

ЛАБОРАТОРНАЯ №8

Вычислительная геометрия

А. Касательная к окружности

Даны координаты центра (x_c, y_c) и радиус R окружности, координаты точки (x, y) . Найти точки пересечения касательных с окружностью.

Формат входных данных

Пять вещественных чисел x_c y_c R x y — координаты центра и радиус окружности, координаты точки.

Формат выходных данных

В первой строке одно число K , равное количеству точек пересечения касательных к окружности из заданной точки с самой окружностью. Далее в K строках координаты самих точек с точностью до 5 знаков после запятой.

Пример

input.txt	output.txt	Примечание
1 1 1 2 2	2 1.00 2.00 2.00 1.00	
10 10 5 10 7	0	Точка лежит внутри окруж.

В. Площадь многоугольника.

Вычислите площадь произвольного n – угольника, заданного координатами своих вершин (x_i, y_i) , $i=1, 2, \dots, n$, в порядке обхода по часовой стрелке. С точностью до 5 знаков после запятой.

Пример

INPUT.TXT	OUTPUT.TXT
3 0 0 0 1 1 0	0.5

С. Выпуклая оболочка

На плоскости заданы N точек своими декартовыми координатами. Найти минимальный периметр многоугольника, содержащего все эти точки. Гарантируется, что искомый многоугольник имеет ненулевую площадь.

Ограничения: $3 \leq N \leq 1000$, $-10000 \leq x_i, y_i \leq 10000$, все числа целые, все точки различны, время 2 с.

Ввод. В первой строке находится число N , далее - N строк с парами координат.

Вывод. Вывести одно число - длину периметра с одним знаком после запятой.

С точностью до 5 знаков после запятой.

Примеры

input.txt	output.txt
5 1 0 0 1 -1 0 0 -1 0 0	5.7

D. Принадлежность точки отрезку

Даны координаты точки (x, y) и координаты концов отрезка (x_1, y_1) и (x_2, y_2) . Принадлежит ли точка заданному отрезку.

Формат входных данных

Шесть вещественных чисел x y x_1 y_1 x_2 y_2 — координаты точки и координаты концов отрезка.

Формат выходных данных

Одна строка 'YES', если точка принадлежит отрезку, и 'NO' в противном случае.

Пример

input.txt	output.txt
3 3 1 2 5 4	YES

Индивидуальные задания

Все результаты с точностью до 5 знаков после запятой.

1. Принадлежность точки произвольному многоугольнику

Задан многоугольник и точка. Нужно определить, лежит ли точка внутри этого многоугольника. В этой задаче многоугольник невыпуклый.

Входные данные

Сначала вводится число N ($3 \leq N \leq 2000$). Далее идут N пар вещественных чисел, задающих координаты вершин многоугольника. Последние два вещественных числа задают координаты точки.

Выходные данные

Выведите сообщение YES, если точка лежит внутри многоугольника, или NO, если нет. Гарантируется, что точка не лежит на границе многоугольника.

Пример

input.txt	output.txt
4 0 0 1 0 0.3 0.3 0 1 10 10	NO

2. Максимальный квадрат

На плоскости задан прямоугольник размером $W \times H$, и N отмеченных точек внутри него. Требуется найти квадрат максимального размера:

- со сторонами, параллельными сторонам прямоугольника;
- не содержащий отмеченных точек строго внутри себя (но, возможно, содержащий отмеченные точки на границе);
- лежащий внутри прямоугольника.

Формат входных данных

Первая строка входного файла содержит числа N — количество отмеченных точек, W — ширину прямоугольника и H — высоту прямоугольника ($1 \leq N \leq 30000$, $0 \leq W, H \leq 1000000$). Следующие N строк содержат координаты отмеченных точек X_i, Y_i (целые числа, $0 \leq X_i \leq W$, $0 \leq Y_i \leq H$). Система координат введена так, что вершины прямоугольника имеют координаты $(0, 0)$, $(W, 0)$, $(0, H)$, (W, H) .

