

Standardisierte kompetenzorientierte
schriftliche Reife- und Diplomprüfung

BHS

20. September 2018

Angewandte Mathematik

HTL 1

Korrekturheft

Korrektur- und Beurteilungsanleitung

(Detaillierte Informationen dazu finden Sie im entsprechenden Erlass zur Beurteilung, der auf der Website <https://ablauf.srdp.at/> abrufbar ist.)

Kompetenzbereiche

- *Kompetenzbereich A (KA)* umfasst die unabhängig¹ erreichbaren Punkte der Komplexitätsstufen 1 und 2 aus dem Kompetenzstufenraster.
- *Kompetenzbereich B (KB)* umfasst die abhängig erreichbaren Punkte und die Punkte der Komplexitätsstufen 3 und 4 aus dem Kompetenzstufenraster.

Die Summe der unabhängig erreichbaren Punkte aus den Komplexitätsstufen 1 und 2 (**KA**) stellt die „wesentlichen Bereiche“ eines Klausurheftes dar.

Beurteilung

Als Hilfsmittel für die Beurteilung wird ein auf ein Punktesystem basierender Beurteilungsschlüssel angegeben. Je nach gewichteter Schwierigkeit der vergebenen Punkte in den „wesentlichen Bereichen“ wird festgelegt, ab wann die „wesentlichen Bereiche überwiegend“ (Genügend) erfüllt sind, d. h., gemäß einem Punkteschema müssen Punkte aus dem Kompetenzbereich A unter Einbeziehung von Punkten aus dem Kompetenzbereich B in ausreichender Anzahl abhängig von der Zusammenstellung der Klausurhefte gelöst werden. Darauf aufbauend wird die für die übrigen Notenstufen zu erreichende Punktezahl festgelegt.

Nach der Punkteermittlung soll die Arbeit der Kandidatin/des Kandidaten nochmals ganzheitlich qualitativ betrachtet werden. Unter Zuhilfenahme des Punkteschemas und der ganzheitlichen Betrachtung ist von der Prüferin/vom Prüfer ein verbal begründeter Beurteilungsvorschlag zu erstellen, wobei die Ergebnisse der Kompetenzbereiche A und B in der Argumentation zu verwenden sind.

Beurteilungsschlüssel für die vorliegende Klausur:

44–48 Punkte	Sehr gut
38–43 Punkte	Gut
32–37 Punkte	Befriedigend
23–31 Punkte	Genügend
0–22 Punkte	Nicht genügend

¹ Unabhängige Punkte sind solche, für die keine mathematische Vorleistung erbracht werden muss. Als mathematische Vorleistung gilt z. B. das Aufstellen einer Gleichung (unabhängiger Punkt) mit anschließender Berechnung (abhängiger Punkt).

Handreichung zur Korrektur

1. In der Lösungserwartung ist nur **ein möglicher** Lösungsweg angegeben. Andere richtige Lösungswege sind als gleichwertig anzusehen.
2. Der Lösungsschlüssel ist unter Beachtung folgender Vorgangsweisen **verbindlich** anzuwenden:
 - a. Punkte sind nur zu vergeben, wenn die abgefragte Handlungskompetenz in der Bearbeitung vollständig erfüllt ist.
 - b. Berechnungen ohne nachvollziehbaren Rechenansatz bzw. ohne nachvollziehbare Dokumentation des Technologieeinsatzes (verwendete Ausgangsparameter und die verwendete Technologiefunktion müssen angegeben sein) sind mit null Punkten zu bewerten.
 - c. Werden zu einer Teilaufgabe mehrere Lösungen bzw. Lösungswege von der Kandidatin / vom Kandidaten angeboten und nicht alle diese Lösungen bzw. Lösungswege sind korrekt, so ist diese Teilaufgabe mit null Punkten zu bewerten.
 - d. Bei abhängiger Punktevergabe gilt das Prinzip des Folgefehlers. Das heißt zum Beispiel: Wird von der Kandidatin / vom Kandidaten zu einem Kontext ein falsches Modell aufgestellt, mit diesem Modell aber eine richtige Berechnung durchgeführt, so ist der Berechnungspunkt zu vergeben, wenn das falsch aufgestellte Modell die Berechnung nicht vereinfacht.
 - e. Werden von der Kandidatin / vom Kandidaten kombinierte Handlungsanweisungen in einem Lösungsschritt erbracht, so sind alle Punkte zu vergeben, auch wenn der Lösungsschlüssel Einzelschritte vorgibt.
 - f. Abschreibfehler, die aufgrund der Dokumentation der Kandidatin / des Kandidaten als solche identifizierbar sind, sind ohne Punkteabzug zu bewerten, wenn sie zu keiner Vereinfachung der Aufgabenstellung führen.
 - g. Rundungsfehler können vernachlässigt werden, wenn die Rundung nicht explizit eingefordert ist.
 - h. Jedes Diagramm bzw. jede Skizze, die Lösung einer Handlungsanweisung ist, muss eine qualitative Achsenbeschriftung enthalten, andernfalls ist dies mit null Punkten zu bewerten.
 - i. Die Angabe von Einheiten kann bei der Punktevergabe vernachlässigt werden, sofern sie im Lösungsschlüssel nicht explizit eingefordert wird.

