7 Induksjon

7.1

Situasjon 2: Når magneten nærmer seg, vil kobberringen forsøke å forhindre endringen ved å opprette et magnetfelt som tilsvarer en magnet med nordpolen opp. Denne nordpolen vil frastøte magneten som nærmer seg. Vi lar tommelen peke mot nord inne i ringen, og har da en strøm som går *mot* klokka.

Situasjon 3: Når magneten er midt inne i kobberringen, vil ringen verken frastøte eller tiltrekke den (det ville medføre en endring), så det går ikke strøm i ringen.

Situasjon 4: Når magneten er på vei ut, vil kobberringen opprette et magnetfelt med nordpolen ned for å holde igjen magneten og slik forhindre endringen. Høyrehåndsregelen gir oss at vi da må ha en strøm *med* klokka i ringen.

7.2

$\varepsilon = vBL = 2{,}0\ \text{m/s} \cdot 1{,}0\ \text{T} \cdot 0{,}030\ \text{m} = \underline{\underline{0{,}060\ \text{V}}} = \underline{\underline{60\ \text{mV}}}$

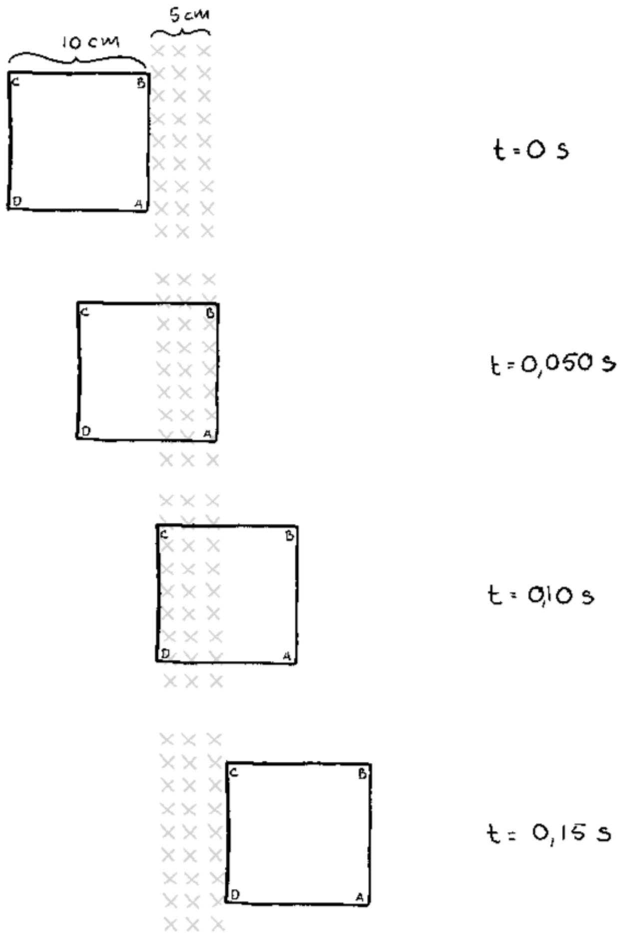
7.3

a Når ledersløyfa er på vei inn i magnetfeltet virker det bare en kraft på lederstykket *AB*. Høyrehåndsregelen for kraft på elektrisk leder i magnetfelt gir oss at kraften virker mot venstre, altså mot fartsretningen.

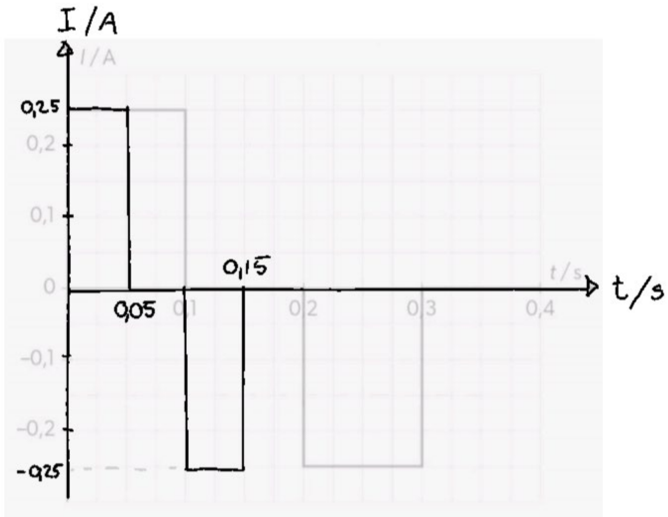
b Når ledersløyfa er på vei ut av magnetfeltet virker det bare en kraft på lederstykket *CD*. Høyrehåndsregelen for kraft på elektrisk leder i magnetfelt gir oss at kraften også nå virker mot venstre, altså mot fartsretningen.

7.4

Det er tydeligere å se situasjonen hvis vi tegner en figur som viser feltet:



Den induserte strømmen vil være like stor som i eksempelet i tidsintervallene $0 \text{ s} < t < 0{,}050 \text{ s}$ og $0{,}10 \text{ s} < t < 0{,}15 \text{ s}$, mens det i tidsintervallet $0{,}050 \text{ s} < t < 0{,}10 \text{ s}$ ikke blir indusert noen strøm. Grafen ser da slik ut (for å tydeliggjøre forskjellen fra eksempelet, har vi valgt å tegne den med koordinatsystemet fra eksempelet som bakgrunn):



7.5

Hvis magnetfeltet peker ut av papirplanet, vil strømmen bli indusert med klokka slik at kraften fra den induserte strømmen fremdeles peker mot fartsretningen. Bevegelsen vil derfor bli den samme som i eksempelet.

7.6

a $W = F \cdot s = 1{,}0\ \text{N} \cdot 26\ \text{m} = \underline{\underline{26\ \text{J}}}$

b Fra grafen ser vi at lederstykket har en fart på omtrent 21 m/s etter 2,0 s. I eksempelet finner vi også at lederstykket har masse 50 g. Den kinetiske energien er da

$$E_\text{k} = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \cdot 0{,}050\ \text{kg} \cdot (21\ \text{m/s})^2 = \underline{\underline{11\ \text{J}}}$$

c Resten av energien, 15 J, vil omdannes til termisk energi når det går en strøm gjennom motstanden R.

7.7

a Størst: $\Phi = BA\cos\theta = 0{,}15\ \text{T} \cdot (0{,}050\ \text{m})^2 \cdot \cos 0^\circ = \underline{\underline{3{,}8 \cdot 10^{-4}\ \text{Wb}}} = \underline{\underline{0{,}38\ \text{mWb}}}$

Minst: $\Phi = BA\cos\theta = 0{,}15\ \text{T} \cdot (0{,}050\ \text{m})^2 \cdot \cos 90^\circ = \underline{\underline{0}}$

b Vi får den største verdien når sløyfa har størst mulig overflate mot magnetfeltet. Da er vinkelen mellom magnetfeltet og arealvektoren $\theta = 0^\circ$ eller $\theta = 180^\circ$. Vi får den minste verdien når ingen magnetfeltlinjer kommer gjennom arealet. Da er $\theta = 90^\circ$.

7.8

Magnetfeltet peker ut av papirplanet, og minker. Da vil den induserte strømmen opprette et magnetfelt ut av planet. Hørehåndsregelen gir oss da at strømmen går *mot* klokka.

7.9

a Ved $t = 0$ har fluksen positivt fortegn. Dette betyr at arealvektoren peker i samme retning som magnetfeltet, altså inn i papirplanet. Høyrehåndsregelen gir oss da at positiv strømretning er *med* klokka.

b Vi vet at $U = RI \quad \Rightarrow \quad \varepsilon = RI$.

Faradays induksjonslov gir oss at $\varepsilon = -\Phi'(t) \quad \Rightarrow \quad RI = -\Phi'(t) \quad \Rightarrow \quad I = -\dfrac{\Phi'(t)}{R}$.

Ved $t = 1{,}0\ \text{s}$:

$$\Phi'(t) = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \frac{-1{,}0 - 3{,}0}{2{,}0 - 0}\ \text{V} = -2{,}0\ \text{V} \quad \Rightarrow \quad I = -\frac{(-2{,}0\ \text{V})}{0{,}20\ \Omega} = \underline{\underline{10\ \text{A}}}$$

Siden strømmen er positiv, går den *med* klokka.

Ved $t = 3{,}0\ \text{s}$:

$$\Phi'(t) = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \frac{1{,}0 - (-1{,}0)}{4{,}0 - 2{,}0}\ \text{V} = 1{,}0\ \text{V} \quad \Rightarrow \quad I = -\frac{1{,}0\ \text{V}}{0{,}20\ \Omega} = \underline{\underline{-5{,}0\ \text{A}}}$$

Siden strømmen er negativ, går den *mot* klokka.

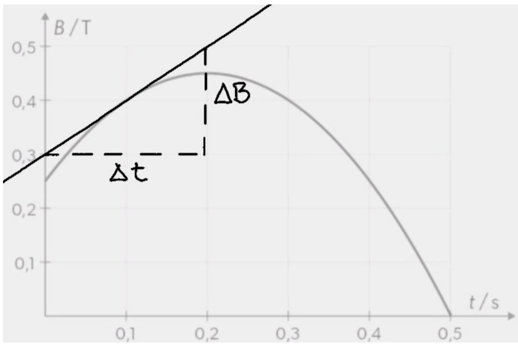
Ved $t = 3{,}0\ \text{s}$: $\Phi'(t) = 0$, så det går ingen strøm i sløyfen.

c Når fluksen er negativ peker arealvektoren og magnetfeltet i hver sin retning. Her har sannsynligvis retningen på magnetfeltet snudd slik at det peker ut av papirplanet.

7.10

a Vi velger positiv retning i samme retning som magnetfeltet. Da er positiv strømretning med klokka. $\bar{\varepsilon} = -N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -N\frac{\Delta B \cdot A}{\Delta t} = -100 \cdot \frac{(0\ \text{T} - 0{,}25\ \text{T}) \cdot 25 \cdot 10^{-4}\ \text{m}^2}{0{,}5\ \text{s} - 0{,}0\ \text{s}} = 0{,}125\ \text{V} = \underline{\underline{0{,}13\ \text{V}}}$

b Vi tegner tangenten til grafen:



Vi finner den deriverte av magnetfeltet: $B'(t) = \frac{\Delta B}{\Delta t} = \frac{0{,}50\ \text{T} - 0{,}30\ \text{T}}{0{,}20\ \text{s} - 0{,}0\ \text{s}} = 1{,}0\ \text{T/s}$

Emsen er da: $\varepsilon = -N\Phi'(t) = -NB'(t) \cdot A = -100 \cdot 1{,}0\ \text{T/s} \cdot 25 \cdot 10^{-4}\ \text{m}^2 = -0{,}25\ \text{V}$

Vi finner strømmen ved å bruke at $\varepsilon = RI$ og får: $I = \frac{\varepsilon}{R} = -\frac{0{,}25\ \text{V}}{0{,}10\ \Omega} = \underline{\underline{-2{,}5\ \text{A}}}$.

Vi får altså en strøm på 2,5 A. Siden strømretningen er negativ, vil den gå mot klokka.

7.11

Vi ser på eksempel 10. Hvis vi hadde valgt positiv retning for arealvektoren ut av papirplanet, ville positiv strømretning vært mot klokka.

I oppgave a ville magnetfeltet vært negativt, og vi ville fått en positiv ems og strøm i positiv retning. Vi ville da fremdeles finne en strømretning mot klokka.

I oppgave b ville fluksen fått et postivt stigningstall (magnetfeltet blir mindre negativt), emsen ville bli negativ og strømmen ville gått i negativ retning, altså med klokka.

