

Калибриране на MEMS Акселерометри

Курсов проект на:

Никола Тотев

по

Приложение на Математиката за
Моделиране на Реални Процеси

Съдържание

Резюме	1
Въведение	4
Запознаване с акселерометри	2
MEMS акселерометри	2
Видове грешки	2
<i>Constant Bias</i>	3
<i>Scaling Errors</i>	3
<i>Errors due to the non-orthogonality of the axes</i>	
Математически модел.....	4
Входни данни	2
Очакван резултат	2
Детайли калибрация.....	2
Използвани методи за калибрация.....	2
<i>Метод на НМК</i>	3
<i>Метод на Нютон</i>	3
Резултати	2
Практически приложения	4
Приложения в индустрията	2
Приложения в роботиката	2
Пример проект по „Практическа роботика и умни неща“	3
Заклучения	4

Резюме

В рамките на този проект се разглежда задачата за калибриране на MEMS акселерометри. За целта е използвана линейна връзка между калибрираните данни и некалибрираните данни. Построена е функция на грешките, която се минимизира, като се реши една система от 12 уравнения.

В секция 1, се запознава с различите видове акселерометри, по-подробно се разглежда начина на работа на MEMS акселерометрите, както и грешките, които се наблюдават при такъв вид сензори.

В секция 4 се дава повече информация за практическите приложения на MEMS акселерометрите.

В секция 3 е представен алгоритъм за калибриране на MEMS акселерометри. В секцията е предоставено сравнение между резултатите, получени с вградените функции в SCA Mathematica и тези получени е имплементирания от нас алгоритъм.

Въведение

- Акселерометри. MEMS акселерометри. Видове акселерометри.

Акселерометрите са сензори, който измерват ускорение, но основните видове са следните:

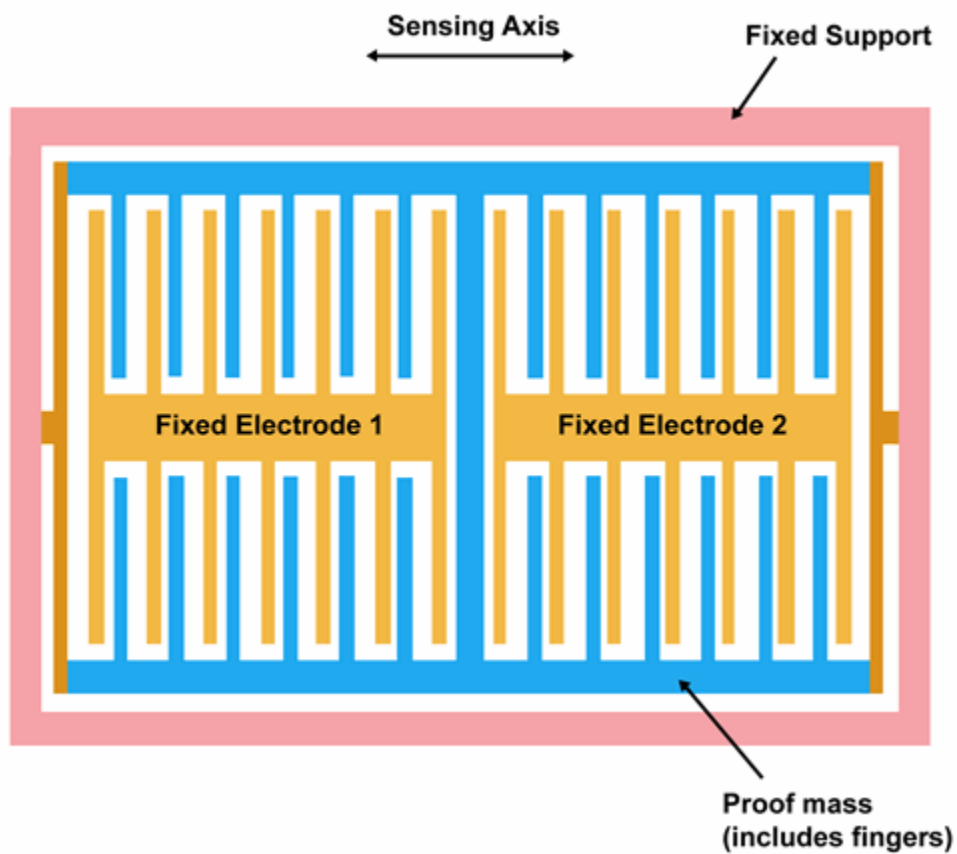
- Пиезоелектричени (*piezoelectric*)
- Пиезорезистивни (*piezoresistive*)
- Капацитивни акселерометри (*capacitive accelerometers*)
- MEMS Акселерометри (*MEMS Accelerometers*)