Aufgabe 1

Pauschalreisen

Möglicher Lösungsweg

a1) X ... Anzahl der nicht in Anspruch genommenen Plätze

Binomialverteilung mit $n = 100$ und $p = 0,05$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$P(X \leq 4) = 0,4359...$$

Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 43,6 %.

a2) Es werden 5 der 100 vermittelten Plätze nicht in Anspruch genommen.

b1) X ... Anzahl der nicht in Anspruch genommenen Plätze

Binomialverteilung mit $n = 102$ und $p = 0,05$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$P(X \leq 1) = 0,0340...$$

Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 3,4 %.

$$\text{c1) } G = x \cdot a - (100 - x) \cdot 120 \Rightarrow x = \frac{G + 12\,000}{a + 120}$$

Lösungsschlüssel

- a) 1 × B: für die richtige Berechnung der Wahrscheinlichkeit (KA)
1 × C: für die richtige Beschreibung des Ereignisses im gegebenen Sachzusammenhang (KA)
- b) 1 × B: für die richtige Berechnung der Wahrscheinlichkeit (KB)
- c) 1 × A: für das richtige Erstellen der Formel zur Berechnung von x (KB)

Aufgabe 2

Kugelstoßen

Möglicher Lösungsweg

a1) Steigung k der linearen Funktion f : $k = \frac{0,34}{2,5} = 0,136$

$$f(t) = 0,136 \cdot t + 17,68$$

t ... Zeit in Jahren

$f(t)$... Weltrekordweite zur Zeit t in m

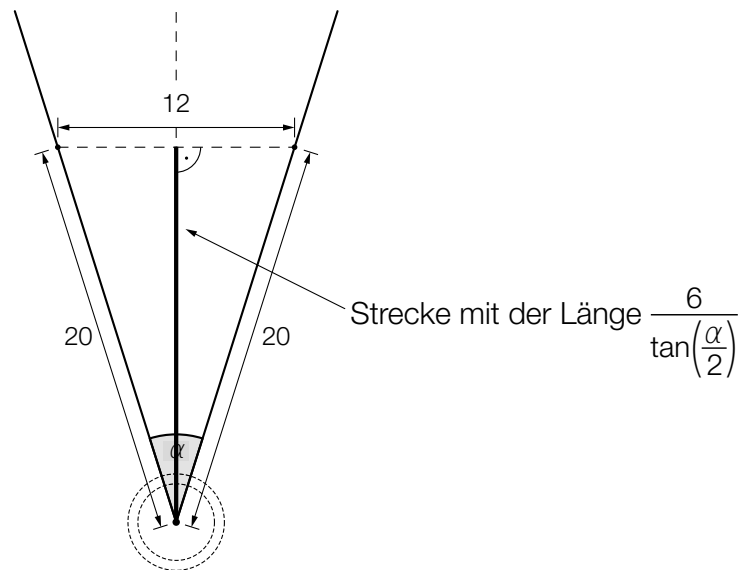
a2) $f(40) = 23,12$

Abweichung: $23,12 - 23,06 = 0,06$

Die Abweichung beträgt 0,06 m.

