8 Kvantefysikk

8.1

a Vi bruker formelen fra fotoelektrisk effekt:

$$E_\text{k} = hf - W \quad \Rightarrow \quad W = hf - E_\text{k}$$

$$W \Rightarrow \; = 6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \text{Js} \cdot 2{,}00 \cdot 10^{15}\ \text{Hz} - 6{,}4 \cdot 10^{-19}\ \text{J} = 6{,}86 \cdot 10^{-19}\ \text{J} = \underline{\underline{6{,}9 \cdot 10^{-19}\ \text{J}}} = \underline{\underline{0{,}69\ \text{aJ}}}$$

b Vi setter den kinetiske energien lik null, og bruker at $f = \frac{c}{\lambda}$. Da får vi:

$$hf - W = 0 \quad \Rightarrow \quad hf = W \quad \Rightarrow \quad \frac{hc}{\lambda} = W \quad \Rightarrow \quad \lambda = \frac{hc}{W}$$

Løsrivningsarbeidet er bestemt av metallet, og er det samme som vi fant i oppgave a. Da er

$$\lambda = \frac{hc}{W} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \text{Js} \cdot 3{,}00 \cdot 10^{8}\ \text{m/s}}{6{,}86 \cdot 10^{-19}\ \text{J}} = 2{,}8994 \cdot 10^{-7}\ \text{m} = \underline{\underline{2{,}9 \cdot 10^{-7}\ \text{m}}}$$

Dette tilsvarer omtrent 290 nm.

c Vi prøver å regne ikke-relativistisk:

$$E_\text{k} = hf - W \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{2}mv^2 = hf - W$$

$$\Rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{2(hf - W)}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot \left(6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \text{Js} \cdot 1{,}12 \cdot 10^{15}\ \text{Hz} - 6{,}86 \cdot 10^{-19}\ \text{J}\right)}{9{,}1094 \cdot 10^{-31}\ \text{kg}}} = \underline{\underline{3{,}5 \cdot 10^{5}\ \text{m/s}}}$$

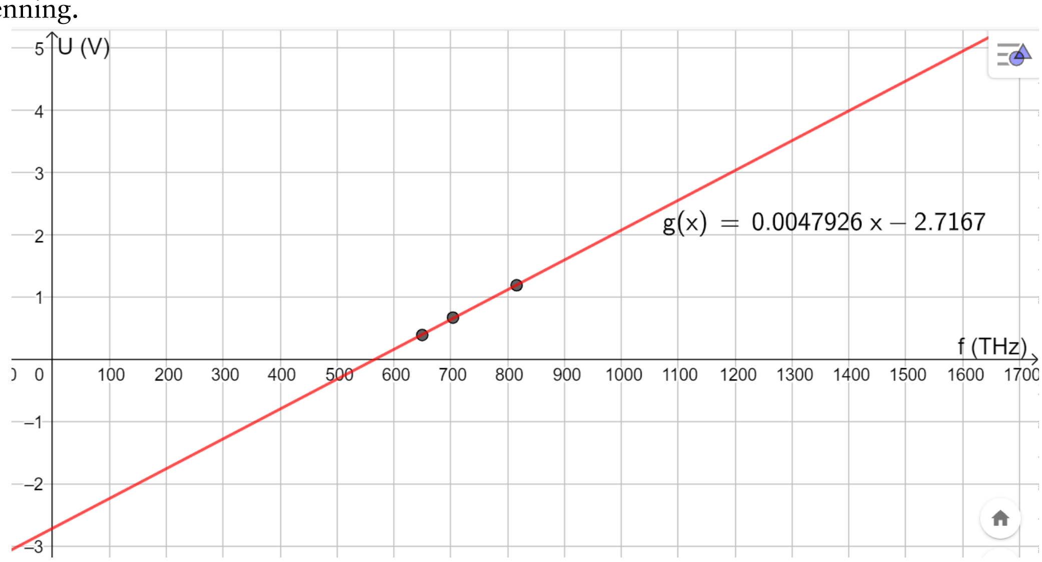
Farten er under 10 % av lyshastigheten, så vi trengte ikke å regne relativistisk i dette tilfellet.

