

Data su nam dva igrača: **čuvar** i **lopov**.

Zadatak čuvara je da sačuva neko dobro, dok je zadatak lopova da to dobro prisvoji na nezakonit način. Čuvar ima dvije strategije: "**aktivno čuvanje**" i "**zabušavanje**". Aktivno čuvanje od njega iziskuje trud, te mu više odgovara da zabušava.

Lopov ima dvije strategije: "**pokušaj da ukradeš**" i "**nemoj pokušati**".

Ukoliko pokuša da ukrade lopov može ostvariti dobit (ukoliko čuvar zabušava) ili može biti uhapšen (ukoliko je čuvar aktivan).

Ukoliko ne pokušava da ukrade, lopov ne može ostvariti dobit, ali ne može ni biti uhapšen.

Ukoliko uspije da ukrade, čuvar će biti otpušten (time trpi veliku štetu).

Ukoliko čuvar uhvati lopova, biće nagrađen.

		čuvar	
lopov		ČUVA	SPAVA
	KRADE	N/-Z	-P/B
	SPAVA	-Č/0	S/0

N = nagrada čuvaru kada uhvati lopova, Z = zatvorska kazna, P = vrijednost zaposlenja, B = vrijednost "blaga" za lopova, Č = trošak aktivnog čuvanja, S = dobit odmaranja za čuvara

Zadatak: Potrebno je odrediti Nešov ekvilibrijum miješanog proširenja ove igre zato što igra nema čistih Nešovih ekvilibrijuma. Takođe, potrebno je postaviti se u ulogu "zakonodavca" tj. entiteta koji propisuje veličinu nagrade za čuvara i kazne za lopova u slučaju kada čuvar uhvati lopova. Ukoliko pretpostavimo da su i čuvar i lopov racionalni (odnosno da će zajedno birati strategiju koja je Nešov ekvilibrijum), kako treba mijenjati nagradu i kaznu tako da se maksimizuje uspješnost?

Riješenje:

1. Određivanje Nešovog ekvilibrijuma.

Posmatrajmo ovo kao igru **I** koja je sastavljena od **n** igrača, gdje je $N = \{1, \dots, n\}$, tj. igrače numerišemo brojevima od 1 do n. Tada se strategijski skupovi za igrače 1 i 2 (čuvara i lopova) mogu identifikovati preko $x \in [0,1]$ i $y \in [0,1]$, tj. x je strategija $(x, 1 - x)$, a y je strategija $(y, 1 - y)$.

Sada ćemo, koristeći gornju tabelu, ispisati funkcije dobiti za čuvara i lopova:

$$u_c = N(1 - x)(1 - y) - \check{C}(1 - x)y - Px(1 - y) + Sxy$$

$$u_l = -Z(1 - x)(1 - y) + 0(1 - x)y + Bx(1 - y) + 0xy$$

Kako bi našli par za Nešov ekvilibrijum, nalazimo parcijalne izvode i izjednačavamo ih sa nulom:

$$\frac{\partial u_{\check{c}}}{\partial x} = (N - N y - N x + N x y - \check{C} y + \check{C} x y - P x + P x y + S x y)' = 0$$

$$\frac{\partial u_l}{\partial y} = (-Z + Z y + Z x - Z x y + B x - B x y)' = 0$$

$$\frac{\partial u_{\check{c}}}{\partial x} = -N + N y + \check{C} y - P + P y + S y = 0$$

$$\frac{\partial u_l}{\partial y} = Z - Z x - B x = 0$$

Izrazimo sada x i y iz gornje dvije jednačine:

$$x = \frac{Z}{Z + B}$$

$$y = \frac{N + P}{N + \check{C} + P + S}$$

2. Diskusija za slučaj zakonodavca.

Ukoliko posmatramo x i y možemo zaključiti da ekvilibrijumska strategija za lopova **ne zavisi** od "nagrada" (pozitivnih ili negativnih) koje on može dobiti, nego isključivo od "nagrada" koje dobija čuvar. Isto važi i za ekvilibrijumsku strategiju čuvara.

Tako da, u ovom slučaju, ukoliko bi imali nekog zakonodavca (čiji je cilj da je vjerovatnoća da lopov krade što manja) i ukoliko on treba da odabere između povećanja zatvorske kazne za lopova ili da umanji vrijednost zaposlenja za čuvara (tj. njega kazni) dolazi se do sledećih zaključaka (na osnovu dobijenih x i y):

- 1) Povećanjem Z (zatvorske kazne za lopova) on će i dalje da isto krade, dok će čuvar više spavati
- 2) Povećanjem N i P (nagrade za čuvara kad uhvati lopova i vrijednosti njegovog zaposlenja) lopov će manje krasti, dok će čuvar i dalje isto spavati.

Na osnovu 1) i 2) se zaključuje i kako se zapravo trebaju mijenjati nagrade i kazne tako da se maksimizuje uspješnost (veća zatvorska kazna za lopova je manji podsticaj za aktivaciju čuvara, dok je veće nagrađivanje čuvara manji podsticaj za krađu od strane lopova).

Ovdje možemo uvesti miješanu strategiju za lopova koju možemo posmatrati kao udio onih igrača koji se ne ponašaju u skladu sa zakonom, dok će miješana strategija za čuvara biti udio onih igrača koji ne izvršavaju svoj posao kako bi trebalo. **U slučaju zakonodavca, njegov cilj jeste da se lopovi ponašaju u skladu sa zakonom. Tako da će zakonodavac u ovom slučaju da naglašava one mjere koje se tiču podsticaja za čuvara (zato što će time lopov manje krasti, na osnovu zaključka 2)), a ne mjere koje se tiču kazne za lopova.**