Standardisierte kompetenzorientierte schriftliche Reifeprüfung

AHS

16. Jänner 2018

Mathematik

Teil-1-Aufgaben

Korrekturheft



Anzahl der Personen in einem Autobus

Lösungserwartung:

$M+1=2\cdot F$	\boxtimes

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt ist genau dann zu geben, wenn ausschließlich die laut Lösungserwartung richtige Gleichung angekreuzt ist.

Fahrzeit von Zügen

Lösungserwartung:

Mögliche Gleichung:

$$100 \cdot t + 150 \cdot (t - 0.5) = 124$$

 $t = 0.796 \implies t \approx 0.8 \text{ h}$

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für eine korrekte Gleichung und die richtige Lösung. Äquivalente Gleichungen sind als richtig zu werten.

Toleranzintervall: [0,7 h; 0,8 h]

Lösungen einer quadratischen Gleichung

Lösungserwartung:

①	
a > 0 und $c < 0$	\boxtimes

2	
zwei verschiedene reelle Lösungen	\times

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt ist genau dann zu geben, wenn für jede der beiden Lücken ausschließlich der laut Lösungserwartung richtige Satzteil angekreuzt ist.

Orthogonale Vektoren

Lösungserwartung:

Mögliche Vorgehensweise:

$$\overrightarrow{d} \cdot \overrightarrow{c} = 0 \implies (2 - x) - 6 = 0 \implies x = -4$$

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für die richtige Lösung.

Gefälle einer Regenrinne

Lösungserwartung:

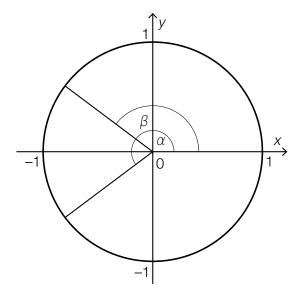
 $h = l \cdot \sin(\alpha)$

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für eine korrekte Formel. Äquivalente Formeln sind als richtig zu werten.

Winkel im Einheitskreis

Lösungserwartung:



Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für eine korrekte Ergänzung des Winkels β . Toleranzintervall: [140°; 146°]

Stefan-Boltzmann-Gesetz

Lösungserwartung:

①	
der Oberflächentemperatur T	\boxtimes

2	
Potenzfunktion	\boxtimes

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt ist genau dann zu geben, wenn für jede der beiden Lücken ausschließlich der laut Lösungserwartung richtige Satzteil angekreuzt ist.

Schnittpunkte

Lösungserwartung:

Mögliche Vorgehensweise:

$$x^{2} - 4 \cdot x - 2 = x - 6$$

 $x^{2} - 5 \cdot x + 4 = 0 \implies a = -5, b = 4$

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für die Angabe der beiden richtigen Werte.

Steigung einer linearen Funktion

Lösungserwartung:

$$k = -\frac{b}{a}$$

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für die richtige Lösung. Andere Schreibweisen des Ergebnisses sind ebenfalls als richtig zu werten.

Änderungsprozess

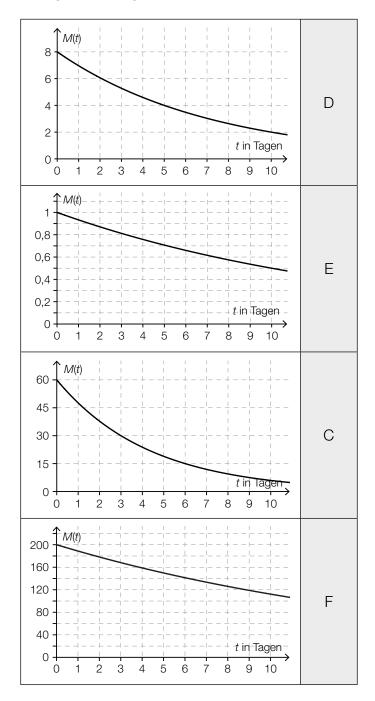
Lösungserv	vartung:	
	Pro Zeiteinheit nimmt die Temperatur eines Körpers um 2 % ab.	\boxtimes

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt ist genau dann zu geben, wenn ausschließlich der laut Lösungserwartung richtige Änderungsprozess angekreuzt ist.

Halbwertszeiten

Lösungserwartung:



Α	1 Tag
В	2 Tage
С	3 Tage
D	5 Tage
Е	10 Tage
F	mehr als 10 Tage

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt ist genau dann zu geben, wenn jedem der vier Graphen ausschließlich der laut Lösungserwartung richtige Buchstabe zugeordnet ist.

Parameter einer Sinusfunktion

Lösungserwartung:

a = 2b = 1,5

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für die Angabe der korrekten Werte beider Parameter.

Toleranzintervall für a: [1,9; 2,1] Toleranzintervall für b: [1,4; 1,6]

Radioaktiver Zerfall

Lösungserwartung:

$\frac{m(3) - m(0)}{m(0)}$	X

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt ist genau dann zu geben, wenn ausschließlich der laut Lösungserwartung richtige Ausdruck angekreuzt ist.

Ableitung

Lösungserwartung:

$f(x)=e^{k\cdot x}$	\boxtimes

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt ist genau dann zu geben, wenn ausschließlich die laut Lösungserwartung richtige Funktionsgleichung angekreuzt ist.

Flächeninhalt

Lösungserwartung:

Mögliche Vorgehensweise:

$$F(4) - F(0) = 7 - 1 = 6$$

Flächeninhalt dieses Flächenstücks: 6 FE

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für die richtige Lösung, wobei die Maßeinheit "FE" nicht angeführt sein muss. Toleranzintervall: [5,8; 6,2]

Wendestelle

Lösungserwartung:

Die Funktion f hat an der Stelle x = 6 keine Wendestelle.

