

Standardisierte kompetenzorientierte  
schriftliche Reife- und Diplomprüfung

BHS

5. Mai 2020

# Angewandte Mathematik

Korrekturheft

HAK

# Beurteilung der Klausurarbeit

Gemäß § 38 Abs. 3 SchUG (BGBl. Nr. 472/1986 i. d. g. F.) sind die Leistungen der Prüfungskandidatin/des Prüfungskandidaten nach Maßgabe vorliegender Korrektur- und Beurteilungsanleitung aufgrund von begründeten Anträgen der Prüferin/des Prüfers von der jeweiligen Prüfungskommission zu beurteilen.

Für die Beurteilung ist ein auf einem Punktesystem basierender Beurteilungsschlüssel vorgegeben, der auf den Kriterien des § 18 Abs. 2 bis 4 und 6 SchUG und der Leistungsbeurteilungsverordnung (BGBl. Nr. 371/1974 i. d. g. F.) beruht und die Beurteilungsstufen (Noten) entsprechend abbildet.

## Beurteilungsschlüssel:

| Note         | Punkte       |
|--------------|--------------|
| Genügend     | 23–30 Punkte |
| Befriedigend | 31–37 Punkte |
| Gut          | 38–43 Punkte |
| Sehr gut     | 44–48 Punkte |

Die Arbeit wird mit „Nicht genügend“ beurteilt, wenn insgesamt weniger als 23 Punkte erreicht wurden.

Den Prüferinnen und Prüfern steht während der Korrekturfrist ein Helpdesk des BMBWF beratend zur Verfügung. Die Erreichbarkeit des Helpdesks wird für jeden Prüfungstermin auf **<https://ablauf.srdp.at>** gesondert bekanntgegeben.

## Handreichung zur Korrektur

1. In der Lösungserwartung ist ein möglicher Lösungsweg angegeben. Andere richtige Lösungswege sind als gleichwertig anzusehen. Im Zweifelsfall kann die Auskunft des Helpdesks in Anspruch genommen werden.
2. Der Lösungsschlüssel ist **verbindlich** unter Beachtung folgender Vorgangsweisen anzuwenden:
  - a. Punkte sind zu vergeben, wenn die abgefragte Handlungskompetenz in der Bearbeitung erfüllt ist.
  - b. Berechnungen ohne nachvollziehbaren Rechenansatz bzw. ohne nachvollziehbare Dokumentation des Technologieeinsatzes (verwendete Ausgangsparameter und die verwendete Technologiefunktion müssen angegeben sein) sind mit null Punkten zu bewerten.
  - c. Werden zu einer Teilaufgabe mehrere Lösungen von der Kandidatin/vom Kandidaten angeboten und nicht alle diese Lösungen sind korrekt, so ist diese Teilaufgabe mit null Punkten zu bewerten, sofern die richtige Lösung nicht klar als solche hervorgehoben ist.
  - d. Bei abhängiger Punktevergabe gilt das Prinzip des Folgefehlers. Wird von der Kandidatin/vom Kandidaten beispielsweise zu einem Kontext ein falsches Modell aufgestellt, mit diesem Modell aber eine richtige Berechnung durchgeführt, so ist der Berechnungspunkt zu vergeben, wenn das falsch aufgestellte Modell die Berechnung nicht vereinfacht.
  - e. Werden von der Kandidatin/vom Kandidaten kombinierte Handlungsanweisungen in einem Lösungsschritt erbracht, so sind alle Punkte zu vergeben, auch wenn der Lösungsschlüssel Einzelschritte vorgibt.
  - f. Abschreibfehler, die aufgrund der Dokumentation der Kandidatin/des Kandidaten als solche identifizierbar sind, sind ohne Punkteabzug zu bewerten, wenn sie zu keiner Vereinfachung der Aufgabenstellung führen.
  - g. Rundungsfehler sind zu vernachlässigen, wenn die Rundung nicht explizit eingefordert ist.
  - h. Jedes Diagramm bzw. jede Skizze, die Lösung einer Handlungsanweisung ist, muss eine qualitative Achsenbeschriftung enthalten, andernfalls ist dies mit null Punkten zu bewerten.
  - i. Die Angabe von Einheiten ist bei der Punktevergabe zu vernachlässigen, sofern sie nicht explizit eingefordert ist.