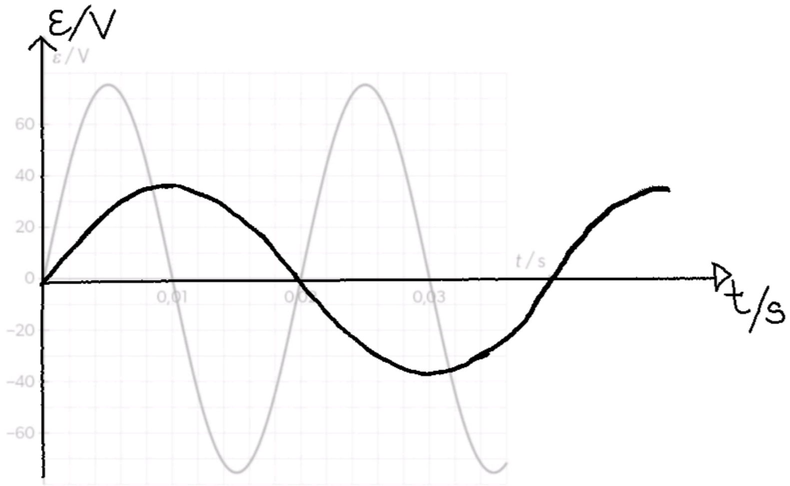
7.12

a Vi ser fra grafen at perioden er $T = 0{,}0200\ \text{s}$. Vinkelfarten er da

$$\omega = \frac{\phi}{t} = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0{,}0200\ \text{s}} = \underline{\underline{314\ \text{s}^{-1}}}$$

b Maksimalverdien av emsen er: $\varepsilon_\text{m} = NBA\omega$. Vi løser for magnetfeltet og får $B = \frac{\varepsilon_\text{m}}{NA\omega}$. Når vi leser av maksimalverdien for emsen fra grafen og setter inn tall fra oppgaveteksten og oppgave a, får vi: $B = \frac{75\ \text{V}}{150 \cdot 80 \cdot 10^{-4}\ \text{m}^2 \cdot 314\ \text{s}^{-1}} = \underline{\underline{0{,}20\ \text{T}}}$

c Hvis vinkelfarten halveres, vil perioden dobles og emsen halveres:



7.13

a $\overline{P} = U_e I_e = 230\ \text{V} \cdot 16\ \text{A} = 3680\ \text{W} = \underline{\underline{3{,}7\ \text{kW}}}$

b Effektivverdien er 16 A. Det betyr at maksimalverdien for strømmen er større enn 16 A.

7.14

a $I = \dfrac{P}{U} = \dfrac{1400 \cdot 10^6\ \text{W}}{525 \cdot 10^3\ \text{V}} = 2667\ \text{A} = \underline{\underline{2{,}67\ \text{kA}}}$

b Det blir levert en effekt på $0{,}98P = 0{,}98 \cdot 1400\ \text{MW} = \underline{\underline{1372\ \text{MW}}}$

c På grunn av resistansen, har kabelen en effekt på $P_k = 0{,}020 \cdot 1400\ \text{MW} = 28\ \text{MW}$. I oppgave a så vi at det går en strøm på 2667 A gjennom kabelen. Vi har da

$$P_k = UI_k = I_k^2 R \quad \Rightarrow \quad R = \frac{P_k}{I_k^2} = \frac{28 \cdot 10^6\ \text{W}}{(2667\ \text{A})^2} = \underline{\underline{3{,}9\ \Omega}}$$

7.15

Strømmen gjennom kablene ville være $I = \dfrac{P}{U} = \dfrac{40\,000\ \text{W}}{400\ \text{V}} = 100\ \text{A}$

Effekttapet ville da være $P_k = I^2 R = (100\ \text{A})^2 \cdot 3{,}8\ \Omega = 3{,}8 \cdot 10^4\ \text{W} = \underline{\underline{38\ \text{kW}}}$

7.16

a Det kan bare bli indusert strøm i S-spolen hvis strømmen gjennom P-spolen varierer.

b I situasjon 1, 3, 4 og 5 er det en endring i strømmen i P-spolen, og det vil derfor induseres strøm i S-spolen. I situasjon 2 og 6 er det ingen endring av strømmen i P-spolen, så det vil ikke induseres strøm i S-spolen.

c Når strømmen i P-spolen øker (situasjon 1 og 3), gir amperemeteret utslag mot høyre. Da vil amperemeteret gi utslag mot venstre når strømmen i P-spolen reduseres (situasjon 4 og 5).

7.17

A: Galt. Ringen vil først opprette en magnetisk nordpol nedover (strøm med klokka), deretter en magnetisk nordpol oppover (strøm mot klokka).

B: Riktig. Den induserte strømmen vil opprette en magnetisk kraft på magneten. Motkraften virker på ringen og gir den lavere akselerasjon og fart enn den ellers ville hatt.

C: Riktig, med unntak av et uendelig kort øyeblikk. Kraften på magneten virker hele tiden nedover, så snorkraften er like stor som tyngdekraften og den magnetiske kraften tilsammen. Unntaket er det øyeblikket strømretningen snur, da går det ikke strøm i ringen og det virker ingen magnetisk kraft på magneten.

7.18

A $\varepsilon = vBL$

B $\varepsilon = 2v \cdot B \cdot L\cos 45^\circ = \sqrt{2} \cdot vBL$

C $\varepsilon = vB \cdot 2L = 2vBL$

D Siden lederstykke er parallelt med magnetfeltet er $\varepsilon = 0$

I rekkefølge etter stigende indusert spenning har vi derfor D, A, B, C.

7.19

a $\varepsilon = vBL = 0{,}24\ \text{m/s} \cdot 0{,}75\ \text{T} \cdot 0{,}40\ \text{m} = \underline{\underline{0{,}072\ \text{V}}} = \underline{\underline{72\ \text{mV}}}$

$$U = RI \quad \Rightarrow \quad I = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{0{,}072\ \text{V}}{0{,}18\ \Omega} = \underline{\underline{0{,}40\ \text{A}}}$$

Vi bruker høyrehåndsregelen for kraft på ladninger i magnetfelt, og finner at den magnetiske kraften på en positiv ladning virker oppover langs lederstykket. Strømmen går derfor *mot* klokka.

b Når lederstykket beveger seg mot høyre, endres fluksen gjennom ledersløyfa. Det vil da induseres en strøm i ledersløyfa, og denne strømmen gir opphav til en magnetisk kraft på lederstykket. kraft. Lenz' regel forteller oss at kraften må virke mot bevegelsen, og fra Newtons første lov vet vi at vi må skyve lederstykket med en like stor kraft i motsatt retning for at kraftsummen skal være lik null og lederstykket bevege seg med konstant fart. Størrelsen på kraften er da $F = ILB = 0{,}40\ \text{A} \cdot 0{,}40\ \text{m} \cdot 0{,}75\ \text{T} = \underline{\underline{0{,}12\ \text{N}}}$.

c $P = UI = \varepsilon I = 0{,}072\ \text{V} \cdot 0{,}40\ \text{A} = \underline{\underline{0{,}029\ \text{W}}} = \underline{\underline{29\ \text{mW}}}$

7.20

a Når lederstykket trekkes ut av feltet, vil fluksen gjennom lederkretsen reduseres, så den induserte strømmen må opprette et magnetfelt som også peker ut av papirplanet. Høyrehåndsregelen forteller oss at strømmen da må gå *mot* klokka.

b Det vil opprettes en spenning over lederstykket KN.

$\varepsilon = vBL_{\text{KN}} = 0{,}10\ \text{m/s} \cdot 0{,}80\ \text{T} \cdot 0{,}15\ \text{m} = \underline{\underline{0{,}012\ \text{V}}} = \underline{\underline{12\ \text{mV}}}$

$$I = \frac{U}{R} = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{0{,}012\ \text{V}}{16 \cdot 10^{-3}\ \Omega} = \underline{\underline{0{,}75\ \text{A}}}$$

c Det går en strøm i kretsen helt til lederkretsen er helt ute av magnetfeltet.

Vi finner tiden dette tar: $s = vt \quad \Rightarrow \quad t = \dfrac{s}{v} = \dfrac{0{,}20\ \text{m}}{0{,}10\ \text{m/s}} = \underline{\underline{2{,}0\ \text{s}}}$

Vi finner energien som utvikles: $W = Pt = UIt = \varepsilon It = 0{,}012\ \text{V} \cdot 0{,}75\ \text{A} \cdot 2{,}0\ \text{s} = \underline{\underline{0{,}018\ \text{J}}} = \underline{\underline{18\ \text{mJ}}}$

7.21

a $E = \dfrac{U}{d} = \dfrac{0{,}422\ \text{V}}{36{,}0\ \text{m}} = 1{,}1722 \cdot 10^{-2}\ \text{V/m} = \underline{\underline{11{,}7\ \text{mV/m}}}$

b Hvis ladningene skal passere rettlinjer gjennom de kryssede feltene, må kraftsummen være lik null. Da er $F_{\mathrm{m}} = F_{\mathrm{e}} \;\Rightarrow\; qvB_y = qE \;\Rightarrow\; v = \dfrac{E}{B_y} = \dfrac{1{,}1722 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{V/m}}{49{,}3 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{T}} = \underline{\underline{238\ \mathrm{m/s}}}$

...som er den samme farten som flyet i eksempelet hadde.

7.22

Det blir bare indusert en strøm dersom fluksen gjennom en lukket lederkrets endrer seg. Så lenge hele lederkretsen er innenfor et homogent magnetfelt, eller hele magnetfeltet innenfor lederkretsen, vil det ikke være noen fluksendring, og derfor ingen indusert strøm.

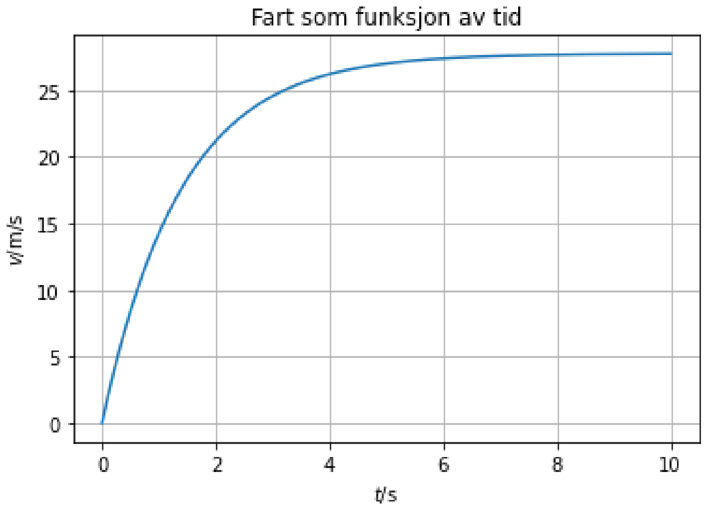
7.23

a Vi skriver et program som simulerer bevegelsen til lederstykket. I tillegg lar vi programmet skrive ut fartsgrafen (se oppgave b). Programmet kan for eksempel se slik ut:

```
from pylab import *

# Konstanter
m = 0.050                               # massen til lederstykket, kg
L = 0.20                                # lengden til lederstykket, m
B = 0.15                                # magnetfelt, T
R = 0.025                               # resistans, ohm
F = 1.0                                 # konstant drakraft, N

# Startverdier og tidssteg
s = 0                                   # posisjon, m
v = 0                                   # fart, m/s
t = 0                                   # tid, s
dt = 0.0001                             # tidssted, s

# Lister som lagerer verdier
s_liste = [s]                           # liste med verdier for
posisjon
v_liste = [v]                           # liste med verdier for fart
t_liste = [t]                           # liste med verdier for tid

# Funksjon som regner ut og returnerer akselerasjon
def a(v):
    F_el = v*L**2*B**2/R                # regner ut elektrisk kraft, N
    F_sum = F - F_el                    # kraftsum, N
    aks = F_sum/m
    return aks

# Løkke som beregner nye verdier
while t < 10:                           # stanser etter 10 s
    v = v + a(v)*dt                     # regner ut ny fart
    s = s + v*dt                        # regner ut ny posisjon
    t = t + dt                          # regner ut ny tid

    s_liste.append(s)                   # legger posisjon i liste
```

```
    v_liste.append(v)                       # legger fart i liste
    t_liste.append(t)                       # legger tid i liste

# Plotter bevegelse
plot(t_liste, v_liste)                      # lager plot
xlabel("$t$/s")                             # tekst på x-akse
ylabel("$v$/m/s")                           # tekst på y-akse
title("Fart som funksjon av tid")           # tittel på graf
grid()                                      # viser rutenett
show()                                      # viser graf
```

b Når programmet i oppgave a kjører, skriver det ut denne grafen:

