Standardisierte kompetenzorientierte
schriftliche Reife- und Diplomprüfung

BHS

8. Mai 2019

Angewandte Mathematik

HAK

Korrekturheft

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Beurteilung der Klausurarbeit

Gemäß § 38 Abs. 3 SchUG (BGBl. Nr. 472/1986 i. d. g. F.) sind die Leistungen der Prüfungskandidatin / des Prüfungskandidaten nach Maßgabe vorliegender Korrektur- und Beurteilungsanleitung aufgrund von begründeten Anträgen der Prüferin / des Prüfers von der jeweiligen Prüfungskommission zu beurteilen.

Für die Beurteilung ist ein auf einem Punktesystem basierender Beurteilungsschlüssel vorgegeben, der auf den Kriterien des § 18 Abs. 2 bis 4 und 6 SchUG und der Leistungsbeurteilungsverordnung (BGBl. Nr. 371/1974 i. d. g. F.) beruht und die Beurteilungsstufen (Noten) entsprechend abbildet.

Beurteilungsschlüssel:

Note	Punkte
Genügend	23–30 Punkte
Befriedigend	31–37 Punkte
Gut	38–43 Punkte
Sehr gut	44–48 Punkte

Die Arbeit wird mit „Nicht genügend" beurteilt, wenn insgesamt weniger als 23 Punkte erreicht wurden.

Den Prüferinnen und Prüfern steht während der Korrekturfrist ein Helpdesk des BMBWF beratend zur Verfügung. Die Erreichbarkeit des Helpdesks wird für jeden Prüfungstermin auf ***https://ablauf.srdp.at*** gesondert bekanntgegeben.

Handreichung zur Korrektur

1. In der Lösungserwartung ist ein möglicher Lösungsweg angegeben. Andere richtige Lösungswege sind als gleichwertig anzusehen. Im Zweifelsfall kann die Auskunft des Helpdesks in Anspruch genommen werden.

2. Der Lösungsschlüssel ist **verbindlich** unter Beachtung folgender Vorgangsweisen anzuwenden:

   a. Punkte sind zu vergeben, wenn die abgefragte Handlungskompetenz in der Bearbeitung erfüllt ist.

   b. Berechnungen ohne nachvollziehbaren Rechenansatz bzw. ohne nachvollziehbare Dokumentation des Technologieeinsatzes (verwendete Ausgangsparameter und die verwendete Technologiefunktion müssen angegeben sein) sind mit null Punkten zu bewerten.

   c. Werden zu einer Teilaufgabe mehrere Lösungen von der Kandidatin / vom Kandidaten angeboten und nicht alle diese Lösungen sind korrekt, so ist diese Teilaufgabe mit null Punkten zu bewerten, sofern die richtige Lösung nicht klar als solche hervorgehoben ist.

   d. Bei abhängiger Punktevergabe gilt das Prinzip des Folgefehlers. Wird von der Kandidatin / vom Kandidaten beispielsweise zu einem Kontext ein falsches Modell aufgestellt, mit diesem Modell aber eine richtige Berechnung durchgeführt, so ist der Berechnungspunkt zu vergeben, wenn das falsch aufgestellte Modell die Berechnung nicht vereinfacht.

   e. Werden von der Kandidatin / vom Kandidaten kombinierte Handlungsanweisungen in einem Lösungsschritt erbracht, so sind alle Punkte zu vergeben, auch wenn der Lösungsschlüssel Einzelschritte vorgibt.

   f. Abschreibfehler, die aufgrund der Dokumentation der Kandidatin / des Kandidaten als solche identifizierbar sind, sind ohne Punkteabzug zu bewerten, wenn sie zu keiner Vereinfachung der Aufgabenstellung führen.

   g. Rundungsfehler sind zu vernachlässigen, wenn die Rundung nicht explizit eingefordert ist.

   h. Jedes Diagramm bzw. jede Skizze, die Lösung einer Handlungsanweisung ist, muss eine qualitative Achsenbeschriftung enthalten, andernfalls ist dies mit null Punkten zu bewerten.

   i. Die Angabe von Einheiten ist bei der Punktevergabe zu vernachlässigen, sofern sie nicht explizit eingefordert ist.

