Standardisierte kompetenzorientierte schriftliche Reifeprüfung

AHS

20. September 2019

Mathematik

Teil-1- und Teil-2-Aufgaben

Korrekturheft

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Beurteilung der Klausurarbeit

Gemäß § 38 Abs. 3 SchUG (BGBl. Nr. 472/1986 i. d. g. F.) sind die Leistungen der Prüfungskandidatin / des Prüfungskandidaten nach Maßgabe vorliegender Korrektur- und Beurteilungsanleitung aufgrund von begründeten Anträgen der Prüferin / des Prüfers von der jeweiligen Prüfungskommission zu beurteilen.

Für die Beurteilung ist ein auf einem Punktesystem basierender Beurteilungsschlüssel vorgegeben, der auf den Kriterien des § 18 Abs. 2 bis 4 und 6 SchUG und der Leistungsbeurteilungsverordnung (BGBl. Nr. 371/1974 i. d. g. F.) beruht und die Beurteilungsstufen (Noten) entsprechend abbildet.

Zwei Beurteilungswege

1) Wenn **mindestens 16** von 28 Punkten (24 Teil-1-Punkte + 4 $\boxed{\text{A}}$-Punkte aus Teil 2) erreicht wurden, gilt der folgende Beurteilungsschlüssel:

Note	Punkte
Genügend	16 – 23,5 Punkte
Befriedigend	24 – 32,5 Punkte
Gut	33 – 40,5 Punkte
Sehr gut	41 – 48 Punkte

2) Wenn **weniger als 16** von 28 Punkten (24 Teil-1-Punkte + 4 $\boxed{\text{A}}$-Punkte aus Teil 2) erreicht wurden, aber **insgesamt 24 Punkte oder mehr** (aus Teil-1- und Teil-2-Aufgaben), gilt folgender Beurteilungsschlüssel:

Note	Punkte
Genügend	24 – 28,5 Punkte
Befriedigend	29 – 35,5 Punkte

Ab 36 erreichten Punkten gilt der unter 1) angeführte Beurteilungsschlüssel.

Die Arbeit wird mit „Nicht genügend“ beurteilt, wenn im Teil 1 unter Berücksichtigung der mit $\boxed{\text{A}}$ markierten Aufgabenstellungen aus Teil 2 weniger als 16 Punkte und insgesamt weniger als 24 Punkte erreicht wurden.

Den Prüferinnen und Prüfern steht während der Korrekturfrist ein Helpdesk des BMBWF beratend zur Verfügung. Die Erreichbarkeit des Helpdesks wird für jeden Prüfungstermin auf ***https://ablauf.srdp.at*** gesondert bekanntgegeben.

Handreichung zur Korrektur

1. In der Lösungserwartung ist ein möglicher Lösungsweg angegeben. Andere richtige Lösungswege sind als gleichwertig anzusehen. Im Zweifelsfall kann die Auskunft des Helpdesks in Anspruch genommen werden. Ausschließlich bei ausgewiesenen Aufgaben (Kennzeichnung durch: *[0/½/1 Punkt]*) können für Teilleistungen halbe Punkte vergeben werden.

2. Der Lösungsschlüssel ist **verbindlich** unter Beachtung folgender Vorgangsweisen anzuwenden:

   a. Bei offenen Aufgabenformaten steht für die Punktevergabe der Nachweis der jeweiligen Grundkompetenz im Vordergrund. Die dabei fokussierte Grundkompetenz wird im Korrekturheft ausgewiesen. Punkte sind zu vergeben, wenn die Bearbeitung zeigt, dass die fokussierte Grundkompetenz in der Bearbeitung erfüllt ist.

   b. Werden zu einer Teilaufgabe mehrere Lösungen von der Kandidatin / vom Kandidaten angeboten und nicht alle diese Lösungen sind korrekt, so ist diese Teilaufgabe mit null Punkten zu bewerten, sofern die richtige Lösung nicht klar als solche hervorgehoben ist.