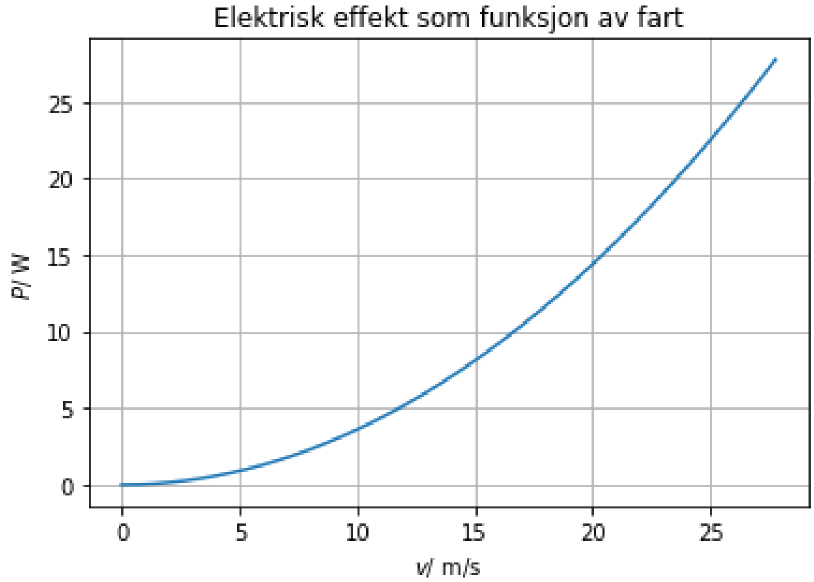


c Vi legger til starteffekten og lager en liste med verdier for elektrisk effekt. Elektrisk effekt er gitt ved $P = UI = \frac{U^2}{R} = \frac{\varepsilon^2}{R}$, så vi legger inn linjer som beregner ems og elektrisk effekt for hver gang løkka gjennomløpes. Verdien som regnes ut blir lagt inn i listen vi opprettet. Til slutt i programmet legger vi inn noen kodelinjer som plotter grafen for elektrisk effekt som funksjon av fart. Programmet ser nå slik ut:

```
from pylab import *

# Konstanter
m = 0.050                                   # massen til lederstykket, kg
L = 0.20                                    # lengden til lederstykket, m
B = 0.15                                    # magnetfelt, T
R = 0.025                                   # resistans, ohm
F = 1.0                                     # konstant drakraft, N

# Startverdier og tidssteg
s = 0                                       # posisjon, m
v = 0                                       # fart, m/s
t = 0                                       # tid, s
P_el = 0                                    # effekt, W
dt = 0.0001                                 # tidssted, s
```

```
# Lister som lagerer verdier
s_liste = [s]                       # liste med verdier for
posisjon
v_liste = [v]                       # liste med verdier for fart
t_liste = [t]                       # liste med verdier for tid
P_liste = [P_el]                    # liste med verdier for elektrisk
effekt

# Funksjon som regner ut og returnerer akselerasjon
def a(v):
    F_el = v*L**2*B**2/R            # regner ut elektrisk kraft, N
    F_sum = F - F_el                # kraftsum, N
    aks = F_sum/m
    return aks

# Løkke som beregner nye verdier
while t < 10:                       # stanser etter 10 s
    v = v + a(v)*dt                 # regner ut ny fart
    s = s + v*dt                    # regner ut ny posisjon
    t = t + dt                      # regner ut ny tid
    ems = v*L*B                     # regner ut ems
    P_el = ems**2/R                 # regner ut elektrisk effekt

    s_liste.append(s)               # legger posisjon i liste
    v_liste.append(v)               # legger fart i liste
    t_liste.append(t)               # legger tid i liste
    P_liste.append(P_el)            # legger effekt inn i liste

# Plotter effekt
plot(v_liste, P_liste)              # lager plot
xlabel("$v$/ m/s")                  # tekst på x-akse
ylabel("$P$/ W")                    # tekst på y-akse
title("Elektrisk effekt som funksjon av fart")      # tittel på graf
grid()                              # viser rutenett
show()                              # viser graf
```

Når programmet kjører, får vi ut denne grafen:



d $P(v) = UI = \dfrac{U^2}{R} = \dfrac{\varepsilon^2}{R} = \dfrac{(vLB)^2}{R} = \dfrac{v^2L^2B^2}{R}$.

Vi ser at effekten er på formen $P(v) = k \cdot v^2$, noe som stemmer godt med grafen vi fant i oppgave c.

7.24

a Hvis strømmen går med klokka, vil den ha retning nedover (fra A til B) gjennom lederstykket. Høyrehåndsregelen for kraft på elektrisk leder i magnetfelt gir oss at det virker en kraft mot høyre i dette tilfellet.

Kraften på lederstykket er: $F_\mathrm{m} = ILB = \dfrac{ULB}{R}$. Fra Newtons andre lov, vet vi at akselerasjonen da er $a = \dfrac{F_\mathrm{m}}{m} = \dfrac{ULB}{mR} = \dfrac{1{,}5\ \mathrm{V} \cdot 0{,}20\ \mathrm{m} \cdot 0{,}15\ \mathrm{T}}{50 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{kg} \cdot 0{,}025\ \Omega} = \underline{\underline{36\ \mathrm{m/s^2}}}$

b Når stanga begynner å bevege seg, vil fluksen gjennom lederkretsen endres, og det vil induseres en spenning over stanga. Denne spenningen vil motvirke endringen, og virker derfor motsatt vei av spenningen til spenningskilden. Vi får da en netto lavere spenning, og dermed mindre strøm. Vi kan også bruke høyrehåndsregelen for kraft på elektrisk ladning i magnetfelt til å argumentere for at positive og negative ladninger trekkes hver sin vei i stanga. Disse ladningene vil gi opphavet til et elektrisk felt som kansellerer det elektriske feltet opprettet av spenningskilden.

c Stanga har konstant fart når den induserte spenningen er like stor som spenningen til spenningskilden. $\varepsilon = U \quad \Rightarrow \quad vLB = U \quad \Rightarrow \quad v = \dfrac{U}{LB} = \dfrac{1{,}5\ \mathrm{V}}{0{,}20\ \mathrm{m} \cdot 0{,}15\ \mathrm{T}} = \underline{\underline{50\ \mathrm{m/s}}}$.

Det går nå ingen strøm i kretsen, og det virker derfor ingen elektriske eller magnetiske krefter på stanga.

7.25

Du må stå med størst mulig flate vendt mot sola.

7.26

$$\varepsilon = -\Phi'(t) = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -\frac{6{,}8\ \mathrm{Wb} - 5{,}0\ \mathrm{Wb}}{2{,}4\ \mathrm{s}} = \underline{\underline{0{,}75\ \mathrm{V}}}$$

7.27

a Når vi beveger ringen mot høyre, vil magnetfeltet bli svakere. Vi ser dette fordi feltlinjene ligger mindre tett. Siden arealet holdes konstant, vil fluksen $\Phi = BA$ minke.

b Siden det er en fluksendring gjennom ringen, vil det induseres en strøm. Den induserte strømmen vil opprette et magnetfelt mot høyre for å forhindre endringen i fluks gjennom ringen. Høyrehåndsregelen gir oss at strømmen går i retningen *PQRSP*.

7.28

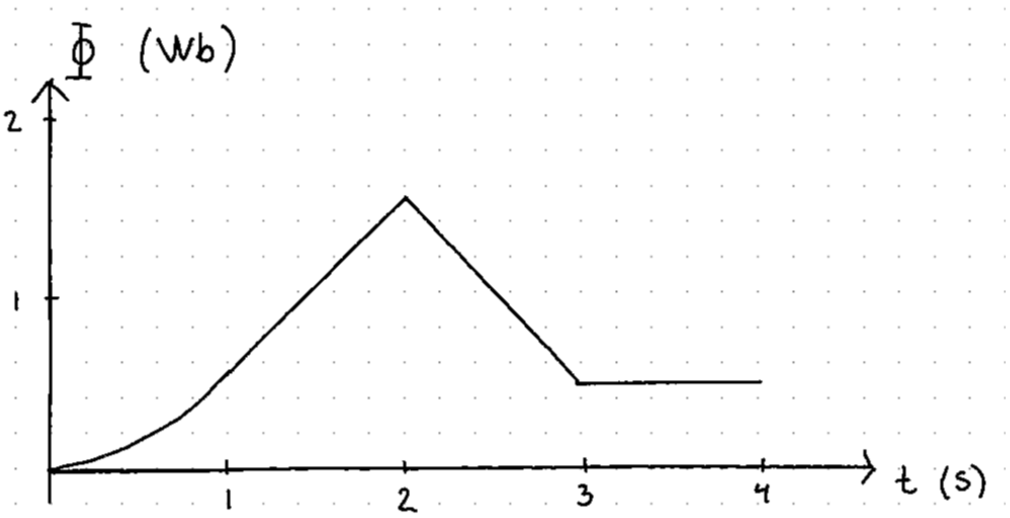
Fra 0 s til 1 s: $\Phi(t) = 0,5t^2$ slik at $\varepsilon = -\Phi'(t) = -0,5 \cdot 2t = -t$ (Siden $\Phi(0) = 0$ får vi ikke noe konstantledd).

Fra 1 s til 2 s: $\Phi(t)$ er lineær med stigningstall 1 slik at $\varepsilon = -\Phi'(t) = -1$

Fra 2 s til 3 s: $\Phi(t)$ er lineær med stigningstall -1 slik at $\varepsilon = -\Phi'(t) = 1$

Fra 3 s til 4 s: $\Phi(t)$ er konstant slik at $\varepsilon = -\Phi'(t) = 0$

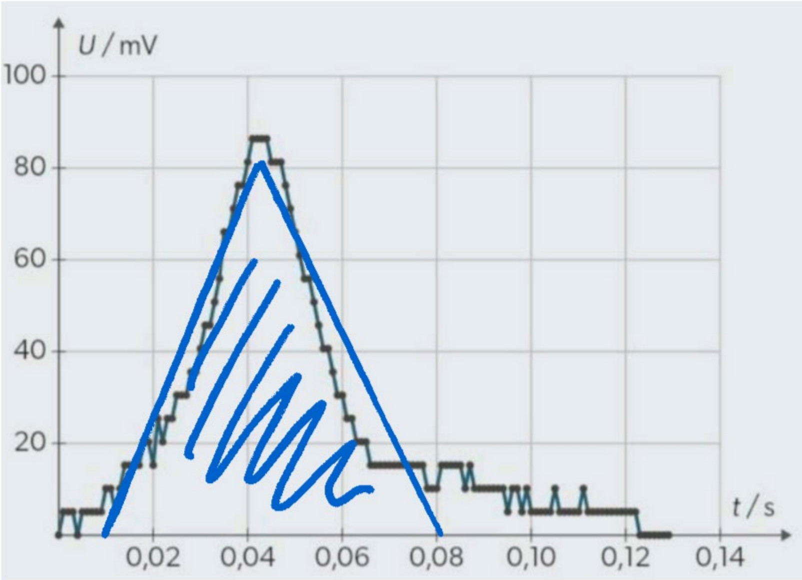
Vi får da denne grafen:



7.29

a Absoluttverdien av fluksen gjennom spolen blir mindre når vi trekker den ut. Da vil spolen indusere en strøm som oppretter et magnetfelt i samme retning som det opprinnelige. Vi bruker høyrehåndsregelen for magnetfelt gjennom spole, og finner at magnetfeltet i spolen peker nedover. Siden magnetfeltet peker inn mot magnetisk sørpol, må hesteskomagneten ha sin magnetiske nordpol øverst.

b Vi vet at $\varepsilon = N \cdot \Phi'(t)$, så fluksen ganget med antall vindinger, *N*, er lik arealet under grafen. Vi gjør et (svært grovt!) overslag ved å tegne en trekant som er omtrent like stor som grafen:



Arealet under grafen er omtrent lik

$$N \cdot \Phi = \frac{g \cdot h}{2} = \frac{(0{,}08\ \text{s} - 0{,}01\ \text{s}) \cdot 80\ \text{mV}}{2} = 3\ \text{mWb} = 3 \cdot 10^{-3}\ \text{Wb}.$$

Vi finner fluksen ved å dele på antall vindinger: $\Phi = \dfrac{3 \cdot 10^{-3}\ \text{Wb}}{100} = 3 \cdot 10^{-5}\ \text{Wb}$.

