

Построить расширенное поле Галуа из  $p^m$  элементов  $GF(p^m)$  по модулю неприводимого многочлена, указанного в таблице:

№ задачи	Порядок поля $p$	Длина последовательности $m$	Неприводимый многочлен $p(x)$
1	2	2	$x^2 + x + 1$
2	2	3	$x^3 + x + 1$
3	2	3	$x^3 + x^2 + 1$
4	2	4	$x^4 + x + 1$
5	2	4	$x^4 + x^3 + 1$

Задача 1 (Пример решения):

Последовательность длины 2	Многочлен	Степень	Логарифм
00	0	0	$-\infty$
10	1	1	0
01	$\alpha$	$\alpha$	1
11	$1+\alpha$	$\alpha^2$	2

Правила сложения и умножения в этом поле приведены на рис. П.1.5.

а)	+	0	1	$\alpha$	$\alpha^2$	б)	·	0	1	$\alpha$	$\alpha^2$
	0	0	1	$\alpha$	$\alpha^2$		0	0	0	0	0
	1	1	0	$\alpha^2$	$\alpha$		1	0	1	$\alpha$	$\alpha^2$
	$\alpha$	$\alpha$	$\alpha^2$	0	1		$\alpha$	0	$\alpha$	$\alpha^2$	1
	$\alpha^2$	$\alpha^2$	$\alpha$	1	0		$\alpha^2$	0	$\alpha^2$	1	$\alpha$

Рис. П.1.5

Формирование первой строки, первого столбца и диагональных элементов таблицы сложения двух первых строк и двух первых столбцов таблицы умножения не вызывает затруднения формирование других элементов:

$$1+\alpha = \alpha^2, 1+\alpha^2 = \alpha, \alpha+\alpha^2 = 1;$$

$$\alpha \cdot \alpha^2 = \alpha^3 = \alpha \cdot (1+\alpha) = \alpha + \alpha^2 = 1$$

на основе соотношения для примитивного элемента  $\alpha^2 + \alpha + 1 = 0$ .