К заданию 1

1) К активным методам поиска мимнимума

2)

1. Задаются N (либо δ) и ε, полагается j=1.

2. На j-й итерации вычисляются

$$x_1^{(j)} = \frac{1}{2}(a^{(j-1)} + b^{(j-1)}) - \frac{\varepsilon}{2}, \quad x_2^{(j)} = \frac{1}{2}(a^{(j-1)} + b^{(j-1)}) + \frac{\varepsilon}{2},$$

$$f_1^{(j)} = f(x_1^{(j)}), \quad f_2^{(j)} = f(x_2^{(j)}).$$

Если $f_1^{(j)} \le f_2^{(j)}$, то $a^{(j)} = a^{(j-1)}$, $b^{(j)} = x_2^{(j)}$.

Если $f_1^{(j)} > f_2^{(j)}$, то $a^{(j)} = x_1^{(j)}$, $b^{(j)} = b^{(j-1)}$.

3. Проверяется условие окончания вычислений:

$$\text{а) } j = N/2 \ \text{ либо б) } \frac{L_{2j}}{L_0} \le \delta.$$

Если оно выполняется, то определяются итоговый отрезок локализации, оценки точки минимума x* и величины минимума f* = f (x*), и вычисления завершаются.

Если условие не выполняется, то полагается j = j +1 и осуществляется переход к п.2.

3) К активным методам поиска мимнимума

4)

При вычислении $x_1^{(j)}$ и $x_2^{(j)}$, $j = \overline{1, N-1}$, используются числа Фибоначчи, определяемые следующим образом:

$$F_0 = F_1 = 1, \quad F_k = F_{k-1} + F_{k-2}, \quad k = 2,3,\ldots.$$

Условием окончания вычислений является выполнение заданного количества вычислений N.

Итак, алгоритм поиска минимума унимодальной функции методом Фибоначчи заключается в следующем.

1. Задается N, определяются числа Фибоначчи F_k, $k = \overline{0, N+1}$, выбирается ε из условия

$$\varepsilon < \frac{b-a}{F_{N+1}}.$$

Полагается j=1.

2. На j-й итерации вычисляются

$$x_1^{(j)} = a^{(j-1)} + \frac{F_{N-j-1}}{F_{N-j+1}}(b^{(j-1)} - a^{(j-1)}) - \frac{(-1)^{N-j+1}}{F_{N-j+1}}\varepsilon,$$

$$x_2^{(j)} = a^{(j-1)} + \frac{F_{N-j}}{F_{N-j+1}}(b^{(j-1)} - a^{(j-1)}) + \frac{(-1)^{N-j+1}}{F_{N-j+1}}\varepsilon,$$

$$f_1^{(j)} = f(x_1^{(j)}), \quad f_2^{(j)} = f(x_2^{(j)}).$$

Если $f_1^{(j)} \le f_2^{(j)}$, то $a^{(j)} = a^{(j-1)}$, $b^{(j)} = x_2^{(j)}$, $x_2^{(j+1)} = x_1^{(j)}$.

Если $f_1^{(j)} > f_2^{(j)}$, то $a^{(j)} = x_1^{(j)}$, $b^{(j)} = b^{(j-1)}$, $x_1^{(j+1)} = x_2^{(j)}$.

3. Проверяется условие окончания вычислений

$$j = N - 1.$$

Если оно выполняется, то определяются итоговый отрезок локализации, оценки точки минимума x* и величины минимума f* = f (x*) и вычисления завершаются.

Если условие не выполняется, то полагается j=j+1 и осуществляется переход к п.2.

5)

Рассмотрим интервал [a, b] (см. рис. 1). Говорят, что точка с выполняет золото

интервала [a, b], если

$$\frac{c-a}{b-a}=\tau, \qquad (1)$$

где $\tau = \frac{\sqrt{5}-1}{2} \approx$ 0,618- решение квадратного уравнения

$$\tau^2+\tau-1=0. \qquad (2)$$

6)

1. Задается N (либо δ), полагается j=1.
2. На j-й итерации вычисляются

$$x_1^{(j)} = a^{(j-1)} + \Phi_1(b^{(j-1)} - a^{(j-1)}),$$

$$x_2^{(j)} = a^{(j-1)} + \Phi_2(b^{(j-1)} - a^{(j-1)}),$$

$$f_1^{(j)} = f(x_1^{(j)}), \quad f_2^{(j)} = f(x_2^{(j)}).$$

Если $f_1^{(j)} \le f_2^{(j)}$, то $a^{(j)} = a^{(j-1)}$, $b^{(j)} = x_2^{(j)}$, $x_2^{(j+1)} = x_1^{(j)}$.

