

Standardisierte kompetenzorientierte  
schriftliche Reife- und Diplomprüfung

BHS

20. September 2018

# Angewandte Mathematik

HTL 2

Korrekturheft

# Korrektur- und Beurteilungsanleitung

(Detaillierte Informationen dazu finden Sie im entsprechenden Erlass zur Beurteilung, der auf der Website <https://ablauf.srdp.at/> abrufbar ist.)

## Kompetenzbereiche

- *Kompetenzbereich A (KA)* umfasst die unabhängig<sup>1</sup> erreichbaren Punkte der Komplexitätsstufen 1 und 2 aus dem Kompetenzstufenraster.
- *Kompetenzbereich B (KB)* umfasst die abhängig erreichbaren Punkte und die Punkte der Komplexitätsstufen 3 und 4 aus dem Kompetenzstufenraster.

Die Summe der unabhängig erreichbaren Punkte aus den Komplexitätsstufen 1 und 2 (**KA**) stellt die „wesentlichen Bereiche“ eines Klausurheftes dar.

## Beurteilung

Als Hilfsmittel für die Beurteilung wird ein auf ein Punktesystem basierender Beurteilungsschlüssel angegeben. Je nach gewichteter Schwierigkeit der vergebenen Punkte in den „wesentlichen Bereichen“ wird festgelegt, ab wann die „wesentlichen Bereiche überwiegend“ (Genügend) erfüllt sind, d. h., gemäß einem Punkteschema müssen Punkte aus dem Kompetenzbereich A unter Einbeziehung von Punkten aus dem Kompetenzbereich B in ausreichender Anzahl abhängig von der Zusammenstellung der Klausurhefte gelöst werden. Darauf aufbauend wird die für die übrigen Notenstufen zu erreichende Punktezahl festgelegt.

Nach der Punkteermittlung soll die Arbeit der Kandidatin/des Kandidaten nochmals ganzheitlich qualitativ betrachtet werden. Unter Zuhilfenahme des Punkteschemas und der ganzheitlichen Betrachtung ist von der Prüferin/vom Prüfer ein verbal begründeter Beurteilungsvorschlag zu erstellen, wobei die Ergebnisse der Kompetenzbereiche A und B in der Argumentation zu verwenden sind.

## Beurteilungsschlüssel für die vorliegende Klausur:

45–50 Punkte	Sehr gut
39–44 Punkte	Gut
33–38 Punkte	Befriedigend
24–32 Punkte	Genügend
0–23 Punkte	Nicht genügend

<sup>1</sup> Unabhängige Punkte sind solche, für die keine mathematische Vorleistung erbracht werden muss. Als mathematische Vorleistung gilt z. B. das Aufstellen einer Gleichung (unabhängiger Punkt) mit anschließender Berechnung (abhängiger Punkt).

# Handreichung zur Korrektur

1. In der Lösungserwartung ist nur **ein möglicher** Lösungsweg angegeben. Andere richtige Lösungswege sind als gleichwertig anzusehen.
2. Der Lösungsschlüssel ist unter Beachtung folgender Vorgangsweisen **verbindlich** anzuwenden:
  - a. Punkte sind nur zu vergeben, wenn die abgefragte Handlungskompetenz in der Bearbeitung vollständig erfüllt ist.
  - b. Berechnungen ohne nachvollziehbaren Rechenansatz bzw. ohne nachvollziehbare Dokumentation des Technologieeinsatzes (verwendete Ausgangsparameter und die verwendete Technologiefunktion müssen angegeben sein) sind mit null Punkten zu bewerten.
  - c. Werden zu einer Teilaufgabe mehrere Lösungen bzw. Lösungswege von der Kandidatin / vom Kandidaten angeboten und nicht alle diese Lösungen bzw. Lösungswege sind korrekt, so ist diese Teilaufgabe mit null Punkten zu bewerten.
  - d. Bei abhängiger Punktevergabe gilt das Prinzip des Folgefehlers. Das heißt zum Beispiel: Wird von der Kandidatin / vom Kandidaten zu einem Kontext ein falsches Modell aufgestellt, mit diesem Modell aber eine richtige Berechnung durchgeführt, so ist der Berechnungspunkt zu vergeben, wenn das falsch aufgestellte Modell die Berechnung nicht vereinfacht.
  - e. Werden von der Kandidatin / vom Kandidaten kombinierte Handlungsanweisungen in einem Lösungsschritt erbracht, so sind alle Punkte zu vergeben, auch wenn der Lösungsschlüssel Einzelschritte vorgibt.
  - f. Abschreibfehler, die aufgrund der Dokumentation der Kandidatin / des Kandidaten als solche identifizierbar sind, sind ohne Punkteabzug zu bewerten, wenn sie zu keiner Vereinfachung der Aufgabenstellung führen.
  - g. Rundungsfehler können vernachlässigt werden, wenn die Rundung nicht explizit eingefordert ist.
  - h. Jedes Diagramm bzw. jede Skizze, die Lösung einer Handlungsanweisung ist, muss eine qualitative Achsenbeschriftung enthalten, andernfalls ist dies mit null Punkten zu bewerten.
  - i. Die Angabe von Einheiten kann bei der Punktevergabe vernachlässigt werden, sofern sie im Lösungsschlüssel nicht explizit eingefordert wird.

