

Standardisierte kompetenzorientierte
schriftliche Reife- und Diplomprüfung

BHS

20. September 2018

Angewandte Mathematik

HAK

Korrekturheft

Korrektur- und Beurteilungsanleitung

(Detaillierte Informationen dazu finden Sie im entsprechenden Erlass zur Beurteilung, der auf der Website <https://ablauf.srdp.at/> abrufbar ist.)

Kompetenzbereiche

- *Kompetenzbereich A (KA)* umfasst die unabhängig¹ erreichbaren Punkte der Komplexitätsstufen 1 und 2 aus dem Kompetenzstufenraster.
- *Kompetenzbereich B (KB)* umfasst die abhängig erreichbaren Punkte und die Punkte der Komplexitätsstufen 3 und 4 aus dem Kompetenzstufenraster.

Die Summe der unabhängig erreichbaren Punkte aus den Komplexitätsstufen 1 und 2 (**KA**) stellt die „wesentlichen Bereiche“ eines Klausurheftes dar.

Beurteilung

Als Hilfsmittel für die Beurteilung wird ein auf ein Punktesystem basierender Beurteilungsschlüssel angegeben. Je nach gewichteter Schwierigkeit der vergebenen Punkte in den „wesentlichen Bereichen“ wird festgelegt, ab wann die „wesentlichen Bereiche überwiegend“ (Genügend) erfüllt sind, d. h., gemäß einem Punkteschema müssen Punkte aus dem Kompetenzbereich A unter Einbeziehung von Punkten aus dem Kompetenzbereich B in ausreichender Anzahl abhängig von der Zusammenstellung der Klausurhefte gelöst werden. Darauf aufbauend wird die für die übrigen Notenstufen zu erreichende Punktezahl festgelegt.

Nach der Punkteermittlung soll die Arbeit der Kandidatin/des Kandidaten nochmals ganzheitlich qualitativ betrachtet werden. Unter Zuhilfenahme des Punkteschemas und der ganzheitlichen Betrachtung ist von der Prüferin/vom Prüfer ein verbal begründeter Beurteilungsvorschlag zu erstellen, wobei die Ergebnisse der Kompetenzbereiche A und B in der Argumentation zu verwenden sind.

Beurteilungsschlüssel für die vorliegende Klausur:

44–49 Punkte	Sehr gut
39–43 Punkte	Gut
33–38 Punkte	Befriedigend
23–32 Punkte	Genügend
0–22 Punkte	Nicht genügend

¹ Unabhängige Punkte sind solche, für die keine mathematische Vorleistung erbracht werden muss. Als mathematische Vorleistung gilt z. B. das Aufstellen einer Gleichung (unabhängiger Punkt) mit anschließender Berechnung (abhängiger Punkt).

Handreichung zur Korrektur

1. In der Lösungserwartung ist nur **ein möglicher** Lösungsweg angegeben. Andere richtige Lösungswege sind als gleichwertig anzusehen.
2. Der Lösungsschlüssel ist unter Beachtung folgender Vorgangsweisen **verbindlich** anzuwenden:
 - a. Punkte sind nur zu vergeben, wenn die abgefragte Handlungskompetenz in der Bearbeitung vollständig erfüllt ist.
 - b. Berechnungen ohne nachvollziehbaren Rechenansatz bzw. ohne nachvollziehbare Dokumentation des Technologieeinsatzes (verwendete Ausgangsparameter und die verwendete Technologiefunktion müssen angegeben sein) sind mit null Punkten zu bewerten.
 - c. Werden zu einer Teilaufgabe mehrere Lösungen bzw. Lösungswege von der Kandidatin / vom Kandidaten angeboten und nicht alle diese Lösungen bzw. Lösungswege sind korrekt, so ist diese Teilaufgabe mit null Punkten zu bewerten.
 - d. Bei abhängiger Punktevergabe gilt das Prinzip des Folgefehlers. Das heißt zum Beispiel: Wird von der Kandidatin / vom Kandidaten zu einem Kontext ein falsches Modell aufgestellt, mit diesem Modell aber eine richtige Berechnung durchgeführt, so ist der Berechnungspunkt zu vergeben, wenn das falsch aufgestellte Modell die Berechnung nicht vereinfacht.
 - e. Werden von der Kandidatin / vom Kandidaten kombinierte Handlungsanweisungen in einem Lösungsschritt erbracht, so sind alle Punkte zu vergeben, auch wenn der Lösungsschlüssel Einzelschritte vorgibt.
 - f. Abschreibfehler, die aufgrund der Dokumentation der Kandidatin / des Kandidaten als solche identifizierbar sind, sind ohne Punkteabzug zu bewerten, wenn sie zu keiner Vereinfachung der Aufgabenstellung führen.
 - g. Rundungsfehler können vernachlässigt werden, wenn die Rundung nicht explizit eingefordert ist.
 - h. Jedes Diagramm bzw. jede Skizze, die Lösung einer Handlungsanweisung ist, muss eine qualitative Achsenbeschriftung enthalten, andernfalls ist dies mit null Punkten zu bewerten.
 - i. Die Angabe von Einheiten kann bei der Punktevergabe vernachlässigt werden, sofern sie im Lösungsschlüssel nicht explizit eingefordert wird.