# Aufgabe 1

## Eiffelturm

### Möglicher Lösungsweg

a1)  $7,3 \cdot 10^{\boxed{6}}$  Kilogramm

a2)  $7\,300\text{ t} = 7\,300\,000\text{ kg}$

Volumen des verbauten Metalls in  $\text{m}^3$ :  $V = \frac{7\,300\,000}{7\,800} = 935,897\dots$

Höhe des Quaders in m:  $h = \frac{935,897\dots}{125^2} = 0,059\dots$

Der Quader wäre rund 6 cm hoch.

b1)  $b(t) = k \cdot t + d$

$k = \frac{3\,594\,000 - 1\,027\,000}{30} = 85\,566,6\dots$

$d = 1\,027\,000$

$b(t) = 85\,567 \cdot t + 1\,027\,000$  (Steigung gerundet)

c1)

| ①       |                                     |
|---------|-------------------------------------|
|         |                                     |
|         |                                     |
| $H - h$ | <input checked="" type="checkbox"/> |

| ②                              |                                     |
|--------------------------------|-------------------------------------|
|                                |                                     |
| $d \cdot \tan(\alpha - \beta)$ | <input checked="" type="checkbox"/> |
|                                |                                     |

### Lösungsschlüssel

a1) 1 × A1: für das richtige Eintragen des Exponenten

a2) 1 × A2: für den richtigen Ansatz (richtige Anwendung der Formel zur Berechnung des Volumens eines Quaders auf den gegebenen Sachverhalt)

1 × B: für das richtige Berechnen der Höhe in Zentimetern

b1) 1 × A: für das richtige Erstellen der Funktionsgleichung

c1) 1 × A: für das richtige Ergänzen der beiden Textlücken

## Aufgabe 2

### Fressverhalten von Furchenwalen

#### Möglicher Lösungsweg

a1)  $s \approx 40 \text{ m}$

Toleranzbereich:  $[30; 50]$

a2) 15 km/h sind rund 4,2 m/s, aus der Abbildung geht allerdings hervor, dass die Maximalgeschwindigkeit unter 3,5 m/s liegt.

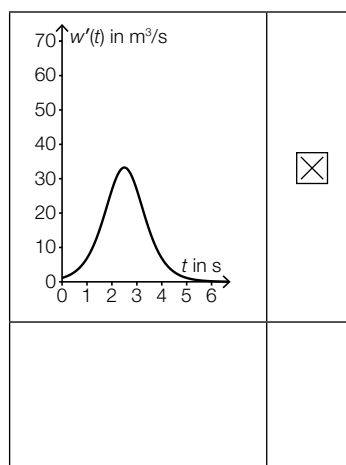
b1) Berechnung des Hochpunkts  $H$  von  $m$  im gegebenen Intervall mittels Technologieeinsatz:

$$m'(t) = 0 \Rightarrow H = (3 | 8,1)$$

Die maximale Größe der Maulöffnung beträgt 8,1 m<sup>2</sup>.

c1)

|  |  |
|--|--|
|  |  |
|  |  |
|  |  |



#### Lösungsschlüssel

a1) 1 × B: für das richtige Abschätzen von  $s$  (Toleranzbereich:  $[30; 50]$ )

a2) 1 × D: für das richtige Nachweisen

b1) 1 × B: für das richtige Ermitteln der maximalen Größe der Maulöffnung

c1) 1 × C: für das richtige Ankreuzen

## Aufgabe 3

### Kochzeit von Eiern

#### Möglicher Lösungsweg

$$a1) \quad 5 = a \cdot 45^2 \quad \Rightarrow \quad a = \frac{5}{45^2} = 0,00246...$$

$$a2) \quad W(1,1 \cdot d) = a \cdot (1,1 \cdot d)^2 = a \cdot 1,21 \cdot d^2$$

Ist der Durchmesser um 10 % größer, dann ist die Kochzeit um 21 % länger.