# Aufgabe 1

## Pauschalreisen

### Möglicher Lösungsweg

a1)  $X$  ... Anzahl der nicht in Anspruch genommenen Plätze

Binomialverteilung mit  $n = 100$  und  $p = 0,05$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$P(X \leq 4) = 0,4359...$$

Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 43,6 %.

a2) Es werden 5 der 100 vermittelten Plätze nicht in Anspruch genommen.

b1)  $X$  ... Anzahl der nicht in Anspruch genommenen Plätze

Binomialverteilung mit  $n = 102$  und  $p = 0,05$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$P(X \leq 1) = 0,0340...$$

Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 3,4 %.

$$\text{c1) } G = x \cdot a - (100 - x) \cdot 120 \Rightarrow x = \frac{G + 12\,000}{a + 120}$$

### Lösungsschlüssel

- a) 1 × B: für die richtige Berechnung der Wahrscheinlichkeit (KA)  
1 × C: für die richtige Beschreibung des Ereignisses im gegebenen Sachzusammenhang (KA)
- b) 1 × B: für die richtige Berechnung der Wahrscheinlichkeit (KB)
- c) 1 × A: für das richtige Erstellen der Formel zur Berechnung von  $x$  (KB)

# Aufgabe 2

## Kugelstoßen

### Möglicher Lösungsweg

a1) Steigung  $k$  der linearen Funktion  $f$ :  $k = \frac{0,34}{2,5} = 0,136$

$$f(t) = 0,136 \cdot t + 17,68$$

$t$  ... Zeit in Jahren

$f(t)$  ... Weltrekordweite zur Zeit  $t$  in m

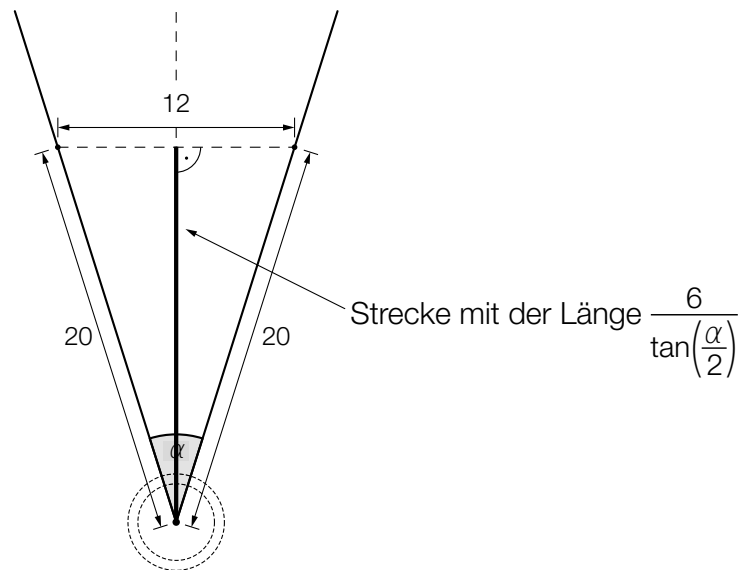
a2)  $f(40) = 23,12$

Abweichung:  $23,12 - 23,06 = 0,06$

Die Abweichung beträgt 0,06 m.

b1)  $\alpha = 2 \cdot \arcsin\left(\frac{6}{20}\right) = 34,915...^\circ \approx 34,92^\circ$

b2)



c1) Die Kugel wird in einer Höhe von 2 m abgestoßen.

c2)  $h(x) = 0$

oder:

$$-0,05 \cdot x^2 + 0,75 \cdot x + 2 = 0$$

Berechnung mittels Technologieinsatz:

$$x_1 = 17,310...$$

$$(x_2 = -2,310...)$$

Die Kugel schlägt in einer horizontalen Entfernung von rund 17,31 m auf dem Boden auf.

$$d1) 7257 = \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi \cdot 8,2$$

$$r = \sqrt[3]{\frac{7257 \cdot 3}{8,2 \cdot 4 \cdot \pi}} = 5,95...$$

$$d = 2 \cdot r = 11,91...$$

Der Durchmesser einer derartigen Kugel beträgt rund 11,9 cm und liegt im angegebenen Bereich.