Формат выходных данных

Выведите в выходной файл одно число — длину стороны максимального искомого квадрата.

Примеры

Input.txt	Output.txt
7 10 7 3 2 4 2 7 0 7 3 4 5 2 4 1 7	4
1 10 10 5 5	5

3. Принадлежность точки лучу

Даны координаты точки (x, y) и координаты начала и конца вектора (x_1, y_1) и (x_2, y_2) .
Принадлежит ли точка (x, y) лучу определяемому заданным вектором.

Формат входных данных

Шесть чисел $x \ y \ x_1 \ y_1 \ x_2 \ y_2$ — координаты точки и координаты начала и конца вектора.

Формат выходных данных

Одна строка 'YES', если точка принадлежит лучу, определяемому вектором, и 'NO' в противном случае.

Пример

input.txt	output.txt
1 6 3 7 5 8	NO

4. Положение точек вне прямой

Даны координаты двух точек (x_1, y_1) и (x_2, y_2) вне прямой с нормальным уравнением $Ax + By + C = 0$.

Формат входных данных

Семь вещественных чисел $x_1 \ y_1 \ x_2 \ y_2 \ A \ B \ C$ — координаты двух точек вне прямой и коэффициенты нормального уравнения.

Формат выходных данных

Одна строка "YES", если точки лежат по одну сторону прямой, и "NO" в противном случае.

Пример

input.txt	output.txt
0 0 2 4 2 -1 -1	YES

5. Расстояние от точки до луча

Даны координаты точки (x, y) и координаты начала и конца вектора (x_1, y_1) и (x_2, y_2) .

Формат входных данных

Шесть чисел $x \ y \ x_1 \ y_1 \ x_2 \ y_2$ — координаты точки и координаты начала и конца вектора.

Формат выходных данных

Одно число — расстояние от точки до луча, определяемого вектором. Результат вывести с точностью до четырех знаков после точки.

Пример

input.txt	output.txt
2 1 1 1 0 2	1.0000

6. Расстояние от точки до отрезка

Даны координаты точки (x, y) и координаты концов отрезка (x_1, y_1) и (x_2, y_2) . Найти расстояние от точки до заданного отрезка. Результат вывести с точностью до четырех знаков после точки.

Формат входных данных

Шесть чисел — координаты точки и координаты концов отрезка.

Формат выходных данных

Одно число — расстояние от точки до отрезка.

Пример

input.txt	output.txt
0 4 2 3 2 5	2.0000

7. Пересечение двух отрезков

Даны координаты начала и конца двух отрезков (x_1, y_1) , (x_2, y_2) , (x_3, y_3) и (x_4, y_4) . Пересекаются ли заданные отрезки.

Формат входных данных

Восемь вещественных чисел $x_1 y_1 x_2 y_2 x_3 y_3 x_4 y_4$ — координаты начала и конца двух отрезков.

Формат выходных данных

Одна строка 'YES', если отрезки имеют общие точки, и 'NO' в противном случае.

Пример

input.txt	output.txt
5 1 2 6 1 1 7 8	YES

8. Целые точки

Многоугольник (не обязательно выпуклый) на плоскости задан координатами своих вершин. Требуется подсчитать количество точек с целочисленными координатами, лежащих внутри него (но не на его границе).

Формат входных данных

В первой строке содержится N ($3 \leq N \leq 1000$) - число вершин многоугольника. В последующих N строках идут координаты (X_i, Y_i) вершин многоугольника в порядке обхода по часовой стрелке. X_i и Y_i - целые числа, по модулю не превосходящие 1000000.

Формат выходных данных

В выходной файл вывести одно число-искомое число точек.

Примеры

input.txt	output.txt
4 -1 -1 1 1 1 -1	1
3 0 0 2 0	0

9. Окружность и прямая

Даны координаты центра (x_c, y_c) и радиус R , и коэффициенты A , B и C нормального уравнения прямой. Найти точки пересечения прямой с окружностью.