Сега ще разгледаме по-подробно MEMS акселерометрите.

MEMS е съкращение за ***Microelectromechanical systems*** и такъв вид акселерометри се изработва от силиций (*фигура 1* показва начина на работа). Едно от предимствата са им, че имат малки размери и лесно могат да бъдат използвани в проекти, където има ограничено място.

Акселерометрите намират много приложения в индустрията, както и в хоби роботиката и електрониката. Тук ще посоча 3 основни приложения:

- Използват се за диагностика на машини, като се следи за появата на вибрации.
- Служат за да се измерва ускорението на работи, например мобилни работи.
- Намират приложение в дронове и самолети.



Фигура 1 – Показва и начина на работа на MEMS акселерометър. При ускорение, сините части се движат и се отдалечават/приближават до фиксираните електроди.

- Видове грешки

Като всяко измервателно устройство и при акселерометрите има различни видове грешки, които се наблюдават. Основните видове, които се получават при производството са,

- Постоянно отклонение

Това е постоянно отклонение, което възниква при производство. В такъв случай в положение на покой сензора може да показва ускорение, различно от (X, Y, Z) (0, 0, 9.8)

- Отклонения в мерните единици

Тази грешка означава, че данните, които идват от сензора са в неизвестна за нас мерна единица, вместо m/s например.

- Грешки, които идват от неортогоналността на осите

Тази грешка е отново грешка, която се появява при производството на сензора и както се показва в името означава, че осите X, Y, Z не са ортогонални една на друга. При производството на триосеви акселерометри, очакваме осите да са ортогонални, но тъй като технологията за производство не е съвършена, между осите се наблюдават ъгли между $86^\circ - 94^\circ$. Тези отклонения водят до нежелани грешки.

Освен тези грешки възникват други грешки. Например грешки, които се появяват заради условията, при които работи акселерометърът или електромагнитен шум.

Калибриране на MEMS акселерометри

- Постановка на математическата задача

Като входни данни използвам dataset от статията на MM Solutions AD за лабораторно калибриране на MEMS акселерометри от ESGI-95. Първоначалния план беше да се използват данни от собствен сензор, но това не се реализира, защото при по-задълбочено проучване на сензорите, които са достъпни мога да се калибрират от производителя.

В *таблицы 1* е показан пример за некалибрирани данни, а в *таблица 2* са пресметнати нормите на тези данни.

Uncalibrated		
X	Y	Z
0.686143985	9.693013241	0.146230973
0.307313184	-9.555131822	0.121707371
10.20588166	0.146627372	0.293913142
-9.235730337	0.149835656	-0.153514714

Таблица 1 – Не калибрирани данни по осите X, Y и Z

Norms Before Calibration
9.71837
9.56085
10.2112
9.23822
9.72837

Таблица 2 – Нормите получени от данните в таблица 1.

- **Постановка на задачата**

Когато сензорът се намира в покой и е успореден на земната повърхност, трябва да показва $(X, Y, Z) = (0, 0, 9.8)$ или нормата на вектора да бъде 9.8. От таблиците **1** и **2** се вижда, че при сурови данни – данни директно от сензора, това условие не е изпълнено. Целта на този проект е да използва математически модел, който обработва данните по такъв начин, че да се стигне до норма на калибрираните вектори 9.8 или да калибрира данните.

