

Standardisierte kompetenzorientierte
schriftliche Reife- und Diplomprüfung

BHS

8. Mai 2019

Angewandte Mathematik

HTL 2

Korrekturheft

Beurteilung der Klausurarbeit

Gemäß § 38 Abs. 3 SchUG (BGBl. Nr. 472/1986 i. d. g. F.) sind die Leistungen der Prüfungskandidatin/des Prüfungskandidaten nach Maßgabe vorliegender Korrektur- und Beurteilungsanleitung aufgrund von begründeten Anträgen der Prüferin/des Prüfers von der jeweiligen Prüfungskommission zu beurteilen.

Für die Beurteilung ist ein auf einem Punktesystem basierender Beurteilungsschlüssel vorgegeben, der auf den Kriterien des § 18 Abs. 2 bis 4 und 6 SchUG und der Leistungsbeurteilungsverordnung (BGBl. Nr. 371/1974 i. d. g. F.) beruht und die Beurteilungsstufen (Noten) entsprechend abbildet.

Beurteilungsschlüssel:

| Note | Punkte |
|--------------|--------------|
| Genügend | 23–30 Punkte |
| Befriedigend | 31–37 Punkte |
| Gut | 38–43 Punkte |
| Sehr gut | 44–48 Punkte |

Die Arbeit wird mit „Nicht genügend“ beurteilt, wenn insgesamt weniger als 23 Punkte erreicht wurden.

Den Prüferinnen und Prüfern steht während der Korrekturfrist ein Helpdesk des BMBWF beratend zur Verfügung. Die Erreichbarkeit des Helpdesks wird für jeden Prüfungstermin auf **<https://ablauf.srdp.at>** gesondert bekanntgegeben.

Handreichung zur Korrektur

1. In der Lösungserwartung ist ein möglicher Lösungsweg angegeben. Andere richtige Lösungswege sind als gleichwertig anzusehen. Im Zweifelsfall kann die Auskunft des Helpdesks in Anspruch genommen werden.
2. Der Lösungsschlüssel ist **verbindlich** unter Beachtung folgender Vorgangsweisen anzuwenden:
 - a. Punkte sind zu vergeben, wenn die abgefragte Handlungskompetenz in der Bearbeitung erfüllt ist.
 - b. Berechnungen ohne nachvollziehbaren Rechenansatz bzw. ohne nachvollziehbare Dokumentation des Technologieeinsatzes (verwendete Ausgangsparameter und die verwendete Technologiefunktion müssen angegeben sein) sind mit null Punkten zu bewerten.
 - c. Werden zu einer Teilaufgabe mehrere Lösungen von der Kandidatin/vom Kandidaten angeboten und nicht alle diese Lösungen sind korrekt, so ist diese Teilaufgabe mit null Punkten zu bewerten, sofern die richtige Lösung nicht klar als solche hervorgehoben ist.
 - d. Bei abhängiger Punktevergabe gilt das Prinzip des Folgefehlers. Wird von der Kandidatin/vom Kandidaten beispielsweise zu einem Kontext ein falsches Modell aufgestellt, mit diesem Modell aber eine richtige Berechnung durchgeführt, so ist der Berechnungspunkt zu vergeben, wenn das falsch aufgestellte Modell die Berechnung nicht vereinfacht.
 - e. Werden von der Kandidatin/vom Kandidaten kombinierte Handlungsanweisungen in einem Lösungsschritt erbracht, so sind alle Punkte zu vergeben, auch wenn der Lösungsschlüssel Einzelschritte vorgibt.
 - f. Abschreibfehler, die aufgrund der Dokumentation der Kandidatin/des Kandidaten als solche identifizierbar sind, sind ohne Punkteabzug zu bewerten, wenn sie zu keiner Vereinfachung der Aufgabenstellung führen.
 - g. Rundungsfehler sind zu vernachlässigen, wenn die Rundung nicht explizit eingefordert ist.
 - h. Jedes Diagramm bzw. jede Skizze, die Lösung einer Handlungsanweisung ist, muss eine qualitative Achsenbeschriftung enthalten, andernfalls ist dies mit null Punkten zu bewerten.
 - i. Die Angabe von Einheiten ist bei der Punktevergabe zu vernachlässigen, sofern sie nicht explizit eingefordert ist.