Aufgabe 1

Die Adria-Wien-Pipeline

Möglicher Lösungsweg

a1) Ermittlung mittels Technologieeinsatz:
$\bar{x} = 7{,}48...$ Millionen Tonnen
$s = 0{,}30...$ Millionen Tonnen

Auch eine Ermittlung der Standardabweichung als $s_{n-1} = 0{,}32...$ *ist als richtig zu werten.*

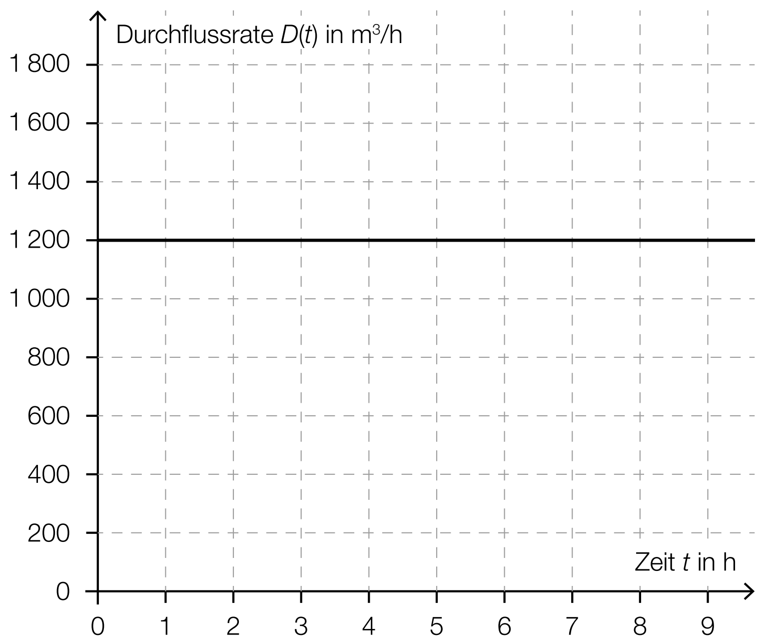
b1) $\left(\frac{0{,}4572}{2}\right)^2 \cdot \pi \cdot 416\,000 = 68\,296{,}06...$

$68\,296{,}06... : 0{,}159 = 429\,534{,}9...$

Insgesamt fasst die Pipeline rund 429535 Barrel Rohöl.

c1) $R(t) = 1\,200 \cdot t$

c2)



Lösungsschlüssel

a1) 1 × B: für das richtige Ermitteln des arithmetischen Mittels und der Standardabweichung
b1) 1 × A: für den richtigen Ansatz (richtige Anwendung der Formel zur Berechnung des Volumens eines Drehzylinders auf den gegebenen Sachverhalt)
1 × B: für die richtige Berechnung in Barrel
c1) 1 × A1: für das richtige Erstellen der Gleichung der Funktion
c2) 1 × A2: für das richtige Einzeichnen des Graphen der Durchflussrate

Aufgabe 2

Vitamin C

Möglicher Lösungsweg

a1) $N(t) = 18 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$

$0{,}8 \cdot 18 = 18 \cdot e^{-\lambda \cdot 4}$

$\lambda = \frac{\ln(0{,}8)}{-4} = 0{,}05578... \approx 0{,}0558$

$N(t) = 18 \cdot e^{-0{,}0558 \cdot t}$

oder:

$N(t) = 18 \cdot 0{,}8^{\frac{t}{4}}$

t ... Zeit nach der Ernte in Wochen
$N(t)$ ... Vitamin-C-Gehalt zur Zeit t in mg

a2) $N(36) = 2{,}41...$

Der Apfel hat 36 Wochen nach der Ernte einen Vitamin-C-Gehalt von rund 2,4 mg.

b1) X ... Vitamin-C-Gehalt einer Tablette in mg

Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$P(92 < X < 110) = 0{,}9224...$

Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 92,2 %.

c1) $c'(t) = 0$ *oder* $24 \cdot (-0{,}0195 \cdot e^{-0{,}0195 \cdot t} + 1{,}3 \cdot e^{-1{,}3 \cdot t}) = 0$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$t = 3{,}279...$

$c(3{,}279...) = 25{,}175...$

Die maximale Vitamin-C-Konzentration im Blut dieser Person beträgt also rund 25,18 µg/ml.

