

文章编号:1000-5862(2006)06-0584-03

界面处反射电磁波与入射电磁波的相位关系

甘桂蓉, 罗开基

(江西师范大学 物理与通信电子学院, 江西 南昌 330027)

摘要:从电磁波理论中的菲涅耳公式出发,分析电磁波在两种介质界面发生反射时,反射波电矢量的平行分量和垂直分量与入射波电矢量相应分量的相位差,讨论全反射时垂直分量和平行分量的相移差。

关键词:菲涅耳公式;反射;相位;相移

中图分类号:O 43 **文献标识码:**A

电磁波或光波的反射和透射是一种常见而又重要的物理现象,电磁波理论能对这一现象作出深刻的描述.反射波、折射波和入射波在分界面上振幅之间的关系,可由菲涅耳公式表达出来^[1].而关于反射波与入射波的相位差,是诸多教材都曾讨论过但又没有讨论透彻的问题^[2-5].本文从电磁波理论中的菲涅耳公式出发,来分析反射波电矢量平行入射面的分量(简称平行分量)和垂直入射面的分量(简称垂直分量)与入射波电矢量相应分量的相位差.

设电磁波入射到折射率分别为 n_1 和 n_2 的两种不同介质的分界面,用 θ_i 、 θ_r 和 θ_t 分别表示入射角、反射角和折射角, A 、 R 、 T 依次表示入射波、反射波和透射波的电矢量的振幅.一般情况下,入射波、反射波和透射波电矢量可以分解为两个分量:一个平行于入射面,另一个垂直于入射面.平行分量和垂直分量分别用下角标 $//$ 和 \perp 表示(如图1所示).

利用反射定律、折射定律和边界上电场、磁场所满足的衔接条件可以导出如下菲涅耳公式

$$R_{//} = (n_2 \cos \theta_i - n_1 \cos \theta_t) A_{//} / (n_2 \cos \theta_i + n_1 \cos \theta_t),$$

$$R_{\perp} = (n_1 \cos \theta_i - n_2 \cos \theta_t) A_{\perp} / (n_1 \cos \theta_i + n_2 \cos \theta_t).$$

从上述公式可以导出反射波振幅和入射波电矢量振幅之比 r , 并称之为振幅反射系数,其表达式为

$$r_{\perp} = R_{\perp} / A_{\perp} = (\cos \theta_i - n \cos \theta_t) / (\cos \theta_i + n \cos \theta_t) = -\sin(\theta_i - \theta_t) / \sin(\theta_i + \theta_t), \quad (1)$$

$$r_{//} = R_{//} / A_{//} = (n \cos \theta_i - \cos \theta_t) / (n \cos \theta_i + \cos \theta_t) = \tan(\theta_i - \theta_t) / \tan(\theta_i + \theta_t), \quad (2)$$

推导中利用了折射定律 $n = n_2 / n_1 = \sin \theta_i / \sin \theta_t$.

1 不发生全反射时反射波与入射波的相位关系

首先须要指出,只有偏振方向相同的两个振动矢量才可以确切地定义它们的相位差.比如电场矢量 E , 当 $E \perp$ 入射面时,入射波、反射波的电场偏振方向相同,它们之间的相位差有确切的意义.当 $E //$ 入射面时,仅有垂直入射和掠射时,入射波、反射波电场偏振方向才相同;而对一般的斜入射,入射波、反射波电场偏振方向是不相同的,这种情况下,只有再作正交分解,对应分量的相位差才有确切的意义.因此,在不发生全反

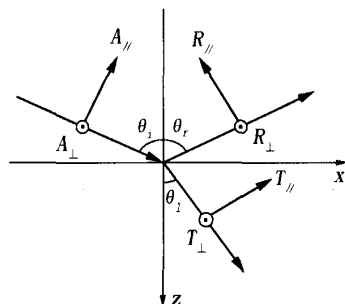


图1 电磁波在介质分界面的反射和折射

收稿日期:2006-05-18

基金项目:江西师范大学研究生创新基金资助项目.

