Standardisierte kompetenzorientierte
schriftliche Reife- und Diplomprüfung

BHS

12. Jänner 2021

Angewandte Mathematik

Korrekturheft

HLFS, HUM

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Beurteilung der Klausurarbeit

Gemäß § 38 Abs. 3 SchUG (BGBl. Nr. 472/1986 i. d. g. F.) sind die Leistungen der Prüfungskandidatin / des Prüfungskandidaten nach Maßgabe vorliegender Korrektur- und Beurteilungsanleitung aufgrund von begründeten Anträgen der Prüferin / des Prüfers von der jeweiligen Prüfungskommission zu beurteilen.

Für die Beurteilung ist ein auf einem Punktesystem basierender Beurteilungsschlüssel vorgegeben, der auf den Kriterien des § 18 Abs. 2 bis 4 und 6 SchUG und der Leistungsbeurteilungsverordnung (BGBl. Nr. 371/1974 i. d. g. F.) beruht und die Beurteilungsstufen (Noten) entsprechend abbildet.

Beurteilungsschlüssel:

Note	Punkte
Genügend	23–30 Punkte
Befriedigend	31–37 Punkte
Gut	38–43 Punkte
Sehr gut	44–48 Punkte

Die Arbeit wird mit „Nicht genügend“ beurteilt, wenn insgesamt weniger als 23 Punkte erreicht wurden.

Den Prüferinnen und Prüfern steht während der Korrekturfrist ein Helpdesk des BMBWF beratend zur Verfügung. Die Erreichbarkeit des Helpdesks wird für jeden Prüfungstermin auf ***https://ablauf.srdp.at*** gesondert bekanntgegeben.

Handreichung zur Korrektur

1. In der Lösungserwartung ist ein möglicher Lösungsweg angegeben. Andere richtige Lösungswege sind als gleichwertig anzusehen. Im Zweifelsfall kann die Auskunft des Helpdesks in Anspruch genommen werden.

2. Der Lösungsschlüssel ist **verbindlich** unter Beachtung folgender Vorgangsweisen anzuwenden:

   a. Punkte sind zu vergeben, wenn die abgefragte Handlungskompetenz in der Bearbeitung erfüllt ist.

   b. Berechnungen ohne nachvollziehbaren Rechenansatz bzw. ohne nachvollziehbare Dokumentation des Technologieeinsatzes (verwendete Ausgangsparameter und die verwendete Technologiefunktion müssen angegeben sein) sind mit null Punkten zu bewerten.

   c. Werden zu einer Teilaufgabe mehrere Lösungen von der Kandidatin / vom Kandidaten angeboten und nicht alle diese Lösungen sind korrekt, so ist diese Teilaufgabe mit null Punkten zu bewerten, sofern die richtige Lösung nicht klar als solche hervorgehoben ist.

   d. Bei abhängiger Punktevergabe gilt das Prinzip des Folgefehlers. Wird von der Kandidatin / vom Kandidaten beispielsweise zu einem Kontext ein falsches Modell aufgestellt, mit diesem Modell aber eine richtige Berechnung durchgeführt, so ist der Berechnungspunkt zu vergeben, wenn das falsch aufgestellte Modell die Berechnung nicht vereinfacht.

   e. Werden von der Kandidatin / vom Kandidaten kombinierte Handlungsanweisungen in einem Lösungsschritt erbracht, so sind alle Punkte zu vergeben, auch wenn der Lösungsschlüssel Einzelschritte vorgibt.

   f. Abschreibfehler, die aufgrund der Dokumentation der Kandidatin / des Kandidaten als solche identifizierbar sind, sind ohne Punkteabzug zu bewerten, wenn sie zu keiner Vereinfachung der Aufgabenstellung führen.

   g. Rundungsfehler sind zu vernachlässigen, wenn die Rundung nicht explizit eingefordert ist.

   h. Jedes Diagramm bzw. jede Skizze, die Lösung einer Handlungsanweisung ist, muss eine qualitative Achsenbeschriftung enthalten, andernfalls ist dies mit null Punkten zu bewerten.

   i. Die Angabe von Einheiten ist bei der Punktevergabe zu vernachlässigen, sofern sie nicht explizit eingefordert ist.