Aufgabe 1

Pauschalreisen

Möglicher Lösungsweg

a1) X ... Anzahl der nicht in Anspruch genommenen Plätze

Binomialverteilung mit $n = 100$ und $p = 0,05$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$P(X \leq 4) = 0,4359...$$

Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 43,6 %.

a2) Es werden 5 der 100 vermittelten Plätze nicht in Anspruch genommen.

b1) X ... Anzahl der nicht in Anspruch genommenen Plätze

Binomialverteilung mit $n = 102$ und $p = 0,05$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$P(X \leq 1) = 0,0340...$$

Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 3,4 %.

$$\text{c1) } G = x \cdot a - (100 - x) \cdot 120 \Rightarrow x = \frac{G + 12\,000}{a + 120}$$

Lösungsschlüssel

- a) 1 × B: für die richtige Berechnung der Wahrscheinlichkeit (KA)
1 × C: für die richtige Beschreibung des Ereignisses im gegebenen Sachzusammenhang (KA)
- b) 1 × B: für die richtige Berechnung der Wahrscheinlichkeit (KB)
- c) 1 × A: für das richtige Erstellen der Formel zur Berechnung von x (KB)

Aufgabe 2

Kugelstoßen

Möglicher Lösungsweg

a1) Steigung k der linearen Funktion f : $k = \frac{0,34}{2,5} = 0,136$

$$f(t) = 0,136 \cdot t + 17,68$$

t ... Zeit in Jahren

$f(t)$... Weltrekordweite zur Zeit t in m

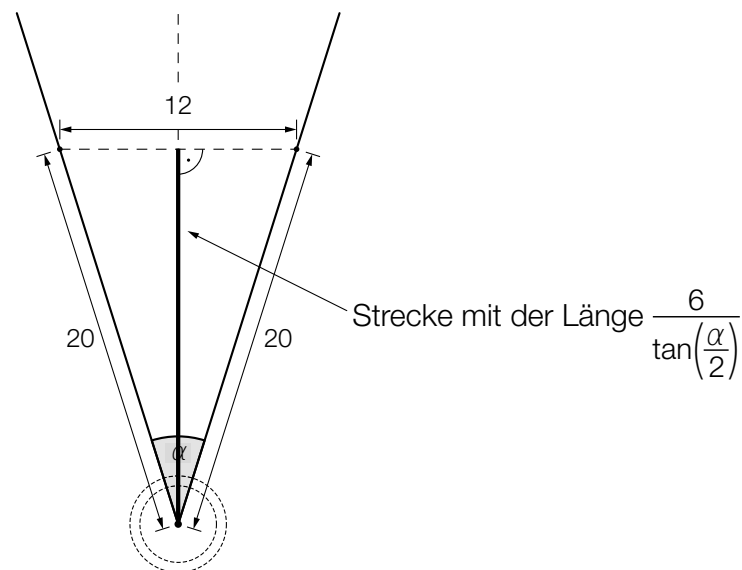
a2) $f(40) = 23,12$

Abweichung: $23,12 - 23,06 = 0,06$

Die Abweichung beträgt 0,06 m.