作者简介:甘桂蓉(1971-),女,江西宜春人,硕士研究生,主要从事导波光学与光纤通信方面的研究.

射的情况下,根据菲涅耳公式并结合图1,反射波与入射波的相位差分以下几种情况进行讨论.

(1) $E \perp$ 入射面 当 $n_1 < n_2$ 即光由光疏媒质进入光密媒质时, $\theta_i > \theta_t$, 由(1)可以看出,对任意入射角都有 $r_{\perp} < 0$, 因而 R_{\perp} 与 A_{\perp} 存在 π 的相位差; 当 $n_1 > n_2$ 即光由光密媒质进入光疏媒质时, $\theta_i < \theta_t$, 由(1)可以看出, 对于 $\theta_i < \theta_c$ (θ_c 为全反射临界角), $r_{\perp} > 0$, 因而 R_{\perp} 与 A_{\perp} 没有相位差.

(2) $E \parallel$ 入射面 (a) 垂直入射 ($\theta_i = \theta_t = 0$) 此时图1各光线及电场矢量的取向变为如图2所示. 当 $n_1 < n_2$ 时, $\theta_i > \theta_t$, 由(2)式可以看出, $r_{\parallel} > 0$, 由于图2中 A_{\parallel} 、 R_{\parallel} 所标方向相反, 故 R_{\parallel} 与 A_{\parallel} 存在 π 的相位差. 当 $n_1 > n_2$ 时, $\theta_i < \theta_t$, 由(2)式可以看出, $r_{\parallel} < 0$, 由于图2中 A_{\parallel} 、 R_{\parallel} 所标方向相反, 故 R_{\parallel} 与 A_{\parallel} 没有相位差. (b) 掠射 ($\theta_i = \pi/2$) 此时图1各光线及电场矢量的取向变为如图3所示. 当 $n_1 < n_2$ 时, $\theta_i > \theta_t$, 由(2)式可以看出, $r_{\parallel} < 0$, 由于 A_{\parallel} 、 R_{\parallel} 所标方向相同, 故 R_{\parallel} 与 A_{\parallel} 存在 π 的相位差; 当 $n_1 > n_2$ 时, 必已发生全反射.