Формат входных данных

Шесть вещественных чисел x_c y_c R A B C — координаты центра и радиус окружности, и коэффициенты нормального уравнения прямой.

Формат выходных данных

В первой строке одно число K , равное количеству точек пересечения прямой с окружностью. Далее в K строках координаты самих точек.

Пример

INPUT.TXT	OUTPUT.TXT
1 1 1 1 -10	2 1.70711 1.70711 0.29289 0.29289

10. Квадрат

Даны координаты противоположных углов квадрата (x_1, y_1) и (x_2, y_2) . Найти координаты двух других вершин.

Формат входных данных

Даны четыре вещественных числа x_1 y_1 x_2 y_2 — координаты противоположных углов квадрата.

Формат выходных данных

В первой строке вывести координаты одной из найденных вершин, во второй — координаты другой.

Пример

input.txt	output.txt
0 0	0.0 2.0
2 2	2.0 0.0

11. Расстояние между двумя отрезками

Даны координаты концов двух отрезков (x_1, y_1) - (x_2, y_2) и (x_3, y_3) - (x_4, y_4) . Найти расстояние между заданными отрезками. Результат вывести с точностью до трех знаков после точки.

Формат входных данных

В первой строке x_1 y_1 x_2 y_2 — координаты концов первого отрезка, во второй строке x_3 y_3 x_4 y_4 — координаты концов второго отрезка.

Формат выходных данных

Одно число — расстояние от точки до отрезка.

Пример

input.txt	output.txt	Примечание
1 3 3 3 1 1 3 2	1.000	
1 1 3 2 1 2 3 1	0.000	Между пересекающимися отрезками расстояние равно 0.

12. Перпендикуляр с точки на луч

Даны координаты точки (x, y) и координаты начала и конца вектора (x_1, y_1) и (x_2, y_2) .

Найти длину перпендикуляра с заданной точки на луч.

Формат входных данных

Шесть чисел x y x_1 y_1 x_2 y_2 — координаты точки и координаты начала и конца вектора.

Формат выходных данных

Одно число — длина перпендикуляра. Результат вывести с точностью до четырех знаков после точки. Если перпендикуляр не лежит на луче напечатать -1.

Пример

input.txt	output.txt
1 1 3 0 3 4	2.0000

13. Поиск квадрата

Даны координаты n точек (x_i, y_i) с целыми значениями, $i=1, 2, \dots, n$ ($4 \leq n$, $|x_i|, |y_i| \leq 100$). Найти координаты вершин одного из квадратов, из заданного множества точек. Существование гарантируется.

Пример

INPUT.TXT	OUTPUT.TXT
6 0 0 -1 1 -1 0 1 0 0 1 1 1	0 0 -1 1 -1 0 0 1

14. Кольцо

Даны координаты n точек (x_i, y_i) , $i=1, 2, \dots, n$ ($n \leq 100$, $x_i + y_i \neq 0$). Определить кольцо с центром в начале координат, которое содержит все точки. Напечатать радиусы внутренней и наружной окружностей найденного кольца. Результат с точностью до трех знаков.

Пример

input.txt	output.txt
3 1 1 1 2 2 2	1.414 2.828

15. Касательная к окружности

Даны координаты центра (x_c, y_c) и радиус R окружности, координаты точки (x, y) вне окружности. Найти точку пересечения одной из касательных с окружностью.

Формат входных данных

Пять вещественных чисел x_c y_c R x y — координаты центра и радиус окружности, координаты точки.

Формат выходных данных

В первой строке координаты точки.

Пример

input.txt	output.txt	Примечание
1 1 1 2 2	1.00 2.00	

16. Прямоугольник

Даны координаты n точек (x_i, y_i) , $i=1, 2, \dots, n$ ($n \geq 1$). Указать номера тех точек, которые принадлежат прямоугольнику с координатами левого верхнего узла (a, b) и правого нижнего угла (c, d) . Результат вывести в порядке следования вводимых данных. Если таких точек нет, напечатать "0".