### Lösungsschlüssel

- a) 1 × A: für das richtige Erstellen der Funktionsgleichung (KA)  
1 × B: für das richtige Ermitteln der Abweichung (KB)
- b) 1 × B: für die richtige Berechnung des Winkels  $\alpha$  (KA)  
1 × C: für das richtige Markieren der Strecke (KA)
- c) 1 × C: für das richtige Angeben der Abstoßhöhe (KA)  
1 × B: für das richtige Ermitteln der Stoßweite (KA)
- d) 1 × D: für die richtige nachweisliche Überprüfung (KB)

# Aufgabe 3

## Impfen und Auffrischen

### Möglicher Lösungsweg

a1)  $A(t) = 110 \cdot 0,8^t$

$t$  ... Zeit in Jahren

$A(t)$  ... Antikörperwert zur Zeit  $t$  in IE/L

a2)  $A(t) = 10$

oder:

$$110 \cdot 0,8^t = 10$$

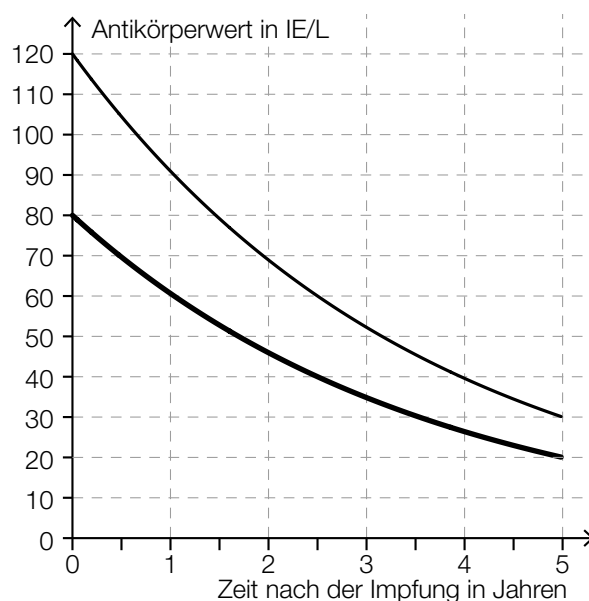
Berechnung mittels Technologieeinsatz:  $t = 10,745\dots$

Bei Anna ist der Impfschutz nach etwa 10,75 Jahren nicht mehr gegeben.

b1)  $T_{1/2} = 2,5$  Jahre

Toleranzbereich:  $[2,3; 2,7]$

b2)



### Lösungsschlüssel

- a) 1 × A: für das richtige Erstellen der Funktionsgleichung (KA)  
1 × B: für die richtige Berechnung derjenigen Zeit, nach der der Impfschutz nicht mehr gegeben ist (KB)
- b) 1 × C: für das richtige Ablesen der Halbwertszeit im Toleranzbereich  $[2,3; 2,7]$  (KA)  
1 × A: für das richtige Einzeichnen des zeitlichen Verlaufs von Sandras Antikörperwert im Zeitintervall  $[0; 5]$  (Dabei müssen die Funktionswerte zu den Zeitpunkten  $t = 0$ ,  $t = 2,5$  und  $t = 5$  richtig eingezeichnet sein.) (KB)

# Aufgabe 4

## Eisenbahn

### Möglicher Lösungsweg

a1) Die beiden Züge begegnen einander um 15:00 Uhr, 20 km von Burghausen entfernt.

b1) Die beiden Züge benötigen für die Strecke Burghausen–Altheim gleich lang, sie fahren also mit der gleichen Geschwindigkeit.

oder:

Die zugehörigen Geraden im Bildfahrplan haben die gleiche Steigung.