Aufgabe 1

Die Adria-Wien-Pipeline

Möglicher Lösungsweg

a1) Ermittlung mittels Technologieeinsatz:

$$\bar{x} = 7,48... \text{ Millionen Tonnen}$$

$$s = 0,30... \text{ Millionen Tonnen}$$

Auch eine Ermittlung der Standardabweichung als $s_{n-1} = 0,32... \text{ ist als richtig zu werten.}$

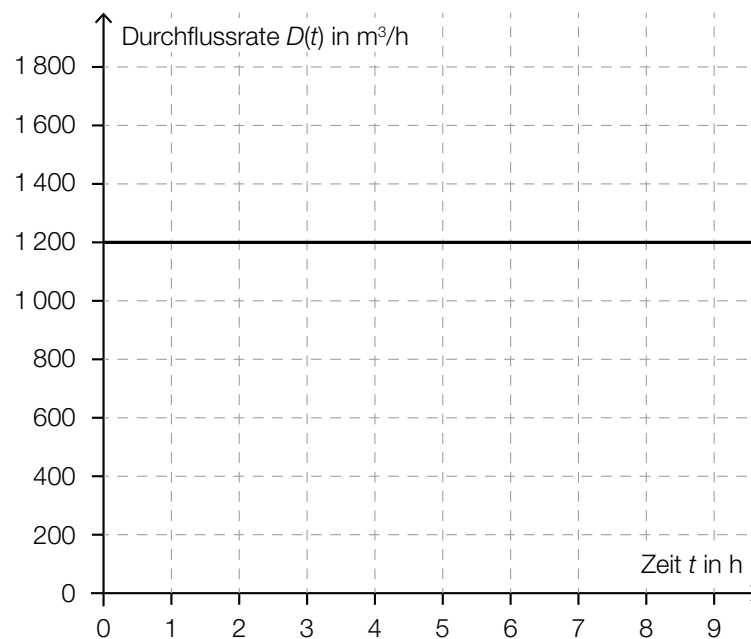
b1) $\left(\frac{0,4572}{2}\right)^2 \cdot \pi \cdot 416\,000 = 68\,296,06...$

$$68\,296,06... : 0,159 = 429\,534,9...$$

Insgesamt fasst die Pipeline rund 429 535 Barrel Rohöl.

c1) $R(t) = 1\,200 \cdot t$

c2)



Lösungsschlüssel

a1) 1 × B: für das richtige Ermitteln des arithmetischen Mittels und der Standardabweichung

b1) 1 × A: für den richtigen Ansatz (richtige Anwendung der Formel zur Berechnung des Volumens eines Drehzylinders auf den gegebenen Sachverhalt)

1 × B: für die richtige Berechnung in Barrel

c1) 1 × A1: für das richtige Erstellen der Gleichung der Funktion

c2) 1 × A2: für das richtige Einzeichnen des Graphen der Durchflussrate

Aufgabe 2

Vitamin C

Möglicher Lösungsweg

a1) $N(t) = 18 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$

$$0,8 \cdot 18 = 18 \cdot e^{-\lambda \cdot 4}$$

$$\lambda = \frac{\ln(0,8)}{-4} = 0,05578... \approx 0,0558$$

$$N(t) = 18 \cdot e^{-0,0558 \cdot t}$$

oder:

$$N(t) = 18 \cdot 0,8^{\frac{t}{4}}$$

t ... Zeit nach der Ernte in Wochen

$N(t)$... Vitamin-C-Gehalt zur Zeit t in mg

a2) $N(36) = 2,41...$

Der Apfel hat 36 Wochen nach der Ernte einen Vitamin-C-Gehalt von rund 2,4 mg.

b1) X ... Vitamin-C-Gehalt einer Tablette in mg

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$P(92 < X < 110) = 0,9224...$$

Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 92,2 %.

c1) $c'(t) = 0$ oder $24 \cdot (-0,0195 \cdot e^{-0,0195 \cdot t} + 1,3 \cdot e^{-1,3 \cdot t}) = 0$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$t = 3,279...$

$c(3,279...) = 25,175...$

Die maximale Vitamin-C-Konzentration im Blut dieser Person beträgt also rund 25,18 µg/ml.