Magnetfeltet er da omtrent $B = \dfrac{\Phi}{A} = \dfrac{3 \cdot 10^{-5}\ \text{Wb}}{2 \cdot 10^{-4}\ \text{m}^2} = \underline{\underline{0{,}15\ \text{T}}}$

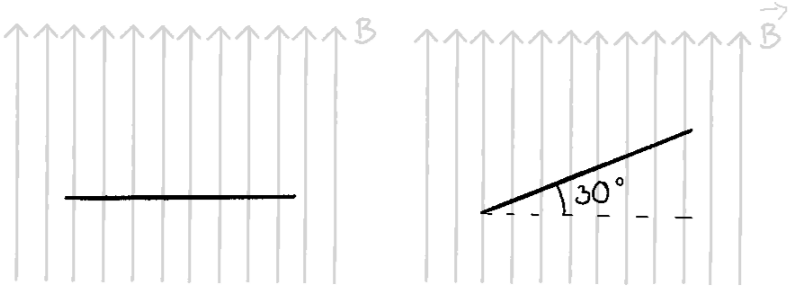
7.30

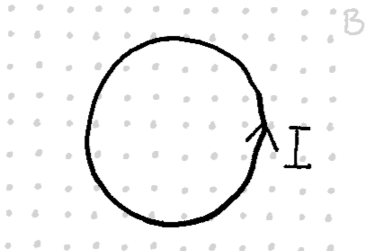
a $\Phi = BA = 0{,}25\ \text{T} \cdot 50 \cdot 10^{-4}\ \text{m}^2 = 1{,}25 \cdot 10^{-3}\ \text{Wb} = \underline{\underline{1{,}3\ \text{mWb}}}$

b Vi finner absoluttverdien av den gjennomsnittlige induserte spenningen i sløyfa:

$$|\bar{\varepsilon}| = \left|\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right| = \left|\frac{BA\cos\phi - BA}{\Delta t}\right| = \left|\frac{1{,}25 \cdot 10^{-3}\ \text{Wb} \cdot \cos 30^\circ - 1{,}25 \cdot 10^{-3}\ \text{Wb}}{0{,}50\ \text{s}}\right| = \underline{\underline{3{,}3 \cdot 10^{-4}\ \text{V}}} = \underline{\underline{0{,}33\ \text{mV}}}$$

c Når ledersløyfa roteres, vil færre feltlinjer gå gjennom sløyfa. Siden fluksen reduseres, vil det induseres en strøm som oppretter et magnetfelt i samme retning som det opprinnelige feltet.





7.31

Siden $\varepsilon = -\Phi'(t)$ og vi ser fra grafen at emsen er konstant i korte tidsintervaller, vekselvis positiv og negativ, må fluksen være lineær, og vekselvis ha negativt og positivt stigningstall. Den eneste grafen som passer med dette er den i figur C.

7.32

a $\varepsilon = -N \cdot \Phi'(t) = -NA \cdot \dfrac{\Delta B}{\Delta t} = -280 \cdot (0{,}020\ \text{m})^2 \cdot \dfrac{0{,}25\ \text{T} - 0{,}55\ \text{T}}{0{,}80\ \text{s}} = \underline{\underline{0{,}042\ \text{V}}} = \underline{\underline{42\ \text{mV}}}$

$I = \dfrac{\varepsilon}{R} = \dfrac{0{,}042\ \text{V}}{5{,}0\ \Omega} = \underline{\underline{8{,}4 \cdot 10^{-3}\ \text{A}}} = \underline{\underline{8{,}4\ \text{mA}}}$

Magnetfeltet har retning loddrett nedover, inn mot sørpolen av magneten. Siden det reduseres, vil strømmen induseres slik at det inuserte magnetfeltet får samme retning som det opprinnelige. Høyrehåndsregelen gir oss at strømmen da må gå *med* klokka.

b Farten til spolen $v = \dfrac{s}{t} = \dfrac{0{,}020\ \text{m}}{1{,}2\ \text{s}} = 0{,}016667\ \text{m/s}$.

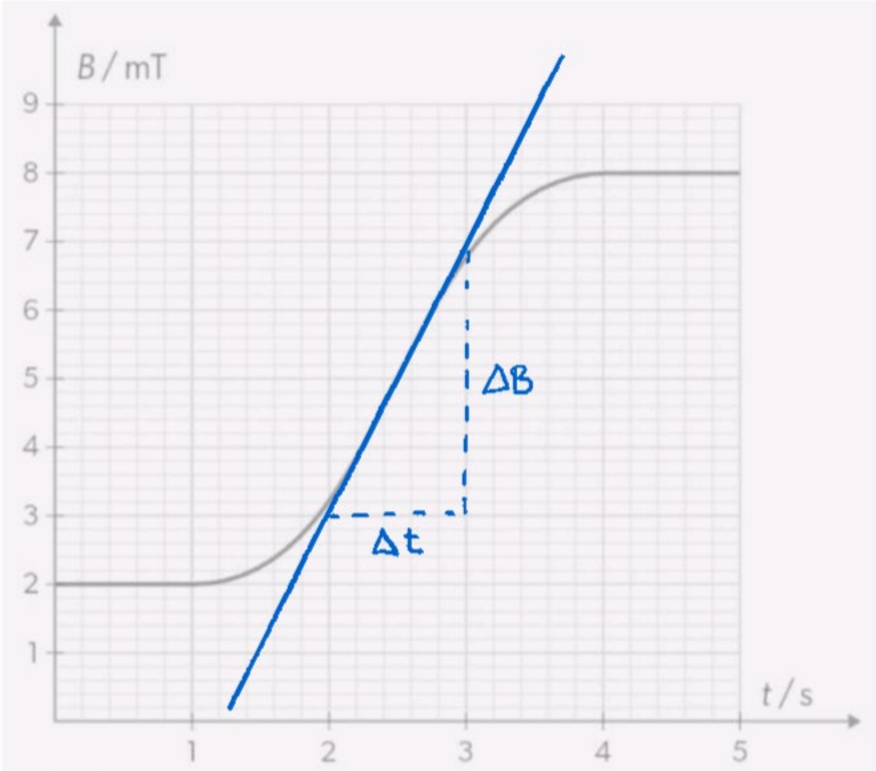
Strømmen blir da: $I = \dfrac{\varepsilon}{R} = \dfrac{NvBL}{R} = \dfrac{0{,}016667\ \text{m/s} \cdot 0{,}25\ \text{T} \cdot 0{,}020\ \text{m}}{5{,}0\ \Omega} = \underline{\underline{4{,}7 \cdot 10^{-3}\ \text{A}}} = \underline{\underline{4{,}7\ \text{mA}}}$

Igjen blir fluksen gjennom spolen mindre, så vi får igjen indusert en strøm *med* klokka slik at det induserte magnetfeltet får samme retning som det opprinnelige.

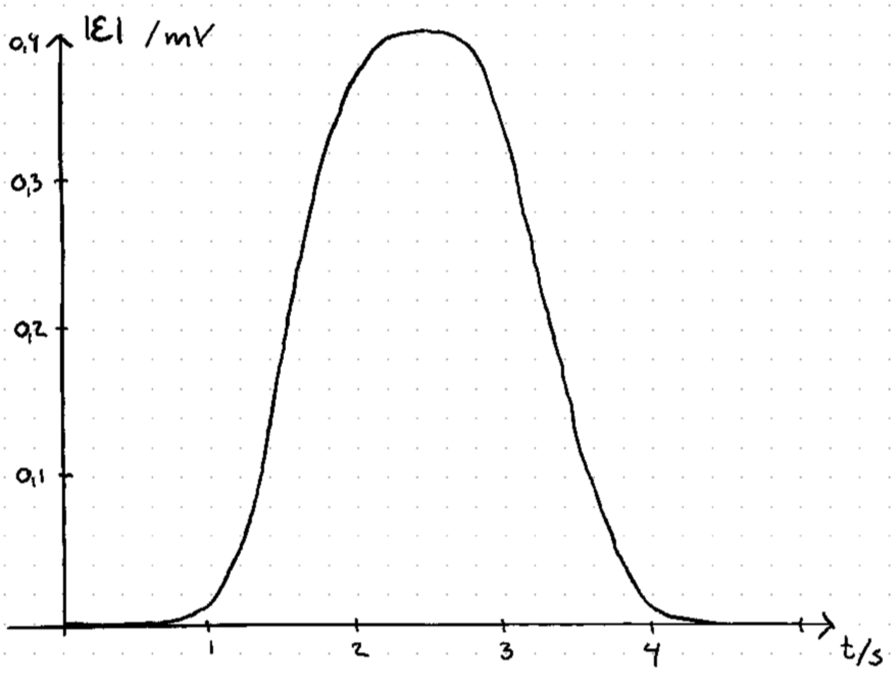
7.33

a Den induserte spenningen er størst når den deriverte av fluksen er størst. Siden arealet er konstant, skjer dette når grafen som viser magnetfeltet er brattest. Den induserte spenningen er da:

$$\begin{aligned}\varepsilon &= N \cdot \Phi'(t) = N \cdot B'(t) \cdot A = N \cdot \frac{\Delta B}{\Delta t} \cdot A \\ &= 50 \cdot \frac{7 \cdot 10^{-3}\ \text{T} - 3 \cdot 10^{-3}\ \text{T}}{3\ \text{s} - 2\ \text{s}} \cdot 0{,}0020\ \text{m}^2 = \underline{\underline{4 \cdot 10^{-4}\ \text{V}}} = \underline{\underline{0{,}4\ \text{mV}}}\end{aligned}.$$



b Grafen som viser absoluttverdien av den induserte spenningen må være lik null når B er konstant (i intervallene $0\ \text{s} < t < 1\ \text{s}$ og $4\ \text{s} < t < 5\ \text{s}$), og ha et toppunkt i $(2{,}5,\ 0{,}4)$.



7.34

a $\Phi = BA \cdot \cos 0^\circ = BA$

b $\Phi = BA \cdot \cos 90^\circ = 0$

c $\Phi = BA \cdot \cos 180^\circ = -BA$

d Siden fluksen gjennom spolen varierer når spolen roterer, vil det induseres en spenning i spolen.

e Hvis spolen blir koblet til en krets, og vi opprettholder rotasjonsbevegelsen, vil mekanisk energi bli omdannet til elektrisk energi, og vi får en vekselstrøm.

7.35

a Fluksen er $\Phi(t) = BA \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t\right)$

Størrelsen til den induserte spenningen i kretsen er da

$$|\varepsilon| = |N \cdot \Phi'(t)| = \left|N \cdot BA \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t\right) \cdot \frac{2\pi}{T}\right| = \left|\frac{2\pi NBA}{T} \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t\right)\right|$$

Den maksimale induserte spenningen er:

$$\varepsilon_{\mathrm{m}} = \frac{2\pi NBA}{T} = \frac{2\pi \cdot 25 \cdot 0{,}13\ \mathrm{T} \cdot (0{,}10\ \mathrm{m})^2}{1/8\ \mathrm{s}}\ \mathrm{V} = 0{,}52\pi\ \mathrm{V} = \underline{\underline{1{,}6\ \mathrm{V}}}$$

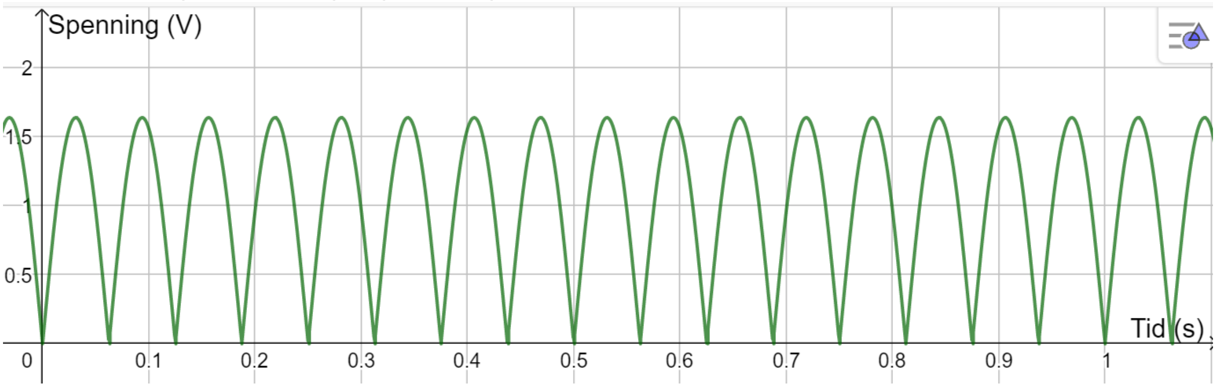
b Hvis voltmeteret gir positivt utslag, vil strømmen går inn mot positiv pol i voltmeteret (det svarer til at positiv pol på voltmeteret er koblet til positiv pol i en tenkt spenningskilde). Strømretningen må da være med klokka. Vi bruker høyrehåndsregelen for kraft på elektrisk lader i magnetfelt, og finner at kraften på den venstre siden av spolen peker rett nedover, mens kraften på den høyre siden av spolen peker oppover. Spolen må derfor rotere *mot* klokka.