c1)  $s(t) = 200$

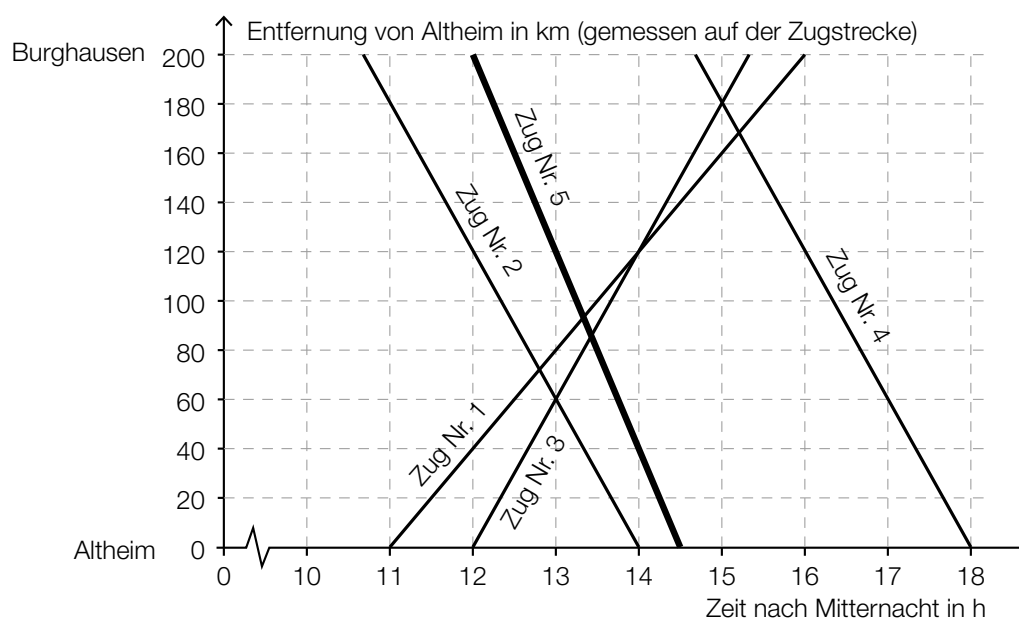
oder:

$$-80 \cdot t + 1160 = 200$$

$$t = \frac{200 - 1160}{-80} = 12$$

Zug Nr. 5 fährt um 12 Uhr in Burghausen ab.

c2)



$$d1) 200 = \left( \frac{200}{t} + 10 \right) \cdot \left( t - \frac{1}{2} \right)$$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$t_1 = 3,422...$$

$$(t_2 = -2,922...)$$

Die Fahrzeit vor der Sanierung betrug etwa 3,42 h.



## Lösungsschlüssel

- a) 1 × C: für das richtige Ablesen der Uhrzeit und der Entfernung von Burghausen (KA)
- b) 1 × D: für die richtige Argumentation (KA)
- c) 1 × B: für das richtige Bestimmen der Abfahrtszeit von Zug Nr. 5 (KA)  
1 × A: für das richtige Einzeichnen des Funktionsgraphen im Bildfahrplan (KB)
- d) 1 × B: für die richtige Berechnung von  $t$  (KA)

# Aufgabe 5

## Stausee

### Möglicher Lösungsweg

- a1) Mit dem Ausdruck wird das Wasservolumen in Kubikmetern im Stausee 4 Stunden nach Beginn der Beobachtung berechnet.
- a2) Die Funktionswerte von  $u$  sind im Zeitintervall  $[1; 2]$  positiv, daher nimmt das Wasservolumen zu.

b1)  $h(t) = 9$

oder:

$$-6 \cdot 10^{-6} \cdot t^3 + 0,001 \cdot t^2 + 0,005 \cdot t + 5 = 9$$

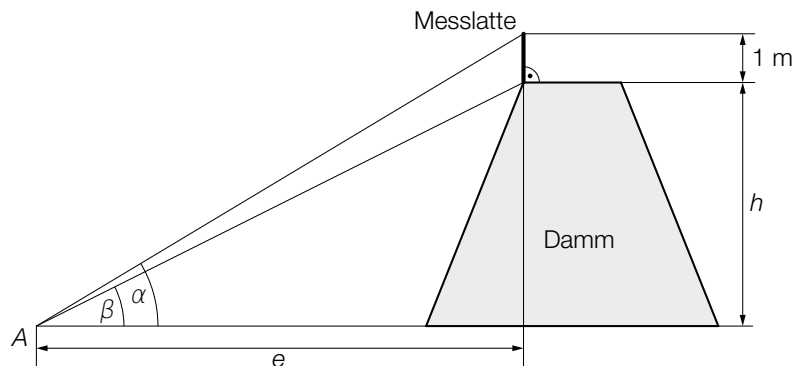
Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$t_1 = 85,7\dots, t_2 = 137,4\dots, (t_3 = -56,5\dots)$$

$$t_2 - t_1 = 51,6\dots$$

Der Parkplatz ist für etwa 52 Stunden gesperrt.

