Калибриране на MEMS Акселерометри

Курсов проект на:

Никола Тотев

по

Приложение на Математиката за Моделиране на Реални Процеси

Съдържание

Резюме

В рамките на този проект се разглежда задачата за калибриране на MEMS акселерометри. За целта е използвана линейна връзка между калибрираните данни и некалибрираните данни. Построена е функция на грешките, която се минимизира, като се реши една система от 12 уравнения.

В секция 1, се запознава с различите видове акселерометри, по-подробно се разглежда начина на работа на MEMS акселерометрите, както и грешките, които се наблюдават при такъв вид сензори.

В секция 4 се дава повече информация за практическите приложение на МЕМС акселерометрите.

В секция 3 е представен алгоритъм за калибриране на MEMS акселерометри. В секцията е предоставено сравнение между резултатите, получени с вградените функции в СКА Mathematica и тези получени е имплементирания от нас алгоритъм.

Въведение

- Акселерометри. MEMS акселерометри. Видове акселерометри.

Акселерометрите са сензори, който измерват ускорение, но основните видове са следните:

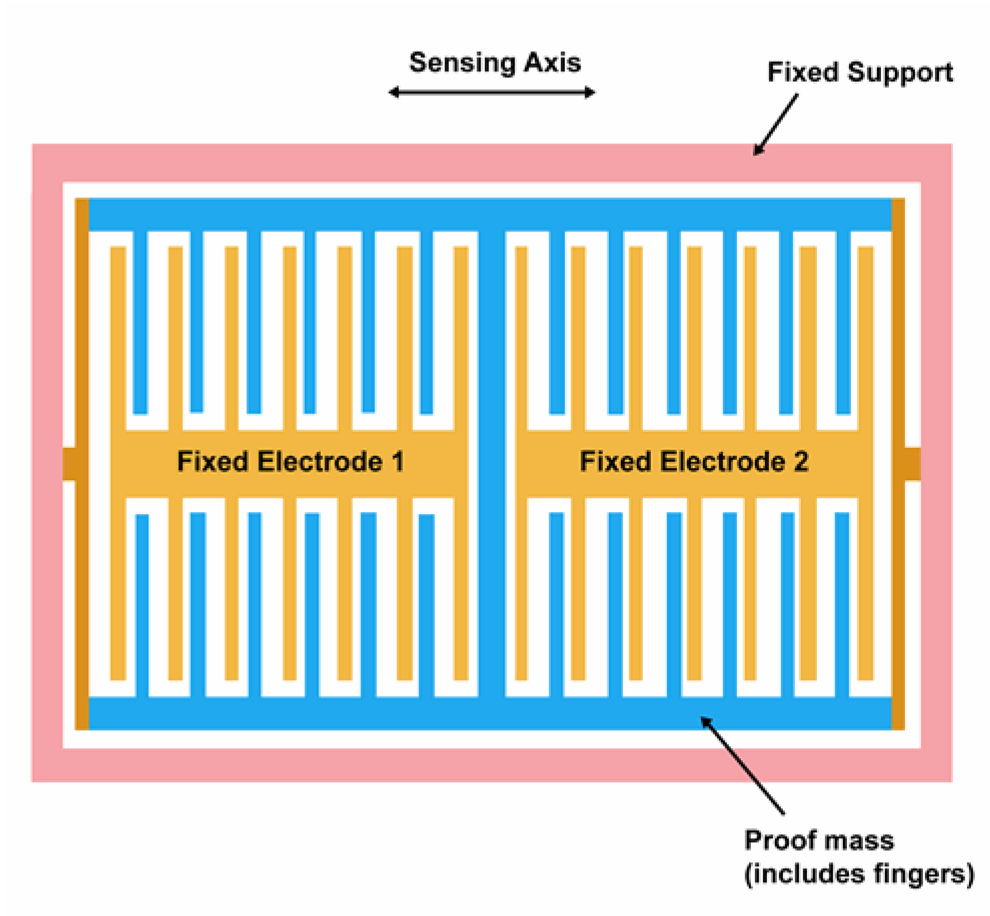
- Пиезоелектричени *(piezoelectric)*
- Пиезорезистивени *(piezoresistive)*
- Капацитивни акселерометри *(capacitive accelerometers)*
- MEMS Акселерометри *(MEMS Accelerometers)*

Сега ще разгледаме по-подробно MEMS акселерометрите.

MEMS е съкращение за ***Microelectromechanical systems*** и такъв вид акселерометри се изработва от силиций *(фигура 1 показва начина на работа)*. Едно от предимствата са им, че имат малки размери и лесно могат да бъдат използвани в проекти, където има ограничено място.