- **Математически модел**

Както беше обяснено в предишната точка, ако един акселерометър е калибриран, то нормата на вектора $v(X, Y, Z)$ е 9.8 или

$$|v| - 9.8 \approx 0.$$

Ако това дава нула, означава, че данните са калибрирани. Това ще го означа като **$Err(M, B)$** .

Това може да се разглежда, като грешката от калибрацията. Важно е да съобразим, че в реалния живот, при наличието на много данни е невъзможно да се получи резултат точно равен на нула. Поради тази причина се стремим да е възможно най-близко до нула.

За да се калибрират данните използваме линейна връзка между калибрираните и суровите данни:

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} M_{xx} & M_{xy} & M_{xz} \\ M_{yx} & M_{yy} & M_{yz} \\ M_{zx} & M_{zy} & M_{zz} \end{pmatrix}}_M \cdot \begin{pmatrix} \hat{X} \\ \hat{Y} \\ \hat{Z} \end{pmatrix} + \underbrace{\begin{pmatrix} B_x \\ B_y \\ B_z \end{pmatrix}}_B \quad (1)$$

където

- векторът $\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}$ е векторът от калибрираните данни.
- Матрицата M – тази матрица се грижи за ортогоналността на осите X, Y, Z както и за мащаба. По диагонала са коефициентите за мащаба, а останалите са за ортогоналността
- векторът $\begin{pmatrix} \hat{X} \\ \hat{Y} \\ \hat{Z} \end{pmatrix}$ представлява суровите данни от сензора.
- векторът B този вектор се грижи за коригирането на постоянното отместване.

След извършване на действията отдясно стигаме до следните уравнения:

$$\begin{aligned} X &= M_{xx}x + M_{xy}y + M_{xz}z + B_x \\ Y &= M_{yx}x + M_{yy}y + M_{yz}z + B_y \quad (2) \\ Z &= M_{zx}x + M_{zy}y + M_{zz}z + B_z \end{aligned}$$

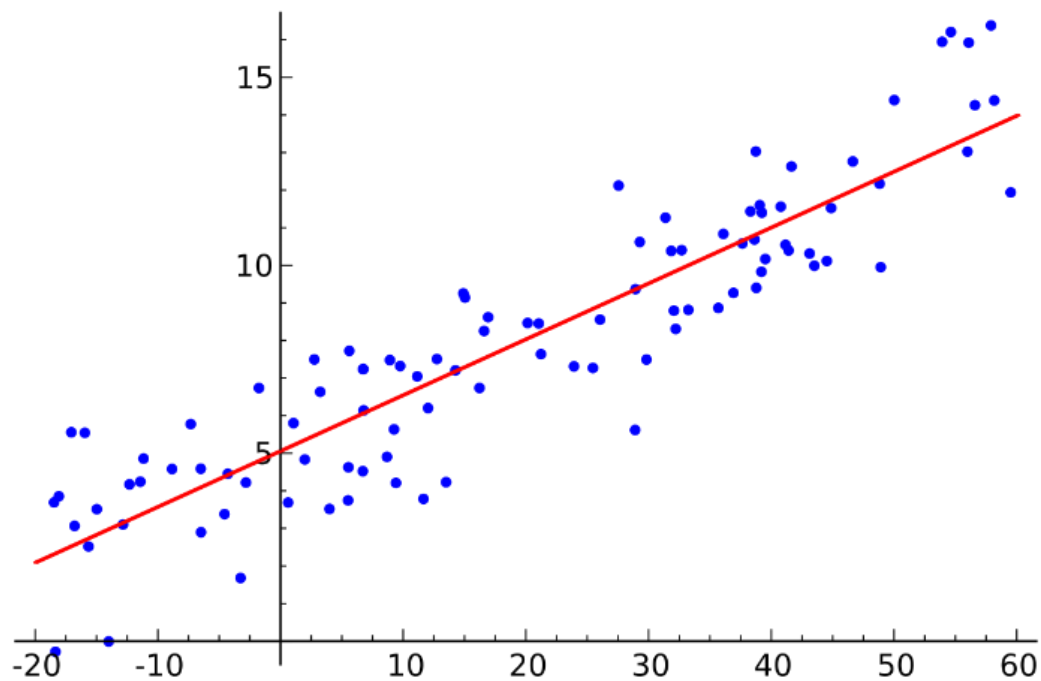
За да калибрираме един акселерометър е необходимо да намерим матрицата M и вектора b , което означава, че имаме 12 неизвестни коефициенти. За да намерим неизвестните коефициенти, тъй като знаем вида на X , Y и Z както и първоначалните \hat{X} , \hat{Y} и \hat{Z} може да ги заместим в уравнение (1), и получаваме функцията