b1) $\alpha = 2 \cdot \arcsin\left(\frac{6}{20}\right) = 34,915...^\circ \approx 34,92^\circ$

b2)



c1) Die Kugel wird in einer Höhe von 2 m abgestoßen.

c2) $h(x) = 0$

oder:

$$-0,05 \cdot x^2 + 0,75 \cdot x + 2 = 0$$

Berechnung mittels Technologieinsatz:

$$x_1 = 17,310...$$

$$(x_2 = -2,310...)$$

Die Kugel schlägt in einer horizontalen Entfernung von rund 17,31 m auf dem Boden auf.

$$d1) 7257 = \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi \cdot 8,2$$

$$r = \sqrt[3]{\frac{7257 \cdot 3}{8,2 \cdot 4 \cdot \pi}} = 5,95...$$

$$d = 2 \cdot r = 11,91...$$

Der Durchmesser einer derartigen Kugel beträgt rund 11,9 cm und liegt im angegebenen Bereich.

Lösungsschlüssel

- a) 1 × A: für das richtige Erstellen der Funktionsgleichung (KA)
1 × B: für das richtige Ermitteln der Abweichung (KB)
- b) 1 × B: für die richtige Berechnung des Winkels α (KA)
1 × C: für das richtige Markieren der Strecke (KA)
- c) 1 × C: für das richtige Angeben der Abstoßhöhe (KA)
1 × B: für das richtige Ermitteln der Stoßweite (KA)
- d) 1 × D: für die richtige nachweisliche Überprüfung (KB)

Aufgabe 3

Impfen und Auffrischen

Möglicher Lösungsweg

a1) $A(t) = 110 \cdot 0,8^t$

t ... Zeit in Jahren

$A(t)$... Antikörperwert zur Zeit t in IE/L

a2) $A(t) = 10$

oder:

$$110 \cdot 0,8^t = 10$$

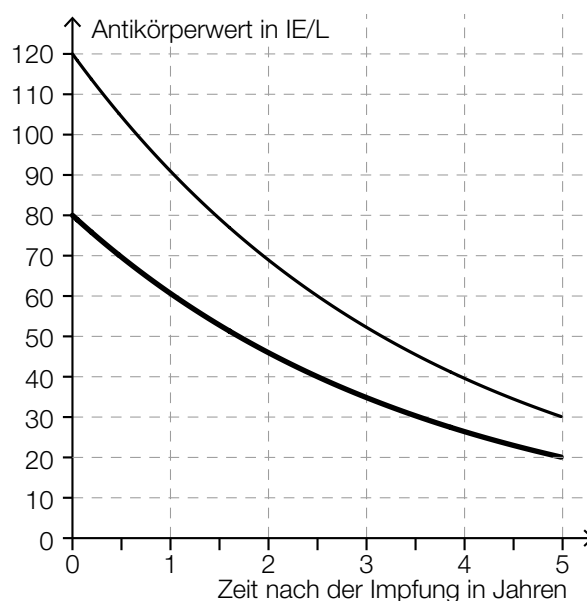
Berechnung mittels Technologieeinsatz: $t = 10,745\dots$

Bei Anna ist der Impfschutz nach etwa 10,75 Jahren nicht mehr gegeben.

b1) $T_{1/2} = 2,5$ Jahre

Toleranzbereich: $[2,3; 2,7]$

b2)



Lösungsschlüssel

- a) 1 × A: für das richtige Erstellen der Funktionsgleichung (KA)
1 × B: für die richtige Berechnung derjenigen Zeit, nach der der Impfschutz nicht mehr gegeben ist (KB)
- b) 1 × C: für das richtige Ablesen der Halbwertszeit im Toleranzbereich $[2,3; 2,7]$ (KA)
1 × A: für das richtige Einzeichnen des zeitlichen Verlaufs von Sandras Antikörperwert im Zeitintervall $[0; 5]$ (Dabei müssen die Funktionswerte zu den Zeitpunkten $t = 0$, $t = 2,5$ und $t = 5$ richtig eingezeichnet sein.) (KB)