   c. Bei abhängiger Punktevergabe gilt das Prinzip des Folgefehlers. Wird von der Kandidatin / vom Kandidaten beispielsweise zu einem Kontext ein falsches Modell aufgestellt, mit diesem Modell aber eine richtige Berechnung durchgeführt, so ist der Berechnungspunkt zu vergeben, wenn das falsch aufgestellte Modell die Berechnung nicht vereinfacht.

   d. Wird von der Kandidatin / vom Kandidaten die richtige Lösung ohne Angabe von Zwischenschritten angeführt, so sind alle Punkte zu vergeben, auch wenn der Lösungsschlüssel Einzelschritte vorgibt.

   e. Abschreibfehler, die aufgrund der Dokumentation der Kandidatin / des Kandidaten als solche identifizierbar sind, sind ohne Punkteabzug zu bewerten, wenn sie zu keiner Vereinfachung der Aufgabenstellung führen.

   f. Rundungsfehler sind zu vernachlässigen, wenn die Rundung nicht explizit eingefordert ist.

   g. Die Angabe von Einheiten ist bei der Punktevergabe zu vernachlässigen, sofern sie nicht explizit eingefordert ist.

Aufgabe 1

Zahlenmengen

Lösungserwartung:

$\mathbb{Z}^+ \subseteq \mathbb{N}$	☒
$\mathbb{Q} \subseteq \mathbb{C}$	☒

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt ist genau dann zu geben, wenn ausschließlich die beiden laut Lösungserwartung richtigen Aussagen angekreuzt sind.

Aufgabe 2

Lineares Gleichungssystem

Lösungserwartung:

$a = 14$
$b = 8$

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für die Angabe der beiden richtigen Werte.

Aufgabe 3

Darstellung im Koordinatensystem

Lösungserwartung:

$t = -5$

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für die richtige Lösung.

Aufgabe 4

Gleichung einer Geraden aufstellen

Lösungserwartung:

$g: 3 \cdot x - 2 \cdot y = 9$

oder:

$g: X = \begin{pmatrix} 7 \\ 6 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 6 \\ 9 \end{pmatrix}$ mit $t \in \mathbb{R}$

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für eine richtige Gleichung bzw. eine korrekte Parameterdarstellung der Geraden g, wobei „$t \in \mathbb{R}$“ nicht angegeben sein muss.
Äquivalente Gleichungen bzw. äquivalente Parameterdarstellungen der Geraden g sind als richtig zu werten.

Grundkompetenz: AG 3.4

Aufgabe 5

Drehkegel

Lösungserwartung:

mögliche Vorgehensweise:

$r = \tan(32°) \cdot 6$
$r \approx 3{,}7$ cm

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für die richtige Lösung.
Toleranzintervall: [3,7; 4,0]

Aufgabe 6

Winkel mit gleichem Sinuswert

Lösungserwartung:

$\alpha + \beta = 180°$	☒

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt ist genau dann zu geben, wenn ausschließlich die laut Lösungserwartung richtige Beziehung angekreuzt ist.

Aufgabe 7

Quadratische Funktion

Lösungserwartung:

①	
$b = 0$	☒

②	
einen zur senkrechten Achse symmetrischen Graphen	☒

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt ist genau dann zu geben, wenn für jede der beiden Lücken ausschließlich der laut Lösungserwartung richtige Satzteil angekreuzt ist.

Aufgabe 8

Schwingung einer Saite

Lösungserwartung:

Wenn die anderen Größen (F, ϱ, A) konstant gehalten werden, ist die Länge l einer Saite zu halbieren, damit die Saite mit einer doppelt so hohen Frequenz schwingt.

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für die richtige Lösung.

Grundkompetenz: FA 1.8

Aufgabe 9

Kerzenhöhe

Lösungserwartung:

$a < 0$
$b > 0$

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für die Angabe der beiden richtigen Bedingungen.