Eine Überprüfung, ob an der berechneten Stelle tatsächlich ein Maximum vorliegt, z. B. mithilfe der 2. Ableitung, sowie eine Überprüfung von Randstellen sind für die Punktevergabe nicht erforderlich.

c2)

25,18 mg/L	☒

Lösungsschlüssel

a1) 1 × A: für das richtige Erstellen der Gleichung der Funktion
a2) 1 × B: für die richtige Berechnung des Vitamin-C-Gehalts 36 Wochen nach der Ernte
b1) 1 × B: für die richtige Berechnung der Wahrscheinlichkeit
c1) 1 × D: für den richtigen Nachweis
Eine Überprüfung, ob an der berechneten Stelle tatsächlich ein Maximum vorliegt, z. B. mithilfe der 2. Ableitung, sowie eine Überprüfung von Randstellen sind für die Punktevergabe nicht erforderlich.
c2) 1 × C: für das richtige Ankreuzen

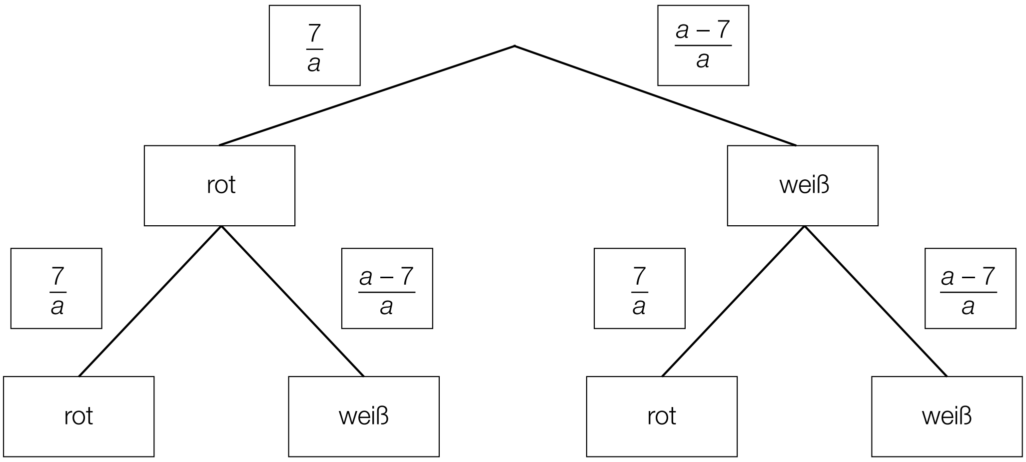
Aufgabe 3

Glücksspiel

Möglicher Lösungsweg

a1) $P(\text{„die gezogene Kugel ist weiß“}) = \frac{a-7}{a}$

a2)



a3) $\left(\frac{7}{a}\right)^2 = 0{,}1225 \quad \Rightarrow \quad a = 20$

b1) Binomialverteilung mit $n = 5$, $p = 0{,}75$:
X ... Anzahl der gezogenen schwarzen Kugeln

Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$P(X = 3) = 0{,}2636...$

Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 26,4 %.

c1)

①	
mindestens 1 Kugel grün ist	☒

②	
$1 - \left(\frac{5}{12}\right)^3$	☒

Lösungsschlüssel

a1) 1 × A1: für das richtige Erstellen des Ausdrucks
a2) 1 × A2: für das richtige Vervollständigen des Baumdiagramms
a3) 1 × B: für die richtige Berechnung von a
b1) 1 × B: für die richtige Berechnung der Wahrscheinlichkeit
c1) 1 × A: für das richtige Ergänzen der beiden Textlücken