*Der geforderte Nachweis kann auch mit konkreten Zahlen erfolgen.*

$$b1) \quad Z(4) = 242,976$$

$$Z(20) = 199,2$$

$$Z(4) - Z(20) = 43,7...$$

Die Kochzeit ist um rund 44 s kürzer.

$$c1) \quad X \dots \text{Kochzeit für weich gekochte Eier in min}$$

Berechnung des Intervalls mittels Technologieeinsatz:

$$P(\mu - a \leq X \leq \mu + a) = 0,9 \quad \Rightarrow \quad [4,92 \text{ min}; 6,08 \text{ min}]$$

c2)

|  |                                     |
|--|-------------------------------------|
|  |                                     |
|  |                                     |
|  |                                     |
| $P(8 \leq X \leq 10) = 1 - P(X \geq 10)$ | <input checked="" type="checkbox"/> |
|  |                                     |

### Lösungsschlüssel

a1) 1 × B: für das richtige Ermitteln des Parameters  $a$

a2) 1 × D: für das richtige Nachweisen

b1) 1 × B: für das richtige Ermitteln der Zeitdifferenz

c1) 1 × B: für das richtige Ermitteln des Intervalls

c2) 1 × C: für das richtige Ankreuzen

## Aufgabe 4

### Standseilbahnen

#### Möglicher Lösungsweg

a1)

|   |                                     |
|---|-------------------------------------|
|   |                                     |
|   |                                     |
|   |                                     |
|   |                                     |
| E | <input checked="" type="checkbox"/> |

a2) Neigungswinkel  $\alpha = \arctan(0,4) = 21,801\dots^\circ$   
 Höhenunterschied  $h = 180 \cdot \sin(\alpha) = 66,850\dots$

Der Wagen überwindet einen Höhenunterschied von rund 66,85 m.

b1)  $27 \cdot a + 9 \cdot b + 3 \cdot c + d = \boxed{1}$   
 $27 \cdot a + 6 \cdot b + c = \boxed{0}$

b2)  $d = 2$ c1)  $\frac{834}{1,0504} = 793,9\dots$ 

Der Umsatz im Geschäftsjahr 2014/15 betrug rund 794 Millionen Euro.

Die Angabe des Zusatzes „Millionen Euro“ ist für die Punktevergabe nicht relevant.

#### Lösungsschlüssel

a1) 1 × A: für das richtige Ankreuzen

a2) 1 × B: für das richtige Berechnen des Höhenunterschieds

b1) 1 × A1: für das richtige Vervollständigen der ersten Gleichung

1 × A2: für das richtige Vervollständigen der zweiten Gleichung

b2) 1 × C: für das richtige Ablesen von  $d$ 

c1) 1 × B: für das richtige Berechnen des Umsatzes

Die Angabe des Zusatzes „Millionen Euro“ ist für die Punktevergabe nicht relevant.

## Aufgabe 5

### Psi-Tests

#### Möglicher Lösungsweg

a1)  $X$  ... Anzahl der Treffer

Binomialverteilung mit  $n = 13$ ,  $p = 0,1$ :

$$E(X) = n \cdot p = 13 \cdot 0,1 = 1,3$$

a2)  $P(X = 0) = 0,9^{13} = 0,254... < 1 - P(X = 0)$

a3) Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$P(7 \leq X \leq 13) = 0,000099... = 0,0099... \%$$

Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 0,01 %.

b1)

|   |   |
|---|---|
| Die Versuchsperson erzielt mindestens 40 Treffer. | D |
| Die Versuchsperson erzielt höchstens 20 Treffer.  | B |

|   |   |
|---|---|
| A | $\sum_{k=20}^{50} \binom{50}{k} \cdot 0,5^k \cdot 0,5^{50-k}$ |
| B | $\sum_{k=0}^{20} \binom{50}{k} \cdot 0,5^k \cdot 0,5^{50-k}$  |
| C | $\sum_{k=0}^{40} \binom{50}{k} \cdot 0,5^k \cdot 0,5^{50-k}$  |
| D | $\sum_{k=40}^{50} \binom{50}{k} \cdot 0,5^k \cdot 0,5^{50-k}$ |

c1)  $P(\text{„Versuchsperson gewinnt das Preisgeld nicht“}) = (1 - p_1) + p_1 \cdot (1 - p_2)$