8.2

Hvis vi øker lysstyrken blir det flere fotoner som treffer metallplata, så det vil bli frigjort flere elektroner fra plata. Siden hvert enkelt foton har samme energi som før, vil den kinetiske energien til elektronene forbli den samme.

8.3

a Vi bruker GeoGebra til å gjøre regresjonen, og velger å finne en lineær modell. Det er funksjonen $U = 0{,}0047926f - 2{,}7167$ som best viser sammenhengen mellom frekvens og spenning.



Vi sammenlikner med sammenhengen vi så i eksempel 2: $U = \frac{h}{e}f - \frac{W}{e}$:

$$\frac{W}{e} = 2{,}7167\ \text{V} \quad \Rightarrow \quad W = 2{,}7167\ \text{eV} = 2{,}7167\ \text{V} \cdot 1{,}60 \cdot 10^{-19}\ \text{C} = \underline{\underline{4{,}3 \cdot 10^{-19}\ \text{J}}} = \underline{\underline{0{,}43\ \text{aJ}}}$$

b Vi bruker stigningstallet fra funksjonen vi fant, og ser at $\frac{h}{e} = 0{,}0047926 \cdot 10^{-12}\ \text{Vs}$. Vi får faktoren 10^{-12} fordi frekvensen er oppgitt i THz. Når vi løser for Plancks konstant, får vi:
$h = 0{,}0047926 \cdot 10^{-12}\ \text{Vs} \cdot 1{,}60 \cdot 10^{-19}\ \text{C} = 7{,}668 \cdot 10^{-34}\ \text{Js} = \underline{\underline{7{,}7 \cdot 10^{-34}\ \text{Js}}}$. Vi sammenlikner med den faktiske verdien for Plancks konstant, og finner at avviket er

$$\frac{7{,}668 \cdot 10^{-34}\ \text{Js} - 6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \text{Js}}{6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \text{Js}} = 0{,}16 = 16\ \%$$

8.4

a $$p_\text{f} = \frac{hf}{c} = \frac{h}{\lambda} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \text{Js}}{400 \cdot 10^{-9}\ \text{m}} = \underline{\underline{1{,}66 \cdot 10^{-27}\ \text{kgm/s}}}$$

b $$p_\text{f} = \frac{hf}{c} \quad \Rightarrow \quad f = \frac{p_\text{f} c}{h} = \frac{1{,}22 \cdot 10^{-21}\ \text{kgm/s} \cdot 3{,}00 \cdot 10^{8}\ \text{m/s}}{6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \text{Js}} = \underline{\underline{5{,}52 \cdot 10^{20}\ \text{H}}}$$

8.5

a Vi finner endringen i bølgelengde:

$$\Delta\lambda = \frac{h}{m_\text{e} c}(1 - \cos\theta) = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \text{Js}}{9{,}1094 \cdot 10^{-31}\ \text{kg} \cdot 3{,}00 \cdot 10^{8}\ \text{m/s}}\left(1 - \cos 60^\circ\right) = 1{,}21 \cdot 10^{-12}\ \text{m}$$

Vi finner den nye bølgelengden:

$$\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1 \quad \Rightarrow \quad \lambda_2 = \Delta\lambda + \lambda_1 = 7{,}40 \cdot 10^{-12}\ \text{m} + 1{,}21 \cdot 10^{-12}\ \text{m} = 8{,}61 \cdot 10^{-12}\ \text{m} = \underline{\underline{8{,}6 \cdot 10^{-12}\ \text{m}}}$$

b Siden den samlede energien er bevart, får elektronet den energien som fotonet mister:

$$\Delta E_\text{k} = -\Delta E_\gamma = -hc\left(\frac{1}{\lambda_2} - \frac{1}{\lambda_1}\right)$$

$$= -6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \text{Js} \cdot 3{,}00 \cdot 10^{8}\ \text{m/s}\left(\frac{1}{8{,}61 \cdot 10^{-12}\ \text{m}} - \frac{1}{7{,}40 \cdot 10^{-12}\ \text{m}}\right) = \underline{\underline{3{,}8 \cdot 10^{-15}\ \text{J}}}$$

c $$\Delta p = p_2 - p_1 = \frac{h}{\lambda_2} - \frac{h}{\lambda_1} = 6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \text{Js} \cdot \left(\frac{1}{7{,}40 \cdot 10^{-12}\ \text{m}} - \frac{1}{8{,}61 \cdot 10^{-12}\ \text{m}}\right) = 1{,}3 \cdot 10^{-23}\ \text{kgm/s}$$

Absoluttverdien av fotonets bevegelsesmengde blir $1{,}3 \cdot 10^{-23}\ \text{kgm/s}$ mindre enn den var før støtet.