Eine Überprüfung, ob an der berechneten Stelle tatsächlich ein Maximum vorliegt, z. B. mithilfe der 2. Ableitung, sowie eine Überprüfung von Randstellen sind für die Punktevergabe nicht erforderlich.

c2)

| | |
|------------|-------------------------------------|
| | |
| 25,18 mg/L | <input checked="" type="checkbox"/> |
| | |
| | |
| | |

Lösungsschlüssel

a1) 1 × A: für das richtige Erstellen der Gleichung der Funktion

a2) 1 × B: für die richtige Berechnung des Vitamin-C-Gehalts 36 Wochen nach der Ernte

b1) 1 × B: für die richtige Berechnung der Wahrscheinlichkeit

c1) 1 × D: für den richtigen Nachweis

Eine Überprüfung, ob an der berechneten Stelle tatsächlich ein Maximum vorliegt, z. B. mithilfe der 2. Ableitung, sowie eine Überprüfung von Randstellen sind für die Punktevergabe nicht erforderlich.

c2) 1 × C: für das richtige Ankreuzen

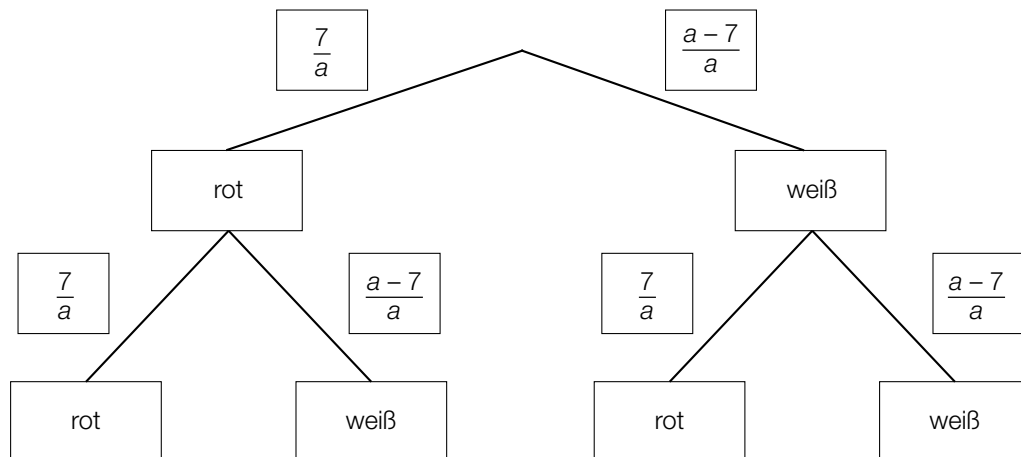
Aufgabe 3

Glücksspiel

Möglicher Lösungsweg

a1) $P(\text{„die gezogene Kugel ist weiß“}) = \frac{a-7}{a}$

a2)



a3) $\left(\frac{7}{a}\right)^2 = 0,1225 \Rightarrow a = 20$

b1) Binomialverteilung mit $n = 5, p = 0,75$:

X ... Anzahl der gezogenen schwarzen Kugeln

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$P(X = 3) = 0,2636...$

Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 26,4 %.

c1)

| ① | |
|-----------------------------|-------------------------------------|
| | |
| mindestens 1 Kugel grün ist | <input checked="" type="checkbox"/> |
| | |

| ② | |
|-----------------------------------|-------------------------------------|
| $1 - \left(\frac{5}{12}\right)^3$ | <input checked="" type="checkbox"/> |
| | |
| | |