Aufgabe 4

Eisenbahn

Möglicher Lösungsweg

a1) Die beiden Züge begegnen einander um 15:00 Uhr, 20 km von Burghausen entfernt.

b1) Die beiden Züge benötigen für die Strecke Burghausen–Altheim gleich lang, sie fahren also mit der gleichen Geschwindigkeit.

oder:

Die zugehörigen Geraden im Bildfahrplan haben die gleiche Steigung.

c1) $s(t) = 200$

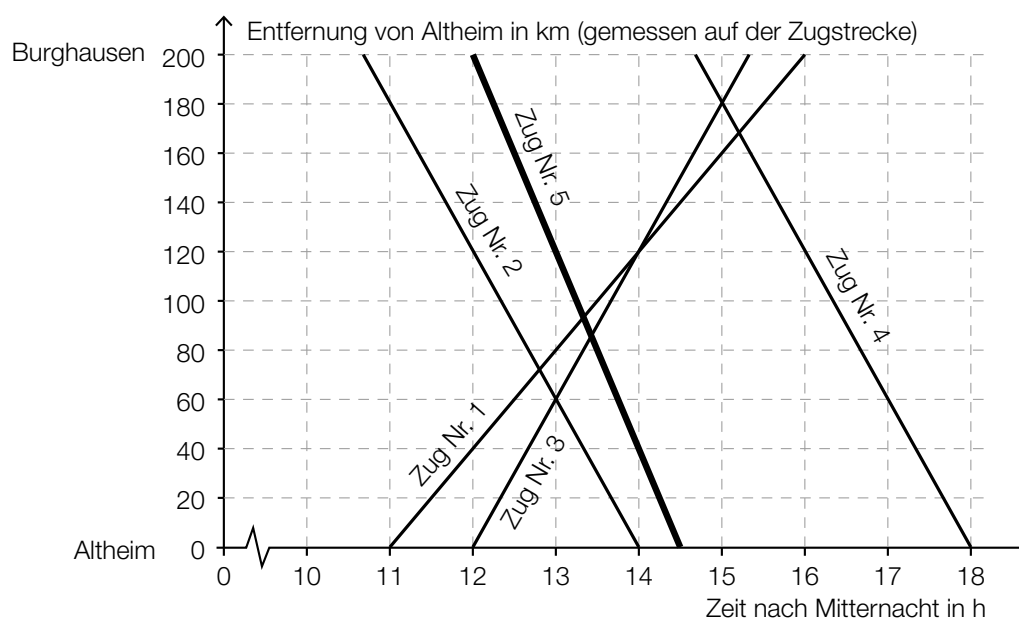
oder:

$$-80 \cdot t + 1160 = 200$$

$$t = \frac{200 - 1160}{-80} = 12$$

Zug Nr. 5 fährt um 12 Uhr in Burghausen ab.

c2)



$$d1) 200 = \left(\frac{200}{t} + 10 \right) \cdot \left(t - \frac{1}{2} \right)$$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$t_1 = 3,422...$$

$$(t_2 = -2,922...)$$

Die Fahrzeit vor der Sanierung betrug etwa 3,42 h.

Lösungsschlüssel

- a) 1 × C: für das richtige Ablesen der Uhrzeit und der Entfernung von Burghausen (KA)
- b) 1 × D: für die richtige Argumentation (KA)
- c) 1 × B: für das richtige Bestimmen der Abfahrtszeit von Zug Nr. 5 (KA)
1 × A: für das richtige Einzeichnen des Funktionsgraphen im Bildfahrplan (KB)
- d) 1 × B: für die richtige Berechnung von t (KA)

Aufgabe 5

Stausee

Möglicher Lösungsweg

- a1) Mit dem Ausdruck wird das Wasservolumen in Kubikmetern im Stausee 4 Stunden nach Beginn der Beobachtung berechnet.
- a2) Die Funktionswerte von u sind im Zeitintervall $[1; 2]$ positiv, daher nimmt das Wasservolumen zu.