Mögliche Begründung:

$$f''(x) = 24 \cdot x - 4$$

 $f''(6) = 140 \neq 0 \Rightarrow \text{Die Funktion } f \text{ kann an der Stelle } x = 6 \text{ keine Wendestelle haben.}$

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für die Angabe, dass die Funktion f an der Stelle x = 6 keine Wendestelle hat, und eine korrekte Begründung.

Bestimmtes Integral

Lösungserwartung:

$\int_{a}^{c} f(x) dx$	\boxtimes
$\int_a^b f(x) dx$	\boxtimes

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt ist genau dann zu geben, wenn ausschließlich die beiden laut Lösungserwartung richtigen bestimmten Integrale angekreuzt sind.

Schadstoffausstoß

Lösungserwartung:

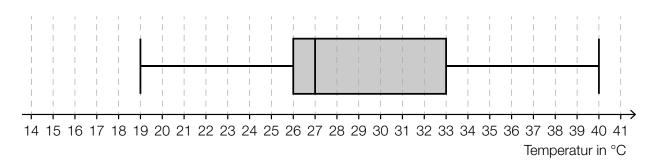
Der Ausdruck gibt den gesamten Schadstoffausstoß (in Gramm) von 7 Uhr bis 15 Uhr an.

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für eine (sinngemäß) korrekte Deutung, wobei die Einheit "Gramm" nicht angeführt sein muss.

Statistische Darstellungen

Lösungserwartung:



Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für ein korrekt dargestelltes Kastenschaubild.

Arithmetisches Mittel

Lösungserwartung:

Mögliche Berechnung:

$$25 \cdot 12,6 - 24 \cdot 12,5 = 15$$

Die als außerordentlich geführte Schülerin hat 15 Punkte erreicht.

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für die richtige Lösung.

Prüfung

Lösungserwartung:

Der Ausdruck beschreibt die Wahrscheinlichkeit, dass der zufällig ausgewählte Prüfungsakt ein positives Prüfungsergebnis aufweist.

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für eine (sinngemäß) korrekte Deutung.

Wahrscheinlichkeit

Lösungserwartung:

$$P(X \ge 2) = 1 - (P(X = 0) + P(X = 1)) = 0.27$$

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für die richtige Lösung. Andere Schreibweisen des Ergebnisses sind ebenfalls als richtig zu werten.

Rosenstöcke

Lösungserwartung:

Der Vergleich trifft zu.

Mögliche Begründung:

Erwartungswert: μ = 32, Standardabweichung: σ = 4

unter Einbeziehung der Wahrscheinlichkeiten für σ -Umgebungen (bei Approximation durch die normalverteilte Zufallsvariable Y):

$$P(28 \le X \le 36) \approx P(\mu - \sigma \le Y \le \mu + \sigma) \approx 0,683$$

 $P(X > 32) \approx P(Y > \mu) = 0,5$ $\Rightarrow P(28 \le X \le 36) > P(X > 32)$

Weitere Begründungsvarianten:

n ... Anzahl der Rosenstöcke

p... Wahrscheinlichkeit für einen gelbblühenden Rosenstock

$$\mu = 32 = n \cdot p, \ \sigma^2 = 16 = n \cdot p \cdot (1 - p) \Rightarrow n = 64, p = 0.5$$

• mittels Binomialverteilung:

$$P(28 \le X \le 36) \approx 0.7396$$

 $P(X > 32) \approx 0.4503$

$$\Rightarrow P(28 \le X \le 36) > P(X > 32)$$

• mittels Approximation mit Stetigkeitskorrektur durch die normalverteilte Zufallsvariable Y:

$$P(28 \le X \le 36) \approx P(27,5 \le Y \le 36,5) \approx 0,7394$$

 $P(X > 32) \approx P(Y > 32,5) \approx 0,4503 \Rightarrow P(28 \le X \le 36) > P(X > 32)$

• mittels Approximation ohne Stetigkeitskorrektur durch die normalverteilte Zufallsvariable Y:

$$P(28 \le X \le 36) \approx P(28 \le Y \le 36) \approx 0,6827$$

 $P(X > 32) \approx P(Y > 32) = 0,5$ $\Rightarrow P(28 \le X \le 36) > P(X > 32)$

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für die Angabe, dass der Vergleich zutrifft, und eine korrekte Begründung.

Sicherheit eines Konfidenzintervalls

Lösungserwartung:

Mögliche Vorgehensweise:

$$n = 1000$$
, $h = \frac{30}{1000} = 0.03$ Intervallbreite des Konfidenzintervalls = 0.02

aus
$$z \cdot \sqrt{\frac{h \cdot (1-h)}{n}} = 0.01$$
 folgt: $z \approx 1.85$ mit $\phi(1.85) \approx 0.9678$

$$\Rightarrow \quad \gamma = 2 \cdot \phi(1.85) - 1 \approx 0.9356$$

Somit liegt die Sicherheit dieses Konfidenzintervalls bei ca. 93,56 %.

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für die richtige Lösung. Andere Schreibweisen der Lösung sind ebenfalls als richtig zu werten.

Toleranzintervall: [93 %; 94 %]

Die Aufgabe ist auch dann als richtig gelöst zu werten, wenn bei korrektem Ansatz das Ergebnis aufgrund eines Rechenfehlers nicht richtig ist.