Aufgabe 1

Sicherheit auf dem Schulweg

Möglicher Lösungsweg

a1) Binomialverteilung mit $n = 20$, $p = 0{,}26$
X ... Anzahl der Kfz-Lenker/innen, die sich an das geltende Tempolimit halten

Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$P(X > 10) = 0{,}0054...$

Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 0,5 %.

b1) $2\,958 : 0{,}85 = 3\,480$
In dieser Woche wurden insgesamt 3 480 Fahrzeuge kontrolliert.

b2) Diese Aussage kann nicht richtig sein, da bekannt ist, dass 85 % der Fahrzeuge langsamer als 33 km/h fuhren. Daher kann das Quartil q_3 (also diejenige Geschwindigkeit, die von mindestens 25 % der Fahrzeuge erreicht oder überschritten wurde) nicht größer als 33 km/h sein.

c1) Beschreibung des Einflusses des Parameters b auf das Monotonieverhalten:
$b < 1$ ... f ist streng monoton fallend
$b > 1$ ... f ist streng monoton steigend

c2) Es wurde fälschlich $b^0 = 0$ angenommen.

Lösungsschlüssel

a1) 1 × B: für das richtige Berechnen der Wahrscheinlichkeit
b1) 1 × B: für das richtige Berechnen der Anzahl der Fahrzeuge
b2) 1 × D: für das richtige Erklären
c1) 1 × C1: für das richtige Beschreiben des Einflusses des Parameters b
c2) 1 × C2: für das richtige Beschreiben des Fehlers

Aufgabe 2

New Horizons

Möglicher Lösungsweg

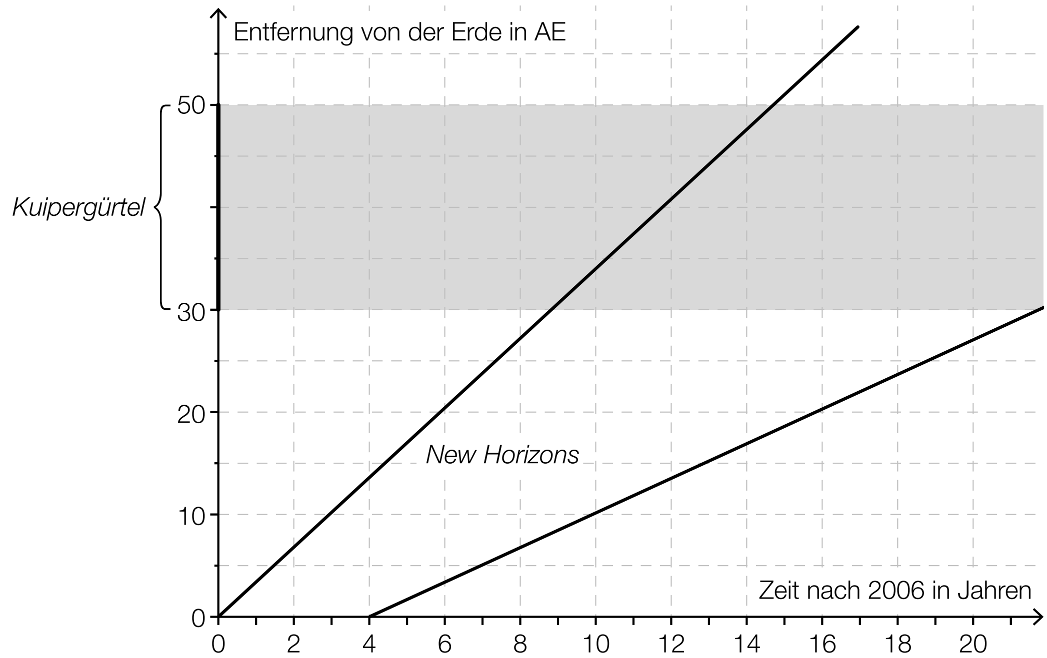
a1) $16{,}2 \cdot 60 \cdot 60 \cdot 24 \cdot 365 \cdot 9 = 4\,597\,948\,800 \approx 4{,}6 \cdot 10^9$

Der zurückgelegte Weg hat eine Länge von rund $4{,}6 \cdot 10^9$ km.