$$\begin{aligned} Err(M, B) = \sum_{i=1}^n & (M_{xx}x_i + M_{xy}y_i + M_{xz}z_i + B_x)^2 + \\ & (M_{yx}x_i + M_{yy}y_i + M_{yz}z_i + B_y)^2 + (M_{zx}x_i + M_{zy}y_i + \\ & M_{zz}z_i + B_z)^2 - g^2 \quad (3) \end{aligned}$$

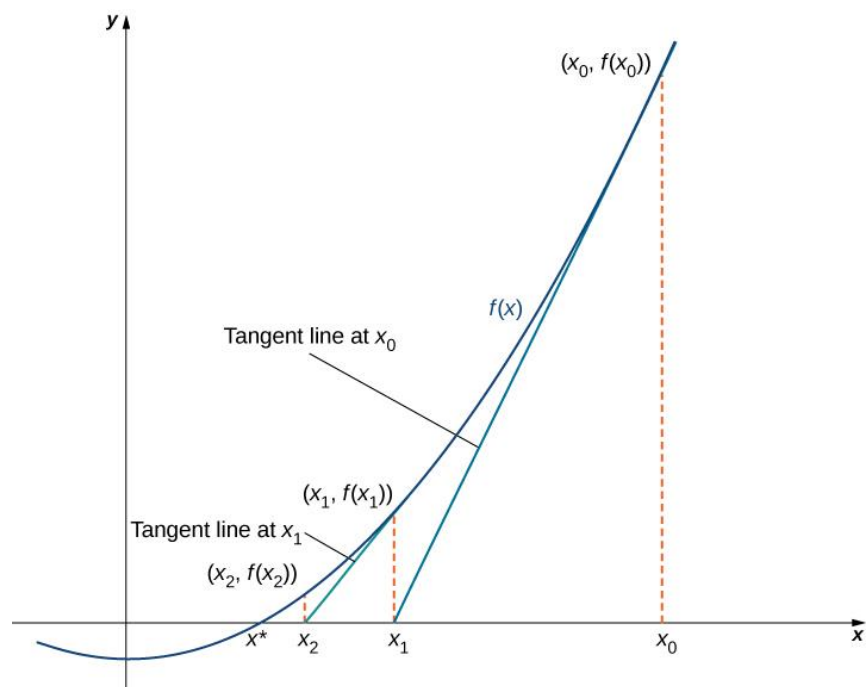
която трябва да минимизираме. Така задачата добива вида $\min Err(M, B)$.

- Използвани методи за минимизиране на (3)

За да може да намерим минимума на (3) трябва да намерим частните производни спрямо 12-те неизвестни коефициенти. След като сме получили всичките производни ги приравняваме на нула, което означава, че трябва да решим нелинейна система с 12 уравнения и 12 неизвестни. За бързо решаването на тази система използваме метода на Нютон.