Lösungsschlüssel

a1) 1 × A1: für das richtige Erstellen des Ausdrucks

a2) 1 × A2: für das richtige Vervollständigen des Baumdiagramms

a3) 1 × B: für die richtige Berechnung von a

b1) 1 × B: für die richtige Berechnung der Wahrscheinlichkeit

c1) 1 × A: für das richtige Ergänzen der beiden Textlücken

Aufgabe 4

Bahnverkehr in Österreich

Möglicher Lösungsweg

a1) Länge der ursprünglichen Fahrtstrecke in km:

$$81,83 \cdot \left(2 + \frac{35}{60}\right) = 211,394...$$

Länge der verkürzten Fahrtstrecke in km:

$$211,394... - 13,7 = 197,694...$$

mittlere Reisegeschwindigkeit für die verkürzte Fahrt in km/h:

$$\frac{197,694...}{1,75} = 112,968...$$

Die mittlere Reisegeschwindigkeit für die verkürzte Fahrt beträgt rund 112,97 km/h.

b1) $\Delta h = 27\,300 \text{ m} \cdot \sin(\alpha) = 229,3... \text{ m}$

c1) $235,1 - 209,3 = 25,8$

Die Spannweite beträgt 25,8 Millionen Fahrgäste.

c2) Im Jahr 2014 war die Anzahl der Fahrgäste um rund 12 % höher als im Jahr 2010.

Lösungsschlüssel

a1) 1 × B1: für die richtige Berechnung der Länge der verkürzten Fahrtstrecke

1 × B2: für die richtige Berechnung der mittleren Reisegeschwindigkeit für die verkürzte Fahrt

b1) 1 × A: für die Richtigstellung mit dem richtigen Ergebnis

c1) 1 × B: für die richtige Berechnung der Spannweite in Millionen

c2) 1 × C: für die richtige Interpretation im gegebenen Sachzusammenhang

Aufgabe 5

Sonnenaufgang

Möglicher Lösungsweg

a1) Die Beleuchtungsstärke bei Sonnenaufgang beträgt 80 Lux.

a2) $a^5 = 2 \Rightarrow a = \sqrt[5]{2} = 1,148\dots$

b1) Mit den konkreten Zahlen folgt: $E_{\text{Morgen}} = 10 \text{ Lux}$, $E_{\text{Mittag}} = 10000 \text{ Lux}$
Daher war die Beleuchtungsstärke zu Mittag nicht 4-mal so hoch wie am Morgen.

Auch ein allgemeiner Nachweis ist als richtig zu werten.

c1) 31 Tage

Toleranzbereich: [26 Tage; 34 Tage]

c2) Die Datenpunkte im Zeitintervall $[0; 40]$ können durch eine nach unten offene (negativ gekrümmte) Parabel angenähert werden. Daher ist der Parameter a der zugehörigen quadratischen Funktion negativ.

Lösungsschlüssel

a1) 1 × C: für die richtige Interpretation im gegebenen Sachzusammenhang

a2) 1 × B: für die richtige Berechnung des Parameters a

b1) 1 × D: für den richtigen Nachweis (allgemein oder anhand der konkreten Zahlen)

c1) 1 × C: für das richtige Ermitteln im Toleranzbereich [26 Tage; 34 Tage]

c2) 1 × D: für die richtige Argumentation

Aufgabe 6 (Teil B)

Gastwirtschaft

Möglicher Lösungsweg

a1) $\mu = 500 \text{ ml}$ und $\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{4,5}{\sqrt{10}} \text{ ml}$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

[496,33...; 503,66...]

- a2) Die Standardabweichung einer Stichprobe ist umso größer, je kleiner der Stichprobenumfang n ist. Daher ist der Graph der Dichtefunktion für $n = 5$ breiter als für $n = 10$. Da der gesamte Flächeninhalt unter dem Graphen der Dichtefunktion immer 1 beträgt, muss das Maximum für $n = 5$ kleiner als für $n = 10$ sein.

b1) $g'(x) = 0$ oder $-0,00324 \cdot x^2 + 0,092 \cdot x - 0,4367 = 0$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$x_1 = 6,025...$$

$$(x_2 = 22,369...)$$

Anhand der Grafik ist erkennbar, dass der Tiefpunkt an der Stelle x_1 ist, ein (rechnerischer) Nachweis, dass x_1 eine Minimumstelle ist, ist daher nicht erforderlich.

$$\text{Innendurchmesser: } d = 2 \cdot g(x_1) = 3,60...$$

Der kleinste Innendurchmesser des Weizenbierrglases beträgt rund 3,6 cm.

b2) $V = \pi \cdot \int_2^{25} (g(x))^2 dx = 678,6...$

Das Füllvolumen des Weizenbierrglases beträgt rund 0,68 L.