Grundkompetenz: FA 2.2

Aufgabe 10

Parabeln

Lösungserwartung:

Die Parabel ist im Vergleich zur Normalparabel „flacher“ und „nach oben offen“.	D
Die Parabel ist im Vergleich zur Normalparabel weder „flacher“ noch „steiler“, aber „nach unten offen“.	B
Die Parabel ist im Vergleich zur Normalparabel „steiler“ und „nach unten offen“.	A
Die Parabel ist im Vergleich zur Normalparabel „steiler“ und „nach oben offen“.	F

A	$a < -1$
B	$a = -1$
C	$-1 < a < 0$
D	$0 < a < 1$
E	$a = 1$
F	$a > 1$

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt ist genau dann zu geben, wenn jeder der vier Aussagen ausschließlich der laut Lösungserwartung richtige Buchstabe zugeordnet ist. Bei zwei oder drei richtigen Zuordnungen ist ein halber Punkt zu geben.

Aufgabe 11

Funktion mit einer besonderen Eigenschaft

Lösungserwartung:

mögliche Funktionsgleichung:

$f(x) = 3^x$

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für eine richtige Gleichung.
Jede Gleichung einer Funktion, die sich auf $f(x) = a \cdot 3^x$ mit $a \in \mathbb{R}\setminus\{0\}$ zurückführen lässt, ist als richtig zu werten.

Aufgabe 12

Periodenlänge

Lösungserwartung:

$p = \frac{8}{3}$

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für die richtige Lösung.
Toleranzintervall: [2,6; 2,7]

Aufgabe 13

Differenzenquotient

Lösungserwartung:

$f(3) = 6$

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für die richtige Lösung.

Aufgabe 14

Ableitungsfunktion und Stammfunktion

Lösungserwartung:

Die Funktion f hat genau eine Ableitungsfunktion f'.	☒
Ist F eine Stammfunktion von f, so gilt: $F'' = f'$.	☒

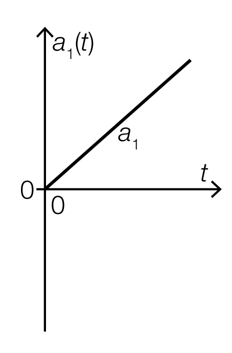
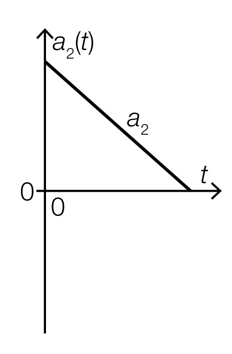
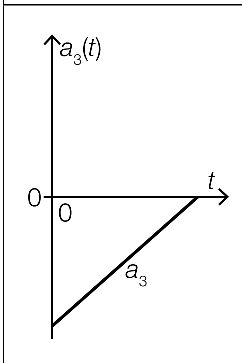
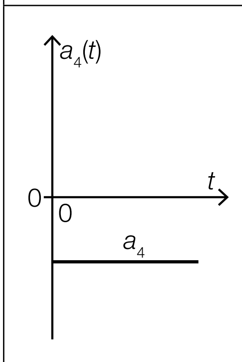
Lösungsschlüssel:

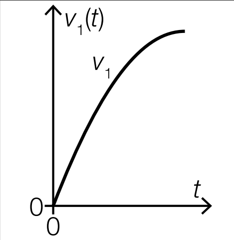
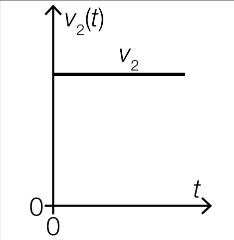
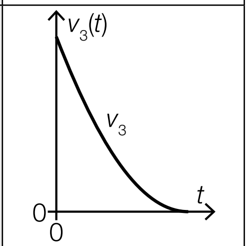
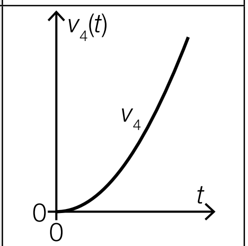
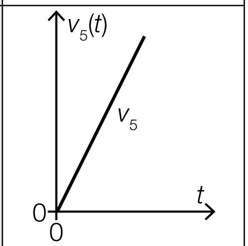
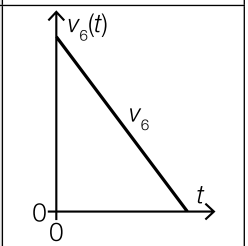
Ein Punkt ist genau dann zu geben, wenn ausschließlich die beiden laut Lösungserwartung richtigen Aussagen angekreuzt sind.

Aufgabe 15

Geschwindigkeit und Beschleunigung

Lösungserwartung:

	D
	A
	C
	F

A	
B	
C	
D	
E	
F	

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt ist genau dann zu geben, wenn jedem der vier Graphen a_1 bis a_4 ausschließlich der laut Lösungserwartung richtige Buchstabe zugeordnet ist. Bei zwei oder drei richtigen Zuordnungen ist ein halber Punkt zu geben.

Aufgabe 16

Eigenschaften einer Polynomfunktion dritten Grades

Lösungserwartung:

$f(x_1) > f(x_2)$	☒
Im Intervall $[x_1; x_2]$ gibt es eine Stelle x_3 mit $f''(x_3) = 0$.	☒

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt ist genau dann zu geben, wenn ausschließlich die beiden laut Lösungserwartung richtigen Aussagen angekreuzt sind.

Aufgabe 17

Bestimmen eines Koeffizienten

Lösungserwartung:

$a = -3$

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für die richtige Lösung.

Aufgabe 18

Wurfhöhe eines Körpers

Lösungserwartung:

mögliche Vorgehensweise:

$v(t) = 15 - 10 \cdot t$
$s(t) = 15 \cdot t - 5 \cdot t^2 + h_0$
$s(0) = 1 = h_0$
$s(t) = 15 \cdot t - 5 \cdot t^2 + 1$
$s(2) = 30 - 20 + 1 = 11$

Der Körper befindet sich nach 2 s in einer Höhe von 11 m über dem Erdboden.

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für die richtige Lösung, wobei die Einheit „m“ nicht angeführt sein muss.
Die Aufgabe ist auch dann als richtig gelöst zu werten, wenn bei korrektem Ansatz das Ergebnis aufgrund eines Rechenfehlers nicht richtig ist.

Grundkompetenz: AN 4.3

Aufgabe 19

PKW-Dichte

Lösungserwartung:

Anzahl der Länder = 6

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für die richtige Lösung.

Aufgabe 20

Datenliste

Lösungserwartung:

$k = 6$

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für die richtige Lösung.

Aufgabe 21

Ziehungswahrscheinlichkeit

Lösungserwartung:

$p = \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4} + \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{2} = \frac{2}{5}$

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für die richtige Lösung. Andere Schreibweisen der Lösung sind ebenfalls als richtig zu werten.

Aufgabe 22

Spielkarten

Lösungserwartung:

$$E(X) = 1 \cdot \frac{2}{5} + 2 \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} + 3 \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} \cdot \frac{2}{3} + 4 \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} \cdot \frac{1}{3} = 2$$

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für die richtige Lösung.
Die Aufgabe ist auch dann als richtig gelöst zu werten, wenn bei korrektem Ansatz das Ergebnis aufgrund eines Rechenfehlers nicht richtig ist.