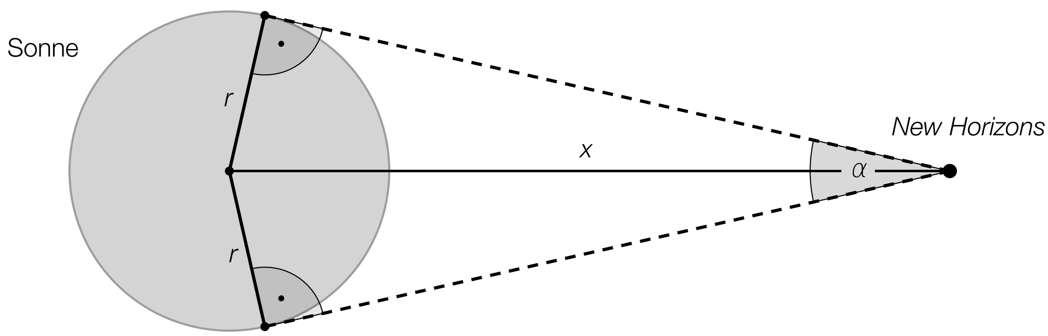
Das Ergebnis muss nicht in Gleitkommadarstellung angegeben werden.

b1) *New Horizons* benötigt etwa 6 Jahre, um den gesamten Kuipergürtel zu durchfliegen.
Toleranzbereich: [5,5 Jahre; 6,5 Jahre]

b2)



c1)



c2) $\alpha = 2 \cdot \arcsin\left(\frac{r}{x}\right)$

Lösungsschlüssel

a1) 1 × B: für das richtige Berechnen der Länge des zurückgelegten Weges
b1) 1 × C: für das richtige Ablesen der Zeit (Toleranzbereich: [5,5 Jahre; 6,5 Jahre])
b2) 1 × A: für das richtige Einzeichnen
c1) 1 × A1: für das richtige Einzeichnen des Sehwinkels α
c2) 1 × A2: für das richtige Erstellen der Formel zur Berechnung des Sehwinkels α

Aufgabe 3

Niederschlagsmessung

Möglicher Lösungsweg

a1)

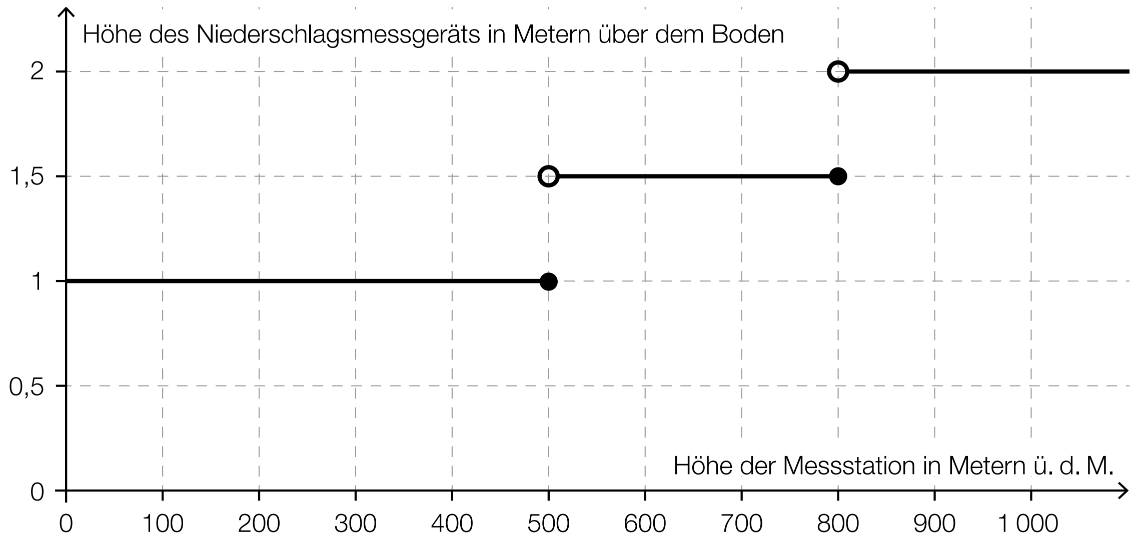
An mindestens 25 % aller Tage dieses Monats hat es keinen Niederschlag gegeben.	☒

b1) $1\ \frac{\text{L}}{\text{m}^2} = \frac{1\ \text{dm}^3}{1\ \text{m}^2} = \frac{10^6\ \text{mm}^3}{10^6\ \text{mm}^2} = 1\ \text{mm}$

b2) $\frac{79 - 70}{70} = 0{,}128...$

Die Niederschlagshöhe im Juni 2016 lag um rund 13 % über dem Normalwert.

c1)



Für die Punktevergabe ist entscheidend, dass die horizontalen Abschnitte jeweils in der richtigen Höhe dargestellt sind. Das Verhalten an den Sprungstellen ist für die Punktevergabe nicht relevant.