Aufgabe 4

Bahnverkehr in Österreich

Möglicher Lösungsweg

a1) Länge der ursprünglichen Fahrtstrecke in km:
$81{,}83 \cdot \left(2 + \frac{35}{60}\right) = 211{,}394...$

Länge der verkürzten Fahrtstrecke in km:
$211{,}394... - 13{,}7 = 197{,}694...$

mittlere Reisegeschwindigkeit für die verkürzte Fahrt in km/h:
$\frac{197{,}694...}{1{,}75} = 112{,}968...$

Die mittlere Reisegeschwindigkeit für die verkürzte Fahrt beträgt rund 112,97 km/h.

b1) $\Delta h = 27\,300 \text{ m} \cdot \sin(\alpha) = 229{,}3\ldots \text{ m}$

c1) $235{,}1 - 209{,}3 = 25{,}8$

Die Spannweite beträgt 25,8 Millionen Fahrgäste.

c2) Im Jahr 2014 war die Anzahl der Fahrgäste um rund 12 % höher als im Jahr 2010.

Lösungsschlüssel

a1) 1 × B1: für die richtige Berechnung der Länge der verkürzten Fahrtstrecke
1 × B2: für die richtige Berechnung der mittleren Reisegeschwindigkeit für die verkürzte Fahrt
b1) 1 × A: für die Richtigstellung mit dem richtigen Ergebnis
c1) 1 × B: für die richtige Berechnung der Spannweite in Millionen
c2) 1 × C: für die richtige Interpretation im gegebenen Sachzusammenhang

Aufgabe 5

Sonnenaufgang

Möglicher Lösungsweg

a1) Die Beleuchtungsstärke bei Sonnenaufgang beträgt 80 Lux.

a2) $a^5 = 2 \quad \Rightarrow \quad a = \sqrt[5]{2} = 1{,}148...$

b1) Mit den konkreten Zahlen folgt: $E_{\text{Morgen}} = 10$ Lux, $E_{\text{Mittag}} = 10\,000$ Lux
Daher war die Beleuchtungsstärke zu Mittag nicht 4-mal so hoch wie am Morgen.

Auch ein allgemeiner Nachweis ist als richtig zu werten.

c1) 31 Tage
Toleranzbereich: [26 Tage; 34 Tage]

c2) Die Datenpunkte im Zeitintervall [0; 40] können durch eine nach unten offene (negativ gekrümmte) Parabel angenähert werden. Daher ist der Parameter *a* der zugehörigen quadratischen Funktion negativ.

Lösungsschlüssel

a1) 1 × C: für die richtige Interpretation im gegebenen Sachzusammenhang
a2) 1 × B: für die richtige Berechnung des Parameters *a*
b1) 1 × D: für den richtigen Nachweis (allgemein oder anhand der konkreten Zahlen)
c1) 1 × C: für das richtige Ermitteln im Toleranzbereich [26 Tage; 34 Tage]
c2) 1 × D: für die richtige Argumentation

Aufgabe 6 (Teil B)

Betonrohre

Möglicher Lösungsweg

a1) $p(x) = -\frac{1}{50} \cdot x + 60$

x ... nachgefragte Menge in Stück
$p(x)$ ... Preis bei der nachgefragten Menge x in €/Stück

a2) Die Steigung $-\frac{1}{50}$ gibt an, dass eine Preisreduktion um € 1 pro Stück zu einer Erhöhung der nachgefragten Menge um 50 Stück führt.

oder:

Soll die nachgefragte Menge um 1 Stück gesteigert werden, muss der Preis um € 0,02 pro Stück gesenkt werden.

a3) $p(x) = 32$ *oder* $-\frac{1}{50} \cdot x + 60 = 32 \quad \Rightarrow \quad x = 1\,400$

Bei einem Preis von € 32 pro Stück ist mit einer nachgefragten Menge von 1 400 Stück zu rechnen.