b1) $h(t) = 9$

oder:

$$-6 \cdot 10^{-6} \cdot t^3 + 0,001 \cdot t^2 + 0,005 \cdot t + 5 = 9$$

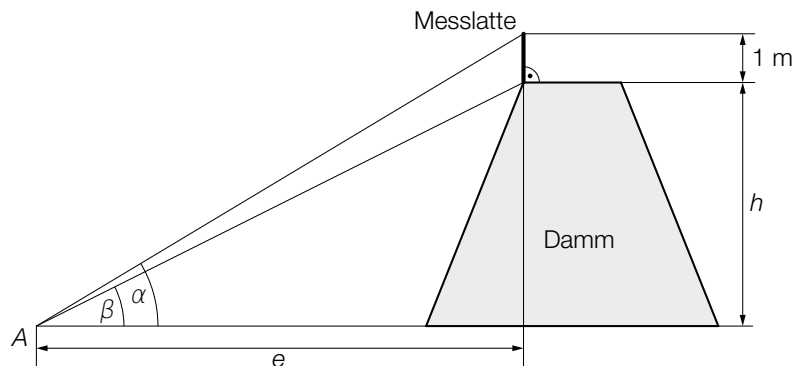
Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$t_1 = 85,7\dots, t_2 = 137,4\dots, (t_3 = -56,5\dots)$$

$$t_2 - t_1 = 51,6\dots$$

Der Parkplatz ist für etwa 52 Stunden gesperrt.

c1)



c2) $\tan(40^\circ) = \frac{h+1}{e} \Rightarrow h = e \cdot \tan(40^\circ) - 1$

$$\tan(33,7^\circ) = \frac{h}{e} \Rightarrow h = e \cdot \tan(33,7^\circ)$$

$$e \cdot \tan(33,7^\circ) = e \cdot \tan(40^\circ) - 1 \Rightarrow e = 5,80\dots$$

$$h = e \cdot \tan(33,7^\circ) = 3,87\dots$$

Die Dammhöhe beträgt rund 3,9 m.

Lösungsschlüssel

- a) 1 × C: für die richtige Interpretation im gegebenen Sachzusammenhang unter Angabe der Einheit (KB)
1 × D: für die richtige Argumentation mithilfe des Funktionsgraphen (KB)
- b) 1 × A: für den richtigen Ansatz (KA)
1 × B: für die richtige Berechnung der Zeitdauer (KB)
- c) 1 × C: für das richtige Beschriften der beiden Winkel (KA)
1 × B: für die richtige Berechnung der Dammhöhe h (KA)

Aufgabe 6 (Teil B)

Qualitätstest bei Objektiven

Möglicher Lösungsweg

a1) $x = \sqrt{y^2 + z^2 - 2 \cdot y \cdot z \cdot \cos(\alpha)}$

- a2) γ ... Winkel gegenüber von z
 β ... Winkel gegenüber von y

$$\frac{121}{\sin(45^\circ)} = \frac{70}{\sin(\gamma)} \Rightarrow \gamma = 24,1...^\circ$$
$$\beta = 180^\circ - 45^\circ - 24,1...^\circ = 110,8...^\circ$$