Lösungsschlüssel

- a1) 1 × B: für die richtige Berechnung des Zufallsstrebereichs
a2) 1 × D: für die richtige Begründung
b1) 1 × B1: für die richtige Berechnung des kleinsten Innendurchmessers
b2) 1 × B2: für die richtige Berechnung des Füllvolumens in Litern

Aufgabe 7 (Teil B)

Wein

Möglicher Lösungsweg

a1) Der Ausdruck ist die mittlere Änderungsrate des Alkoholgehalts im Zeitintervall $[2; 4]$.

a2) Ermittlung der Gleichung der Ausgleichsfunktion mittels Technologieeinsatz:

$$a(t) = 0,18 \cdot t^2 + 0,05 \cdot t + 0,51 \quad (\text{Koeffizienten gerundet})$$

t ... Zeit seit Beginn des Gärungsprozesses in Tagen

$a(t)$... Alkoholgehalt zur Zeit t in %

a3) $a(t) = 11$ oder $0,18 \cdot t^2 + 0,05 \cdot t + 0,51 = 11$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$t_1 = 7,49\dots$$

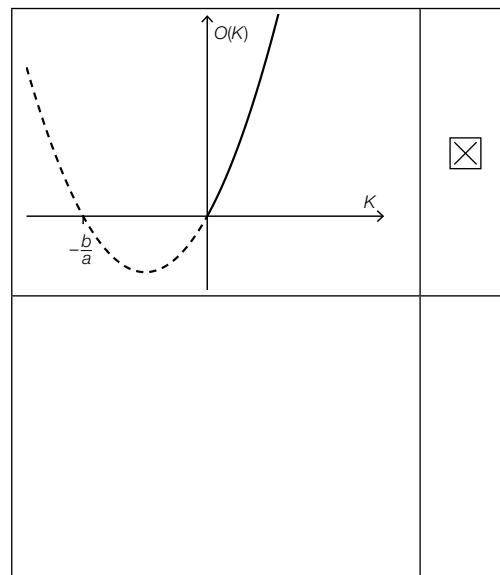
$$(t_2 = -7,78\dots)$$

$$z(7,49\dots) = 0,31\dots$$

Der Zuckergehalt beträgt rund 0,3 %.

b1)

| | |
|--|--|
| | |
| | |
| | |



c1) $\frac{dT}{dt} = k \cdot (20 - T)$

c2) Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$T(t) = 20 - C \cdot e^{-k \cdot t}$$

oder:

$$\int \frac{T'}{20 - T} dt = \int k dt$$

$$-\ln|20 - T(t)| = k \cdot t + C_1$$

$$20 - T(t) = C \cdot e^{-k \cdot t}$$

$$T(t) = 20 - C \cdot e^{-k \cdot t}$$

$$T(0) = 10 \quad \text{oder} \quad 20 - C \cdot e^{-k \cdot 0} = 10 \quad \Rightarrow \quad C = 10$$

$$T(20) = 12 \quad \text{oder} \quad 20 - 10 \cdot e^{-k \cdot 20} = 12$$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$k = 0,011157...$$

$$T(t) = 20 - 10 \cdot e^{-0,01116 \cdot t}$$

c3) $T(t) = 15 \quad \text{oder} \quad 20 - 10 \cdot e^{-0,01116 \cdot t} = 15$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$t = 62,1...$$

Der Wein erreicht nach rund 62 min eine Temperatur von 15 °C.