Aufgabe 23

Pasch

Lösungserwartung:

mögliche Vorgehensweise:

$\mu = n \cdot p = 8 \cdot \frac{1}{6} = \frac{4}{3}$

$P\left(X \leq \frac{4}{3}\right) = P(X \leq 1) = \left(\frac{5}{6}\right)^8 + 8 \cdot \left(\frac{1}{6}\right) \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^7 \approx 0{,}6047$

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für die richtige Lösung. Andere Schreibweisen der Lösung sind ebenfalls als richtig zu werten.
Toleranzintervall: [0,6; 0,61]
Die Aufgabe ist auch dann als richtig gelöst zu werten, wenn bei korrektem Ansatz das Ergebnis aufgrund eines Rechenfehlers nicht richtig ist.

Grundkompetenz: WS 3.2

Aufgabe 24

Sonntagsfrage

Lösungserwartung:

mögliche Vorgehensweise:
h ... relative Häufigkeit
$h = 0{,}234$

$$0{,}234 \pm 1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{0{,}234 \cdot (1 - 0{,}234)}{1\,000}} \approx 0{,}234 \pm 0{,}026 \quad \Rightarrow \quad [0{,}208;\, 0{,}260]$$

$0{,}295 \notin [0{,}208;\, 0{,}260]$

Der tatsächliche Anteil liegt nicht im berechneten 95-%-Konfidenzintervall.

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für ein richtiges Konfidenzintervall und eine richtige entsprechende Angabe, ob der tatsächliche Anteil in diesem enthalten ist.
Toleranzintervall für den unteren Wert: [0,2; 0,22]
Toleranzintervall für den oberen Wert: [0,25; 0,27]
Die Aufgabe ist auch dann als richtig gelöst zu werten, wenn bei korrektem Ansatz das Ergebnis aufgrund eines Rechenfehlers nicht richtig ist.

Grundkompetenz: WS 4.1

Aufgabe 25 (Teil 2)

Bremsvorgang

a) Lösungserwartung:

a1) $v_0 = \sqrt{2 \cdot b \cdot s_B}$

a2)

Der Reaktionsweg s_R ist direkt proportional zur Fahrgeschwindigkeit v_0.	☒
Der Bremsweg s_B ist indirekt proportional zur Bremsverzögerung b.	☒

Lösungsschlüssel:

a1) Ein Ausgleichspunkt für eine richtige Formel. Äquivalente Formeln sind als richtig zu werten.
a2) Ein Punkt ist genau dann zu geben, wenn ausschließlich die beiden laut Lösungserwartung richtigen Aussagen angekreuzt sind.

b) Lösungserwartung:

b1) mögliche Umformungen:

$s_R = v_0 \cdot t_R$

Für v_0 in m/s und t_R = 1 Sekunde gilt: $s_R = v_0$

Für v_0 in km/h und t_R = 1 Sekunde gilt: $s_R = \frac{v_0}{3{,}6} = v_0 \cdot 0{,}278... \approx v_0 \cdot 0{,}3 = \frac{v_0}{10} \cdot 3$

Daher liefern diese beiden Formeln annähernd die gleichen Ergebnisse.

b2) mögliche Vorgehensweise:

$s_B = \frac{v_0^{\,2}}{2 \cdot b}$ mit v_0 in m/s $\Rightarrow$ $s_B = \frac{v_0^{\,2}}{2 \cdot b} \cdot \frac{1}{3{,}6^2} = \frac{v_0^{\,2}}{25{,}92 \cdot b}$ mit v_0 in km/h,

$\frac{v_0^{\,2}}{25{,}92 \cdot b} = \frac{v_0^{\,2}}{100}$ $\Rightarrow$ $b \approx 3{,}9$ m/s^2

Bei der Näherungsformel wird eine Bremsverzögerung von ca. 3,9 m/s^2 angenommen.