Акселерометрите намират много приложения в индустрията, както и в хоби роботиката и електрониката. Тук ще посоча 3 основни приложения:

- Използват се за диагностика на машини, като се следи за появата на вибрации.
- Служат за да се измерва ускорението на роботи, например мобилни роботи.
- Намират приложение в дронове и самолети.



Фигура 1 – Показва и начина на работа на MEMS акселерометър. При ускорение, сините части се движат и се отдалечават/приближават до фиксираните електроди.

- ## Видове грешки

  Като всяко измервателно устройство и при акселерометрите има различни видове грешки, които се наблюдават. Основните видове, които се получават при производството са,

  - ### Постоянно отклонение

    Това е постоянно отклонение, което възниква при производство. В такъв случай в положение на покой сензора може да показва ускорение, различно от (X, Y, Z) (0, 0, 9.8)

  - ### Отклонения в мерните единици

    Тази грешка означава, че данните, които идват от сензора са в неизвестна за нас мерна единица, вместо m/s например.

  - ### Грешки, които идват от неортогоналността на осите

    Тази грешка е отново грешка, която се появява при производството на сензора и както се показва в името означава, че осите X, Y, Z не са ортогонални една на друга. При производството на триосеви акселерометри, очакваме осите да са ортогонални, но тъй като технологията за производство не е съвършена, между осите се наблюдават ъгли между $86° - 94°$. Тези отклонения водят го нежелани грешки.

  Освен тези грешки възникват други грешки. Например грешки, които се появяват заради условията, при които работи акселерометърът или електромагнитен шум.

Калибриране на MEMS акселерометри

- Постановка на математическата задача

Като входни данни използвам dataset от статията на MM Solutions AD за лабораторно калибриране на MEMS акселерометри от ESGI-95. Първоначалния план беше да се използват данни от собствен сензор, но това не се реализира, защото при по-задълбочено проучване на сензорите, които са достъпни мога да се калибрират от производителя.

В *таблици 1* е показан пример за некалибрирани данни, а в таблица 2 са пресметнати нормите на тези данни.

Uncalibrated		
X	**Y**	**Z**
0.686143985	9.693013241	0.146230973
0.307313184	-9.555131822	0.121707371
10.20588166	0.146627372	0.293913142
-9.235730337	0.149835656	-0.153514714

***Таблица 1** – Не калибрирани данни по осите X, Y и Z*

Norms Before Calibration
9.71837
9.56085
10.2112
9.23822
9.72837

Таблица 2 *– Нормите получени от данните в таблица 1.*

- ## Постановка на задачата

Когато сензорът се намира в покой и е успореден на земната повърхност, трябва да показва (X, Y ,Z)=(0, 0, 9.8) или нормата на вектора да бъде 9.8. От таблиците *1 и 2* се вижда, че при сурови данни – данни директно от сензора, това условие не е изпълнено. Целта на този проект е да използва математически модел, който обработва данните по такъв начин, че да се стигне до норма на калибрираните вектори 9.8 или да калибрира данните.

- ## Математически модел

Както беше обяснено в предишната точка, ако един акселерометър е калибриран, то нормата на вектора v(X, Y ,Z) е 9.8 или

$$|v| - 9.8 \approx 0.$$

Ако това дава нула, означава, че данните са калибрирани. Това ще го означа като $Err(M, B)$.

Това може да се разглежда, като грешката от калибрацията. Важно е да съобразим, че в реалния живот, при наличието на много данни е невъзможно да се получи резултат точно равен на нула. Поради тази причина се стремим да е възможно най-близко до нула.

За да се калибрират данните използваме линейна връзка между калибрираните и суровите данни:

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} M_{xx} & M_{xy} & M_{xz} \\ M_{yx} & M_{yy} & M_{yz} \\ M_{zx} & M_{zy} & M_{zz} \end{pmatrix}}_{M} . \begin{pmatrix} \hat{X} \\ \hat{Y} \\ \hat{Z} \end{pmatrix} + \underbrace{\begin{pmatrix} B_x \\ B_y \\ B_z \end{pmatrix}}_{B} \qquad (1)$$

където

- векторът $\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}$ е векторът от калибрираните данни.

- Матрицата M – тази матрица се грижи за ортогоналността на осите X, Y, Z както и за мащаба. По диагонала са коефициентите за мащаба, а останалите са за ортогоналността

- векторът $\begin{pmatrix} \hat{X} \\ \hat{Y} \\ \hat{Z} \end{pmatrix}$ представлява суровите данни от сензора.

- векторът B този вектор се грижи за коригирането на постоянното отместване.