b1) $\alpha = 2 \cdot \arcsin\left(\frac{6}{20}\right) = 34,915...^\circ \approx 34,92^\circ$

b2)



c1) Die Kugel wird in einer Höhe von 2 m abgestoßen.

c2) $h(x) = 0$

oder:

$$-0,05 \cdot x^2 + 0,75 \cdot x + 2 = 0$$

Berechnung mittels Technologieinsatz:

$$x_1 = 17,310...$$

$$(x_2 = -2,310...)$$

Die Kugel schlägt in einer horizontalen Entfernung von rund 17,31 m auf dem Boden auf.

$$d1) 7257 = \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi \cdot 8,2$$

$$r = \sqrt[3]{\frac{7257 \cdot 3}{8,2 \cdot 4 \cdot \pi}} = 5,95...$$

$$d = 2 \cdot r = 11,91...$$

Der Durchmesser einer derartigen Kugel beträgt rund 11,9 cm und liegt im angegebenen Bereich.

Lösungsschlüssel

- a) 1 × A: für das richtige Erstellen der Funktionsgleichung (KA)
1 × B: für das richtige Ermitteln der Abweichung (KB)
- b) 1 × B: für die richtige Berechnung des Winkels α (KA)
1 × C: für das richtige Markieren der Strecke (KA)
- c) 1 × C: für das richtige Angeben der Abstoßhöhe (KA)
1 × B: für das richtige Ermitteln der Stoßweite (KA)
- d) 1 × D: für die richtige nachweisliche Überprüfung (KB)

Aufgabe 3

Impfen und Auffrischen

Möglicher Lösungsweg

a1) $A(t) = 110 \cdot 0,8^t$

t ... Zeit in Jahren

$A(t)$... Antikörperwert zur Zeit t in IE/L

a2) $A(t) = 10$

oder:

$$110 \cdot 0,8^t = 10$$

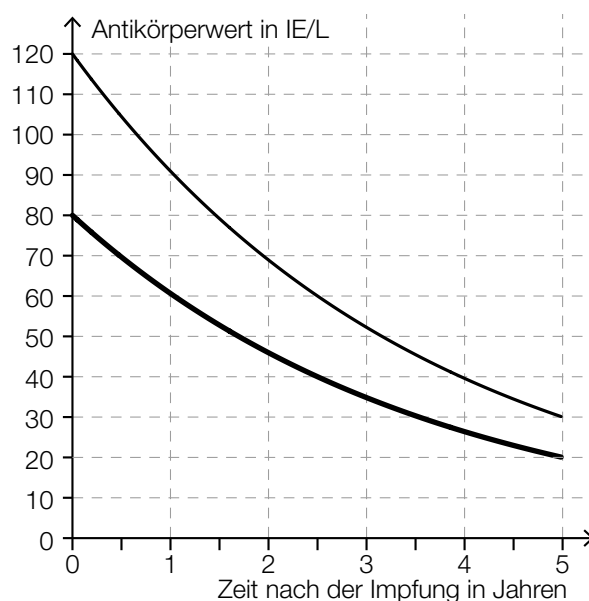
Berechnung mittels Technologieeinsatz: $t = 10,745\dots$

Bei Anna ist der Impfschutz nach etwa 10,75 Jahren nicht mehr gegeben.

b1) $T_{1/2} = 2,5$ Jahre

Toleranzbereich: $[2,3; 2,7]$

b2)



Lösungsschlüssel

- a) 1 × A: für das richtige Erstellen der Funktionsgleichung (KA)
1 × B: für die richtige Berechnung derjenigen Zeit, nach der der Impfschutz nicht mehr gegeben ist (KB)
- b) 1 × C: für das richtige Ablesen der Halbwertszeit im Toleranzbereich $[2,3; 2,7]$ (KA)
1 × A: für das richtige Einzeichnen des zeitlichen Verlaufs von Sandras Antikörperwert im Zeitintervall $[0; 5]$ (Dabei müssen die Funktionswerte zu den Zeitpunkten $t = 0$, $t = 2,5$ und $t = 5$ richtig eingezeichnet sein.) (KB)