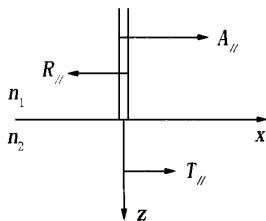


图2 垂直入射

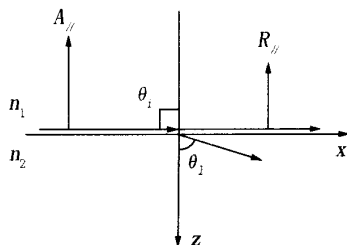


图3 掠射

(c) 斜入射 ($0 < \theta_i < \pi/2$) 注意到此时将涉及两个特征角度, 即布儒斯特角 θ_B 和全反射临界角 θ_c , 且有

$$\theta_B = \arctg(n_2/n_1) < \arcsin(n_2/n_1) = \theta_c, \quad (3)$$

以及 $\theta_i \geq \theta_B$ 时,

$$\theta_i + \theta_t \geq \pi/2. \quad (4)$$

由(2)~(4), 并结合图1, 可以看出: 当 $n_1 < n_2$ 时, 若 $0 < \theta_i < \theta_B$, 则 $r_{\parallel} > 0$, 故 $R_{\parallel x}$ 与 $A_{\parallel x}$ 存在 π 的相位差, 而 $R_{\parallel z}$ 与 $A_{\parallel z}$ 没有相位差; 若 $\theta_B < \theta_i < \pi/2$, 则 $r_{\parallel} < 0$, 故 $R_{\parallel x}$ 与 $A_{\parallel x}$ 没有相位差, 而 $R_{\parallel z}$ 与 $A_{\parallel z}$ 存在 π 的相位差. 当 $\theta_i = \theta_B$ 时, 将不存在反射波的平行分量. 当 $n_1 > n_2$ 时, 若 $0 < \theta_i < \theta_B$, 则 $r_{\parallel} < 0$, 故 $R_{\parallel x}$ 与 $A_{\parallel x}$ 没有相位差, 而 $R_{\parallel z}$ 与 $A_{\parallel z}$ 存在 π 的相位差; 若 $\theta_B < \theta_i < \theta_c$, 则 $r_{\parallel} > 0$, 故 $R_{\parallel x}$ 与 $A_{\parallel x}$ 存在 π 的相位差, 而 $R_{\parallel z}$ 与 $A_{\parallel z}$ 没有相位差. 当 $\theta_i = \theta_B$ 时, 也将不存在反射波的平行分量.

2 全反射时反射波与入射波的相移关系

发生全反射的条件是 $n_1 > n_2$ 且 $\theta_i > \theta_c$, 所以有 $\sin\theta_i > n_2/n_1$, $\sin\theta_t = n_1\sin\theta_i/n_2 > 1$, $\cos\theta_t = i\sqrt{\sin^2\theta_i/n^2 - 1}$, 代入菲涅耳公式(1)、(2)得

$$r_{\parallel} = \frac{n^2 \cos\theta_i - i\sqrt{\sin^2\theta_i - n^2}}{n^2 \cos\theta_i + i\sqrt{\sin^2\theta_i - n^2}} = e^{i\delta_{\parallel}}, \quad r_{\perp} = \frac{\cos\theta_i - i\sqrt{\sin^2\theta_i - n^2}}{\cos\theta_i + i\sqrt{\sin^2\theta_i - n^2}} = e^{i\delta_{\perp}}.$$

可见, 全反射时 $E_{\parallel}^{(r)}$ 与 $E_{\parallel}^{(i)}$, $E_{\perp}^{(r)}$ 与 $E_{\perp}^{(i)}$ 受到不同的相移, 可算出

$$\delta_{\parallel} = \arg\{r_{\parallel}\} = -2\tan^{-1}(\sqrt{\sin^2\theta_i - n^2}/(n^2 \cos\theta_i)), \quad (5)$$

$$\delta_{\perp} = \arg\{r_{\perp}\} = -2\tan^{-1}(\sqrt{\sin^2\theta_i - n^2}/\cos\theta_i). \quad (6)$$

可见, 两分量相移的大小仅与入射角的大小及界面两侧介质的折射率有关. 由(5)、(6)得, $\delta_{\parallel} \leq 0$, $\delta_{\perp} \leq 0$, 这对应于 R_{\parallel} 和 R_{\perp} 分别有一附加的超前于 A_{\parallel} 和 A_{\perp} 的相移.

由(5)、(6)可以看出, 当 $\theta_i = \theta_c$ 时, $\delta_{\parallel} = 0$, $\delta_{\perp} = 0$, R_{\parallel} 与 A_{\parallel} 之间及 R_{\perp} 与 A_{\perp} 之间都没有因全反射引起的附加相移; 当 $\theta_c < \theta_i < \pi/2$ 时, $d\delta_{\parallel}/d\theta_i < 0$, $d\delta_{\perp}/d\theta_i < 0$, 即全反射引起的附加相移随 θ_i 的增大而

减小,因 $\delta_{//}$ 、 δ_{\perp} 是负值,所以此相移量(即绝对值)随 θ_i 的增大而增大.掠射时, $\sqrt{\sin^2 \theta_i - n^2} / \cos \theta_i$ 趋于 ∞ , $\delta_{//} \rightarrow -\pi$, $\delta_{\perp} \rightarrow -\pi$, $R_{//}$ 与 R_{\perp} 之间及 R_{\perp} 与 A_{\perp} 之间因全反射引起的附加相移均为 $-\pi$.