След извършване на действията отдясно стигаме до следните уравнения:

$$\begin{aligned} X &= M_{xx}x + M_{xy}x + M_{xz}\,x + B_x \\ Y &= M_{yx}y + M_{yy}y + M_{yz}\,y + B_y \quad (2) \\ Z &= M_{zx}z + M_{zy}z + M_{xz}\,z + B_z \end{aligned}$$

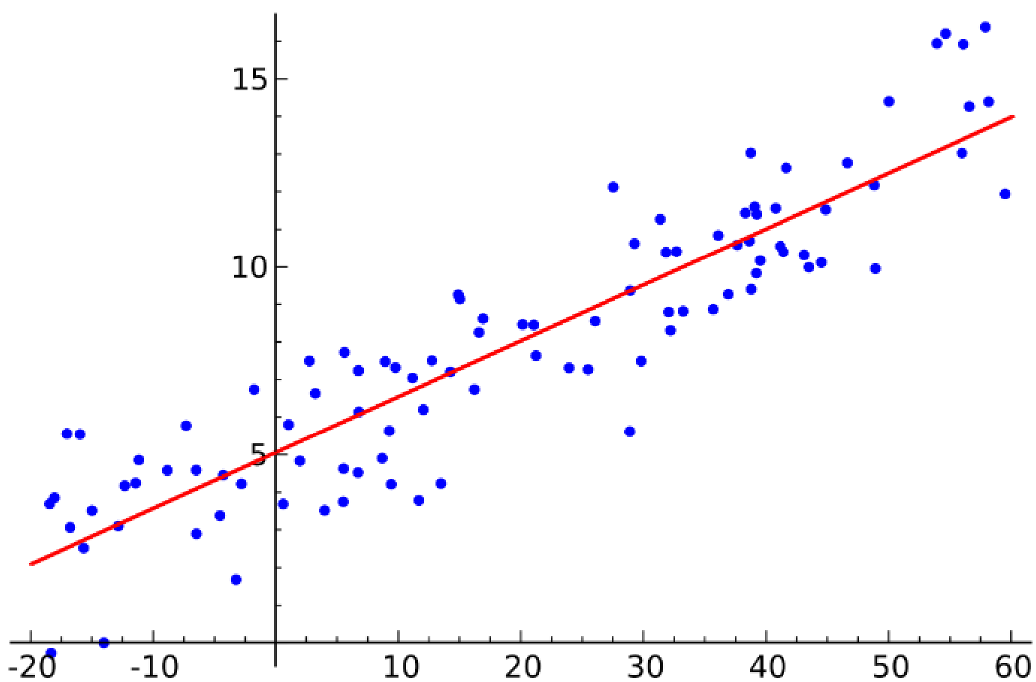
За да калибрираме един акселерометър е необходимо да намерим матрицата M и вектора b, което означава, че имаме 12 неизвестни коефициенти. За да намерим неизвестните коефициенти, тъй като знаем вида на X, Y и Z както и първоначалните $\hat{X}\,, \hat{Y}$ и $\hat{Z}$ може да ги заместим в уравнение (1), и получаваме функцията

$$Err(M,B) = \sum_{i=1}^{n}\left(M_{xx}x_i + M_{xy}y_i + M_{xz}\,z_i + B_x\right)^2 + \left(M_{yx}x_i + M_{yy}y_i + M_{yz}\,z_i + B_y\right)^2 + \left(M_{zx}x_i + M_{zy}y_i + M_{xz}\,z_i + B_z\right)^2 - g^2 \quad (3)$$

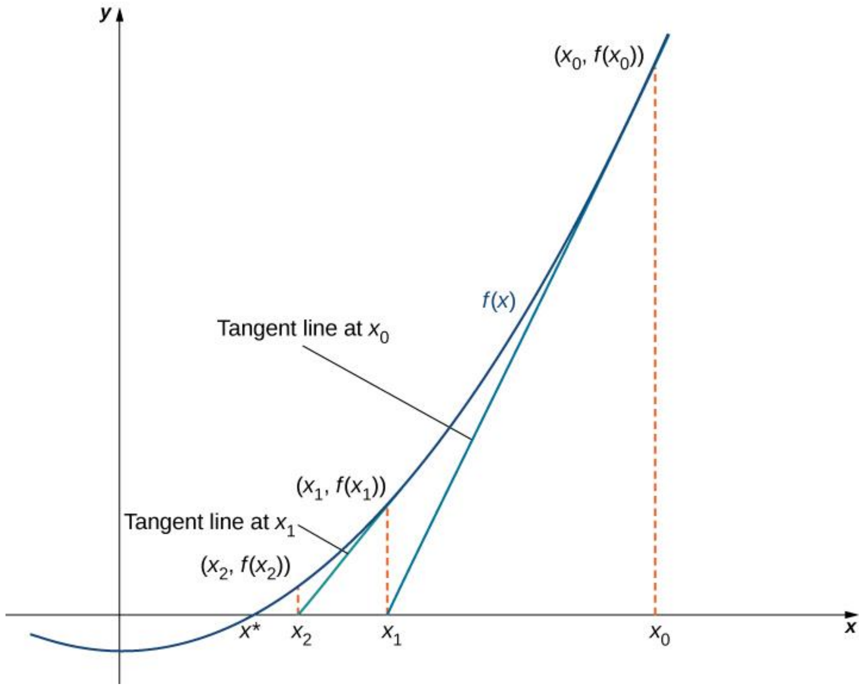
която трябва да минимизираме. Така задачата добива вида min Err(M,B).