c1)



c2)  $\tan(40^\circ) = \frac{h+1}{e} \Rightarrow h = e \cdot \tan(40^\circ) - 1$

$$\tan(33,7^\circ) = \frac{h}{e} \Rightarrow h = e \cdot \tan(33,7^\circ)$$

$$e \cdot \tan(33,7^\circ) = e \cdot \tan(40^\circ) - 1 \Rightarrow e = 5,80\dots$$

$$h = e \cdot \tan(33,7^\circ) = 3,87\dots$$

Die Dammhöhe beträgt rund 3,9 m.

## Lösungsschlüssel

- a) 1 × C: für die richtige Interpretation im gegebenen Sachzusammenhang unter Angabe der Einheit (KB)  
1 × D: für die richtige Argumentation mithilfe des Funktionsgraphen (KB)
- b) 1 × A: für den richtigen Ansatz (KA)  
1 × B: für die richtige Berechnung der Zeitdauer (KB)
- c) 1 × C: für das richtige Beschriften der beiden Winkel (KA)  
1 × B: für die richtige Berechnung der Dammhöhe  $h$  (KA)

## Aufgabe 6 (Teil B)

### Qualitätstest bei Objektiven

#### Möglicher Lösungsweg

a1)  $x = \sqrt{y^2 + z^2 - 2 \cdot y \cdot z \cdot \cos(\alpha)}$

- a2)  $\gamma$  ... Winkel gegenüber von  $z$   
 $\beta$  ... Winkel gegenüber von  $y$

$$\frac{121}{\sin(45^\circ)} = \frac{70}{\sin(\gamma)} \Rightarrow \gamma = 24,1...^\circ$$
$$\beta = 180^\circ - 45^\circ - 24,1...^\circ = 110,8...^\circ$$

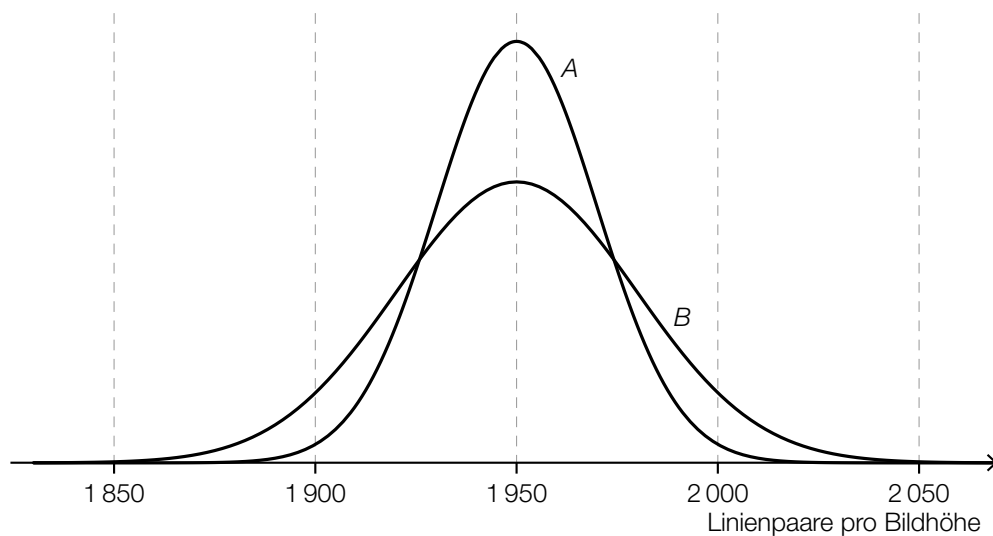
$$\frac{y}{\sin(110,8...^\circ)} = \frac{121}{\sin(45^\circ)} \Rightarrow y = 159,9...$$

Die Entfernung  $y$  beträgt rund 160 cm.

b1)  $A = \frac{a^2 \cdot \sin(\alpha)}{2}$

b2)  $\alpha = \frac{360^\circ}{2 \cdot n}$

c1)



c2)  $X$  ... Anzahl der Linienpaare pro Bildhöhe

$$P(X \geq 1900) = 0,977$$

Berechnung von  $\sigma_C$  mittels Technologieeinsatz:

$$\sigma_C = 25,0...$$

Die Standardabweichung beträgt bei Objektiven des Herstellers C rund 25 LP/BH.