Aufgabe 4

Eisenbahn

Möglicher Lösungsweg

a1) Die beiden Züge begegnen einander um 15:00 Uhr, 20 km von Burghausen entfernt.

b1) Die beiden Züge benötigen für die Strecke Burghausen–Altheim gleich lang, sie fahren also mit der gleichen Geschwindigkeit.

oder:

Die zugehörigen Geraden im Bildfahrplan haben die gleiche Steigung.

c1) $s(t) = 200$

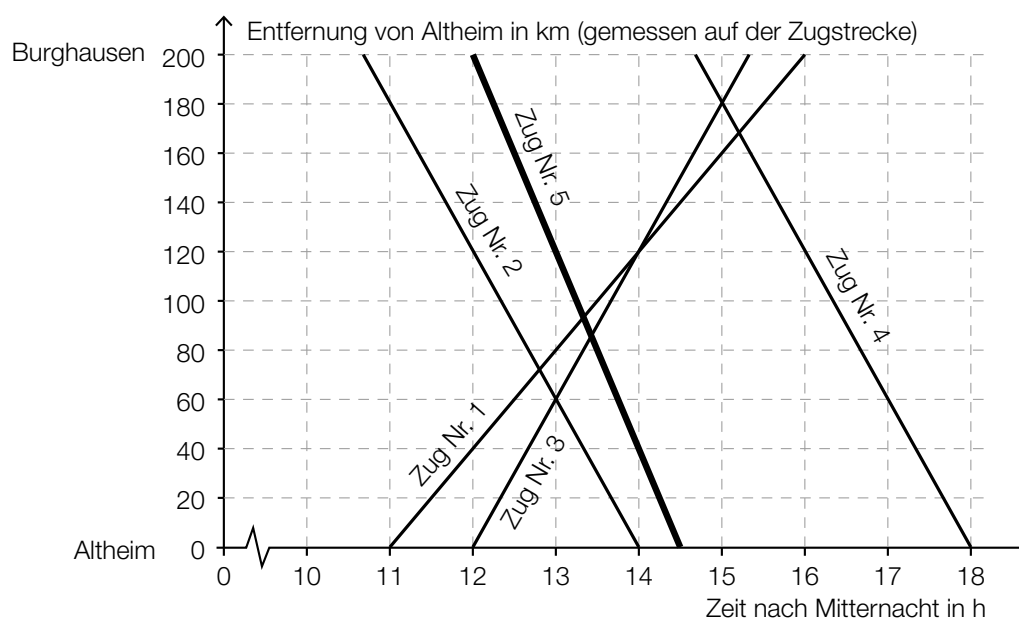
oder:

$$-80 \cdot t + 1160 = 200$$

$$t = \frac{200 - 1160}{-80} = 12$$

Zug Nr. 5 fährt um 12 Uhr in Burghausen ab.

c2)



$$d1) 200 = \left(\frac{200}{t} + 10 \right) \cdot \left(t - \frac{1}{2} \right)$$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$t_1 = 3,422...$$

$$(t_2 = -2,922...)$$

Die Fahrzeit vor der Sanierung betrug etwa 3,42 h.