Если $f_1^{(j)} > f_2^{(j)}$, то $a^{(j)} = x_1^{(j)}$, $b^{(j)} = b^{(j-1)}$, $x_1^{(j+1)} = x_2^{(j)}$.

3. Проверяется условие окончания вычислений:

$$\text{а) } j = N-1 \quad \text{либо} \quad \text{б) } \frac{L_{j+1}}{L_0} \le \delta.$$

Если оно выполняется, то определяются итоговый отрезок локализации, оценки точки минимума x* и величины минимума f* и вычисления завершаются.

Если условие не выполняется, то полагается j=j+1 и осуществляется переход к п.2.

7)

А1- алгоритм равномерного поиска

А2 - алгоритм равномерного дихотомического поиска

А3- алгоритм Фибоначчи

А4- алгоритм золотого сечения.

При применении их к одному классу ф-ций на интервале [a;b] можно вывести следующие критерии оптимальности:

$$W(A_1) = \frac{2(b-a)}{N-1}$$

$$W(A_2) = \frac{b-a}{2^{\frac{N}{2}}}$$

$$W(A_3) = \frac{b-a}{iN-1}$$

$$W(A_4) = (b-a)\tau^{N-1}$$

При N=14 А2 эффективнее А3 в 3 раза, А3 эффективнее А4 в 1,4.

Задание 2

1)Необходимо найти стационарные и критические точки, т.е найти производную первого порядка ф-ции и приравнять 0. Далее найти значение ф-ции в этих точках и выбрать выбрать наименьшее из полученных

2)с ограничениями типа неравенств

Теорема 1 (Куна-Таккера). Пусть функция $\Phi(\mathbf{X})$ и функции $g_i(\mathbf{X}) \geq 0, i \in [1,m$ непрерывные частные производные в некоторой окрестности точки $\mathbf{X}^*$ и пусть является точкой локального минимума функции $\Phi(\mathbf{X})$ при ограничениях g_i удовлетворяющих в точке $\mathbf{X}^*$ условию регулярности ограничивающих функци существуют такие неотрицательные множители Лагранжа $\lambda_i, i \in [1,m]$, что для Лагранжа $L(\mathbf{X},\lambda)$ точка $\mathbf{X}^*$ является стационарной точкой функции, т.е.

$$\nabla_X L(\mathbf{X}^*,\lambda) = \nabla\Phi(\mathbf{X}^*) + \sum_{i=1}^{m} \lambda_i \nabla g_i(\mathbf{X}^*) = 0 \bullet$$

общей задачи

Теорема 1 (теорема Куна-Таккера). Пусть функции $\Phi(\mathbf{X})$, $g_i(\mathbf{X}) \geq 0, i \in$ $h_j(\mathbf{X}), j \in [1,l]$ имеют непрерывные частные производные в некоторой окрестности $\mathbf{X}^* \in D$ и пусть эта точка является точкой локального минимума функции $\Phi(\mathbf{X})$, кроме того, выполняется условия регулярности ограничивающих функций $g(\mathbf{X})$

кроме того, выполняются условия регулярности ограничивающих функций

точке $\mathbf{X}^*$. Тогда существуют такие множители Лагранжа $\lambda_i, i\in[1,m]$, $\mu_j\geq 0, j\in[1$

все из которых равные нулю одновременно, что для функции Лагранжа $L(\mathbf{X},\lambda,\mu)$

$\mathbf{X}^*$ является стационарной точкой функции, т.е.

$$\nabla_X L(\mathbf{X}^*,\lambda,\mu)=\nabla\Phi(\mathbf{X}^*)+\sum_{i=1}^{m}\lambda_i\nabla g_i(\mathbf{X}^*)+\sum_{j=1}^{l}\mu_j\nabla h_j(\mathbf{X}^*)=0.$$

3)

Общая схема прямого решения задачи нелинейного программирования:

Из условия $\nabla\Phi(\mathbf{X}^*)=0$ определяем все стационарные точки функции $\Phi(\mathbf{X})$ в обл

;

Определяем все критически точки функции (точки не дифференцируемости) ф

$\Phi(\mathbf{X})$ в области D;

Для каждой из границ области D (ограничивающих функций) решаем соответств

задачу на условный минимум:

из уравнения $g_i(\mathbf{X})\geq 0, i\in[1,m]$ выражаем m переменных через остальные

переменных и подставляем их в выражение для функции $\Phi(\mathbf{X})$;

вместо исходной задачи условной оптимизации получаем задачу безу

оптимизации с $(n-m)$ переменными;

решаем эту задачу – находим стационарные точки полученной функции, лежа

соответствующей границе области D;.