Lösungsschlüssel:

b1) Ein Punkt für die Angabe geeigneter Umformungen.
b2) Ein Punkt für die richtige Lösung, wobei die Einheit „m/s^2" nicht angeführt sein muss.
Toleranzintervall: [3,8 m/s^2; 4 m/s^2]
Die Aufgabe ist auch dann als richtig gelöst zu werten, wenn bei korrektem Ansatz das Ergebnis aufgrund eines Rechenfehlers nicht richtig ist.

c) Lösungserwartung:

c1) $\dfrac{\frac{v_0^2}{2 \cdot 6}}{\frac{v_0^2}{2 \cdot 8}} = \dfrac{8}{6} = \dfrac{4}{3}$ $\Rightarrow$ Bei nasser Fahrbahn ist der Bremsweg um $\frac{1}{3}$ länger als der Bremsweg bei trockener Fahrbahn.

c2) mögliche Vorgehensweise:

Anhalteweg bei trockener Fahrbahn: $s_A = 20 \cdot 1 + \dfrac{20^2}{2 \cdot 8} = 45$ m

Mindestwert für den Anhalteweg bei Schneefahrbahn: $s_A = 20 \cdot 1 + \dfrac{20^2}{2 \cdot 4} = 70$ m

Der Anhalteweg nimmt (bei $v_0 = 20$ m/s und $t_R = 1$ s) bei Schneefahrbahn um mindestens 25 m zu.

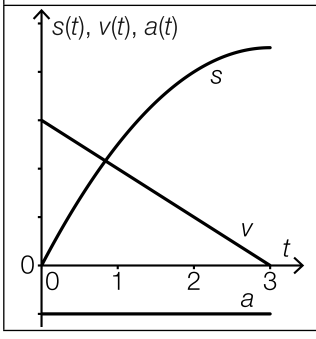
Lösungsschlüssel:

c1) Ein Punkt für die richtige Lösung. Andere Schreibweisen des Ergebnisses sind ebenfalls als richtig zu werten.
c2) Ein Punkt für die richtige Lösung.

d) Lösungserwartung:

d1) Das bestimmte Integral $\int_0^3 v(t)\,\mathrm{d}t$ beschreibt den zurückgelegten Weg (in Metern) im Zeitintervall [0; 3].

d2)

	☒

Lösungsschlüssel:

d1) Ein Punkt für eine (sinngemäß) richtige Interpretation.
d2) Ein Punkt ist genau dann zu geben, wenn ausschließlich die laut Lösungserwartung richtige Abbildung angekreuzt ist.

Aufgabe 26 (Teil 2)

Kostenfunktion

a) Lösungserwartung:

a1) $\frac{K(200) - K(100)}{200 - 100} = \frac{66{,}5 - 59{,}35}{100} = 0{,}0715$ GE/ME

a2) mögliche Vorgehensweise:

$K''(x) = 4{,}8 \cdot 10^{-6} \cdot x - 1{,}5 \cdot 10^{-3}$

$K''(x) \geq 0 \quad \Rightarrow \quad x \geq 312{,}5$ ME

Ab der Produktionsmenge von 312,5 ME steigen die Grenzkosten.

Lösungsschlüssel:

a1) Ein Ausgleichspunkt für die richtige Lösung, wobei die Einheit „GE/ME" nicht angeführt sein muss.
Toleranzintervall: [0,05 GE/ME; 0,10 GE/ME]
Grundkompetenz: FA 1.4
Die Aufgabe ist auch dann als richtig gelöst zu werten, wenn bei korrektem Ansatz das Ergebnis aufgrund eines Rechenfehlers nicht richtig ist.

a2) Ein Punkt für die richtige Lösung, wobei die Einheit „ME" nicht angeführt sein muss.
Toleranzintervall: [312 ME; 313 ME]
Die Aufgabe ist auch dann als richtig gelöst zu werten, wenn bei korrektem Ansatz das Ergebnis aufgrund eines Rechenfehlers nicht richtig ist.

b) Lösungserwartung:

b1) mögliche Vorgehensweise:

$\overline{K}(x) = 8 \cdot 10^{-7} \cdot x^2 - 7{,}5 \cdot 10^{-4} \cdot x + 0{,}2405 + \frac{42}{x}$