c Børstene og den brutte ringen sørger for at strømmen hele tiden går med klokka, uavhengig av hvilken av sidene på spolen som er nærmest hvilken spol. Strømmen vil derfor hele tiden gå inn mot den positive polen på voltmeteret, og vi får positivt utslag. Unntaket er når spolen står normalt på magnetfeltet, da har fluksen sin maksimale verdi, men den induserte spenningen er null.

d Vi bruker uttrykket vi fant i oppgave a. Siden spenningen alltid er positiv, kan vi skrive:

$$\varepsilon(t) = |\varepsilon(t)| = \left|\frac{2\pi NBA}{T} \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t\right)\right| = 0{,}52\pi \cdot \left|\sin(16\pi \cdot t)\right|.$$

Vi bruker Geogebra til å tegne grafen, og får:



7.36

a $\frac{U_{\mathrm{s}}}{U_{\mathrm{p}}} = \frac{N_{\mathrm{s}}}{N_{\mathrm{p}}} \quad \Rightarrow \quad N_{\mathrm{s}} = N_{\mathrm{p}} \cdot \frac{U_{\mathrm{s}}}{U_{\mathrm{p}}} = 1000 \cdot \frac{12\ \mathrm{V}}{230\ \mathrm{V}} = \underline{\underline{52}}$

b Vi finner sekundærstrømmen: $P = U_{\mathrm{s}} I_{\mathrm{s}} \quad \Rightarrow \quad I_{\mathrm{s}} = \frac{P}{U_{\mathrm{s}}} = \frac{30\ \mathrm{W}}{12\ \mathrm{V}} = \underline{\underline{2{,}5\ \mathrm{A}}}$

I ideelle transformatorer er effekten den samme på primær- og sekundærsiden. Vi har da:

$$I_{\mathrm{p}} = \frac{P}{U_{\mathrm{p}}} = \frac{30\ \mathrm{W}}{230\ \mathrm{V}} = \underline{\underline{0{,}13\ \mathrm{A}}}$$

7.37

Fluksen i spolen er proporsjonal med strømmen i primærspolen, og dermed også med spenningen over primærspolen. Spenningen over sekundærspolen er den deriverte av fluksen, og er dermed forskjøvet en kvart periode i forhold til spenningen over primærspolen (fordi toppunktene til cosinusfunksjonen er forskjøvet 90° relativt til sinusfunksjonen).

Merk: Forklaringen over er sterkt forenklet. I virkelige transformatorer vil magnetfeltet indusere en spenning også over primærspolen. På grunn av Lentz' lov vil denne motvirke endringene i spenningen fra spenningskilden. Maksimalverdiene til strømmen i primærspolen kan derfor være betydelig forskjøvet fra maksimalverdiene i spenningskilden selv uten at spolen er en del av en transformator. Du kan finne ut mer om dette fenomenet ved å søke på «inductors» eller «back emf».

7.38

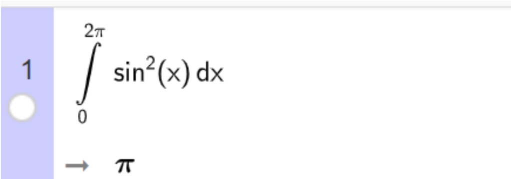
a $\dfrac{U_s}{U_p} = \dfrac{N_s}{N_p} \quad \Rightarrow \quad N_p = N_s \cdot \dfrac{U_p}{U_s} = 42\,000 \cdot \dfrac{11 \text{ kV}}{132 \text{ kV}} = \underline{\underline{3500}}$

b Vi finner primærstrømmen: $I_p = \dfrac{P}{U_p} = \dfrac{36 \cdot 10^6 \text{ W}}{11 \cdot 10^3 \text{ V}} = \underline{\underline{3{,}3 \cdot 10^3 \text{ A}}} = \underline{\underline{3{,}3 \text{ kA}}}$

Vi finner sekundærstrømmen: $I_p = \dfrac{0{,}95 \cdot P}{U_p} = \dfrac{0{,}95 \cdot 36 \cdot 10^6 \text{ W}}{132 \cdot 10^3 \text{ V}} = 259 \text{ A} = \underline{\underline{0{,}26 \text{ kA}}}$

7.39

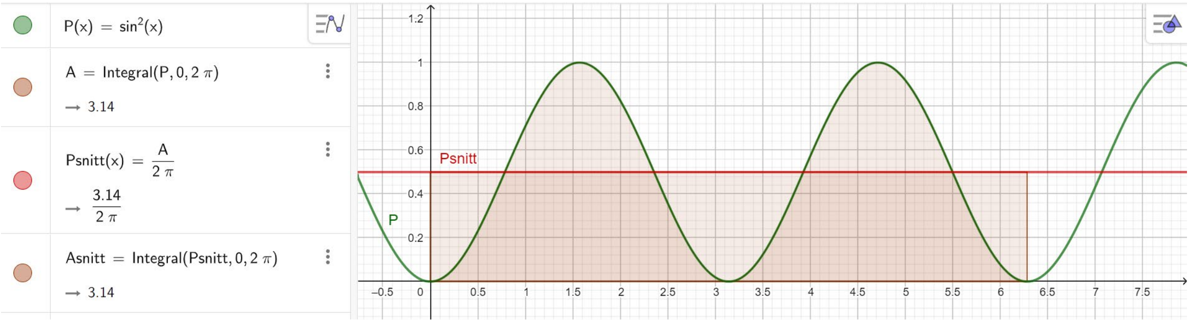
a Vi velger å løse oppgaven med CAS i Geogebra. Vi skriver inn «Integral(sin(x)^2, x, 0, 2*pi», og får at dette er lik π:



b Vi vet at $\phi = \omega t$, så effekten kan skrives som $P(t) = P_m \sin^2 \phi$. Hvis vi integrerer over en hel periode, får vi: $\int_0^{2\pi} P_m \sin^2 \phi \, d\phi = P_m \int_0^{2\pi} \sin^2 \phi \, d\phi = \pi P_m$. Hvis vi tenker oss at vi fordeler effekten jevnt utover, får vi gjennomsnittseffekten $\overline{P} = \dfrac{\pi P_m}{2\pi} = \dfrac{P_m}{2}$.

Vi kan også illustrere situasjonen med en graf. Under har vi tegnet grafen for effekten $P(x)$ og arealet A under grafen. Vi finner som forventet at arealet er lik $A = \pi = 3{,}14$. Hvis funksjonen hadde vært konstant, måtte den hatt verdien $\dfrac{A}{2\pi} = \dfrac{\pi}{2\pi} = \dfrac{1}{2}$ for at arealet skulle bli like stort.

Merk at siden størrelsen P_m er konstant, har vi utelatt den fra utregningene.



7.40

a $\dfrac{N_\text{p}}{N_\text{s}} = \dfrac{U_\text{p}}{U_\text{s}} = \dfrac{11\,000\ \text{V}}{230\ \text{V}} = \underline{\underline{48}}$

b Vi legger til grunn at vi ikke har noe energitap i transformatoren, slik at effekten er den samme på primær og sekundærsiden. Vi har da:

$$P_\text{s} = P_\text{p} \quad\Rightarrow\quad U_\text{s}I_\text{s} = U_\text{p}I_\text{p} \quad\Rightarrow\quad I_\text{s} = \frac{U_\text{p}}{U_\text{s}}\cdot I_\text{p} = \frac{11\,000\ \text{V}}{230\ \text{V}}\cdot 0{,}92\ \text{A} = \underline{\underline{44\ \text{A}}}$$

c $P_\text{s} = U_\text{s}I_\text{s} = 230\ \text{V}\cdot 44\ \text{A} = 10\,120\ \text{W} = \underline{\underline{10\ \text{kW}}}$

$W = P_\text{s}\cdot t = 10\,120\ \text{W}\cdot 60\ \text{s} = \underline{\underline{6{,}1\cdot 10^5\ \text{J}}} = \underline{\underline{0{,}61\ \text{MJ}}}$

7.41

Når det oppgis verdier for likestrøm er det en konstant strøm det er snakk om. Når det oppgis verdier for vekselstrøm, er det effektivverdier. Maksimalverdiene er en faktor $\sqrt{2}$ større.

7.42

a $\Phi = BA = 0{,}40\ \text{T}\cdot 50\cdot 10^{-4}\ \text{m}^2 = \underline{\underline{2{,}0\cdot 10^{-3}\ \text{Wb}}} = \underline{\underline{2{,}0\ \text{mWb}}}$

b Fluksen er nå $\Phi = BA\cdot\cos(\omega t) = BA\cdot\cos\left(\dfrac{2\pi}{T}t\right)$

Emsen er da $\varepsilon = -\Phi'(t) = \dfrac{2\pi BA}{T}\cdot\sin\left(\dfrac{2\pi}{T}t\right)$

Vi bruker at $U = RI$ og finner strømmen:

$$I = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{2\pi BA}{RT}\cdot\sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right) = \frac{2\pi\cdot 2{,}0\cdot 10^{-3}}{0{,}20\ \Omega\cdot 1{,}0\cdot 10^{-3}}\cdot\sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right) = 20\pi\cdot\sin(2\pi t) = 63\cdot\sin(6{,}3t)$$

Merk: I uttrykket over har vi valgt å beholde benevningen millisekund for tid for å gjøre uttrykket enkelt og i tråd med det som kommer videre i oppgaven. Strømmen kommer da som vanlig ut i ampere.

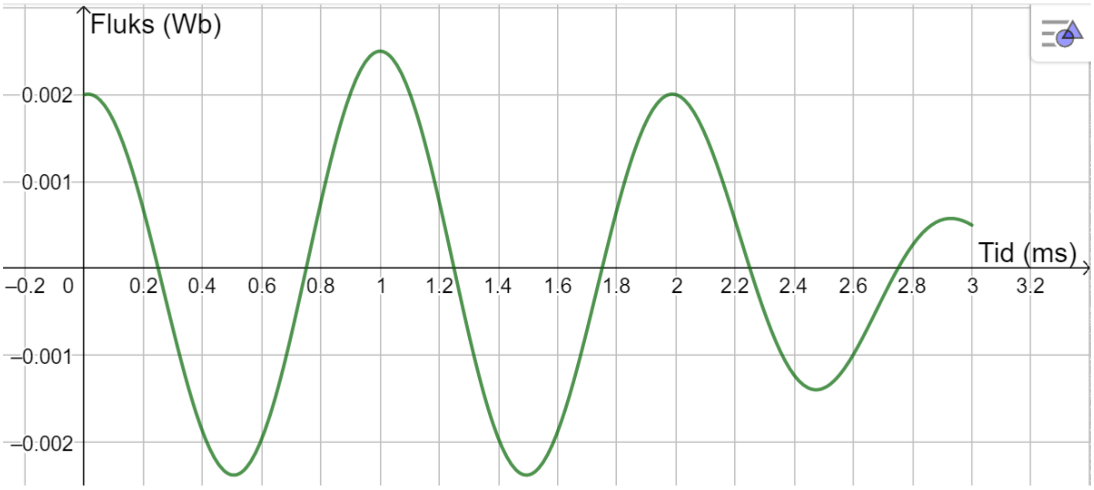
c $\varepsilon(t) = -\Phi'(t) = -B'(t)\cdot A = -(-0{,}2t + 0{,}2)\cdot A = (0{,}2t - 0{,}2)\cdot A$

Emsen blir større jo større t blir, så vi har at den største emsen når $t = 3{,}0\ \text{ms}$. Emsen er da:

$\varepsilon(3{,}0) = (0{,}2\cdot 3{,}0 - 0{,}2)\cdot 50\cdot 10^{-4}\ \text{V} = 2{,}0\cdot 10^{-3}\ \text{V} = \underline{\underline{2{,}0\ \text{mV}}}$

d Fluksen er nå gitt ved $\Phi(t) = B(t)\cdot A(t)$, der $A(t) = 0{,}50\cdot 10^{-4}\cdot\cos(2\pi t)$ og

$B(t) = -0{,}1t^2 + 0{,}2t + 0{,}4$. Vi bruker Geogebra til å tegne grafen:



Merk at perioden er 1 ms, og at toppunktene følger formen på grafen i oppgave c.