Решаем задачу, аналогичную задаче, рассмотренной в п.3, для каждого из мн

которое определяется пересечением границ области D;

Во всех отобранных точках вычисляем значения функции $\Phi(\mathbf{X})$ и выбираем ту (и

которой значение функции наименьшее ●

4)

Записываем функцию Лагранжа

$$L(\mathbf{X},\lambda)=\Phi(\mathbf{X})+\sum_{i=1}^{m}\lambda_i g_i(\mathbf{X}); \qquad (3)$$

Находим градиенты $\nabla\Phi(\mathbf{X})$, $\nabla g_i(\mathbf{X}), i\in[1,m]$ функций $\Phi(\mathbf{X})$, $g_i(\mathbf{X}), i\in[1,m$

Находим стационарные точки функции Лагранжа, т.е. точки, в которых градиен

функции равен нулю:

$$\nabla_X L(\mathbf{X}^*,\lambda)=\nabla\Phi(\mathbf{X})+\sum^{m}\lambda_i\nabla g_i(\mathbf{X})=0;$$

$$\nabla_X L(X^*, \lambda) = \nabla \Phi(X^*) + \sum_{i=1} \lambda_i \nabla g_i(X^*) = 0, \qquad (4$$

Находим точки, в которых нарушаются условия регулярности ограничивающих фун
Во всех стационарных точках функции, а также точках нарушения условий регуля
ограничивающих функций вычисляем значения функции $\Phi(\mathbf{X})$ и выбираем ту (ил
которой значение функции наименьшее

5)

v интенсивность спроса

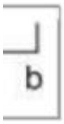
k организационные издержки

h Издержкисодержаниязапасов

$$q_{\text{опт}} = \sqrt{\frac{2k\nu}{h}}$$

6) Использовать отимальный пазмер партии во всех вычислениях. Если видов товаров несколь
каждого найти хар-ки работы склада отдельно, а после суммировать их

е сечение



к

и

я

и

а целевой
значение

$n]$ имеют

эта точка
$(\mathbf{X}^*)\geq 0$,

ий. Тогда
функции

(3)

$\in[1,m]$,

и точки

Пусть,
$h(\mathbf{X})$

$$\mathbf{S}^r = -\frac{\nabla\Phi^r}{\|\nabla\Phi^r\|} \text{ -}$$

Градиентный метод наискорейшего с
величину, при которой достигается мини

$$\Phi(\mathbf{X}^{r+1}) = \Phi(\mathbf{X}^r + \lambda^r \mathbf{S}^r) = \min_{\lambda\in R^1} \Phi(\mathbf{X}^r$$

Задача (2) есть одномерная задача лока
быть решена рассмотренными в главе
параграф 4.7).
Схема метода:

Задаем начальную точку $\mathbf{X}^0$ и полагаем

По формуле (3) вычисляем компоненты и

Каким-либо методом решаем одномерную
определяем точку $\mathbf{X}^{r+1}$.

Вычисляем величину $\Phi(\mathbf{X}^{r+1})$ - значение ф
Проверяем условие окончания поиска (см
выполнено, то полагаем $\mathbf{X}^* \approx \mathbf{X}^{r+1}$ и завер
переходим к п. 2 ●
В качестве критерия окончания поиска м
условий окончания итераций

$$\|\mathbf{X}^{r+1} - \mathbf{X}^r\| = \lambda^r \leq \varepsilon_X,$$

$$|\Phi(\mathbf{X}^{r+1}) - \Phi(\mathbf{X}^r)| \leq \varepsilon_\Phi.$$

В качестве критерия окончания поиска можн

$h(\mathbf{X})$ в

$1,l]$, не

) точка

(3)

асти D

функции

зующую

$(n\text{-}m)$

словной

ащие на

южеств,

ли те), в

n];

т этой

4)

В качестве критерия окончания поиска можн

$$\|\nabla \Phi^r\| \le \varepsilon_\nabla,$$

где ε_∇ - константа, определяющая требуемую

($\mathbf{X}$).

+)

нкций.
рности

и те), в

ко, для

(3)

пуска в качестве длины шага λ^r использует
имум функции $\Phi(\mathbf{X})$ в направлении $\mathbf{S}^r$:

$+\lambda \mathbf{S}^r)$. (4)

льной безусловной оптимизации, которая может
4 методами, например, методом Паулла (см.

счетчик числа итераций $r=0$.
вектора $\mathbf{S}^r$.
о задачу безусловной оптимизации (4) –

ункции $\Phi(\mathbf{X})$ в точке $\mathbf{X}^{r+1}$.
м. ниже). Если условие окончания поиска

шаем итерации. Иначе – полагаем $r=r+1$,

ожно использоваться одно из стандартных

(5)

(6)

о использоваться также условие

о использоваться также условие

(7)

о точность решения по градиенту функции Φ