oder:

$$P(\text{„Versuchsperson gewinnt das Preisgeld nicht“}) = 1 - p_1 \cdot p_2$$

#### Lösungsschlüssel

a1) 1 × B1: für das richtige Berechnen des Erwartungswerts

a2) 1 × D: für das richtige Nachweisen

a3) 1 × B2: für das richtige Ermitteln der Wahrscheinlichkeit

b1) 1 × C: für das richtige Zuordnen

c1) 1 × A: für das richtige Erstellen der Formel



## Aufgabe 6 (Teil B)

### Sozialausgaben

#### Möglicher Lösungsweg

a1) Ermittlung mittels Technologieeinsatz:

$$S_1(t) = 2,61 \cdot t + 35,3 \quad (\text{Koeffizienten gerundet})$$

$t$  ... Zeit in Jahren ( $t = 0$  für das Jahr 1990)

$S_1(t)$  ... Sozialausgaben zur Zeit  $t$  in Milliarden Euro

a2) Gemäß diesem Modell steigen die Sozialausgaben um rund 2,61 Milliarden Euro pro Jahr.

a3)  $S_1(30) = 2,61 \cdot 30 + 35,3 = 113,64...$

Für das Jahr 2020 sind Sozialausgaben in Höhe von rund 113,6 Milliarden Euro zu erwarten.

b1) Im Zeitraum von 2005 bis 2010 stiegen die Sozialausgaben um durchschnittlich rund 4,3 % pro Jahr.

b2)  $S_2(t) = 102,5 \cdot 1,025^t$

c1) Steigung  $k \approx \frac{340 - 140}{25} = 8$   
Toleranzbereich:  $[7; 9]$

c2) Sozialquote für 2015:  $\frac{102,5}{340} = 0,301...$   
Toleranzbereich:  $[0,285; 0,320]$

d1)  $102,5 \cdot \frac{35^\circ}{360^\circ} = 9,9...$

Für den Bereich „Familie/Kinder“ sind im Jahr 2015 rund 10 Mrd. Euro ausgegeben worden.

#### Lösungsschlüssel

a1) 1 × B1: für das richtige Ermitteln der Gleichung der Regressionsfunktion

a2) 1 × C: für das richtige Interpretieren des Wertes der Steigung der Regressionsfunktion im gegebenen Sachzusammenhang

a3) 1 × B2: für das richtige Ermitteln der Prognose

b1) 1 × C: für das richtige Interpretieren im gegebenen Sachzusammenhang

b2) 1 × A: für das richtige Erstellen der Funktionsgleichung

c1) 1 × A: für das richtige Ermitteln des Wertes der Steigung (Toleranzbereich:  $[7; 9]$ )

c2) 1 × B: für das richtige Ermitteln der Sozialquote (Toleranzbereich:  $[0,285; 0,320]$ )

d1) 1 × B: für das richtige Ermitteln des Betrags

## Aufgabe 7 (Teil B)

### Fruchtsaftproduktion

#### Möglicher Lösungsweg

a1)  $K'(x) = 3 \cdot a \cdot x^2 + 2 \cdot b \cdot x + 105$

Gleichung:  $K'(25) = 30$  oder  $1875 \cdot a + 50 \cdot b + 105 = 30$

a2) Bei einer Produktionsmenge von 25 hl liegt die Kostenkehre.

oder:

Bei einer Produktionsmenge von 25 hl geht der Kostenverlauf von degressiv zu progressiv über.

a3) Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$a = 0,04$ ;  $b = -3$

b1)

|                 |   |
|-----------------|---|
| Kostenkehre     | B |
| Betriebsminimum | C |

|   |                        |
|---|------------------------|
| A | Produktionsmenge $x_A$ |
| B | Produktionsmenge $x_B$ |
| C | Produktionsmenge $x_C$ |
| D | Produktionsmenge $x_D$ |

c1)

| ①       |                                     |
|---------|-------------------------------------|
|         |                                     |
| negativ | <input checked="" type="checkbox"/> |
|         |                                     |

| ②                       |                                     |
|-------------------------|-------------------------------------|
|                         |                                     |
|                         |                                     |
| nach unten geöffnet ist | <input checked="" type="checkbox"/> |

c2)  $E'(x) = 2 \cdot a \cdot x + b$

$0 = 2 \cdot a \cdot x_0 + b$

$x_0 = -\frac{b}{2 \cdot a}$

oder:

Die Nullstellen der Erlösfunktion sind 0 und  $-\frac{b}{a}$ .