Lösungsschlüssel

- a) 1 × C: für das richtige Ablesen der Uhrzeit und der Entfernung von Burghausen (KA)
- b) 1 × D: für die richtige Argumentation (KA)
- c) 1 × B: für das richtige Bestimmen der Abfahrtszeit von Zug Nr. 5 (KA)
1 × A: für das richtige Einzeichnen des Funktionsgraphen im Bildfahrplan (KB)
- d) 1 × B: für die richtige Berechnung von t (KA)

Aufgabe 5

Stausee

Möglicher Lösungsweg

- a1) Mit dem Ausdruck wird das Wasservolumen in Kubikmetern im Stausee 4 Stunden nach Beginn der Beobachtung berechnet.
- a2) Die Funktionswerte von u sind im Zeitintervall $[1; 2]$ positiv, daher nimmt das Wasservolumen zu.

b1) $h(t) = 9$

oder:

$$-6 \cdot 10^{-6} \cdot t^3 + 0,001 \cdot t^2 + 0,005 \cdot t + 5 = 9$$

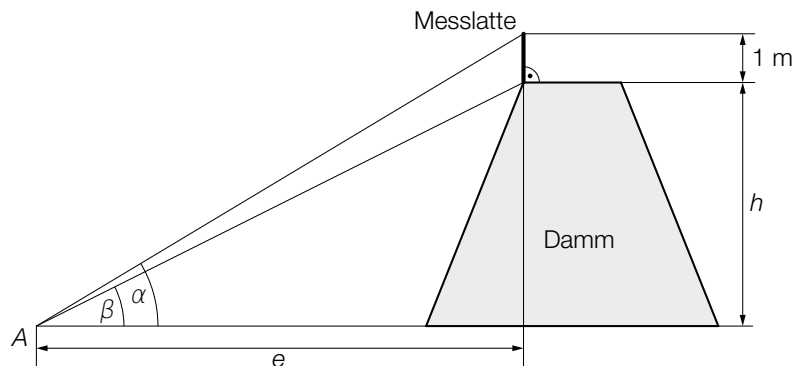
Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$t_1 = 85,7\dots, t_2 = 137,4\dots, (t_3 = -56,5\dots)$$

$$t_2 - t_1 = 51,6\dots$$

Der Parkplatz ist für etwa 52 Stunden gesperrt.

c1)



c2) $\tan(40^\circ) = \frac{h+1}{e} \Rightarrow h = e \cdot \tan(40^\circ) - 1$

$$\tan(33,7^\circ) = \frac{h}{e} \Rightarrow h = e \cdot \tan(33,7^\circ)$$

$$e \cdot \tan(33,7^\circ) = e \cdot \tan(40^\circ) - 1 \Rightarrow e = 5,80\dots$$

$$h = e \cdot \tan(33,7^\circ) = 3,87\dots$$

Die Dammhöhe beträgt rund 3,9 m.

Lösungsschlüssel

- a) 1 × C: für die richtige Interpretation im gegebenen Sachzusammenhang unter Angabe der Einheit (KB)
1 × D: für die richtige Argumentation mithilfe des Funktionsgraphen (KB)
- b) 1 × A: für den richtigen Ansatz (KA)
1 × B: für die richtige Berechnung der Zeitdauer (KB)
- c) 1 × C: für das richtige Beschriften der beiden Winkel (KA)
1 × B: für die richtige Berechnung der Dammhöhe h (KA)

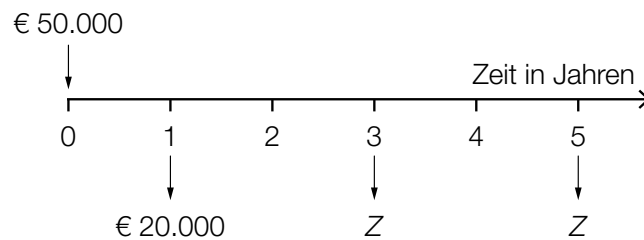
Aufgabe 6 (Teil B)

Erbschaft

Möglicher Lösungsweg

a1) Zinssatz: 3 % p. a.

a2)



$$a3) 50\,000 = \frac{20\,000}{1,03} + \frac{Z}{1,03^3} + \frac{Z}{1,03^5}$$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$Z = 17\,202,934\dots$$

Die Höhe der Auszahlungen Z beträgt € 17.202,93.

b1) Da das Erbe angelegt und verzinst wird, kann Jutta einen höheren Betrag als monatlich € 500 abheben.

$$b2) i_{12} = \sqrt[12]{1,03} - 1 = 0,002466\dots$$

Der Monatszinssatz beträgt rund 0,247 %.