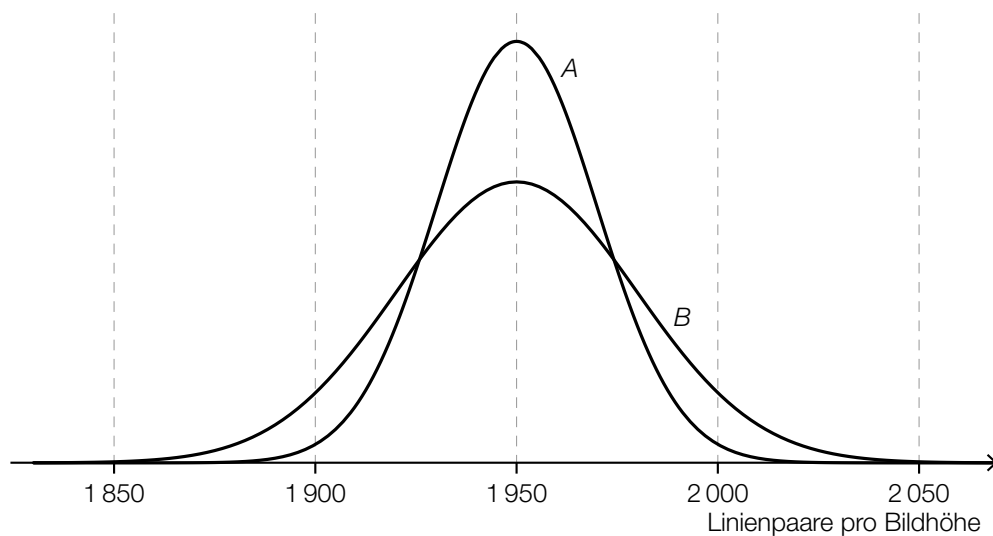
$$\frac{y}{\sin(110,8...^\circ)} = \frac{121}{\sin(45^\circ)} \Rightarrow y = 159,9...$$

Die Entfernung y beträgt rund 160 cm.

b1) $A = \frac{a^2 \cdot \sin(\alpha)}{2}$

b2) $\alpha = \frac{360^\circ}{2 \cdot n}$

c1)



c2) X ... Anzahl der Linienpaare pro Bildhöhe

$$P(X \geq 1900) = 0,977$$

Berechnung von σ_C mittels Technologieeinsatz:

$$\sigma_C = 25,0...$$

Die Standardabweichung beträgt bei Objektiven des Herstellers C rund 25 LP/BH.

Lösungsschlüssel

- a) 1 × A1: für das richtige Erstellen der Formel zur Berechnung von x (KA)
1 × A2: für den richtigen Ansatz zur Berechnung der Entfernung y (KA)
1 × B: für die richtige Berechnung der Entfernung y (KB)
- b) 1 × A1: für das richtige Erstellen der Formel zur Berechnung des Flächeninhalts A (KA)
1 × A2: für das richtige Erstellen der Formel zur Berechnung des Winkels α (KA)
- c) 1 × A: für das richtige Skizzieren des Graphen der Dichtefunktion für Hersteller B (Maximumstelle ebenfalls bei 1 950 LP/BH, Glockenkurve niedriger und breiter als bei A) (KA)
1 × B: für die richtige Berechnung der Standardabweichung σ_c (KA)

Aufgabe 7 (Teil B)