Lösungsschlüssel

a1) 1 × C: für die richtige Interpretation im gegebenen Sachzusammenhang

a2) 1 × B1: für das richtige Ermitteln der Gleichung der quadratischen Ausgleichsfunktion

a3) 1 × B2: für die richtige Berechnung des Zuckergehalts

b1) 1 × C: für das richtige Ankreuzen

c1) 1 × A1: für das richtige Aufstellen der Differenzialgleichung

c2) 1 × A2: für den richtigen Ansatz (allgemeine Lösung der Differenzialgleichung)

1 × B1: für die richtige Berechnung der Lösung der Differenzialgleichung für den gegebenen Erwärmungsprozess

c3) 1 × B2: für die richtige Berechnung der Zeitdauer

Aufgabe 8 (Teil B)

Blutdruck

Möglicher Lösungsweg

$$\text{a1) } \int m'(t) dt = -30 \cdot e^{-0,04 \cdot t} - 0,1 \cdot t + C$$

$$m(0) = 10 \quad \text{oder} \quad -30 + C = 10 \quad \Rightarrow \quad C = 40$$

$$m(t) = -30 \cdot e^{-0,04 \cdot t} - 0,1 \cdot t + 40$$

$$\text{a2) } m(t) = 0 \quad \text{oder} \quad -30 \cdot e^{-0,04 \cdot t} - 0,1 \cdot t + 40 = 0$$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$(t_1 = -7,6 \dots)$$

$$t_2 = 399,9 \dots$$

Nach etwa 400 min ist der Wirkstoff vollständig abgebaut.

b1) Im Kästchen ist die Zahl 6 einzutragen.

$$\text{b2) } a = -7,5$$

$$\text{b3) } f_1(t) = f(t) + 10$$

oder:

$$f_1(t) = a \cdot \sin\left(\frac{\pi}{12} \cdot t\right) + 145$$

Lösungsschlüssel

a1) 1 × A: für das richtige Erstellen der Funktionsgleichung unter Berücksichtigung der Anfangsbedingung

a2) 1 × B: für die richtige Berechnung derjenigen Zeit, nach der der Wirkstoff vollständig abgebaut ist

b1) 1 × C1: für das richtige Eintragen der Zeitangabe

b2) 1 × C2: für das richtige Bestimmen von a

b3) 1 × A: für das richtige Erstellen der Funktionsgleichung

Aufgabe 9 (Teil B)

Bahnsteige

Möglicher Lösungsweg

$$\text{a1) } A = \int_{-4}^{-2,5} f(x) dx - 3 \cdot 1,5$$

$$\begin{aligned} \text{a2) } a &= -4 \\ b &= 3 \end{aligned}$$

$$\text{b1) } \overline{DF} = \overline{AE} + \overline{AD} \cdot \sin(\alpha - 90^\circ)$$

$$\text{b2) } \overline{AB} = 1,2 \text{ m}$$

$$\frac{1,2}{\sin(19^\circ)} = \frac{\overline{BC}}{\sin(104^\circ)} \Rightarrow \overline{BC} = 3,576... \text{ m} \approx 3,58 \text{ m}$$

$$\text{c1) } 240 = v_0 \cdot 5 + \frac{v_0 \cdot 22}{2} \Rightarrow v_0 = 15$$

Die Geschwindigkeit v_0 beträgt 15 m/s.

$$\text{c2) } v(t) = k \cdot t + d$$

$$k = -\frac{15}{22}$$

$$0 = k \cdot 27 + d \Rightarrow d = \frac{405}{22}$$

$$v(t) = -\frac{15}{22} \cdot t + \frac{405}{22}$$

t ... Zeit in s

$v(t)$... Geschwindigkeit zur Zeit t in m/s

Lösungsschlüssel

a1) 1 × A: für das richtige Erstellen der Formel zur Berechnung des Flächeninhalts A

a2) 1 × C: für das richtige Ablesen von a und b

b1) 1 × A: für das richtige Erstellen der Formel

b2) 1 × B: für die richtige Berechnung der Länge \overline{BC}

c1) 1 × B: für das richtige Bestimmen der Geschwindigkeit

c2) 1 × A: für das richtige Erstellen der Gleichung der Funktion