$$b3) q_{12} = 1 + i_{12}$$
$$50\,000 \cdot 1,03^5 = R \cdot \frac{q_{12}^{60} - 1}{q_{12} - 1} + 20\,000$$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$R = 587,846\dots$$

Die Höhe der Monatsraten beträgt € 587,85.

c1)

<div style="text-align: right;">Zeit in Jahren</div> <div style="display: flex; align-items: center;"> <div style="flex: 1; border-bottom: 1px solid black; position: relative;"> <div style="position: absolute; right: 0; top: -10px;">→</div> <div style="position: absolute; left: 0; top: 0;">0</div> <div style="position: absolute; left: 25%; top: 0;">1</div> <div style="position: absolute; left: 50%; top: 0;">2</div> <div style="position: absolute; left: 75%; top: 0;">3</div> <div style="position: absolute; left: 100%; top: 0;">4</div> <div style="position: absolute; left: 125%; top: 0;">5</div> <div style="position: absolute; left: 150%; top: 0;">6</div> <div style="position: absolute; left: 175%; top: 0;">7</div> <div style="position: absolute; left: 200%; top: 0;">8</div> </div> <div style="display: flex; justify-content: space-around; margin-top: 10px;"> <div style="text-align: center;">↓ € 5.000</div> <div style="text-align: center;">↓ € 5.000</div> <div style="text-align: center;">↓ € 5.000</div> <div style="text-align: center;">↓ € 5.000</div> <div style="text-align: center;">↓ € 5.000</div> <div style="text-align: center;">↓ € 5.000</div> <div style="text-align: center;">↓ € 5.000</div> <div style="text-align: center;">↓ € 5.000</div> <div style="text-align: center;">↓ € 5.000</div> </div> </div>									☒
[...]									
[...]									
[...]									
[...]									

Lösungsschlüssel

- a) 1 × C: für das richtige Ablesen des Jahreszinssatzes (KA)
 1 × A: für das richtige Veranschaulichen der Auszahlungen auf der Zeitachse (KA)
 1 × B: für die richtige Berechnung der Höhe der Auszahlungen Z (KA)
- b) 1 × D: für die richtige Begründung (KA)
 1 × B1: für die richtige Berechnung des äquivalenten Monatszinssatzes (KA)
 1 × B2: für die richtige Berechnung der Höhe der Monatsraten (KB)
- c) 1 × C: für das richtige Ankreuzen (KA)

Aufgabe 7 (Teil B)

Kaffeeautomat

Möglicher Lösungsweg

$$a1) 5500 = 1000 + 100 \cdot \frac{q_{12}^{48} - 1}{q_{12} - 1} \cdot \frac{1}{q_{12}^{48}} + \frac{900}{q_{12}^{48}}$$

Berechnung mittels Technologieeinsatz: $q_{12} = 1,0087...$

$$i = q_{12}^{12} - 1 = 0,1099... \approx 11,0 \%$$

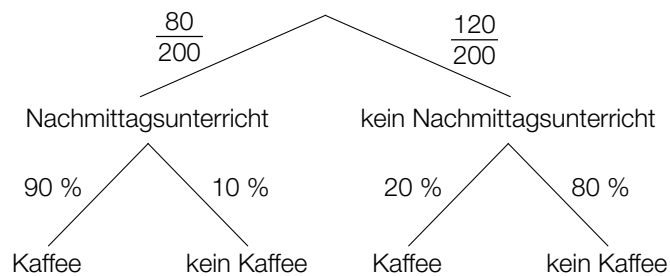
b1)

Jahr	Einnahmen in Euro	Ausgaben in Euro	Rückflüsse in Euro
0		5500	-5500
1	13500	10400	3100
2	13500	10400	3100
3	13500	10400	3100
4	14400	10400	4000

$$b2) C_0 = 3100 \cdot 1,018^{-1} + 3100 \cdot 1,018^{-2} + 3100 \cdot 1,018^{-3} + 4000 \cdot 1,018^{-4} - 5500 = 7199,487...$$