Motorbootrennen

Möglicher Lösungsweg

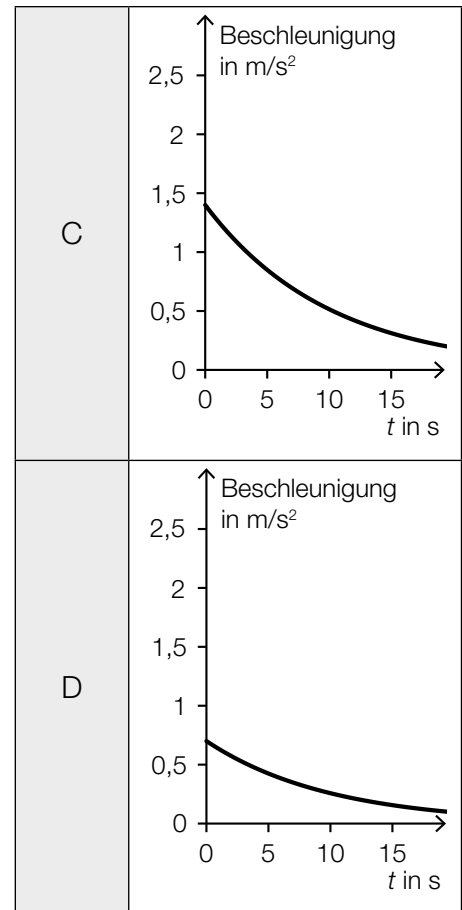
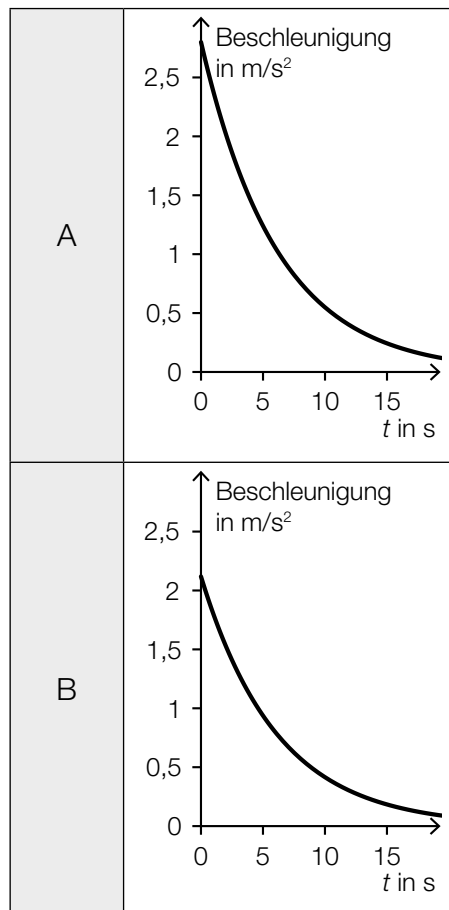
a1) $v_B'(t) = 1,4 \cdot e^{-0,1 \cdot t} = 1,4 \cdot 0,9048...^t$

Pro Sekunde nimmt die Beschleunigung in Bezug auf den jeweils vorigen Wert um rund 9,5 % ab.

b1) Die Steigung der Tangente h_A gibt die Beschleunigung des Motorboots A zum Zeitpunkt $t = 0$ an.

b2)

$\frac{dv_A}{dt}$	B
$\frac{dv_B}{dt}$	C



c1) $s = \int_0^n v_B(t) dt$

c2) $700 = \int_0^n v_B(t) dt$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$n = 59,9\dots$

Das Motorboot B überholt das Motorboot A nach rund 60 Sekunden.

c3) $v_{B_{\text{neu}}}(t) = 14 \cdot (1 - e^{-0,1 \cdot (t-5)})$

oder:

$v_{B_{\text{neu}}}(t) = v_B(t - 5)$

Lösungsschlüssel

- a) 1 × B: für das richtige Ermitteln des Prozentsatzes (KB)
- b) 1 × C1: für die richtige Interpretation der Steigung der Tangente h_A im gegebenen Sachzusammenhang (KA)
1 × C2: für die richtige Zuordnung (KA)
- c) 1 × A1: für das richtige Erstellen der Formel zur Berechnung des zurückgelegten Weges (KA)
1 × B: für die richtige Berechnung des Zeitpunkts des Überholens (KB)
1 × A2: für das richtige Erstellen der Gleichung der Funktion $v_{B_{\text{neu}}}$ (KA)

Aufgabe 8 (Teil B)