- Метод на Нютон



Фигура 3 – Графично представяне на метода на Нютон <https://openstax.org/books/calculus-volume-1/pages/4-9-newtons-method>

Формулите за метода на Нютон за едно уравнение са следните:

$$x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)} \quad x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}. \quad (4)$$

За да мога да го използвам, направихме наша имплементация на този метод във Wolfram Mathematica.

Този метод се използва за решаване на уравнения, както може да се приложи и за решаване на система от нелинейни уравнения. Решаването на система се прави по формула (5)

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix} - [J(x, y)]^{-1} \begin{pmatrix} f_1(x_0, y_0) \\ f_2(x_0, y_0) \end{pmatrix} \quad (5)$$

- Числени резултати

Norms After Calibration (LSM)
9.79577
9.7911
9.80487
9.79417
9.7825

Таблица 3 - Показва нормата от калибрираните данни получени при използване на вградените функции.

Norms After Calibration (NM)
9.79577
9.7911
9.80487
9.79417
9.7825

Таблица 4 - Показва нормата от калибрираните данни получени при използване на имплементирания от нас метод на Нютон

Таблицы 3 и 4 показват нормите след калибрацията на векторите. Както се вижда имплементацията на Метода на Нютон (*MH*), която съм направил, извежда еднакви резултати като Метода на Най-Малките Квадрати (*MHMK*), който използва вградени функции за минимизация.

M Matrix Values (LSM)		
1.00432	-0.0247	-0.0738
0.01773	1.01322	-0.0892
0.07967	0.08645	0.99275

Таблица 4 - Показва стойностите на вектора *M* получени при използване на вградените функции.

M Matrix Values (NM)		
0.22671	0.07337	0.97174
0.60662	0.7872	-0.1967
-0.772	0.64003	0.12634

Таблица 5 - Показва стойностите на вектора *M* получени при използване на имплементирания от нас метод на Нютон

Таблиците 5 и 6 показват стойностите на матрицата *M*. Както описах по-горе това са коефициентите, при които грешката (3) е минимална. Тази разлика се дължи на използването на вградените функции в единия случай, а имплементиран от нас метод на Нютон в другия.

B Matrix Values (LSM)
-0.488037
-0.0814727
0.0155627

Таблица 7– Показва стойностите на вектора *B* получени при използване на вградените функции.

B Matrix Values (NM)
-0.0558736
-0.35741
0.337929

Таблица 8 – Показва стойностите на вектора *B* получени при използване на имплементирания от нас метод на Нютон

Таблиците 7 и 8 показват стойностите на вектора *B*, като отново както при матрицата *M* и тук има разминаване между стойностите получени с МНМК и МН.

Calibrated (LSM)		
X	Y	Z
-0.0487887	9.73885	1.05333
0.0473013	-9.76837	-0.665145
9.73665	0.22181	1.13312
-9.75604	-0.0796934	-0.859694

Таблица 9 – Показва резултатите за отделните компоненти при използване на вградените функции.

Calibrated (NM)		
X	Y	Z
0.952926	7.66039	6.03053
-0.568964	-7.71673	-5.9995
2.55426	5.89126	-7.40974
-2.28789	-5.81181	7.54415

Таблица 10 – Показва резултатите за отделните компоненти получени при използване на имплементирания от нас метод на Нютон

Таблиците 9 и 10 показват данните след калибрация, съответно с МНКМ и МН. Отново се виждат разлики между двата метода. Тези разлики се дължат на това, че няма имплементирано насочване на осите

Заключения

В рамките на този проект се разглежда задачата за калибриране на MEMS акселерометри. За целта е използвана линейна връзка между калибрираните данни и некалибрираните данни.

От получените резултати се вижда, че този проект успешно приложи математически модел, за да реши задачата за калибриране на MEMS акселерометър. Вижда се, че резултатите от вградените функции и имплементираната в рамките на този проект функция имат сходни резултати, което показва успешното решаване на задачата.