Der Kapitalwert beträgt € 7.199,49.

c1)



c2) Chiara hat keinen Nachmittagsunterricht und trinkt keinen Kaffee.

$$c3) P(\text{„Nachmittagsunterricht“} | \text{„Kaffee“}) = \frac{\frac{80}{200} \cdot 0,9}{\frac{80}{200} \cdot 0,9 + \frac{120}{200} \cdot 0,2} = 0,75$$

Lösungsschlüssel

- a) 1 × A: für den richtigen Ansatz (KA)
1 × B: für die richtige Berechnung des effektiven Jahreszinssatzes (KB)
- b) 1 × A: für das richtige Eintragen der Einnahmen, Ausgaben und Rückflüsse in der Tabelle (KA)
1 × B: für die richtige Berechnung des Kapitalwerts (KB)
- c) 1 × A: für das richtige Erstellen des Baumdiagramms (KA)
1 × C: für die richtige Beschreibung des Ereignisses E im gegebenen Sachzusammenhang (KA)
1 × B: für die richtige Berechnung der Wahrscheinlichkeit (KB)

Aufgabe 8 (Teil B)

Mixer

Möglicher Lösungsweg

a1) Der Parameter c muss null sein, da bei einem Absatz von null Stück auch der Erlös null ist.

a2) Erlös beim Absatz von 2000 Mixern: $2000 \cdot 65 = 130\,000$

$$E(2000) = 130\,000$$

$$E(2500) = 131\,250$$

oder:

$$2000^2 \cdot a + 2000 \cdot b = 130\,000$$

$$2500^2 \cdot a + 2500 \cdot b = 131\,250$$

a3) Lösung mittels Technologieeinsatz:

$$a = -\frac{1}{40} = -0,025$$

$$b = 115$$

a4) $E(x) = 0$

oder:

$$-0,025 \cdot x^2 + 115 \cdot x = 0$$

$$x_1 = 0$$

$$x_2 = 4\,600$$

Die Sättigungsmenge liegt bei 4 600 Stück.

b1) $G(x) = 0$

oder:

$$-0,1 \cdot x^3 - 1,9 \cdot x^2 + 200 \cdot x - 940 = 0$$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$x_1 = 5 \text{ ME (untere Gewinnngrenze)}$$

$$x_2 = 32,9... \text{ ME} \approx 33 \text{ ME (obere Gewinnngrenze)}$$

b2) $G'(x) = 0$

oder:

$$-0,3 \cdot x^2 - 3,8 \cdot x + 200 = 0$$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$(x_1 = -32,9...)$$

$$x_2 = 20,2...$$

$$G(20,2...) = 1\,500,504...$$

Der maximale Gewinn beträgt rund 1.500,50 GE

b3) $G_1(x) = G(x) + 200 = -0,1 \cdot x^3 - 1,9 \cdot x^2 + 200 \cdot x - 740$

c1) $K''(x) = 0,24 \cdot x - 4,8$

$$K''(25) = 1,2 > 0$$

Da die 2. Ableitung für 25 ME positiv ist, ist der Kostenverlauf dort progressiv.

c2)

[...]	
[...]	
[...]	
[...]	
$0 = 0,08 \cdot x - 2,4 - \frac{940}{x^2}$	<input checked="" type="checkbox"/>

Lösungsschlüssel

- a) 1 × D: für die richtige Begründung (KA)
 1 × A: für das richtige Erstellen des Gleichungssystems (KA)
 1 × B1: für die richtige Berechnung der Koeffizienten a und b (KB)
 1 × B2: für die richtige Berechnung der Sättigungsmenge (KB)
- b) 1 × B1: für die richtige Berechnung der Gewinnngrenzen (KA)
 1 × B2: für das richtige Ermitteln des maximalen Gewinns (KA)
 1 × A: für das richtige Erstellen der Gleichung der neuen Gewinnfunktion G_1 (KA)
- c) 1 × D: für die richtige nachweisliche Überprüfung (KA)
 1 × C: für das richtige Ankreuzen (KA)