由(5)、(6)还可得出垂直分量与平行分量的相移之差 $\delta = \delta_{\perp} - \delta_{//}$ 满足

$$\tan(\delta/2) = \tan((\delta_{//} - \delta_{\perp})/2) = \cos \theta_i \sqrt{\sin^2 \theta_i - n^2} / \sin^2 \theta_i \text{ 或 } \delta = 2 \tan^{-1}(\cos \theta_i \sqrt{\sin^2 \theta_i - n^2} / \sin^2 \theta_i),$$

可见,当 $\theta_i = \theta_c$ 或 $\theta_i = \pi/2$ 时, $\delta = 0$, 即 $\delta_{//} = \delta_{\perp}$.

当 $\theta_c < \theta_i < \pi/2$ 时, $\delta \geq 0$, 注意到 $\delta_{//}$ 、 δ_{\perp} 是负值,可知平行分量的相移量大于垂直分量的相移量.如果两种介质的折射率确定,还可以算出

$$\frac{d\delta}{d\theta_i} = \frac{2 \sin \theta_i [2n^2 - (1 + n^2) \sin^2 \theta_i]}{(\sin^2 \theta_i - n^2 \cos^2 \theta_i) \sqrt{\sin^2 \theta_i - n^2}}.$$

当 $\theta_c < \theta_i < \arcsin \sqrt{2n^2/(1 + n^2)}$ 时, δ 随 θ_i 的增大而增大.当 $\arcsin \sqrt{2n^2/(1 + n^2)} < \theta_i < \pi/2$ 时, δ 随 θ_i 的增大而减小.当 $\theta_i = \arcsin \sqrt{2n^2/(1 + n^2)}$ 时, δ 有极大值,所以对每一个可能的 δ 值一般有两个入射角 θ_i .

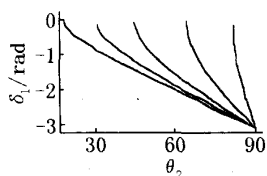
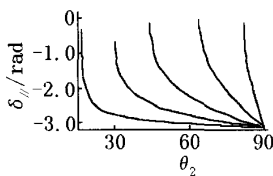
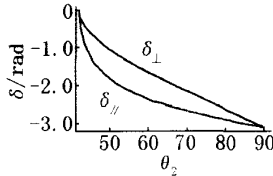
图4 $\delta_{\perp} - \theta_i$ 曲线图图5 $\delta_{//} - \theta_i$ 曲线图

图6 空气—玻璃的相移曲线

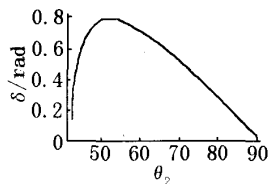
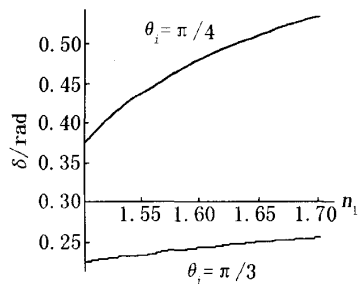
图7 空气—玻璃的 $\delta - \theta_i$ 曲线

图4和图5分别反映了发生全反射时反射波电矢量垂直分量的相移 δ_{\perp} 和平行分量的相移 $\delta_{//}$ 随入射角的变化关系.图中横坐标代表入射角 θ_i ,纵坐标分别代表 δ_{\perp} 和 $\delta_{//}$,单位是弧度,从左到右分别对应于 n_2/n_1 为 0.3, 0.5, 0.7, 0.9 和 0.99 的情况.从图中可以看出:相移是负数,说明反射波比入射波有一附加的超前相移.当相对折射率恒定时,相移的多少随入射角的增大而增大.