b1)

Der Break-even-Point liegt bei 200 ME.	B
Das Gewinnmaximum liegt bei 200 ME.	C

A	$G(0) = 200$
B	$G(200) = 0$
C	$G'(200) = 0$
D	$G''(200) = 0$

c1) $K'(x) = 3 \cdot a \cdot x^2 + 2 \cdot b \cdot x + c$
$\overline{K}(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c + \frac{d}{x}$

$K(0) = 150$
$K(20) = 530$
$K'(10) = 17$
$\overline{K}(30) = 22$

oder:

$d = 150$
$a \cdot 20^3 + b \cdot 20^2 + c \cdot 20 + d = 530$
$3 \cdot a \cdot 10^2 + 2 \cdot b \cdot 10 + c = 17$
$a \cdot 30^2 + b \cdot 30 + c + \frac{d}{30} = 22$

c2) Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$a = 0{,}02$
$b = -1{,}2$
$c = 35$
$d = 150$

d1) X ... Durchmesser in mm
$P(X < 98) = 0{,}03$

Berechnung von σ mittels Technologieeinsatz:

$\sigma = 1{,}06...$

Die Standardabweichung beträgt rund 1,1 mm.

Lösungsschlüssel

a1) 1 × A: für das richtige Erstellen der Gleichung der Preisfunktion der Nachfrage
a2) 1 × C: für die richtige Interpretation des Wertes der Steigung im gegebenen Sachzusammenhang
a3) 1 × B: für die richtige Berechnung der Anzahl der nachgefragten Betonrohre
b1) 1 × C: für die richtige Zuordnung
c1) 1 × A1: für das richtige Erstellen der beiden Gleichungen mithilfe der Kosten
1 × A2: für das richtige Erstellen der Gleichung mithilfe der Grenzkosten
1 × A3: für das richtige Erstellen der Gleichung mithilfe der Stückkosten
c2) 1 × B: für die richtige Berechnung der Koeffizienten
d1) 1 × B: für die richtige Berechnung der Standardabweichung

Aufgabe 7 (Teil B)

Küchenkauf

Möglicher Lösungsweg

a1) $3000 \cdot (1+i)^7 + 3000 \cdot (1+i)^4 + 3000 \cdot (1+i) = 10000$

$i = 0{,}02617...$

Der zugrunde liegende Jahreszinssatz beträgt rund 2,62 %.

a2) $\frac{0{,}02617...}{0{,}75} = 0{,}0349...$

Der Jahreszinssatz vor Abzug der KESt beträgt rund 3,5 %.

b1) $i_2 = \sqrt{1{,}04} - 1 = 0{,}01980...$

Der äquivalente Semesterzinssatz beträgt rund 1,98 %.

b2)

Semester	Zinsanteil	Tilgungsanteil	Semesterrate	Restschuld
0	---	---	---	€ 20.000
1	€ 396,08	€ 0	€ 396,08	€ 20.000
2	€ 396,08	€ 1.603,92	€ 2.000	€ 18.396,08

b3) Der Tilgungsanteil berechnet sich aus der Differenz von Semesterrate und Zinsanteil. Wenn die Semesterrate verdoppelt wird, bleibt der Zinsanteil trotzdem gleich hoch. Somit ist der neue Tilgungsanteil mehr als doppelt so hoch wie der alte Tilgungsanteil.

c1) $S = 20000 \cdot (1+i)^t - 3000 \cdot \frac{(1+i)^t - 1}{i}$

oder:

$S = 20000 \cdot q^t - 3000 \cdot \frac{q^t - 1}{q - 1}$ mit $q = 1 + i$

Lösungsschlüssel

a1) 1 × B1: für die richtige Berechnung des Jahreszinssatzes
a2) 1 × B2: für die richtige Berechnung des Jahreszinssatzes vor Abzug der KESt
b1) 1 × B1: für die richtige Berechnung des äquivalenten Semesterzinssatzes
b2) 1 × B2: für das richtige Vervollständigen der Zeile für das Semester 1 des Tilgungsplans
1 × B3: für das richtige Vervollständigen der Zeile für das Semester 2 des Tilgungsplans
b3) 1 × D: für die richtige Erklärung
c1) 1 × A: für das richtige Erstellen der Formel

