M5.3 Multiplikation und Division natürlicher Zahlen

SCHULE 42
Mindmaps von Nikolas Beyer

Primzahlen

1 hat nur einen Teiler und ist daher keine Primzahl

$\{2; 3; 5; 7; 11; 13; \ldots\}$

natürliche Zahlen, die genau zwei Teiler (nämlich 1 und sich selbst) besitzen

Primfaktorzerlegung

eindeutige Darstellung jeder natürlichen Zahl (>1) als Produkt von Primzahlen

$12 = 2 \cdot 2 \cdot 3 = 2^2 \cdot 3$
$90 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5$

Fakultät

$4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$

Rechenreihenfolge

bei mehreren Klammern mit der innersten beginnen

Kla Ho P S
Klammer Hoch Punkt Strich
$[()]$ vor x^n vor $\cdot\ :$ vor $+-$

Teilbarkeit

$7 \xrightarrow{\text{ist Teiler von}} 35$
$7 \xleftarrow{\text{ist Vielfaches von}} 35$

Teilermenge T_n enthält alle Teiler der Zahl n, z. B. $T_{12} = \{1; 2; 3; 4; 6; 12\}$

Vielfachenmenge V_t enthält die Vielfachen einer Zahl t, z. B. $V_{12} = \{12; 24; 36; \ldots\}$

wenn bei der Division $n : t$ der natürlichen Zahlen ($n, t \in \mathbb{N}$) kein Rest bleibt

ist t ein Teiler von n

ist n ein Vielfaches von t

Quersumme

Summe der Ziffern einer Zahl

$5408 \to 5 + 4 + 0 + 8 = 17$

Rechengesetze

Assoziativgesetz (AG)

associare (lat) - verbinden

$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c) = a \cdot b \cdot c$
bei Produkten mit Klammern die Rechenreihenfolge ändern

Kommutativgesetz (KG)

commutare (lat) - vertauschen

$a \cdot b = b \cdot a$
Faktoren vertauschen

Distributivgesetz (DG)

distribuere (lat) - verteilen

ausmultiplizieren $\longrightarrow$

$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$
$a \cdot (b - c) = a \cdot b - a \cdot c$
$a : (b + c) = a : b + a : c$
$a : (b - c) = a : b - a : c$

$\longleftarrow$ ausklammern

Rechenoperationen

Multiplikation

$\underbrace{\overset{4}{\text{1. Faktor}} \quad \overset{\cdot}{\text{mal}} \quad \overset{6}{\text{2. Faktor}}}_{\text{Produkt}} \quad \overset{=}{\text{gleich}} \quad \overset{24}{\text{Produktwert}}$

$\underbrace{4 + 4 + 4}_{3} = 3 \cdot 4 = 12$

$0 \cdot 7 = 0$
$4 \cdot 0 = 0$

schriftlich

$$\begin{array}{r} 1442 \cdot 83 \\ \hline 115360 \\ +\ 4326 \\ \hline 119686 \end{array}$$

ersten Faktor mit jeder einzelnen Ziffer des zweiten Faktors multiplizieren

Teilprodukte stellengerecht übereinander notieren und addieren

Umkehrung

$3 \xrightarrow{\cdot 7} 21$
$21 \xrightarrow{: 7} 3$

Potenz

Exponent (Hochzahl)

$2^5 = \underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}_{5} = 32$

Basis (Grundzahl)

"2 hoch 5"

außerdem ist
$0^1 = 0;\ 1^1 = 1;\ 2^1 = 2;\ \ldots;\ n^1 = n$
$0^0 = 1;\ 1^0 = 1;\ 2^0 = 1;\ \ldots;\ n^0 = 1$
für jede natürliche Zahl n definiert

Quadratzahlen

Potenzen mit Exponent 2

$\{1; 4; 9; 16; 25; \ldots\}$

Zehnerpotenzen

Potenzen mit Basis 10

werden oft zur besseren Darstellung von großen Zahlen verwendet

$10^1 = 10$
$10^2 = 100$
$10^3 = 1000$
$10^4 = 10\,000$

Division

$\underbrace{\overset{15}{\text{Dividend}} \quad \overset{:}{\text{durch}} \quad \overset{3}{\text{Divisor}}}_{\text{Quotient}} \quad \overset{=}{\text{gleich}} \quad \overset{5}{\text{Wert des Quotienten}}$

durch 0 teilen ist verboten, da es keine Umkehraufgabe gibt

$0 : 2 = 0$
$9 : 0 = \text{undefiniert}$

schriftlich

$$\begin{array}{rl} & 6372 : 27 = 236 \\ 2 \cdot 27 = 54 & -54 \\ 63 - 54 = 9 & 97 \\ 3 \cdot 27 = 81 & -81 \\ 97 - 81 = 16 & 162 \\ 6 \cdot 27 = 162 & -162 \\ 162 - 162 = 0 & 0 \end{array}$$

schrittweise von links nach rechts so viele Ziffern des Dividenden zusammenfassen, dass der Divisor enthalten ist

ermitteln, wie oft der Divisor in die Zahl passt

diesen Faktor an das Ende des Ergebnisses notieren

Rest durch Subtraktion berechnen und Schritte wiederholen