Lösungsschlüssel

a1) 1 × C: für das richtige Ankreuzen
b1) 1 × D: für das richtige Zeigen
b2) 1 × B: für das richtige Berechnen des Prozentsatzes
c1) 1 × A: für das richtige Veranschaulichen

Aufgabe 4

Torre de Collserola

Möglicher Lösungsweg

a1) maximale Geschwindigkeit: 1,2 m/s
$1{,}2 \cdot 3{,}6 = 4{,}32$

Die maximale Geschwindigkeit beträgt 4,32 km/h.

b1) $k = -\frac{1{,}2}{45} = -0{,}0266...$

b2) k ist die Beschleunigung des Aufzugs in m/s². Das Vorzeichen gibt an, dass die Geschwindigkeit abnimmt.

oder:

Pro Sekunde nimmt die Geschwindigkeit des Aufzugs um rund 0,027 m/s ab.

c1) $\int_0^{30}\left(-\frac{1}{11\,250} \cdot t^3 + \frac{1}{250} \cdot t^2\right)\mathrm{d}t + 1{,}2 \cdot 75 + \frac{1{,}2 \cdot 45}{2} = 135$

oder:

$\frac{1{,}2 \cdot 30}{2} + 1{,}2 \cdot 75 + \frac{1{,}2 \cdot 45}{2} = 135$

Der zurückgelegte Weg hat eine Länge von insgesamt 135 m.

Lösungsschlüssel

a1) 1 × B: für das richtige Ermitteln der maximalen Geschwindigkeit in km/h
b1) 1 × B: für das richtige Ermitteln der Steigung k
b2) 1 × C: für das richtige Interpretieren der Steigung k und ihres Vorzeichens unter Verwendung der entsprechenden Einheit(en) im gegebenen Sachzusammenhang
c1) 1 × A: für den richtigen Ansatz (Länge des zurückgelegten Weges entspricht dem Inhalt derjenigen Fläche, die der Graph mit der horizontalen Achse im Intervall [0; 150] einschließt)
1 × B: für das richtige Berechnen der Länge des zurückgelegten Weges

Aufgabe 5

Sauna

Möglicher Lösungsweg

a1)

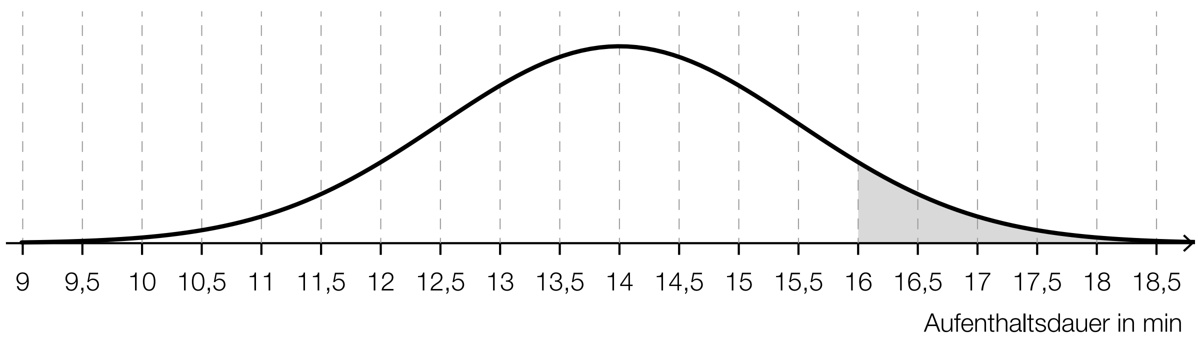
Graph 4	☒

b1) $A = \int_0^{15} s(t)\,\mathrm{d}t$

b2) A ist die Schweißmenge in Gramm, die der Saunagast während des Saunagangs abgesondert hat.

c1) $\sigma = 1{,}5$ min
Toleranzbereich: [1; 2]

c2)



d1) In diesen n Wochen besucht sie (mittwochs) mindestens 1-mal die Sauna.

