

Standardisierte kompetenzorientierte  
schriftliche Reifeprüfung

AHS

17. September 2021

# Mathematik

## Korrekturheft

# Beurteilung der Klausurarbeit

## Beurteilungsschlüssel

erreichte Punkte	Note
32–36 Punkte	Sehr gut
27–31,5 Punkte	Gut
22–26,5 Punkte	Befriedigend
17–21,5 Punkte	Genügend
0–16,5 Punkte	Nicht genügend

**Best-of-Wertung:** Für die Aufgaben 26, 27 und 28 gilt eine Best-of-Wertung. Von diesen drei Teil-2-Aufgaben wird diejenige Aufgabe, bei der die niedrigste Punkteanzahl erreicht worden ist, nicht gewertet.

**Jahresnoteneinrechnung:** Damit die Leistungen der letzten Schulstufe in die Beurteilung des Prüfungsgebiets einbezogen werden können, muss die Kandidatin/der Kandidat mindestens 11 Punkte erreichen.

Den Prüferinnen und Prüfern steht während der Korrekturfrist ein Helpdesk des BMBWF beratend zur Verfügung. Die Erreichbarkeit des Helpdesks wird für jeden Prüfungstermin auf <https://ablauf.srdp.at> gesondert bekanntgegeben.

# Handreichung zur Korrektur

Für die Korrektur und die Bewertung sind die am Prüfungstag auf <https://korrektur.srdp.at> veröffentlichten Unterlagen zu verwenden.

1. In der Lösungserwartung ist ein möglicher Lösungsweg angegeben. Andere richtige Lösungswege sind als gleichwertig anzusehen. Im Zweifelsfall kann die Auskunft des Helpdesks in Anspruch genommen werden. Ausschließlich bei ausgewiesenen Aufgaben (Kennzeichnung durch: *[0/1/2/1 Punkt]*) können für Teilleistungen halbe Punkte vergeben werden.
2. Der Lösungsschlüssel ist **verbindlich** unter Beachtung folgender Vorgangsweisen anzuwenden:
  - a. Bei offenen Aufgabenformaten steht für die Punktevergabe der Nachweis der jeweiligen Grundkompetenz im Vordergrund. Die dabei fokussierte Grundkompetenz wird im Korrekturheft ausgewiesen. Punkte sind zu vergeben, wenn die Bearbeitung zeigt, dass die fokussierte Grundkompetenz in der Bearbeitung erfüllt ist.
  - b. Werden zu einer Teilaufgabe mehrere Lösungen von der Kandidatin/vom Kandidaten angeboten und nicht alle diese Lösungen sind richtig, so ist diese Teilaufgabe mit null Punkten zu bewerten, sofern die richtige Lösung nicht klar als solche hervorgehoben ist.
  - c. Bei abhängiger Punktevergabe gilt das Prinzip des Folgefehlers. Wird von der Kandidatin/vom Kandidaten beispielsweise zu einem Kontext ein falsches Modell aufgestellt, mit diesem Modell aber eine richtige Berechnung durchgeführt, so ist der Berechnungspunkt zu vergeben, wenn das falsch aufgestellte Modell die Berechnung nicht vereinfacht.
  - d. Wird von der Kandidatin/vom Kandidaten die richtige Lösung ohne Angabe von Zwischenschritten angeführt, so sind alle Punkte zu vergeben, auch wenn der Lösungsschlüssel Einzelschritte vorgibt.
  - e. Abschreibfehler, die aufgrund der Dokumentation der Kandidatin/des Kandidaten als solche identifizierbar sind, sind ohne Punkteabzug zu bewerten, wenn sie zu keiner Vereinfachung der Aufgabenstellung führen.
  - f. Rundungsfehler sind zu vernachlässigen, wenn die Rundung nicht explizit eingefordert ist.
  - g. Die Angabe von Einheiten ist bei der Punktevergabe zu vernachlässigen, sofern sie nicht explizit eingefordert ist.

# Aufgabe 1

## Differenz zwischen zwei natürlichen Zahlen

$$n > m$$

Ein Punkt für das Angeben der richtigen mathematischen Beziehung, wobei auch  $n \geq m$  als richtig zu werten ist.

Grundkompetenz: AG 1.2

## Aufgabe 2

### Quadratische Gleichung

$$c \in (9; \infty)$$

Ein Punkt für das richtige Ermitteln aller Werte von  $c$ .

Grundkompetenz: AG 2.3

## Aufgabe 3

### Körpergröße

Der Vektor  $\frac{1}{n} \cdot (K_2 - K_1)$  gibt (komponentenweise) für jedes Kind in der Schulklasse die mittlere Zunahme der Körpergröße in cm pro Monat an.

Ein Punkt für das richtige Interpretieren im gegebenen Sachzusammenhang.