7.43

a $F_{KL} = F_{MN} = NILB = \frac{NULB}{R} = \frac{100 \cdot 2{,}5\ \text{V} \cdot 0{,}050\ \text{m} \cdot 0{,}12\ \text{T}}{1{,}0\ \Omega} = \underline{\underline{1{,}5\ \text{N}}}$

b Når spolen roterer, vil fluksen gjennom den endres. Siden $\varepsilon = -\Phi'(t)$ vil det induseres en ems i spolen. Fra Lentz' regel vet vi at den induserte strømmen vil motvirke sin årsak, så den induserte spenningen må virke mot spenningen fra spenningskilden.
Vi kan også argumentere ut fra høyrehåndsregler: Høyrehåndsregelen for kraft på elektrisk leder i magnetfelt (på lederstykkene *KL* og *MN*) gir oss rotasjonsretningen som er tegnet inn. Ladningene i lederstykket KL vil da få fartsretning nedover. Høyrehåndsregelen for kraft på elektrisk ladning i magnetfelt forteller oss at de positive ladningene vil trekkes mot K, de negative mot L. Den induserte strømmen ville derfor hatt retning mot positiv pol på spenningskilden, og vi må konkludere med at den induserte spenningen er motsatt rettet av spenningen fra spenningskilden.

c Fluksen gjennom spolen er $\Phi(t) = BA \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t\right)$. Den induserte spenningen er

$$|\varepsilon| = |N \cdot \Phi'(t)| = \left|\frac{2\pi NBA}{T} \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t\right)\right| = \frac{2\pi \cdot 100 \cdot 0{,}12\ \text{T} \cdot (0{,}050\ \text{m})^2}{1/5\ \text{s}} \cdot \left|\sin\left(\frac{2\pi}{1/5\ \text{s}} \cdot t\right)\right|\ \text{V}$$

$$= 0{,}30\pi \cdot \left|\sin(10\pi \cdot t)\right|\ \text{V} = 0{,}94 \cdot \left|\sin(10\pi \cdot t)\right|\ \text{V}$$

Den maksimale spenningen er da $\varepsilon_{\text{m}} = 0{,}30\pi\ \text{V} = 0{,}94\ \text{V}$.

d Ved oppstarten av elektromotoren må strømmen øke den kinetiske energien til spolen.

e Den induserte spenningen er størst når spolen har posisjonen som er vist på figuren. Fra oppgave c vet vi at den største verdien for spenningen er $\varepsilon_{\text{m}} = \frac{2\pi NBA}{T}$.

Vinkelfarten er da $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{\varepsilon_{\text{m}}}{NBA} = \frac{2{,}5\ \text{V}}{2\pi \cdot 100 \cdot 0{,}12\ \text{T} \cdot (0{,}050\ \text{m})^2} = \underline{\underline{83\ \text{rad/s}}}$

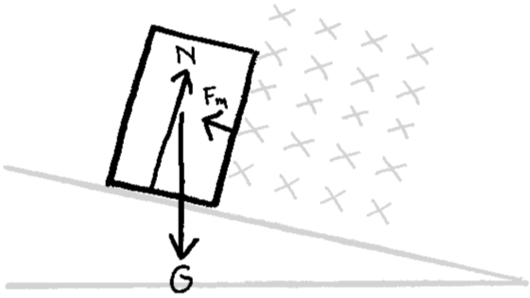
f Det er bare når spolen er akkurat i posisjonen vist på figuren at den induserte spenningen er like stor som spenningen fra spenningskilden. I denne posisjonen går det ikke strøm i kretsen. I alle andre posisjoner er spenningen fra spenningskilden størst, og det vil gå en strøm i kretsen.

7.44

a Før vogna kommer inn i magnetfeltet, er det bare tyngdekraften som gjør et arbeid på vogna, og vi kan bruke bevaring av mekanisk energi til å finne farten. Vi legger nullpunktet for høyden ved starten av magnetfeltet, og vet at den starter fra ro. Da er

$$\frac{1}{2}mv^2 = mgh_0 \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{2gh_0} = \sqrt{2 \cdot 9{,}81\ \text{m/s}^2 \cdot 0{,}50\ \text{m} \cdot \sin 12^\circ} = 1{,}4282\ \text{m/s} = \underline{\underline{1{,}4\ \text{m/s}}}$$

b Det virker en tyngekraft G, en normalkraft N og en kraft F_m på grunn av magnetfeltet.



c Vi legger koordinatsystemet slik at x-aksen peker nedover langs skråplanet.

Den magnetiske kraften på spolen er

$$F_\text{m} = NILB = N \cdot \frac{\varepsilon}{R} \cdot LB = N \cdot \frac{NvLB}{R} \cdot LB = \frac{N^2L^2B^2v}{R}$$
$$= \frac{8^2 \cdot (0{,}10\ \text{m})^2 \cdot (0{,}73\ \text{T})^2 \cdot 1{,}4282\ \text{m/s}}{0{,}15\ \Omega} = 3{,}2473\ \text{N}$$

Parallellkomponenten av tyngdekraften er

$$G_x = mg \cdot \sin\phi = 0{,}250\ \text{kg} \cdot 9{,}81\ \text{m/s}^2 \cdot \sin 12^\circ = 0{,}5099\ \text{N}$$

Kraftsummen er $\Sigma F = G_x - F_\text{m} = 0{,}5099\ \text{N} - 3{,}2473\ \text{N} = -2{,}7374\ \text{N}$

Vi bruker Newtons andre lov til å finne akselerasjonen:

$$\Sigma F = ma \quad \Rightarrow \quad a = \frac{\Sigma F}{m} = -\frac{2{,}7374\ \text{N}}{0{,}250\ \text{kg}} = \underline{\underline{-11\ \text{m/s}^2}}$$

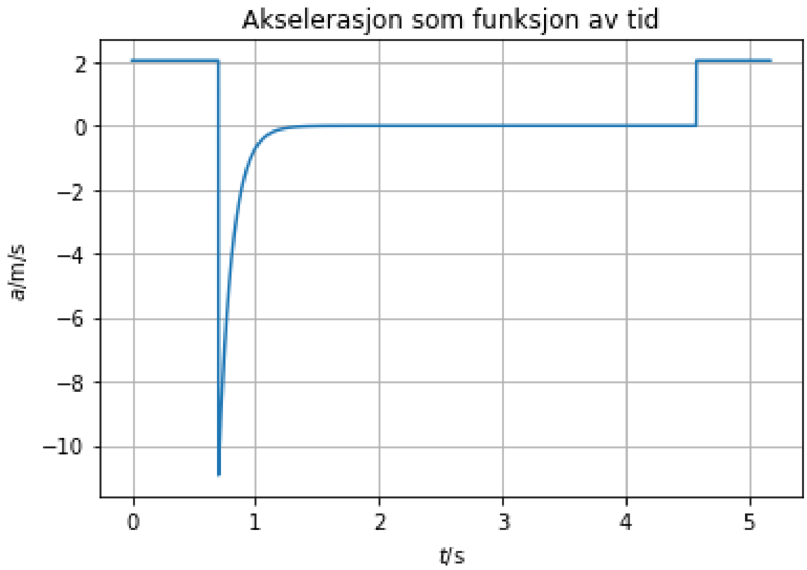
d I det vogna kommer inn i magnetfeltet, vil den bremse brått opp. Når farten blir lavere, vil den magnetiske kraften bli mindre. Vogna vil da bevege seg fortere og fortere inntil Når hele ledersløyfen er gjennom magnetfeltet vil akselerasjonen øyeblikkelig igjen bli lik $9{,}81\ \text{m/s}^2 \cdot \sin 12^\circ = 2{,}03\ \text{m/s}^2$.

e

```
from pylab import *

# Konstanter
m = 0.250                          # massen til vogn, kg
g = 9.81                           # tyngdeakselerasjon, m/s^2
l = 0.10                           # lengde på sidekant, m
vindinger = 8                      # antall vindinger
R = 0.15                           # resistans, ohm
B = 0.73                           # magnetfelt, Tesla
theta = radians(12)                # vinkel for skråplanet

# Konstante krefter
Gx = m*g*sin(theta)                # tyngdekraft langs skråplanet
Gy = m*g*cos(theta)                # tyngdekraft normalt på skråplan
N = Gy                             # normalkraft

# Variable krefter, utregning av kraftsum og akselerasjon
```

```
def a(v):
    if s < 0.50 or s > 1.5:      # finner F_m utenfor magnetfeltet
        F_m = 0
    else:                        # finner F_m innenfor magnetfeltet
        F_m = vindinger**2*v*l**2*B**2/R
    sum_F = Gx - F_m             # finner kraftsum
    aks = sum_F/m                # regner ut akselerasjon
    return aks                   # returnerer akselerasjon

# Startverdier
s = 0                            # startposisjon, m
v = 0                            # startfart, m/s
t = 0                            # starttid, s

# Lister for lagring av data
a_verdier = [a(v)]               # verdier for akselerasjon
t_verdier = [t]                  # verdier for tid

# Simulering av bevegelse
dt = 0.001                       # tidssteg, s

while s < 2:                     # løkke som regner ut fart og tid
    v = v + a(v)*dt              # ny fart
    s = s + v*dt                 # ny posisjon
    t = t + dt                   # ny tid
    # Lagring av verdier:
    a_verdier.append(a(v))       # lagrer akselerasjon i liste
    t_verdier.append(t)          # lagrer ny tid i liste

# Plotter bevegelse
plot(t_verdier, a_verdier)       # tegner plot
xlabel("$t$/s")                  # navn på x-akse
ylabel("$a$/m/s")                # navn på y-akse
title("Akselerasjon som funksjon av tid")   # tittel
grid()                           # tegner rutenett
show()                           # viser graf
```

Når vi kjører programmet, får vi denne grafen:



7.45

a Arealet endrer seg like mye hele tiden, fra $A = 0$ til $A = \pi r^2$ i løpet av tiden t.

Emsen er da: $\varepsilon = -\Phi'(t) = -B \cdot A'(t) = -\dfrac{\pi r^2 B}{t} = \dfrac{\pi \cdot (0{,}20\ \text{m})^2 \cdot 0{,}50\ \text{T}}{0{,}40\ \text{s}} = 0{,}1571\ \text{V}$

Strømmen er da: $|I| = \left|\dfrac{\varepsilon}{R}\right| = \dfrac{0{,}1571\ \text{V}}{0{,}30\ \Omega} = 0{,}5236\ \text{A} = \underline{\underline{0{,}52\ \text{A}}}$

Siden arealet blir større, blir fluksen større. Da vil den induserte strømmen opprette et magnetfelt mot det opprinnelige feltet. Høyrehåndsregelen gir oss at strømmen da vil gå mot klokka, eller utover fra sentrum gjennom motstanden R.

b $W = P \cdot t = \varepsilon I t = 0{,}1571\ \text{V} \cdot 0{,}5236\ \text{A} \cdot 0{,}40\ \text{s} = 0{,}03290\ \text{J} = \underline{\underline{0{,}033\ \text{J}}} = \underline{\underline{33\ \text{mJ}}}$

c $W = F \cdot s \quad \Rightarrow \quad F = \dfrac{W}{s} = \dfrac{W}{2\pi r} = \dfrac{0{,}03290\ \text{J}}{2\pi \cdot 0{,}20\ \text{m}} = \underline{\underline{0{,}026\ \text{N}}} = \underline{\underline{26\ \text{mN}}}$

7.46

Vi finner først størrelsen til den induserte spenningen:

$$|\varepsilon| = |\Phi'(t)| = \left|\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right| = \left|\frac{\Delta B \cdot A}{\Delta t}\right| = \frac{\left(48{,}40 \cdot 10^{-6}\ \text{T} - 47{,}18 \cdot 10^{-6}\ \text{T}\right) \cdot 63\,700 \cdot (1000\ \text{m})^2}{60\ \text{s}} = 1295\ \text{V}$$

Vi finner den totale resistansen: $R = 9{,}0 \cdot 10^{-6}\ \Omega/\text{m} \cdot 970 \cdot 10^3\ \text{m} = 8{,}73\ \Omega$

Vi bruker at $U = RI \quad \Rightarrow \quad I = \dfrac{U}{R} = \dfrac{\varepsilon}{R}$ og finner at strømmen er:

$$I = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{1295\ \text{V}}{8{,}73\ \Omega} = \underline{\underline{148\ \text{A}}}$$