8.6

a Vi finner først endringen den nye bølgelengden til fotonet:

$$\Delta\lambda = \frac{h}{m_\text{p} c}(1 - \cos\theta) = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \text{Js}}{1{,}6726 \cdot 10^{-27}\ \text{kg} \cdot 3{,}00 \cdot 10^{8}\ \text{m/s}}\left(1 - \cos 60^\circ\right) = 6{,}61 \cdot 10^{-16}\ \text{m}$$

$$\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1 \quad \Rightarrow \quad \lambda_2 = \Delta\lambda + \lambda_1 = 7{,}40 \cdot 10^{-12}\ \text{m} + 6{,}61 \cdot 10^{-16}\ \text{m} = 7{,}400666 \cdot 10^{-12}\ \text{m}$$

Den kinetiske energien til protonet er da lik den energien som fotonet mister:

$$\Delta E_k = -\Delta E_\gamma = -hc\left(\frac{1}{\lambda_2}-\frac{1}{\lambda_1}\right)$$
$$= -6{,}63\cdot 10^{-34}\ \text{Js}\cdot 3{,}00\cdot 10^{8}\ \text{m/s}\left(\frac{1}{7{,}400666\cdot 10^{-12}\ \text{m}}-\frac{1}{7{,}40\cdot 10^{-12}\ \text{m}}\right) = -2{,}42\cdot 10^{-18}\ \text{J}$$

Vi finner farten til protonet etter støtet:

$$\Delta E_k = \frac{1}{2}mv^2 \quad\Rightarrow\quad v=\sqrt{\frac{2\Delta E_k}{m}} = \sqrt{\frac{2\cdot 2{,}42\cdot 10^{-18}\ \text{J}}{1{,}6726\cdot 10^{-27}\ \text{kg}}} = \underline{\underline{5{,}4\cdot 10^{4}\ \text{m/s}}} = \underline{\underline{54\ \text{km/s}}}$$

b Fra formelen $\Delta\lambda = \frac{h}{mc}(1-\cos\theta)$ ser vi at $\Delta\lambda$ er mindre når massen er større. Med en mindre endring i bølgelengde, vil det også være mindre endring i størrelsen til bevegelsesmengden. Siden fotonet har samme retning som før, vil endringen være mindre både i x- og y-retning. Når vi i tillegg vet at protonet har større masse enn elektronet, må farten bli langt lavere for protonet enn for elektronet.

8.7

a $p = \frac{h}{\lambda} = \frac{6{,}63\cdot 10^{-34}\ \text{Js}}{2{,}59\cdot 10^{-9}\ \text{m}} = \underline{\underline{2{,}56\cdot 10^{-25}\ \text{kgm/s}}}$

b Vi finner et uttrykk for bølgelengden som funksjon av bevegelsesmengden:

$$p=\frac{h}{\lambda} \quad\Rightarrow\quad \lambda=\frac{h}{p}$$

Hvis vi regner klassisk får vi:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} = \frac{6{,}63\cdot 10^{-34}\ \text{Js}}{9{,}1094\cdot 10^{-31}\ \text{kg}\cdot 0{,}1\cdot 3{,}00\cdot 10^{8}\ \text{m/s}} = 2{,}43\cdot 10^{-11}\ \text{m} = 24{,}3\ \text{pm}$$

Hvis vi regner relativistisk får vi:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\gamma mv} = \frac{h\sqrt{1-v^2/c^2}}{mv} = \frac{6{,}63\cdot 10^{-34}\ \text{Js}\cdot\sqrt{1-0{,}1^2}}{9{,}1094\cdot 10^{-31}\ \text{kg}\cdot 0{,}1\cdot 3{,}00\cdot 10^{8}\ \text{m/s}} = 2{,}41\cdot 10^{-11}\ \text{m} = 24{,}1\ \text{pm}$$

Vi ser at vi får en bølgelengde som er 0,2 pm større dersom vi regner klassisk.
Vi ser også at

$$\frac{\lambda_{\text{kl}}}{\lambda_{\text{rel}}} = \frac{\frac{h}{mv}}{\frac{h}{\gamma mv}} = \gamma = 1{,}005$$

Den klassiske bølgelengden er altså omtrent en halv prosent større enn den relativistiske når farten er 10 % av lysfarten.