$\overline{K}'(x) = 1{,}6 \cdot 10^{-7} \cdot x - 7{,}5 \cdot 10^{-4} - \frac{42}{x^2}$

$\overline{K}'(x) = 0 \quad \Rightarrow \quad x_{opt} \approx 554{,}2$ ME

($\overline{K}''(x) > 0 \quad \Rightarrow$ Es liegt ein Minimum vor.)

b2) mögliche Vorgehensweise:

$K(554{,}2) \approx 81{,}1$ GE $\quad \Rightarrow \quad 81{,}1 : 0{,}65 \approx 125$

Dem Hersteller stehen für die Produktion dieses Produkts ca. 125 GE zur Verfügung.

Lösungsschlüssel:

b1) Ein Punkt für die richtige Lösung, wobei die Einheit „ME" nicht angeführt sein muss und eine Überprüfung, dass es sich um ein Minimum handelt, nicht durchgeführt werden muss.
Toleranzintervall: [554 ME; 555 ME]
Die Aufgabe ist auch dann als richtig gelöst zu werten, wenn bei korrektem Ansatz das Ergebnis aufgrund eines Rechenfehlers nicht richtig ist.

b2) Ein Punkt für die richtige Lösung, wobei die Einheit „GE" nicht angeführt sein muss.
Toleranzintervall: [120 GE; 130 GE]

c) Lösungserwartung:

c1) mögliche Vorgehensweise:

$G(x) = E(x) - K(x)$
$G'(x) = p - K'(x)$
$G'(600) = p - K'(600) = 0 \quad \Rightarrow \quad p = 0{,}2045$ GE/ME

c2) mögliche Vorgehensweise:

$G(x) = 0 \quad \Rightarrow \quad x_1 \approx 335 \quad (x_2 \approx 799, \quad x_3 \approx -196)$
Gewinnbereich: [355 ME; 650 ME]

Lösungsschlüssel:

c1) Ein Punkt für die richtige Lösung, wobei die Einheit „GE/ME" nicht angeführt sein muss.
Toleranzintervall: [0,20; 0,21]

c2) Ein Punkt für die Angabe eines richtigen Gewinnbereichs, wobei die Einheit „ME" nicht angeführt sein muss.
Toleranzintervall für x_1: [325; 345]

d) Lösungserwartung:

d1) $a \approx 1{,}5 \cdot 10^{-5}$
$b \approx -9{,}8 \cdot 10^{-3}$
$c \approx 2{,}324$
$d \approx 103$

d2) $K_1(x) = 380 \quad \Rightarrow \quad x \approx 365$ ME

Lösungsschlüssel:

d1) Ein Punkt für die richtigen Werte von a, b, c und d.
Toleranzintervall für a: $[1 \cdot 10^{-5}; 2 \cdot 10^{-5}]$
Toleranzintervall für b: $[-1 \cdot 10^{-2}; -9 \cdot 10^{-3}]$
Toleranzintervall für c: [2; 2,5]
Toleranzintervall für d: [100; 105]

d2) Ein Punkt für die richtige Lösung, wobei die Lösung je nach Rundung der Koeffizienten a, b, c und d variieren kann.

Aufgabe 27 (Teil 2)

Fibonacci-Zahlen und der Goldene Schnitt

a) Lösungserwartung:

a1) mögliche Vorgehensweise:

$\phi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \approx 1{,}618$

n	$f(n)$	$f(n) : f(n-1)$
1	1	–
2	1	1
3	2	2
4	3	1,5
5	5	1,666...
6	8	1,6
7	13	1,625
8	21	1,615...