Пример

input.txt	output.txt
5 0 0 2.0 2.0 3 3 0.5 0.6 -0.7 -0.7 -1.0 1 1 -1	1 4 5

17. Треугольники

14.2. На плоскости n точек заданы своими координатами (x_i, y_i) , $i=1, 2, \dots, n$ и дана окружность радиуса R с центром в начале координат. Указать множество (номера) всех треугольников с вершинами в заданных точках и содержащихся внутри окружности. Номера вершин печатать в порядке возрастания значений, а также первый номер i -го треугольника должен быть меньше равно первого номера $(i+1)$ -го треугольника. Если таких треугольников нет, напечатать "0".

Пример

input.txt	output.txt
5 1 1 -2 -2 2 2 -1 1 0 0 2	1 4 5

18. Максимальный треугольник

На плоскости n точек заданы своими координатами (x_i, y_i) , $i=1, 2, \dots, n$. Найти треугольник с максимальной площадью с вершинами в заданных точках. Напечатать площадь и номера вершин. Если их несколько, то напечатать любой из них.

Пример

input.txt	output.txt
5 0 0 0 2 1 0.5 0.5 1 2 0	2.00 1 2 5

19. Прямые

Прямая на плоскости может быть задана уравнением $ax+by+c=0$, где a и b одновременно не равны нулю. Пусть даны коэффициенты нескольких прямых a_i , b_i , c_i , $i=1, \dots, n$. Определите, имеются ли среди этих прямых совпадающие или параллельные. Ответ "YES" или "NO".

Пример

input.txt	output.txt
3 1 3 5 2 6 15 1.2 4 67	YES

20. Круг

Даны координаты n точек (x_i, y_i) , $i=1, 2, \dots, n$ ($n \leq 100$). Указать номера тех точек, которые принадлежат кругу с центром в точке (x, y) и радиусом R . Результат вывести в порядке следования вводимых данных. Если таких точек нет, напечатать "0".

Пример

input.txt	output.txt
3 1 1 1 2 2 3 3 3 2	1

21. Принадлежность точки прямой

Даны координаты точки (x, y) и коэффициенты A , B и C нормального уравнения прямой. Принадлежит ли точка (x, y) заданной прямой $Ax + By + C = 0$.

Формат входных данных

Пять вещественных чисел x y A B C — координаты точки и коэффициенты нормального уравнения прямой.

Формат выходных данных

Одна строка 'YES', если точка принадлежит прямой, и 'NO' в противном случае.

Пример

input.txt	output.txt
3 7 -2 1 -1	YES

22. Пересечение двух прямых

Даны коэффициенты A_1, B_1, C_1 и A_2, B_2, C_2 нормального уравнения двух различных непараллельных прямых (сначала для одной прямой, затем для другой).

Формат входных данных

Шесть вещественных чисел A_1 B_1 C_1 A_2 B_2 C_2 — коэффициенты нормального уравнения двух различных непараллельных прямых.

Формат выходных данных

Два числа — координаты точки их пересечения (с точностью 10^{-4}).

Пример

input.txt	output.txt
1 1 -1 1 -1 0	0.5000 0.5000

23. Расстояние от точки до прямой

Даны координаты точки (x, y) и коэффициенты A , B и C нормального уравнения прямой. Найти расстояние от точки (x, y) до заданной прямой.

Формат входных данных

Пять чисел **x y A B C** — координаты точки и коэффициенты нормального уравнения прямой. С точностью до четырех знаков после точки.

Формат выходных данных

Одно число — расстояние от точки до прямой.

Пример

input.txt	output.txt
1 1 1 1 -1	0.70711

24. Точки в многоугольнике

Многоугольник на плоскости задан целочисленными координатами своих N вершин в декартовой системе координат. Требуется найти число точек с целочисленными координатами, лежащих внутри многоугольника (не на границе). Стороны многоугольника друг с другом не соприкасаются (за исключением соседних - в вершинах) и не пересекаются.