- ## Използвани методи за минимизиране на (3)

  За да може да намерим минимума на (3) трябва да намерим частните производни спрямо 12-те неизвестни коефициенти. След като сме получили всичките производни ги приравняваме на нула, което означава, че трябва да решим нелинейна система с 12 уравнения и 12 неизвестни. За бързо решаването на тази система използваме метода на Нютон.



- Метод на Нютон



***Фигура 3** – Графично представяне на метода на Нютон* [*https://openstax.org/books/calculus-volume-1/pages/4-9-newtons-method*](https://openstax.org/books/calculus-volume-1/pages/4-9-newtons-method)

Формулите за метода на Нютон за едно уравнение са следните:

$$x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)} \qquad x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}. \quad (4)$$

За да мога да го използвам, направихме наша имплементация на този метод във Wolfram Mathematica.

Този метод се използва за решаване на уравнения, както може да се приложи и за решаване на система от нелинейни уравнения. Решаването на система се прави по формула (5)

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix} - [J(x,y)]^{-1} \begin{pmatrix} f_1(x_0, y_0) \\ f_2(x_0, y_0) \end{pmatrix} \quad (5)$$

- Числени резултати

Norms After Calibration (LSM)
9.79577
9.7911
9.80487
9.79417
9.7825

Таблица 3 - *Показва нормата от калибрираните данни получени при използване на вградените функции.*

Norms After Calibration (NM)
9.79577
9.7911
9.80487
9.79417
9.7825

Таблица 4 - *Показва нормата от калибрираните данни получени при използване на имплементирания от нас метод на Нютон*

Таблици 3 и 4 показват нормите след калибрацията на векторите. Както се вижда имплементацията на Метода на Нютон (*МН*), която съм направил, извежда еднакви резултати като Метода на Най-Малките Квадрати (*МНМК*), който използва вградени функции за минимизация.

M Matrix Values (LSM)		
1.00432	-0.0247	-0.0738
0.01773	1.01322	-0.0892
0.07967	0.08645	0.99275

Таблица 4 - *Показва стойностите на вектора M получени при използване на вградените функции.*

M Matrix Values (NM)		
0.22671	0.07337	0.97174
0.60662	0.7872	-0.1967
-0.772	0.64003	0.12634

Таблица 5 - *Показва стойностите на вектора M получени при използване на имплементирания от нас метод на Нютон*

Таблиците 5 и 6 показват стойностите на матрицата M. Както описах по-горе това са коефициентите, при които грешката (3) е минимална. Тази разлика се дължи на използването на вградените функции в единия случай, а имплементиран от нас метод на Нютон в другия.

B Matrix Values (LSM)
-0.488037
-0.0814727
0.0155627

Таблица 7– *Показва стойностите на вектора B получени при използване на вградените функции.*

B Matrix Values (NM)
-0.0558736
-0.35741
0.337929

Таблица 8 – *Показва стойностите на вектора B получени при използване на имплементирания от нас метод на Нютон*

Таблиците 7 и 8 показват стойностите на вектора B, като отново както при матрицата M и тук има разминаване между стойностите получени с МНМК и МН.

Calibrated (LSM)		
X	***Y***	***Z***
-0.0487887	9.73885	1.05333
0.0473013	-9.76837	-0.665145
9.73665	0.22181	1.13312
-9.75604	-0.0796934	-0.859694

***Таблица 9** – Показва резултатите за отделните компоненти при използване на вградените функции.*

Calibrated (NM)		
X	***Y***	***Z***
0.952926	7.66039	6.03053
-0.568964	-7.71673	-5.9995
2.55426	5.89126	-7.40974
-2.28789	-5.81181	7.54415

***Таблица 10** – Показва резултатите за отделните компоненти получени при използване на имплементирания от нас метод на Нютон*

Таблиците 9 и 10 показват данните след калибрация, съответно с МНКМ и МН. Отново се виждат разлики между двата метода. Тези разлики се дължат на това, че няма имплементирано насочване на осите

Заключения

В рамките на този проект се разглежда задачата за калибриране на MEMS акселерометри. За целта е използвана линейна връзка между калибрираните данни и некалибрираните данни.
От получените резултати се вижда, че този проект успешно приложи математически модел, за да реши задачата за калибриране на MEMS акселерометър. Вижда се, че резултатите от вградените функции и имплементираната в рамките на този проект функция имат сходни резултати, което показва успешното решаване на задачата.