7.47

a Vi lar $F = k\Delta x$ være kraften fra én fjær. Her er Δx forlengelsen av fjæren, slik at lengden er $L + \Delta x$. Når staven henger i ro, er kraftsummen lik null. Da er

$$2F = G \quad \Rightarrow \quad 2k\Delta x = mg \quad \Rightarrow \quad \Delta x = \frac{mg}{2k} = \frac{35 \cdot 10^{-3}\ \text{kg} \cdot 9{,}81\ \text{m/s}^2}{2 \cdot 2{,}0\ \text{N/m}} = 0{,}09\ \text{m} = 9\ \text{cm}$$

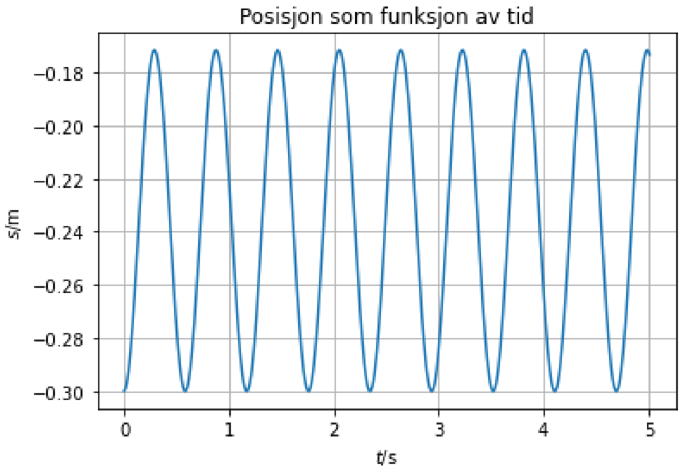
Lengden er da $15\text{ cm} + 9\text{ cm} = \underline{\underline{24\text{ cm}}}$

b

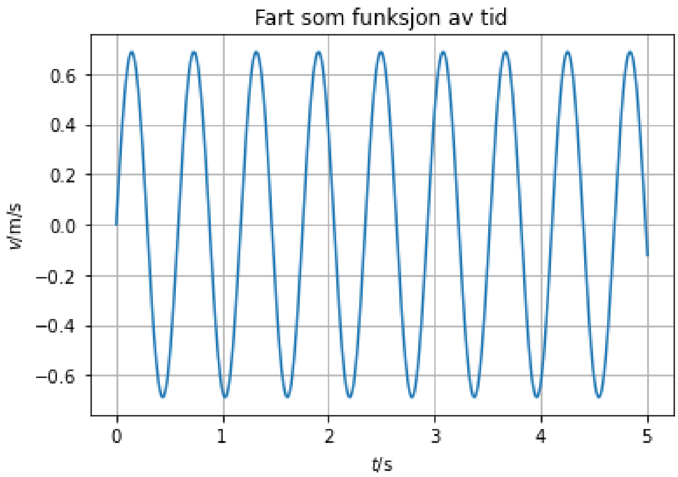
```
from pylab import *

# Konstanter og tall
m = 0.035                           # masse, kg
g = 9.81                            # tyngdeakselerasjon, m/s^2
k = 2.0                             # fjærkonstant, N/m
l = 0.15                            # lengder til fjærer, m

# Posisjon, fart, tid
s = -0.30                           # startposisjon, m (fra opphengspunkt)
v = 0                               # startfart, m/s
t = 0                               # starttid, s
dt = 0.01                           # tiddsteg, s

s_verdier = [s]                     # liste med verdier for posisjon
v_verdier = [v]                     # liste med verdier for fart
t_verdier = [t]                     # liste med verdier for tid

#Konstant kraft
G = -m*g                            # tyngdekraft, N

# Funksjon som beregner og returnerer akselerasjon
def a(s):
    dx = s + l                      # endring i lengde, m.
    F = -k*dx                       # beregning av fjærkraft, N
    F_sum = 2*F + G                 # beregner kraftsum, N
    aks = F_sum/m                   # beregner akselerasjon, m/s^2
    return aks                      # returnerer akselerasjon

# Løkke som regner ut nye verdier for fart posisjon og tid
while t < 5:                        # løkke som varer fem sekunder
    v = v + a(s)*dt                 # beregner ny fart
    s = s + v*dt                    # beregner ny posisjon
    t = t + dt                      # beregner ny tid

    s_verdier.append(s)             # legger ny posisjon i liste
    v_verdier.append(v)             # legger ny fart i liste
    t_verdier.append(t)             # legger ny tid i liste

# Plotter posisjon
plot(t_verdier, s_verdier)
xlabel("$t$/s")                     # tekst på x-akse
ylabel("$s$/m")                     # tekst på y-akse
title("Posisjon som funksjon av tid") # tittel
grid()                              # viser rutenett
show()                              # viser graf
```

```
# Plotter fart
plot(t_verdier, v_verdier)
xlabel("$t$/s")                    # tekst på x-akse
ylabel("$v$/m/s")                  # tekst på y-akse
title("Fart som funksjon av tid")  # tittel
grid()                             # viser rutenett
show()                             # viser graf
```

Når programmet kjører, får vi denne posisjonsgrafen:



Vi får denne fartsgrafen:



c $F_\text{m} = ILB = \dfrac{\varepsilon}{R} \cdot LB = \dfrac{vBL}{R} \cdot LB = \dfrac{vB^2L^2}{R}$

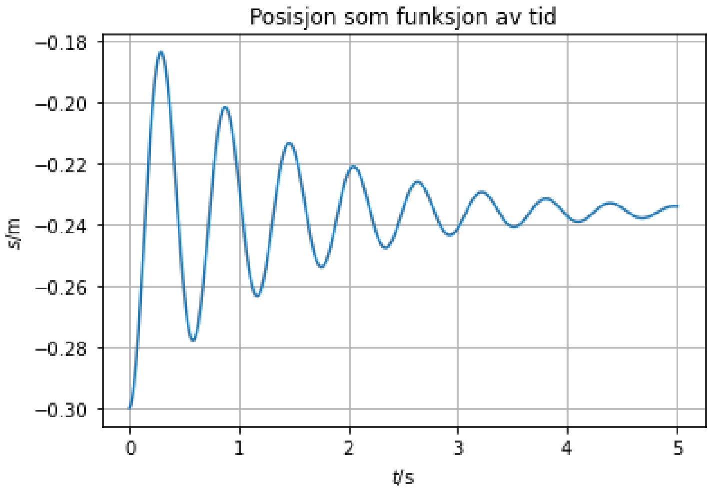
d Vi legger til verdier for lengden av stanga, resistans og magnetfelt, gjør akselerasjonen til en funksjon av både posisjon og fart, og lar kraftsummen også inneholde den magnetiske kraften. Programmet ser nå slik ut:

```
from pylab import *

# Konstanter og tall
m = 0.035                          # masse, kg
g = 9.81                           # tyngdeakselerasjon, m/s^2
k = 2.0                            # fjærkonstant, N/m
```

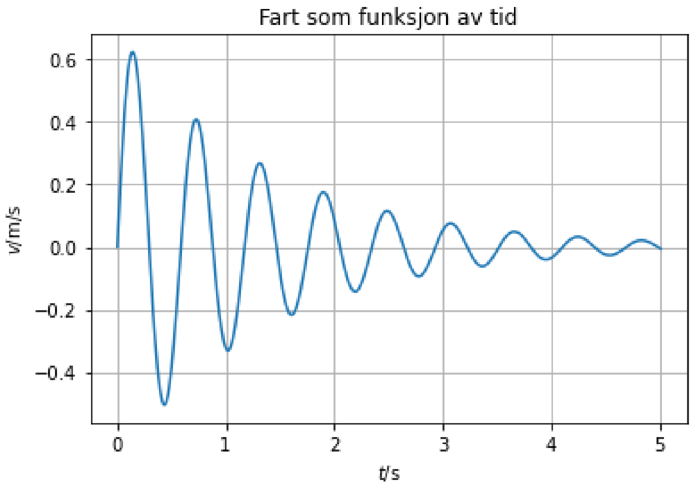
```
l = 0.15                            # lengder til fjærer, m
L = 0.20                            # lengde til stang, m
R = 0.20                            # resistans, Ohm
B = 0.50                            # magnetfelt, T

# Posisjon, fart, tid
s = -0.30                           # startposisjon, m (fra opphengspunkt)
v = 0                               # startfart, m/s
t = 0                               # starttid, s
dt = 0.01                           # tiddsteg, s

s_verdier = [s]                     # liste med verdier for posisjon
v_verdier = [v]                     # liste med verdier for fart
t_verdier = [t]                     # liste med verdier for tid

#Konstant kraft
G = -m*g                            # tyngdekraft, N

# Funksjon som beregner og returnerer akselerasjon
def a(s, v):
    dx = s + l                      # endring i lengde, m.
    F = -k*dx                       # beregning av fjærkraft, N
    F_m = -v*B**2*L**2/R            # beregning av magnetisk kraft, N
    F_sum = 2*F + G + F_m           # beregner kraftsum, N
    aks = F_sum/m                   # beregner akselerasjon, m/s^2
    return aks                      # returnerer akselerasjon

# Løkke som regner ut nye verdier for fart posisjon og tid
while t < 5:                        # løkke som varer fem sekunder
    v = v + a(s, v)*dt              # beregner ny fart
    s = s + v*dt                    # beregner ny posisjon
    t = t + dt                      # beregner ny tid

    s_verdier.append(s)             # legger ny posisjon i liste
    v_verdier.append(v)             # legger ny fart i liste
    t_verdier.append(t)             # legger ny tid i liste

# Plotter posisjon
plot(t_verdier, s_verdier)
xlabel("$t$/s")                     # tekst på x-akse
ylabel("$s$/m")                     # tekst på y-akse
title("Posisjon som funksjon av tid") # tittel
grid()                              # viser rutenett
show()                              # viser graf

# Plotter fart
plot(t_verdier, v_verdier)
xlabel("$t$/s")                     # tekst på x-akse
```

```
ylabel("$v$/m/s")                # tekst på y-akse
title("Fart som funksjon av tid")  # tittel
grid()                           # viser rutenett
show()                           # viser graf
```

Når programmet kjører, får vi denne posisjonsgrafen:



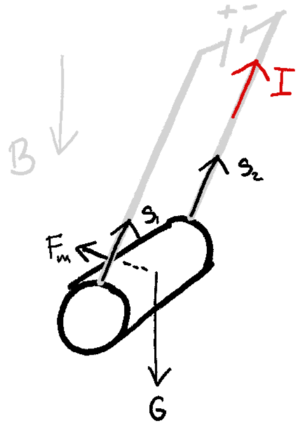
Vi får denne fartsgrafen:



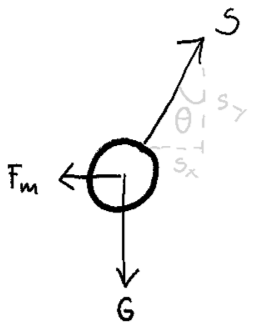
Vi ser at svingningene dempes slik at farten går mot null, og posisjonen går mot 24 cm, noe som stemmer med oppgave a (merk at posisjonen ser ut til å være litt forskjøvet fra 24 cm. Avviket skyldes den ganske grove avrundingen i oppgave a).