Ограничения: $3 \leq N \leq 10000$, координаты вершин целые и по модулю не превосходят 1000000, время 1с.

Ввод из файла input.txt. В первой строке находится число N , в следующих N строках - пары чисел - координаты точек. Если соединить точки в данном порядке, а также соединить первую и последнюю точки, получится заданный многоугольник.

Вывод в файл output.txt. Вывести одно число - искомое количество точек.

Примеры

input.txt	output.txt
4 -10 -10 -10 10 10 10 10 -10	361

25. Координаты точки пересечения отрезков

Даны координаты начала и конца двух отрезков (x_1, y_1) , (x_2, y_2) (x_3, y_4) и (x_5, y_6) . Найти точки пересечения заданных отрезков.

Формат входных данных

Восемь вещественных чисел $x_1 y_1 x_2 y_2 x_3 y_4 x_5 y_6$ — координаты начала и конца двух отрезков.

Формат выходных данных

Напечатать координаты точки пересечения. Если не пересекаются напечатать -999.

Пример

input.txt	output.txt
0 0 1 1 0 1 1 0	0.5 0.5

28. Длина перпендикуляра

Даны координаты точки (x, y) и координаты концов отрезка (x_1, y_1) и (x_2, y_2) . С точки (x, y) опущен перпендикуляр на заданный отрезок. Найти длину перпендикуляра.

Формат входных данных

Шесть чисел — координаты точки и координаты концов отрезка.

Формат выходных данных

Одно число — длину перпендикуляра. Если перпендикуляр не падает на отрезок вывести -1. Результат вывести с точностью до четырех знаков после точки.

Пример

input.txt	output.txt
0 4 2 3 2 5	2.0000
0 4 2 5 2 8	-1

29. Пересечение двух отрезков

Даны координаты начала и конца двух отрезков (x_1, y_1) , (x_2, y_2) (x_3, y_4) и (x_5, y_6) . Найти точку пересечения заданных отрезков.

Формат входных данных

Восемь вещественных чисел x_1 y_1 x_2 y_2 x_3 y_4 x_5 y_6 — координаты начала и конца двух отрезков.

Формат выходных данных

Одна строка – координаты точки пересечения, и -1 в противном случае.

Пример

input.txt	output.txt
1 2 5 4 1 5 5 1	3.0000 3.0000
1 2 5 4 0 0 4 0	-1

30. Вне круга

Даны координаты n точек (x_i, y_i) , $i=1, 2, \dots, n$ ($n \leq 100$). Указать номера тех точек, которые лежат вне круга с центром в точке (x, y) и радиусом R . Результат вывести в порядке следования вводимых данных. Если таких точек нет, напечатать "0".

Пример

input.txt	output.txt
3 1 1 1 2 2 3 3 3 2	1

31. Принадлежность точки отрезку

Даны координаты точки (x, y) и координаты концов отрезка (x_1, y_1) и (x_2, y_2) . Принадлежит ли точка заданному отрезку.

Формат входных данных

Шесть вещественных чисел x y x_1 y_1 x_2 y_2 — координаты точки и координаты концов отрезка.

Формат выходных данных

Одна строка 'YES', если точка принадлежит отрезку, и 'NO' в противном случае.

Пример

input.txt	output.txt
3 3 12 5 4	YES

32. Симметричная точка

Дано уравнение прямой $ax+by+c=0$ и координаты точки (x,y) . Найти координаты симметричной точки относительно заданной прямой.

Входные данные. В первой строке заданы два вещественных числа x и y - координаты точки заданной точки, во второй три числа a , b , c - коэффициенты заданной прямой.

Выходные данные. В первой строке с точностью до трех знаков координаты симметричной точки.

Примеры

input.txt	output.txt
1 0 0 3 6	-3 6

Указание. Нормаль направлена в сторону возрастания градиента.