Papierflieger

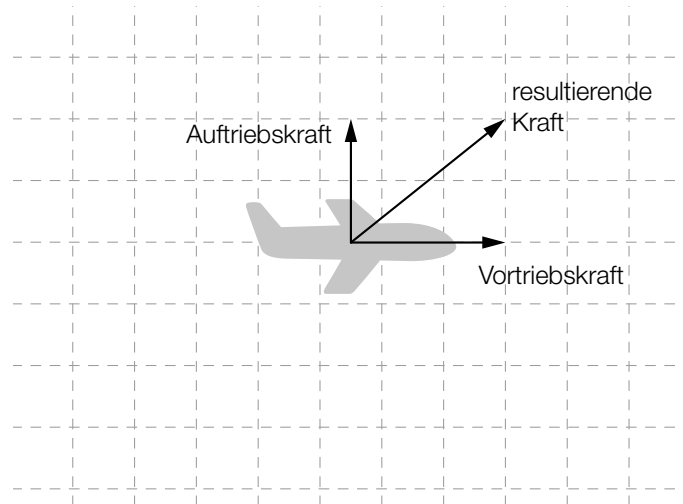
Möglicher Lösungsweg

a1) $F_w = \frac{1}{2} \cdot c \cdot \rho \cdot v^2 \cdot A$

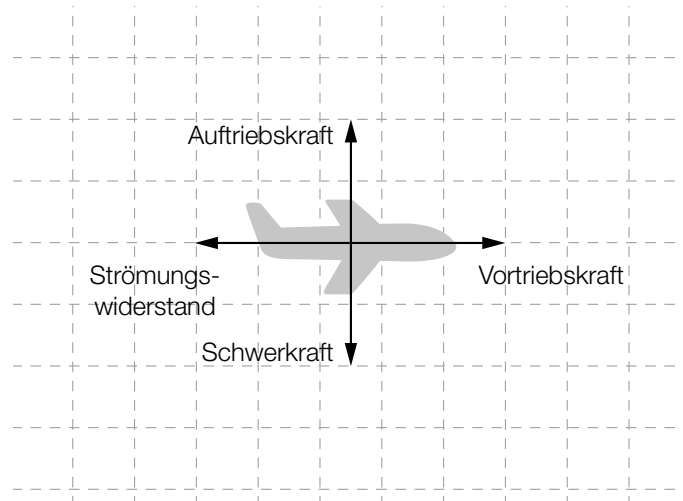
a2) Wird v verdoppelt, so wird F_w vervierfacht.

b1) Dies ist keine Funktion, weil man nicht jeder horizontalen Entfernung vom Abwurfpunkt genau eine Höhe über dem Erdboden zuordnen kann.

c1)



c2)



Sind die Vektoren als Pfeile ausgehend von anderen Anfangspunkten eingezeichnet, so ist dies ebenfalls als richtig zu werten.

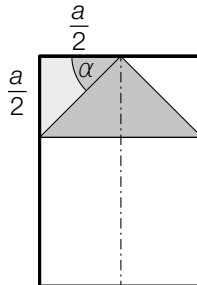
d1) Wird das Papier so wie eingezeichnet gefaltet, so ergibt sich für die Seitenlängen des entstehenden Rechtecks:

längere Seite: a

kürzere Seite: $\frac{\sqrt{2} \cdot a}{2} = \frac{a}{\sqrt{2}}$

Die beiden Seitenlängen stehen also im Verhältnis $\frac{a}{\sqrt{2}} : a = 1 : \sqrt{2}$.

d2)



Da das kleine linke Dreieck (siehe obige Skizze) gleichschenkelig und rechtwinkelig ist, gilt für den eingezeichneten Winkel $\alpha = 45^\circ$. Dasselbe gilt auch im kongruenten Dreieck rechts, und somit gilt für den Winkel an der Spitze des markierten Dreiecks: $180^\circ - 2 \cdot \alpha = 90^\circ$.

$$d3) A = (a \cdot \sqrt{2} \cdot a) - \left(\frac{a}{2}\right)^2 = \sqrt{2} \cdot a^2 - \frac{a^2}{4}$$

$$d4) A = \sqrt{2} \cdot 21^2 - \frac{21^2}{4} = 513,41 \dots$$

Der Flächeninhalt der zu bemalenden Fläche beträgt rund 513 cm^2 .

Lösungsschlüssel

- a) 1 × B: für das richtige Umformen der Formel (KA)
1 × C: für die richtige Beschreibung (KB)
- b) 1 × D für die richtige Begründung (KA)
- c) 1 × A1: für das richtige Einzeichnen der resultierenden Kraft als Pfeil (KA)
1 × A2: für das richtige Einzeichnen der beiden Gegenvektoren als Pfeile (KA)
- d) 1 × D1: für den richtigen Nachweis (KA)
1 × D2: für die richtige Begründung (KB)
1 × A: für das richtige Erstellen der Formel zur Berechnung des Flächeninhalts A (KA)
1 × B: für die richtige Berechnung des Flächeninhalts in cm^2 (KB)