## Lösungsschlüssel

- a) 1 × A1: für das richtige Erstellen der Formel zur Berechnung von  $x$  (KA)  
1 × A2: für den richtigen Ansatz zur Berechnung der Entfernung  $y$  (KA)  
1 × B: für die richtige Berechnung der Entfernung  $y$  (KB)
- b) 1 × A1: für das richtige Erstellen der Formel zur Berechnung des Flächeninhalts  $A$  (KA)  
1 × A2: für das richtige Erstellen der Formel zur Berechnung des Winkels  $\alpha$  (KA)
- c) 1 × A: für das richtige Skizzieren des Graphen der Dichtefunktion für Hersteller  $B$  (Maximumstelle ebenfalls bei 1 950 LP/BH, Glockenkurve niedriger und breiter als bei  $A$ ) (KA)  
1 × B: für die richtige Berechnung der Standardabweichung  $\sigma_c$  (KA)

## Aufgabe 7 (Teil B)

### Energieverbrauch

#### Möglicher Lösungsweg

a1) Nach etwa 1 330 Tagen wird der Energieverbrauch ständig über 9,1 GWh pro Tag liegen.  
Toleranzbereich: [1 300; 1 350]

a2)  $E'(t) = 0$  mit  $400 \leq t \leq 700$

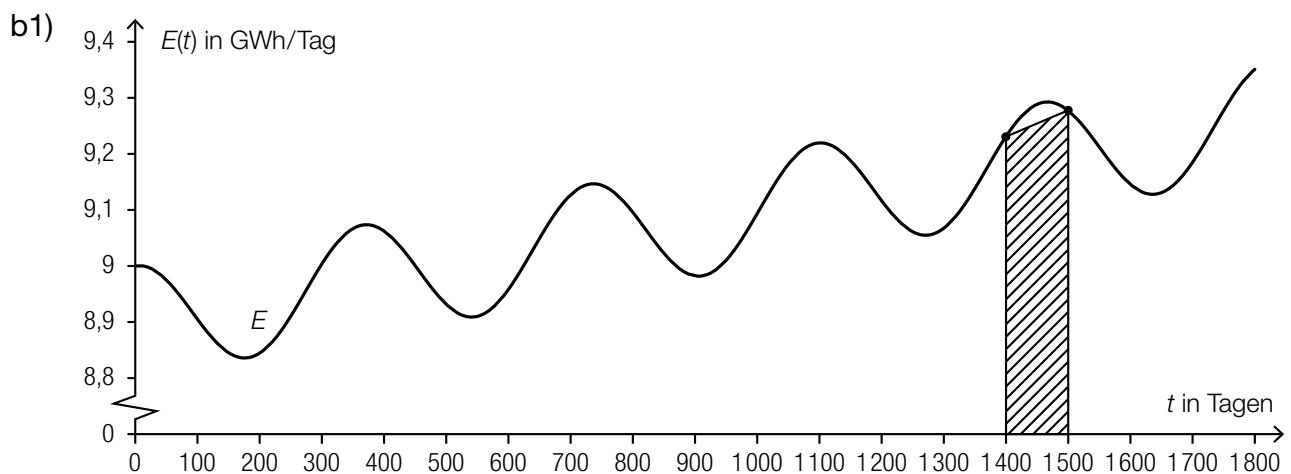
oder:

$$0,0002 + \frac{\pi}{1825} \cdot \cos\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot t}{365} + \frac{\pi}{2}\right) = 0 \text{ mit } 400 \leq t \leq 700$$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$t = 540,7 \dots$$

Dass es sich bei der berechneten Stelle um eine Minimumstelle handelt, ist aus der Grafik ersichtlich.



c1)  $f(t) = \cos\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot t}{365}\right)$

Auch  $\cos\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot t}{365} + 2 \cdot k \cdot \pi\right)$  mit einem beliebigen  $k \in \mathbb{Z}$  ist als richtig zu werten.