8.8

Når farten til partikkelen nærmer seg lyshastigheten, vil bevegelsesmengden gå mot uendelig, og bølgelengden $\lambda = \frac{h}{p}$ **vil gå mot null.**

8.9

$$\Delta x\cdot\Delta p \ge \frac{h}{4\pi} \quad\Rightarrow\quad \Delta p \ge \frac{h}{4\pi\cdot\Delta x}$$

Den minste uskarpheten i bevegelsesmengde vil da være

$$\Delta p = \frac{h}{4\pi \cdot \Delta x} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}\ \text{Js}}{4\pi \cdot \left(1,67 \cdot 10^{-6}\ \text{m}/2\right)} = \underline{\underline{6,32 \cdot 10^{-29}\ \text{kgm/s}}}$$

8.10

Når fotonene passerer gjennomspalteåpningen, blir posisjonen til fotonene bestemt nokså nøyaktig. Dette gir en stor uskarphet i bevegelsesmengden, og fotonene har ikke lengre en presist bestemt fartsretning. Dette vil vi oppfatte som avbøyning av lyset.

8.11

Vi vet at nøytroner består av tilsammen tre opp- og nedkvarker. For at ladningen skal bli lik null, må vi ha én oppkvark ($q = \frac{2}{3}e$) og to nedkvarker ($q = -\frac{1}{3}e$).

8.12

I eksempelet får begge fotonene samme energi. Dersom bevegelsesmengden på tvers av myonenes bevegelsesretning skal være lik null, må vinkelen mellom aksen og retningen til hvert foton være den samme. Den eneste måten dette kan være mulig på, uten at bevegelsesmengden til fotonene er lik null, er om begge beveger seg mot venstre etter kollisjonen.

8.13

a Hvileenergien til partiklene er mc^2, og siden vi kan regne ikke-relativistisk er den kinetiske energien til partiklene $\frac{1}{2}mv^2$. Vi antar at fotonene får samme energi. Da er:

$$2E_\gamma = 2mc^2 + \frac{1}{2}mv_\text{e}^2 + \frac{1}{2}mv_\text{p}^2 \quad \Rightarrow \quad E_\gamma = mc^2 + \frac{1}{4}m\left(v_1^2 + v_2^2\right)$$

Når vi setter inn tall, får vi:

$$E_\gamma = 9,1094 \cdot 10^{-31}\ \text{kg} \cdot \left(3,00 \cdot 10^8\ \text{m/s}\right)^2 + \frac{1}{4} \cdot 9,1094 \cdot 10^{-31}\ \text{kg} \cdot \left(\left(1,00 \cdot 10^6\ \text{m/s}\right)^2 + \left(5,00 \cdot 10^6\ \text{m/s}\right)^2\right)$$

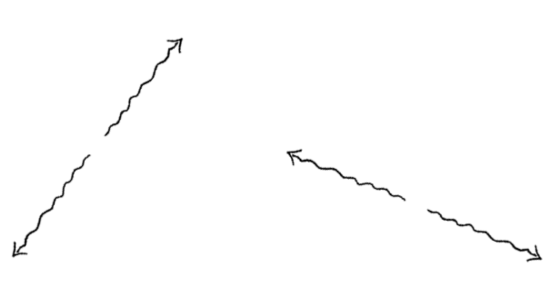
$$= 8,1991 \cdot 10^{-14}\ \text{J} = \underline{\underline{8,20 \cdot 10^{-14}\ \text{J}}} = \underline{\underline{82,0\ \text{fJ}}}$$

b Hvileenergien til to like massive partikler skal fordeles likt på to fotoner. Da er:

$$E_\gamma = mc^2 = 9,1094 \cdot 10^{-31}\ \text{kg} \cdot \left(3,00 \cdot 10^8\ \text{m/s}\right)^2 = 8,1985 \cdot 10^{-14}\ \text{J} = \underline{\underline{8,20 \cdot 10^{-14}\ \text{J}}} = \underline{\underline{82,0\ \text{fJ}}}$$

Vi ser at vi får samme svar som i oppgave a. Dette betyr at partiklenes kinetiske energi er langt mindre enn deres hvileenergi, selv ved disse hastighetene.

c I tilfelle b, der partiklene var i ro, vil fotonene få motsatt retning. Vi vet ikke noe om akkurat hvilken retning de vil få.