Lösungsschlüssel

a1) 1 × A: für das richtige Ankreuzen
b1) 1 × A: für das richtige Erstellen der Formel
b2) 1 × C: für das richtige Beschreiben im gegebenen Sachzusammenhang unter Angabe der entsprechenden Einheit
c1) 1 × C: für das richtige Ablesen von σ (Toleranzbereich: [1; 2])
c2) 1 × A: für das richtige Veranschaulichen der Wahrscheinlichkeit
d1) 1 × C: für das richtige Beschreiben des Ereignisses im gegebenen Sachzusammenhang

Aufgabe 6 (Teil B)

Streaming

Möglicher Lösungsweg

a1) $N(t) = 1\,000 \cdot 1{,}2^t$

a2) $N(7) = 3\,583{,}1...$

Zur Zeit $t = 7$ nutzen rund 3 583 Kunden das Angebot.

a3) $N(t) = 8\,000$ *oder* $1\,000 \cdot 1{,}2^t = 8\,000$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$t = 11{,}40...$

b1) Ermittlung mittels Technologieeinsatz:
$A(t) = 5\,820 \cdot t - 82\,919$ *(Koeffizienten gerundet)*

c1) 27 Monate nach der Markteinführung wächst die Anzahl der Kunden am stärksten.
Toleranzbereich: [25; 29]

c2) $f(0) = 1\,000$ *oder* $\frac{150\,000}{1 + c} = 1\,000 \quad \Rightarrow \quad c = 149$

$f(27) = 75\,000$ *oder* $\frac{150\,000}{1 + 149 \cdot e^{-\lambda \cdot 27}} = 75\,000$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$\lambda = 0{,}185...$

Die Verwendung anderer Punkte auf dem Graphen von f *für das Ermitteln des Parameters* λ *ist ebenfalls als richtig zu werten.*

Lösungsschlüssel

a1) 1 × A: für das richtige Erstellen der Funktionsgleichung
a2) 1 × B1: für das richtige Berechnen der Anzahl der Kunden
a3) 1 × B2: für das richtige Berechnen der Zeitdauer
b1) 1 × B: für das richtige Ermitteln der Gleichung der Regressionsfunktion
c1) 1 × C1: für das richtige Ablesen des Zeitpunkts des stärksten Wachstums (Toleranzbereich: [25; 29])
c2) 1 × B1: für das richtige Ermitteln des Parameters c
1 × B2: für das richtige Ermitteln des Parameters λ

Aufgabe 7 (Teil B)

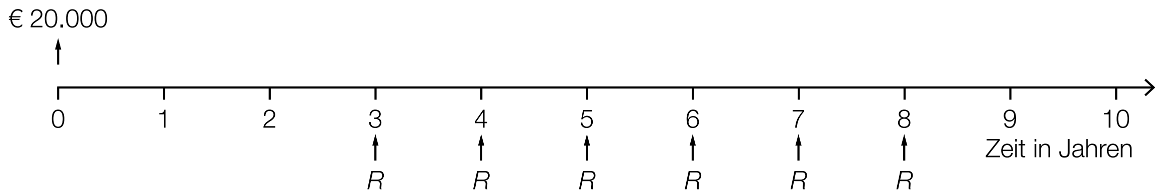
Wohnanlage

Möglicher Lösungsweg

a1) $52\,647{,}60 \cdot \frac{102}{52 + 60 + 78 + 102} = 18\,390{,}60$

Der Kostenanteil für die Sanierung der größten Wohnung beträgt € 18.390,60.

b1)



b2) $20\,000 \cdot (1 + i)^3 = R \cdot \frac{(1 + i)^6 - 1}{i} \cdot \frac{1}{(1 + i)^5}$

Auch eine Verwendung des Aufzinsungsfaktors q = *1* + i *ist als richtig zu werten.*

b3) Da das Geld früher zurückgezahlt wird, fallen weniger Zinsen an, und damit sind die Raten weniger als doppelt so hoch.

c1) $i = \frac{600}{20\,000} = 0{,}03 = 3\ \%$

c2)

Jahr	Zinsanteil	Tilgungsanteil	Annuität	Restschuld
0	– – –	– – –	– – –	€ 20.000,00
1	€ 600,00	**€ 0,00**	€ 600,00	
2	€ 600,00		€ 5.500,00	€ 15.100,00
3			€ 5.500,00	€ 10.053,00
4			€ 5.500,00	€ 4.854,59
5	**€ 145,64**	**€ 4.854,59**	**€ 5.000,23**	€ 0,00