图6反映了电磁波在玻璃—空气界面发生全反射时的电场垂直分量和平行分量的相移随入射角 θ_i 的变化.横坐标代表入射角,纵坐标代表相移.可以发现 $\delta_{//}$ 比 δ_{\perp} 超前.图7反映了电磁波在玻璃—空气界面发生全反射时电矢量的相移差.其中相移差有一个最大值,与前面的理论推导一致.

图8反映了以恒定入射角(上下曲线对应的入射角分别是 $\pi/4$, $\pi/3$)入射时,相移差随介质折射率的变化关系.从图可知,以某一恒定入射角入射到介质界面发生全反射,介质的折射率越大,相移也越大.

图8 全反射的相移差与介质折射率的关系($n_2 = 1$)

3 结语

本文根据菲涅尔公式中电场的反射波与入射波振幅间的关系,讨论了电场的平行分量与垂直分量在直射、掠射、和斜射时反射波与入射波的相位关系,并讨论了全反射时反射波与入射波的两个分量的相移关系,绘出了全反射时相移随入射角变化曲线,相移随介质折射率变化曲线及在玻璃—空气界面上的相移及相移之差随入射角变化情况.

参考文献:

- [1] 玻恩 E, 沃耳夫 E. 光学原理[M]. 第7版. 北京: 电子工业出版社, 2005: 32-45.
- [2] 赫斯特 E, 赞斯 A. 光学[M]. 北京: 人民教育出版社, 1980: 118-166.
- [3] 赵建林. 高等光学[M]. 北京: 国防工业出版社, 2002.

(下转第 603 页)

- [8] wol f Gang Pree. Hot spot driven framework development [EB/OL]. [2006-03-09]. <http://www.cs.vu.nl/ralf/poosd/resources/pree2000.pdf>.
- [9] Marcus Fontoura. Using viewpoints to derive object-oriented frameworks: a case study in the web - based education domain[J]. Journal of Systems and Software 2000, 54(3): 239-257.
- [10] Félix Prieto, Yania Crespo. Applying formal concepts analysis to the construction and evolution of domain framework[EB/OL]. [2006-02-11]. <http://www.giro.infor.ura.es/publications/2003/PCML03>.

Research on the Designing the Hot-Spot of the Object Oriented Framework

ZHONG Lin-hui^{1,2}, XIE Bing², YE Mao-sheng¹, ZHENG Yi

(1. College of Computer Information Engineering, Jiangxi Normal University, Nanchang 330027, China;

2. College of Computer Information Engineering, Peking University, Beijing 100871, China)

Abstract: In this paper, we make a survey of the Object Oriented Framework(OOF) development technology and category them into experiment-driven OOF development, requirement-driven OOF development and Analysis/Design Model-driven OOF development. Also we make a comparison among the three kinds from three viewpoints, which are knowledge source, knowledge notion and the way of getting the knowledge. Finally we make a conclusion in the future that we can do.

Key words: object-oriented frameuor; rariant; safrtare raise

(责任编辑:冉小晓)

(上接第 586 页)

- [4]汤俊雄,王楚.光学[M].北京:北京大学出版社,2001.
- [5]廖延彪.偏振光学[M].北京:科学出版社,2003.
- [6]赵达尊,张怀玉.波动光学[M].北京:宇航出版社,1988.51-73.
- [7]王莉.全反射情形下的电磁波[J].天津商学院学报,2003(3):11-13.

The Relation of Phase between Reflection Electromagnet Wave and Incidence Electromagnet Wave on the Boundary

GAN Gui-rong, LUO Kai-ji

(College of Physics and Communication & Electronics, Jiangxi Normal University, Nanchang 330027, China)

Abstract: In this paper, by aid of Fresnel Equations in electromagnetic wave theory, the reflection electromagnetic wave's phase shift is analyzed as total reflection is happened between the bound of two medium. The phase jump difference between parallel component and vertical component in total refrection is derived.

Key words: Fresnel equations; reflection; phase; phase shift difference

(责任编辑:冉小晓)