Grundkompetenz: AG 3.1

## Aufgabe 4

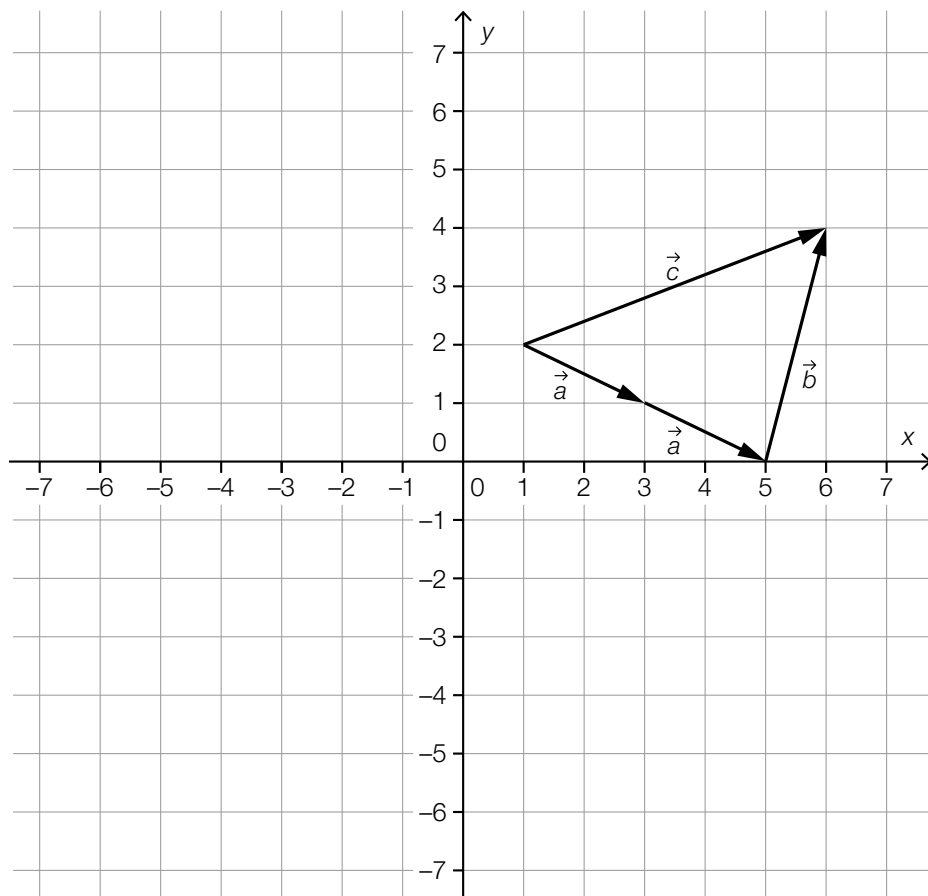
### Würfel und Vektor

$\overrightarrow{GA}$	<input checked="" type="checkbox"/>

Ein Punkt für das richtige Ankreuzen.

## Aufgabe 5

### Vektoren



Ein Punkt für das richtige Einzeichnen des Vektors  $\vec{b}$ , wobei die Pfeilspitze eingezeichnet sein muss, die Lage des Pfeiles (mit den richtigen Komponenten) jedoch beliebig ist.

Grundkompetenz: AG 3.3



## Aufgabe 6

### Winkel und Seiten von rechtwinkligen Dreiecken

$\beta < 90^\circ$	<input checked="" type="checkbox"/>
$\sin(\beta) = \frac{3}{5}$	<input checked="" type="checkbox"/>

Ein Punkt für das richtige Ankreuzen.

## Aufgabe 7

### Trikots

Der Verkaufspreis eines Trikots beträgt € 60.	<input checked="" type="checkbox"/>
Wenn das Unternehmen 400 Trikots produziert und verkauft, wird ein Gewinn von € 6.000 erzielt.	<input checked="" type="checkbox"/>

Ein Punkt für das richtige Ankreuzen.

## Aufgabe 8

### Erlösfunktion

$$E(x) = (3\,000 - 250 \cdot x) \cdot x = 3\,000 \cdot x - 250 \cdot x^2$$

Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Funktionsgleichung von  $E$ .

## Aufgabe 9

### Längenausdehnung einer Brücke

$$l(T) = k \cdot T + d$$

$$l(-14) = 300, \quad l(11) = 300,1$$

$$l(T) = 0,004 \cdot T + 300,056$$

Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Funktionsgleichung von  $l$ .

## Aufgabe 10

### Zwei quadratische Funktionen

(1)  $a < c$

(2)  $b > d$

Ein Punkt für das Einsetzen der beiden richtigen Ungleichheitszeichen, ein halber Punkt für nur ein richtiges Ungleichheitszeichen.