Lösungsschlüssel

a1) 1 × B: für das richtige Berechnen des Kostenanteils
b1) 1 × A1: für das richtige Veranschaulichen des Zahlungsstroms auf der Zeitachse
b2) 1 × A2: für das richtige Erstellen der Gleichung
b3) 1 × D: für das richtige Argumentieren
c1) 1 × B1: für das richtige Berechnen des Jahreszinssatzes
c2) 1 × A: für das richtige Eintragen des Tilgungsanteils im Jahr 1
1 × B2: für das richtige Eintragen der 3 Beträge in die letzte Zeile des Tilgungsplans

Aufgabe 8 (Teil B)

Scharniere

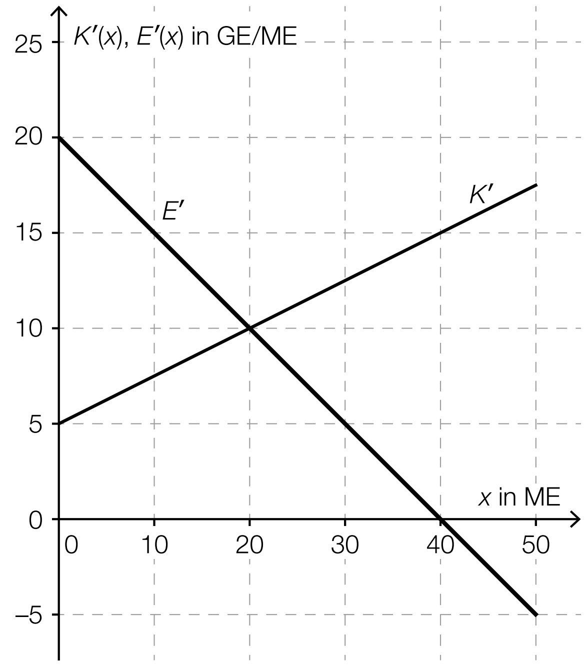
Möglicher Lösungsweg

a1) $K'(x) = 0{,}25 \cdot x + 5$
x ... Produktionsmenge in ME
$K'(x)$ ... Grenzkosten bei der Produktionsmenge x in GE

a2) $K(x) = \int (0{,}25 \cdot x + 5)\,\mathrm{d}x = 0{,}125 \cdot x^2 + 5 \cdot x + C$

$K(0) = 50 \quad \Rightarrow \quad C = 50$
$K(x) = 0{,}125 \cdot x^2 + 5 \cdot x + 50$

a3)



a4) Die Nullstelle der Grenzerlösfunktion ist diejenige Absatzmenge, bei der der Erlös maximal ist.

b1) Bei dieser Produktionsmenge handelt es sich um das Betriebsoptimum.

oder:

Bei dieser Produktionsmenge sind die Durchschnittskosten minimal.

b2) $\left(\frac{1}{x}\right)' = (x^{-1})' = (-1) \cdot x^{-2} = -\frac{1}{x^2}$

c1)

$G(x) > 0$ und $G'(x) > 0$	B
$G(x) < 0$ und $G'(x) < 0$	D

A	Punkt A
B	Punkt B
C	Punkt C
D	Punkt D

d1) $G(x) = 0$ *oder* $-0{,}01 \cdot x^3 + 0{,}28 \cdot x^2 + 1{,}75 \cdot x - 50 = 0$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$x_1 = 13{,}48...$ $(x_2 = 27{,}83...;\ x_3 = -13{,}31...)$
Die untere Gewinngrenze liegt bei rund 13,5 ME.

d2) $G'(x) = 0$ *oder* $-0{,}03 \cdot x^2 + 0{,}56 \cdot x + 1{,}75 = 0$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$x_1 = 21{,}39...$ $(x_2 = -2{,}72...)$
$G(21{,}39...) = 17{,}67...$
Der maximale Gewinn beträgt rund 17,7 GE.

Lösungsschlüssel

a1) 1 × A1: für das richtige Erstellen der Gleichung der Grenzkostenfunktion
a2) 1 × A2: für das richtige Erstellen der Gleichung der Kostenfunktion
a3) 1 × A3: für das richtige Einzeichnen des Graphen der Grenzerlösfunktion
a4) 1 × C: für das richtige Interpretieren der Nullstelle der Grenzerlösfunktion in Bezug auf den Erlös
b1) 1 × C: für das richtige Interpretieren im gegebenen Sachzusammenhang
b2) 1 × D: für das richtige Zeigen
c1) 1 × C: für das richtige Zuordnen
d1) 1 × B1: für das richtige Ermitteln der unteren Gewinngrenze
d2) 1 × B2: für das richtige Ermitteln des maximalen Gewinns