Aufgabe 8 (Teil B)

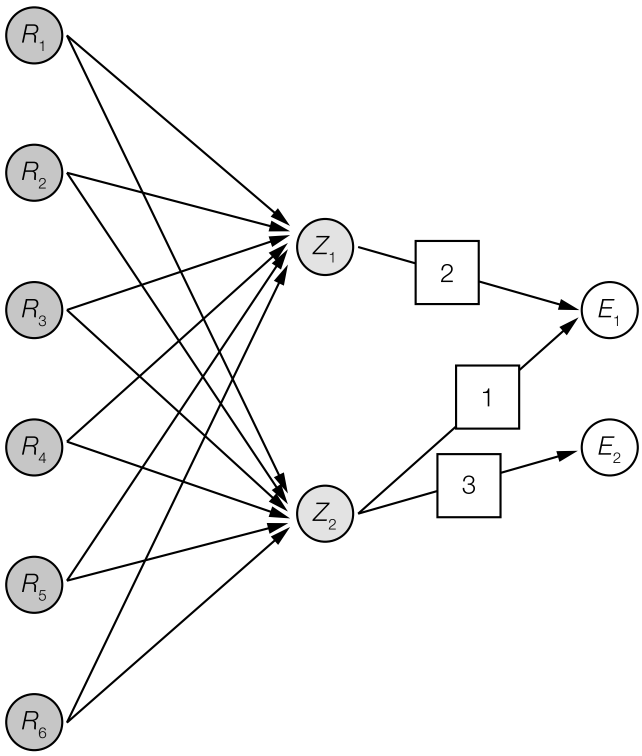
Speiseeis

Möglicher Lösungsweg

a1) $\boldsymbol{V} = \begin{pmatrix} 10 & 25 \\ 40 & 30 \\ 20 & 15 \\ 5 & 10 \\ 20 & 0 \\ 0 & 10 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 45 & 75 \\ 110 & 90 \\ 55 & 45 \\ 20 & 30 \\ 40 & 0 \\ 10 & 30 \end{pmatrix}$

a2) Bedarfsvektor $\vec{r} = \begin{pmatrix} 45 & 75 \\ 110 & 90 \\ 55 & 45 \\ 20 & 30 \\ 40 & 0 \\ 10 & 30 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 50 \\ 30 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4\,500 \\ 8\,200 \\ 4\,100 \\ 1\,900 \\ 2\,000 \\ 1\,400 \end{pmatrix}$

b1)



c1) Es werden die Rohstoffkosten für eine Portion Früchtebecher und für eine Portion Bananensplit berechnet.

c2)

1×2-Matrix	☒

d1)

	A	nicht A	Summe
B	0,005	0,015	0,02
nicht B	0,005	0,975	0,98
Summe	0,01	0,99	

d2) $P(A) \cdot P(B) = 0{,}01 \cdot 0{,}02 = 0{,}0002$

$P(A \cap B) = 0{,}005$

Da $P(A) \cdot P(B) \neq P(A \cap B)$ ist, sind die Ereignisse A und B voneinander abhängig.

Lösungsschlüssel

a1) 1 × B1: für das richtige Ermitteln der Verflechtungsmatrix $\boldsymbol{V}$
a2) 1 × B2: für die richtige Ermitteln des Bedarfsvektors
b1) 1 × A: für das richtige Eintragen der fehlenden Zahlen im Gozinto-Graphen
c1) 1 × C1: für die richtige Beschreibung im gegebenen Sachzusammenhang
c2) 1 × C2: für das richtige Ankreuzen
d1) 1 × A: für das richtige Vervollständigen der Vierfeldertafel
d2) 1 × D: für den richtigen Nachweis der Abhängigkeit der Ereignisse