 0, da der Ausdruck $e^{\frac{-0{,}0106}{\lambda^4}}$ immer weiter gegen 1 geht.

c1) Der Winkel zwischen $\vec{S}$ und $\vec{B}$ beträgt 90°.

c2)

$-\vec{S} = k \cdot \left(\vec{B} \times \vec{E}\right)$	☒

Lösungsschlüssel

a1) 1 × A: für das richtige Vervollständigen der Differenzialgleichung
a2) 1 × B: für das richtige Berechnen der allgemeinen Lösung der inhomogenen Differenzialgleichung mithilfe der Methode *Trennen der Variablen*
b1) 1 × C: für das richtige Ablesen von I_{max}
b2) 1 × D: für das richtige mathematische Argumentieren
c1) 1 × C1: für das richtige Angeben des Winkels
c2) 1 × C2: für das richtige Ankreuzen

Aufgabe 9 (Teil B)

Obstfliegenfalle

Möglicher Lösungsweg

a1) $\pi \cdot \int_0^{\boxed{h}} (f(x))^2 \, dx = \boxed{50}$

a2) Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$h = 2{,}04\ldots$

b1) $p'(x) = 5 \cdot a \cdot x^4 + 4 \cdot b \cdot x^3 + 3 \cdot c \cdot x^2 + 2 \cdot d \cdot x + e$

I: $p(1{,}5) = 3$
II: $p(9) = 1$
III: $p'(1{,}5) = 0$
IV: $p'(9) = 0$

oder:

I: $7{,}59375 \cdot a + 5{,}0625 \cdot b + 3{,}375 \cdot c + 2{,}25 \cdot d + 1{,}5 \cdot e + f = 3$
II: $59\,049 \cdot a + 6\,561 \cdot b + 729 \cdot c + 81 \cdot d + 9 \cdot e + f = 1$
III: $25{,}3125 \cdot a + 13{,}5 \cdot b + 6{,}75 \cdot c + 3 \cdot d + e = 0$
IV: $32\,805 \cdot a + 2\,916 \cdot b + 243 \cdot c + 18 \cdot d + e = 0$

b2) Zur Berechnung der 6 Koeffizienten der Funktion p wären 6 Gleichungen notwendig.

Lösungsschlüssel

a1) 1 × A: für das richtige Vervollständigen der Gleichung
a2) 1 × B: für das richtige Berechnen von h
b1) 1 × A1: für das richtige Erstellen der Gleichungen mithilfe der Punkte
1 × A2: für das richtige Erstellen der Gleichungen mithilfe der Extremstellen
b2) 1 × D: für das richtige Begründen