#### Lösungsschlüssel

- a) 1 × C: für das richtige Ablesen im Toleranzbereich [1 300; 1 350] (KA)  
1 × B: für die richtige Berechnung der Minimumstelle (Ein Nachweis, dass es sich bei der berechneten Stelle um eine Minimumstelle handelt, ist nicht erforderlich.) (KA)
- b) 1 × A: für das richtige Veranschaulichen der trapezförmigen Fläche (KA)
- c) 1 × A: für das richtige Anschreiben der Funktion  $f$  mithilfe der Winkelfunktion Cosinus (KA)

## Aufgabe 8 (Teil B)

### Gebäudetechnik

#### Möglicher Lösungsweg

a1)  $T(t) = a \cdot t^3 + b \cdot t^2 + c \cdot t + d$   
 $T''(t) = 6 \cdot a \cdot t + 2 \cdot b$

$$T(0) = -5$$

$$T(98) = 8$$

$$T(210) = 20$$

$$T''(98) = 0$$

oder:

$$a \cdot 0^3 + b \cdot 0^2 + c \cdot 0 + d = -5$$

$$a \cdot 98^3 + b \cdot 98^2 + c \cdot 98 + d = 8$$

$$a \cdot 210^3 + b \cdot 210^2 + c \cdot 210 + d = 20$$

$$6 \cdot a \cdot 98 + 2 \cdot b = 0$$

b1)  $55 = -10 \cdot \lg\left(f_F \cdot 10^{-\frac{43}{10}} + (1 - f_F) \cdot 10^{-\frac{65}{10}}\right)$

b2) Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$f_F = 0,0571...$$

$$\text{maximale Fensterfläche: } 0,0571... \cdot 50 = 2,857...$$

Die maximale Fensterfläche, die das geforderte minimale Gesamtschalldämmmaß erfüllt, beträgt rund 2,86 m<sup>2</sup>.

c1) Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$V(t) = C \cdot e^{-\frac{t}{3}} + 0,018$$

$t$  ... Zeit in min

$V(t)$  ... CO<sub>2</sub>-Volumen zur Zeit  $t$  in m<sup>3</sup>

oder:

allgemeine Lösung der zugehörigen homogenen Differenzialgleichung  $\frac{dV}{dt} + \frac{V}{3} = 0$ :

$$V_h(t) = C \cdot e^{-\frac{t}{3}}$$

Lösungsansatz zur Ermittlung der partikulären Lösung der inhomogenen Differenzialgleichung

$$\frac{dV}{dt} + \frac{V}{3} = 0,006:$$

$$V_p(t) = a$$

$$0 + \frac{a}{3} = 0,006 \Rightarrow a = 0,018$$

$$V(t) = V_h(t) + V_p(t) = C \cdot e^{-\frac{t}{3}} + 0,018$$

*Auch eine Berechnung der allgemeinen Lösung der Differenzialgleichung mit einem anderen Ansatz (z. B. mit der Methode Trennen der Variablen) ist als richtig zu werten.*

c2)  $V(0) = 0,002 \cdot 45 = 0,09$

$$0,09 = C \cdot e^{-\frac{0}{3}} + 0,018 \Rightarrow C = 0,072$$

$$\frac{1}{2} \cdot V(0) = 0,045 = 0,072 \cdot e^{-\frac{t}{3}} + 0,018$$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$t = 2,94 \dots$$

Nach etwa 2,9 min ist der ursprüngliche CO<sub>2</sub>-Gehalt halbiert.

## Lösungsschlüssel

- a) 1 × A1: für das richtige Erstellen der Gleichungen mithilfe der gegebenen Temperaturen (KA)  
1 × A2: für das richtige Erstellen der Gleichung mithilfe der 2. Ableitung (KA)
- b) 1 × A: für das richtige Erstellen der Gleichung zur Berechnung des relativen Flächenanteils  $f_F$  (KB)  
1 × B: für die richtige Berechnung der maximalen Fensterfläche in m<sup>2</sup> (KB)
- c) 1 × B1: für die richtige Berechnung der allgemeinen Lösung der Differenzialgleichung (KA)  
1 × B2: für das richtige Ermitteln derjenigen Zeit, nach der der ursprüngliche CO<sub>2</sub>-Gehalt halbiert ist (KB)