Für $n = 8$ stimmt das Verhältnis $f(n) : f(n-1)$ erstmals auf zwei Nachkommastellen mit ϕ überein.

a2) mögliche Vorgehensweise:

$n = 3,\ k = 5 \quad \Rightarrow \quad f(8) = f(2) \cdot f(5) + f(3) \cdot f(6)$

$21 = 1 \cdot 5 + 2 \cdot 8$

$21 = 21 \quad$ w. A.

Lösungsschlüssel:

a1) Ein Ausgleichspunkt für die richtige Lösung.
Grundkompetenz: AN 1.4

a2) Ein Punkt für einen richtigen Nachweis.

b) Lösungserwartung:

b1) mögliche Vorgehensweise:

$$g(n) = \frac{1}{\sqrt{5}} \cdot \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n \approx 832\,040 \quad \Rightarrow \quad n = 30$$

b2) mögliche Vorgehensweise:

$$\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^2 + a \cdot \frac{1+\sqrt{5}}{2} - 1 = 0 \quad \Rightarrow \quad a = -1$$

Lösen der Gleichung $x^2 - x - 1 = 0$: $x_1 = \frac{1+\sqrt{5}}{2} = \phi$ und $x_2 = \frac{1-\sqrt{5}}{2}$ ($\approx -0{,}618$)

Lösungsschlüssel:

b1) Ein Punkt für die richtige Lösung.
b2) Ein Punkt für die Angabe der beiden richtigen Werte.
Toleranzintervall für x_2: $[-0{,}62; -0{,}60]$
Die Aufgabe ist auch dann als richtig gelöst zu werten, wenn bei korrektem Ansatz das Ergebnis aufgrund eines Rechenfehlers nicht richtig ist.

Aufgabe 28 (Teil 2)

Kino

a) Lösungserwartung:

a1) mögliche Beschreibung:

Der Term beschreibt die Wahrscheinlichkeit, dass bei einer Vorstellung eines neuen Films (in allen drei Sälen zusammen) mindestens 350 Sitzplätze belegt sind.

a2) Anzahl der Sitzplätze insgesamt: 355

$$P = \frac{185}{355} \cdot \frac{184}{354} + \frac{94}{355} \cdot \frac{93}{354} + \frac{76}{355} \cdot \frac{75}{354} \approx 0{,}3858 = 38{,}58\ \%$$

Lösungsschlüssel:

a1) Ein Punkt für eine korrekte Beschreibung des Terms im gegebenen Kontext.
a2) Ein Punkt für die richtige Lösung. Andere Schreibweisen des Ergebnisses sind ebenfalls als richtig zu werten.
Die Aufgabe ist auch dann als richtig gelöst zu werten, wenn bei korrektem Ansatz das Ergebnis aufgrund eines Rechenfehlers nicht richtig ist.

b) Lösungserwartung:

b1) mögliche Vorgehensweise:

$n = 628$, $h = \frac{515}{628} \approx 0{,}82$

$$0{,}82 \pm 1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{0{,}82 \cdot 0{,}18}{628}} \approx 0{,}82 \pm 0{,}03 \quad \Rightarrow \quad [0{,}79;\ 0{,}85]$$

b2) mögliche Interpretation:

Eine Erhöhung der Anzahl der Befragten auf das Vierfache führt (bei gleichem relativem Anteil *h*) zu einer Halbierung der Breite des Konfidenzintervalls.

Lösungsschlüssel:

b1) Ein Ausgleichspunkt für ein richtiges Intervall. Andere Schreibweisen des Ergebnisses (als Bruch oder in Prozent) sind ebenfalls als richtig zu werten.
Toleranzintervall für den unteren Wert: [0,76; 0,80]
Toleranzintervall für den oberen Wert: [0,83; 0,86]
Grundkompetenz: WS 4.1
Die Aufgabe ist auch dann als richtig gelöst zu werten, wenn bei korrektem Ansatz das Ergebnis aufgrund eines Rechenfehlers nicht richtig ist.
b2) Ein Punkt für die Angabe der richtigen Auswirkung auf die Breite.