## Aufgabe 11

### Medikament

$$100 = 700 \cdot 0,92^t$$

$$t = 23,3... \text{ h}$$

Ein Punkt für das richtige Ermitteln der Anzahl an Stunden.

Grundkompetenz: FA 5.2

## Aufgabe 12

### Halbwertszeit

$$T = 30 \text{ Jahre}$$

Ein Punkt für das Angeben des richtigen Wertes von  $T$ .  
Toleranzintervall: [29 Jahre; 31 Jahre]

## Aufgabe 13

### Abkühlung

Zum Zeitpunkt $t = 1$ beträgt die momentane Änderungsrate der Temperatur des Körpers $-15$ °C/h.	<input checked="" type="checkbox"/>
Es gilt: $\frac{T(3) - T(1)}{2} > -15$ .	<input checked="" type="checkbox"/>

Ein Punkt für das richtige Ankreuzen.



## Aufgabe 14

### Differenzengleichung

$$x_1 = 1,2 \cdot x_0 - 2$$

$$x_2 = 1,2 \cdot (1,2 \cdot x_0 - 2) - 2$$

$$x_2 = 1,44 \cdot x_0 - 4,4$$

Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Formel.

Grundkompetenz: AN 1.4

## Aufgabe 15

### Ableitungsfunktion und Stammfunktion

Die Ableitungsfunktion $f'$ ist eindeutig bestimmt. Es gibt somit keine weitere Ableitungsfunktion von $f$ .	<input checked="" type="checkbox"/>
Es gilt: $F'(a) = f(a)$ für alle $a \in \mathbb{R}$ .	<input checked="" type="checkbox"/>

Ein Punkt für das richtige Ankreuzen.

## Aufgabe 16

### Ableitungen

$f''(0) > 0$	<input checked="" type="checkbox"/>
$f'(1) > 0$	<input checked="" type="checkbox"/>

Ein Punkt für das richtige Ankreuzen.

## Aufgabe 17

### Benzinverbrauch bei der Fahrt auf einer Landstraße

Der Ausdruck  $V$  gibt den durchschnittlichen Benzinverbrauch (in L/km) während der (10 km langen) Fahrt auf dieser Landstraße an.

Ein Punkt für das richtige Interpretieren im gegebenen Sachzusammenhang.

Grundkompetenz: AN 4.1

## Aufgabe 18

### Aussagen über bestimmte Integrale

$\int_0^4 f(x) \, dx > \int_0^5 f(x) \, dx$	<input checked="" type="checkbox"/>
$\int_3^4 f(x) \, dx > \int_4^5 f(x) \, dx$	<input checked="" type="checkbox"/>

Ein Punkt für das richtige Ankreuzen.

## Aufgabe 19

### Ergebnisse einer Mathematikschularbeit

$$a = 5$$

$$b = 2$$

Ein Punkt für das Angeben der beiden richtigen Werte, ein halber Punkt für nur einen richtigen Wert.

## Aufgabe 20

### Veränderung von Zahlen

arithmetisches Mittel: 66

Spannweite: 74

Ein Punkt für das Angeben der beiden richtigen Werte, ein halber Punkt für nur einen richtigen Wert.

## Aufgabe 21

### Zweistufiges Zufallsexperiment

$$P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - (1 - p)^2$$

$$1 - (1 - p)^2 = 0,36$$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$p = 0,2$$

Ein Punkt für das richtige Berechnen von  $p$ .

Grundkompetenz: WS 2.3



## Aufgabe 22

### Auswahlmöglichkeiten

Die Anzahl der Auswahlmöglichkeiten beträgt:  $\binom{1\,000}{2} = 499\,500$

Ein Punkt für das Angeben der richtigen Anzahl, wobei auch die Angabe des Binomialkoeffizienten als richtig zu werten ist.

## Aufgabe 23

### Kurzsichtigkeit

$P(\text{„mindestens 2060 kurzsichtige Personen“}) = 0,04$

Ein Punkt für das Angeben der richtigen Wahrscheinlichkeit.

## Aufgabe 24

### Binomialverteilte Zufallsvariable

$$p = \frac{80}{400} = 0,2$$

$$\sigma = \sqrt{80 \cdot 0,8} = 8$$

Ein Punkt für das richtige Berechnen der beiden Werte, ein halber Punkt für nur einen richtigen Wert.