Die Stelle des Maximums liegt in der Mitte bei  $-\frac{b}{2 \cdot a}$ .

d1)  $G'(x) = 0$  oder  $-0,12 \cdot x^2 - 4 \cdot x + 220 = 0$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$x_1 = 29,280... \quad (x_2 = -62,613...)$$

Der maximale Gewinn wird bei einer Absatzmenge von rund 29,28 hl erzielt.

d2)  $G(x) = \int (-0,12 \cdot x^2 - 4 \cdot x + 220) dx = -0,04 \cdot x^3 - 2 \cdot x^2 + 220 \cdot x + C$

Da  $G(0) = -F$ , gilt:  $G(x) = -0,04 \cdot x^3 - 2 \cdot x^2 + 220 \cdot x - 1215$

d3)  $G(x) = 1000$  oder  $-0,04 \cdot x^3 - 2 \cdot x^2 + 220 \cdot x - 1215 = 1000$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$x_1 = 11,565... \quad x_2 = 44,950... \quad (x_3 = -106,516...)$$

Im Bereich [11,57 hl; 44,95 hl] beträgt der Gewinn mindestens 1.000 €.

### Lösungsschlüssel

- a1) 1 × A: für das richtige Erstellen der Gleichung
- a2) 1 × C: für das richtige Interpretieren im gegebenen Sachzusammenhang
- a3) 1 × B: für das richtige Berechnen der Koeffizienten
- b1) 1 × C: für das richtige Zuordnen
- c1) 1 × C: für das richtige Ergänzen der beiden Textlücken
- c2) 1 × D: für das richtige Nachweisen
- d1) 1 × B1: für das richtige Ermitteln der Absatzmenge, bei der maximaler Gewinn erzielt wird
- d2) 1 × A: für das richtige Erstellen der Gleichung der Gewinnfunktion unter Berücksichtigung der Fixkosten
- d3) 1 × B2: für das richtige Ermitteln des Bereichs

## Aufgabe 8 (Teil B)

### Parkgarage

#### Möglicher Lösungsweg

$$a1) B_{\text{nach}} = 64\,000 \cdot \frac{1,04^{40} - 1}{0,04} \cdot \frac{1}{1,04^{40}} = 1\,266\,737,528...$$

Der Barwert der Betriebskosten beträgt € 1.266.737,53.

$$b1) B = \frac{W_1}{1,04^{10}} + \frac{W_2}{1,04^{20}} + \frac{W_3}{1,04^{30}}$$

$$b2) 92\,582,56 = \frac{60\,000}{1,04^{10}} + \frac{60\,000}{1,04^{20}} + \frac{W_3}{1,04^{30}} \Rightarrow W_3 = 79\,999,9...$$

Die Wartungskosten  $W_3$  betragen € 80.000.

$$c1) 105 \cdot 120 \cdot A = 10\,080 \Rightarrow A = 0,8$$

Der Auslastungsgrad beträgt 80 %.

$$d1) \text{ Kapitalwert: € 450.000}$$

*Toleranzbereich: [€ 410.000; € 490.000]*

d2) Werden die Anschaffungskosten für die Parkgarage um € 200.000 gesenkt, wird die Kapitalwertkurve um diesen Betrag nach oben verschoben. Dadurch wird der Kapitalwert für 10 % positiv, der interne Zinssatz ist dann höher als 10 %.

#### Lösungsschlüssel

a1) 1 × B: für das richtige Berechnen des Barwerts

b1) 1 × A: für das richtige Erstellen der Formel

b2) 1 × B: für das richtige Berechnen von  $W_3$

c1) 1 × B: für das richtige Ermitteln des Auslastungsgrads

d1) 1 × C: für das richtige Ablesen des Kapitalwerts in Euro

(Toleranzbereich: [€ 410.000; € 490.000])

d2) 1 × D: für das richtige Argumentieren