7.48

a Det virker en tyngdekraft, snorkrefter langs ledningene og en vannrett magnetisk kraft på huska. Strømretningen går mot negativ pol.



b Vi velger å tegne en ny figur som forenkler situasjonen ytterligere. Her er $S = S_1 + S_2$ den samlede snorkraften som virker fra de to ledningene på huska:

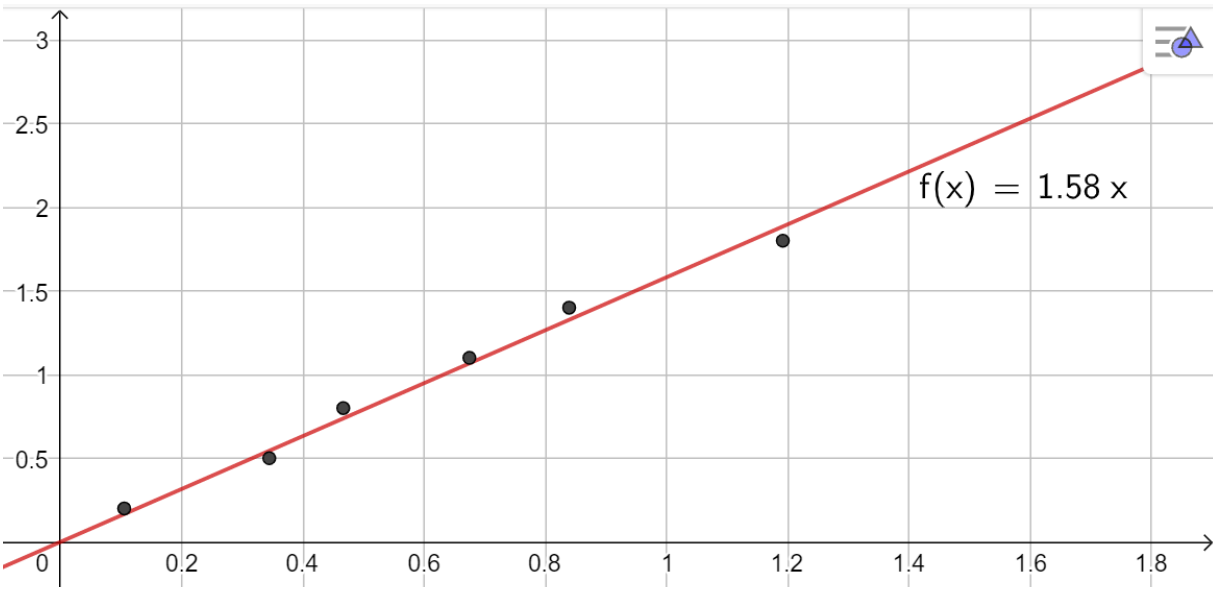


Kraften på en elektrisk lader i magnetfelt er $F_\mathrm{m} = ILB$.

Fra Newtons første lov vet vi at $S_x = F_\mathrm{m}$ og $S_y = G$ for at summen av kreftene skal være lik null både i *x*- og *y*-retning. Vi har da:

$$\tan\theta = \frac{S_x}{S_y} = \frac{F_\mathrm{m}}{G} = \frac{ILB}{mg} \quad \Rightarrow \quad I = \frac{mg\tan\theta}{LB}$$

c Vi bruker Geogebra til å gjennomføre en regresjonsanalyse. Vi forventer at strømmen skal være en tilnærmet lineær funksjon av $\tan\theta$. Når vi bruker $\tan\theta$ på x-aksen og strømmen på y-aksen, får vi funksjonen $I(\theta) = 1{,}58\tan\theta$.



d Vi sammenlikner svaret på oppgave c med formelen i oppgave b:

$$\frac{mg\tan\theta}{LB} = 1{,}58\tan\theta\ \text{A} \quad\Rightarrow\quad \frac{mg}{LB} = 1{,}58\ \text{A}$$

$$\Rightarrow\quad B = \frac{mg}{L\cdot 1{,}58\ \text{A}} = \frac{5{,}0\cdot 10^{-3}\ \text{kg}\cdot 9{,}81\ \text{m/s}^2}{0{,}15\ \text{m}\cdot 1{,}58\ \text{A}} = \underline{\underline{0{,}21\ \text{T}}}$$

e Når huska settes i bevegelse, vil fluksen gjennom strømsløyfa variere, og det vil induseres en strøm i kretsen. Det vil da virke en magnetisk kraft på lederstykket. Fra høyrehåndsregelen for kraft på elektrisk leder i magnetfelt, eller ved å argumentere med Lenz' regel, vet vi at kraften hele tiden virker mot fartsretningen. Svingningene vil derfor dempes.

7.49

a $v = \frac{s}{t} = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2\pi}{T} r = \omega r$, der T er tiden det tar for én omdreining.

b Vi kan se på feltet som et lederstykke med lengde dr. Spenningen over det er da

$d\varepsilon = vLB = \omega r\cdot \mathrm{d}r\cdot B = \omega B r\,\mathrm{d}r$

c $\varepsilon = \int_0^R \mathrm{d}\varepsilon = \int_0^R \omega B r\,\mathrm{d}r = \omega B\int_0^R r\,\mathrm{d}r = \omega B\cdot\left[\frac{1}{2}r^2\right]_0^R = \frac{1}{2}\omega B R^2$

d Vi bruker høyrehåndsregelen for kraft på elektrisk ladning i magnetfelt, og finner at strømmen i kretsen har retning fra S til A (utover) gjennom Faraday-disken.

e $\varepsilon = \frac{1}{2}\omega B R^2 \quad\Rightarrow\quad \omega = \frac{2\varepsilon}{BR^2} = \frac{2\cdot 0{,}50\ \text{V}}{0{,}015\ \text{T}\cdot(0{,}20\ \text{m})^2} = \underline{\underline{1{,}7\cdot 10^3\ \text{rad/s}}}$

KAPITTELTEST

Oppgave 1

Når den første magneten svinger ut og inn av spolen under den, vil magnetfeltet i spolen variere i styrke. Dette induserer en vekselstrøm i begge spolene siden de koblet sammen. En vekselstrøm i den andre spolen vi gi et varierende magnetfelt som vekselvis tiltrekker og frastøter den andre magneten. Siden begge magnetene naturlig vil svinge med samme frekvens (egenfrekvensen til systemene) forsterkes svingningene til den andre magneten gradvis. Avhengig av hvilken vei de to spolene er koblet sammen vil magnetene etter hvert enten svinge i fase eller i motfase.

Oppgave 2

a Fra den konstante delen av grafen ser vi at fluksen når spolen er helt inne i magnetfeltet er 8,0 mWb. Vi bruker definisjonen av fluksen, , og finner at $B = \frac{\Phi}{A} = \frac{8{,}0\cdot 10^{-3}\ \text{Wb}}{(0{,}10\ \text{m})^2} = \underline{\underline{0{,}80\ \text{T}}}$

b Vi ser at det tar 0,065 s fra vogna begynner å kjøre inn i magnetfeltet til den er helt inne og fluksen er konstant. Farten er da $v = \frac{s}{t} = \frac{0{,}10}{0{,}065} = 1{,}5385\ \text{m/s} = \underline{\underline{1{,}5\ \text{m/s}}}$

c *Alternativ 1: Faradays induksjonslov:*

Vi ser på den første delen av grafen og finner at emsen har størrelse

$$|\varepsilon| = |\Phi'(t)| = \left|\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right| = \left|\frac{8{,}0\cdot 10^{-3}\ \text{Wb} - 0\ \text{Wb}}{0{,}065\ \text{s} - 0\ \text{s}}\right| = 0{,}1231\ \text{V} = \underline{\underline{0{,}12\ \text{V}}}.$$

Alternativ 2: Formel for indusert spenning på lederstykke i fart:

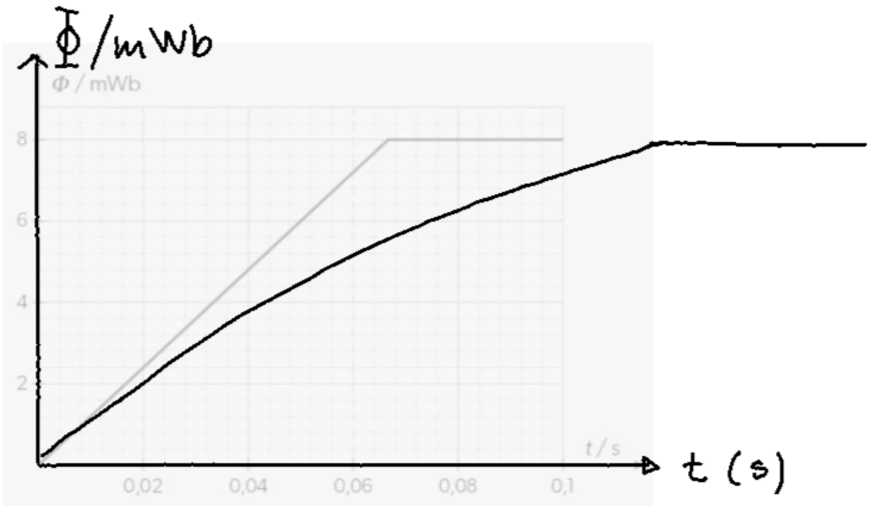
$|\varepsilon| = |vBL| = 1{,}5385\ \text{m/s}\cdot 0{,}80\ \text{T}\cdot 0{,}10\ \text{m} = 0{,}1231\ \text{V} = \underline{\underline{0{,}12\ \text{V}}}$.

d Kraften på vogna er $F = ILB = \frac{\varepsilon LB}{R}$. Vi bruker Newtons andre lov, og finner at størrelsen på akselerasjonen er

$$a = \frac{F}{m} = \frac{\varepsilon BL}{mR} = \frac{vB^2L^2}{mR} = \frac{1{,}5\ \text{m/s} \cdot (0{,}80\ \text{T})^2 \cdot (0{,}10\ \text{m})^2}{0{,}130\ \text{kg} \cdot 0{,}018\ \Omega} = 4{,}1026\ \text{m/s}^2 = 4{,}1\ \text{m/s}^2.$$

Siden kraften virker mot fartsretningen, vil akselerasjonen være negativ.

e vogna vil bevege seg saktere og saktere, så fluksendringen vil bli stadig mindre. Grafen får derfor en form som ser omtrent slik ut:



Merk: Vi har valgt å tegne grafen inn i samme koordinatsystem som i oppgaven for at formen skal komme tydelig fram. Dette er bare en skisse, og tallverdiene stemmer ikke.

Oppgave 3

a Fluksen er $\Phi(t) = BA\cos(\omega t) = BA\cos\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t\right) = BA\cos\left(\frac{2\pi}{1/50} \cdot t\right) = BA\cos(100\pi \cdot t)$

Emsen er da:

$$\varepsilon = -N\Phi'(t) = -NBA\left(-\sin(100\pi \cdot t)\right) \cdot 100\pi = 100\pi \cdot NBA \cdot \sin(100\pi \cdot t)$$
$$= 100\pi \cdot 500 \cdot 0{,}22\ \text{T} \cdot 0{,}29\ \text{m}^2 \cdot \sin(100\pi \cdot t) = \underline{\underline{1{,}0 \cdot 10^4 \cdot \sin(100\pi \cdot t)}}$$

b $\varepsilon_e = \frac{\varepsilon_m}{\sqrt{2}} = \frac{1{,}0 \cdot 10^4\ \text{V}}{\sqrt{2}} = 7086\ \text{V} = \underline{\underline{7{,}1\ \text{kV}}}$

c $\frac{N_p}{N_s} = \frac{U_p}{U_s} = \frac{7086\ \text{V}}{400\ \text{V}} = \underline{\underline{18}}$

d Jo høyere spenning, jo lavere blir strømmen vi overfører. Overføringskabelen er ikke ideell, men har en resistans R slik at effekttapet i kabelen er $P = RI^2$. Jo større strømmen er, jo mer av den nyttige energien vil gå tapt i form av termisk energi i kabelen.

e På grunn av energibevaring har vi at effekten til kraftverket er lik effekten til kabelen pluss effekten på fabrikksiden før spenningen transformeres ned: $P_{kv} = P_{kab} + P_{fab}$.

Effekten på fabrikken før transformasjonen er: $P_{fab} = \frac{500\ \text{kW}}{0{,}96} = 521\ \text{kW}$.

Effekten i kabelen er: $P_{kab} = R_{kab}I^2 = 2{,}0 \cdot I^2$

Effekten til kraftverket er $P_{kv} = U_{kv} \cdot I = 7086 \cdot I$

Vi får andregradslikningen: $7086 \cdot I = 2 \cdot I^2 + 521\,000$

Vi løser likningen i CAS, og finner:

1	$7086 \cdot I = 2 \cdot I^2 + 521000$
	→ $\mathbf{7086\ I = 2\ I^2 + 521000}$
2	NLøs($1, I)
	≈ $\mathbf{\{I = 75.12, I = 3467.88\}}$

Vi ser at vi får to løsninger. For å finne riktig løsning velger vi å regne ut strømmen i fabrikken: $I_{\text{fab}} = \dfrac{P_{\text{fab}}}{U_{\text{fab}}} = \dfrac{500 \cdot 10^3\ \text{W}}{400\ \text{V}} = 1250\ \text{A}$. Med den andre løsningen får vi større strøm i kraftverket enn på fabrikksiden. Riktig løsning må derfor være at kraftverket leverer en effektivstrøm på 75 A.