## Aufgabe 25 (Teil 2)

### Maturaball

a1) I:  $20 \cdot x + 22 \cdot y = 13240$

II:  $x + y = 640$

a1) Ein Punkt für das richtige Erstellen des Gleichungssystems mit zwei Gleichungen, ein halber Punkt für nur eine richtige Gleichung.

b1)  $X$  ... Anzahl der Gewinne

$X$  ist binomialverteilt mit  $n = 3$ ,  $p = 0,25$ .

$$P(X = 2) = 3 \cdot 0,25^2 \cdot 0,75 = 0,140625$$

b1) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Wahrscheinlichkeit.

c1)  $P(X = \boxed{1}) = \frac{5}{50} \cdot \frac{45}{49} + \frac{45}{50} \cdot \frac{5}{49}$

c2) Martins Behauptung ist falsch, weil die Wahrscheinlichkeit, dass eine markierte Badeente ausgewählt wird, nicht konstant bleibt.

oder:

Martins Behauptung ist falsch, weil es sich beim gegebenen Sachzusammenhang um ein Ziehen ohne Zurücklegen handelt.

c1) Ein Punkt für das Eintragen der richtigen Zahl.

c2) Ein Punkt für das richtige Begründen.

## Aufgabe 26 (Teil 2, Best-of-Wertung)

### Temperaturveränderungen

a1)  $37 = 70 \cdot e^{-0,045 \cdot t^*} + 18$   
 $t^* = 28,9... \text{ min}$

a2)  $\frac{g(12) - g(10)}{12 - 10} = -1,92...$

Die Temperatur des Tees sinkt im Intervall [10 min; 12 min] durchschnittlich um rund 1,9 °C/min.

a1) Ein Punkt für das richtige Berechnen von  $t^*$ .

a2) Ein halber Punkt für das richtige Berechnen der mittleren Änderungsrate, ein halber Punkt für das richtige Interpretieren im gegebenen Sachzusammenhang unter Angabe der zugehörigen Einheit.

b1)  $T_{t+1} = T_t + 0,08 \cdot (25 - T_t)$

b2)  $T_1 = 5 + 0,08 \cdot (25 - 5) = 6,6$   
 $T_2 = 6,6 + 0,08 \cdot (25 - 6,6) = 8,072$   
 $T_3 = 8,072 + 0,08 \cdot (25 - 8,072) = 9,42624$   
 $T_3 = 9,4... \text{ °C}$

b1) Ein Punkt für das richtige Ergänzen der Differenzengleichung.

b2) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Temperatur zum Zeitpunkt  $t = 3 \text{ min}$ .

## Aufgabe 27 (Teil 2, Best-of-Wertung)

### Satelliten und ihre Umlaufbahnen

$$\text{a1) } 7500 = \sqrt{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,97 \cdot 10^{24}}{r}}$$

$$r = 7\,079\,093,3... \text{ m}$$

$$\text{a2) } 2 \cdot r \cdot \pi = 7500 \cdot t$$

$$t = 5930,5... \text{ s}$$

- a1) Ein Punkt für das richtige Berechnen von  $r$ .  
 a2) Ein Punkt für das richtige Berechnen der benötigten Zeit.

$$\text{b1) } \cos(81,32^\circ) = \frac{6,37 \cdot 10^6}{r}$$

$$r = 42\,208\,977,5... \text{ m}$$

$$\text{b2) Entfernung Forschungsstation – Satellit: } \sqrt{r^2 - R^2} = 41\,725\,542,4... \text{ m}$$

$$\frac{41\,725\,542,4...}{300\,000\,000} = 0,1390...$$

Das Funksignal benötigt für seinen Weg von der Forschungsstation zum Satelliten rund 0,139 s.

- b1) Ein Punkt für das richtige Berechnen von  $r$ .  
 b2) Ein Punkt für das richtige Berechnen der benötigten Zeit auf 3 Nachkommastellen.

## Aufgabe 28 (Teil 2, Best-of-Wertung)

### Speichermedien

$$\text{a1) } N(F) = \frac{16 \cdot 1024 \cdot 1024}{F} = \frac{16777216}{F}$$

a1) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Funktionsgleichung von  $N$ , wobei auch jeder Hinweis auf das Abrunden von  $N(F)$  auf die nächstkleinere ganze Zahl als richtig zu werten ist.

$$\text{b1) } 0,75 + 0,25 \cdot 0,75^3 = 0,855\dots$$

$$\text{b2) } 0,75^3 + 3 \cdot 0,25 \cdot 0,75^2 = 0,843\dots$$

b1) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Wahrscheinlichkeit.

b2) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Wahrscheinlichkeit.

$$\begin{aligned}\text{c1) } P(0) &= 20,1 \quad \Rightarrow \quad a + 11 = 20,1 \\ P(9) &= 11,1 \quad \Rightarrow \quad a \cdot b^9 + 11 = 11,1 \\ a &= 9,1 \\ b &= \sqrt[9]{\frac{0,1}{9,1}} = 0,60579\dots\end{aligned}$$

c1) Ein Punkt für das richtige Ermitteln der beiden Werte, ein halber Punkt für nur einen richtigen Wert.