## Aufgabe 9 (Teil B)

### Motorbootrennen

#### Möglicher Lösungsweg

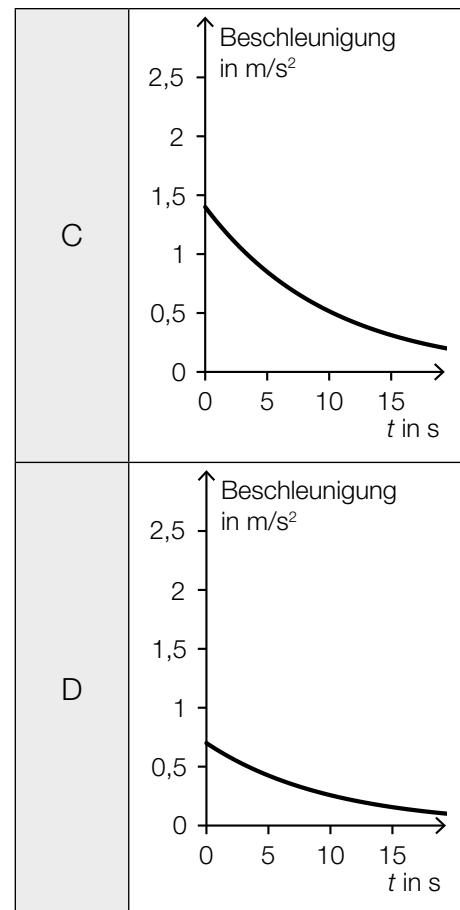
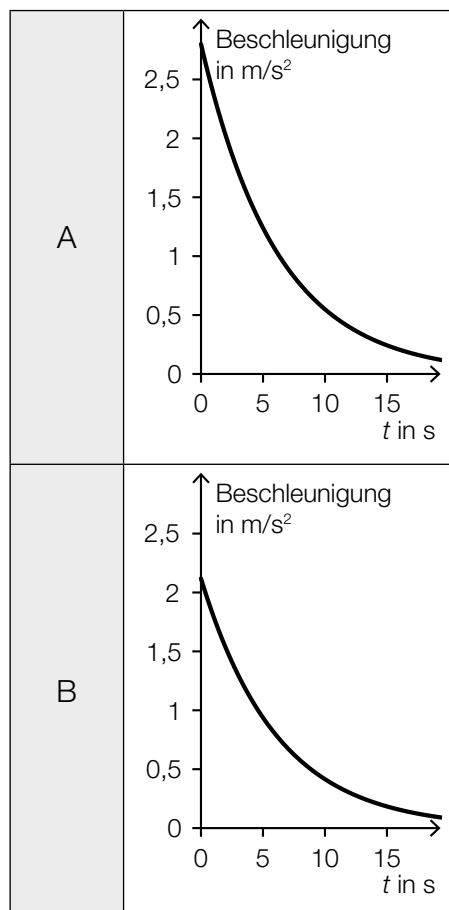
a1)  $v_B'(t) = 1,4 \cdot e^{-0,1 \cdot t} = 1,4 \cdot 0,9048...^t$

Pro Sekunde nimmt die Beschleunigung in Bezug auf den jeweils vorigen Wert um rund 9,5 % ab.

b1) Die Steigung der Tangente  $h_A$  gibt die Beschleunigung des Motorboots A zum Zeitpunkt  $t = 0$  an.

b2)

$\frac{dv_A}{dt}$	B
$\frac{dv_B}{dt}$	C



$$\text{c1)} \quad \frac{1}{30} \cdot \int_0^{30} v_B(t) dt = 9,56\dots$$

Die mittlere Geschwindigkeit während der ersten 30 Sekunden beträgt rund 9,6 m/s.

$$\text{c2)} \quad s = \int_0^n v_B(t) dt$$

$$\text{c3)} \quad 700 = \int_0^n v_B(t) dt$$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$n = 59,9\dots$$

Das Motorboot  $B$  überholt das Motorboot  $A$  nach rund 60 Sekunden.

$$\text{c4)} \quad v_{B_{\text{neu}}}(t) = 14 \cdot (1 - e^{-0,1 \cdot (t-5)})$$

oder:

$$v_{B_{\text{neu}}}(t) = v_B(t - 5)$$

### Lösungsschlüssel

- a) 1 × B: für das richtige Ermitteln des Prozentsatzes (KB)
- b) 1 × C1: für die richtige Interpretation der Steigung der Tangente  $h_A$  im gegebenen Sachzusammenhang (KA)
  - 1 × C2: für die richtige Zuordnung (KA)
- c) 1 × B1: für die richtige Berechnung der mittleren Geschwindigkeit (KB)
  - 1 × A1: für das richtige Erstellen der Formel zur Berechnung des zurückgelegten Weges (KA)
  - 1 × B2: für die richtige Berechnung des Zeitpunkts des Überholens (KB)
  - 1 × A2: für das richtige Erstellen der Gleichung der Funktion  $v_{B_{\text{neu}}}$  (KA)