For fotonene i oppgave a er situasjonen litt annerledes. De vil ha en samlet bevegelsesmengde på tvers av partiklenes fartsretning er lik null, så fotonene må få samme vinkel med fartsretningen. Samlet bevegelsesmengde langs fartsretningen må være lik $m(v_1 + v_2)$. Vi har derfor

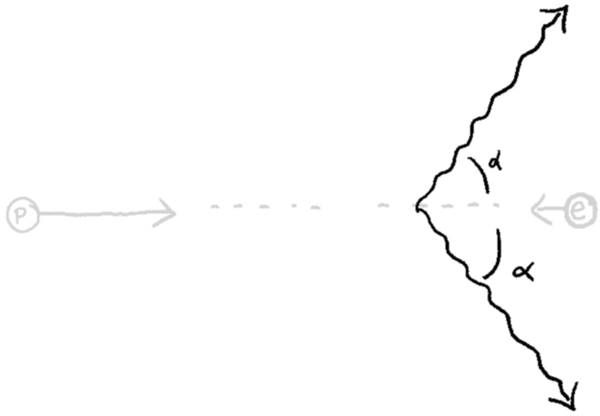
$$p_{\text{før}} = p_{\text{etter}} \quad \Rightarrow \quad m(v_1 + v_2) = 2 \cdot \frac{h}{\lambda} \cdot \cos\alpha = \frac{2E_\gamma}{c} \cdot \cos\alpha \,.$$

Vi løser for vinkelen, og finner:

$$\alpha = \cos^{-1}\left(\frac{mc(v_1 + v_2)}{2E_\gamma}\right)$$

$$= \cos^{-1}\left(\frac{9{,}1094 \cdot 10^{-31}\ \text{kg} \cdot 3{,}00 \cdot 10^{8}\ \text{m/s} \cdot \left(5{,}00 \cdot 10^{6}\ \text{m/s} - 1{,}00 \cdot 10^{6}\ \text{m/s}\right)}{2 \cdot 8{,}1991 \cdot 10^{-14}\ \text{J}}\right) = 89{,}4^\circ$$

Fotonene vil avbøyes under én grad i samme retning som fartsretningen til positronet (for å vise avbøyningen er vinkelen er sterkt overdrevet på figuren!).



8.14

a Hvileenergien til et elektron eller positron er

$$E_0 = m_e c^2 = 9{,}1094 \cdot 10^{-31}\ \text{kg} \cdot \left(3{,}00 \cdot 10^{8}\ \text{m/s}\right)^2 = 8{,}1985 \cdot 10^{-14}\ \text{J}$$

Fotonet må minst ha en energi lik summen av masseenergiene til de to partiklene:

$$E_\gamma = 2E_0 = 2 \cdot 8{,}1985 \cdot 10^{-14}\ \text{J} = 1{,}6397 \cdot 10^{-13}\ \text{J} = \underline{\underline{1{,}64 \cdot 10^{-13}\ \text{J}}} = \underline{\underline{164\ \text{fJ}}}$$

b $E_\gamma = 2E_0 + \Sigma E_\text{k} = 1{,}6397 \cdot 10^{-13}\ \text{J} + 2{,}05 \cdot 10^{-15}\ \text{J} = \underline{\underline{1{,}66 \cdot 10^{-13}\ \text{J}}} = \underline{\underline{166\ \text{fJ}}}$

c $E_\gamma = 2E_0 + 2E_\text{k} \quad \Rightarrow \quad hf = 2E_0 + 2 \cdot \left(\frac{1}{2}mv^2\right) = 2E_0 + mv^2$

Når vi løser for farten, får vi

$$v = \sqrt{\frac{hf - 2E_0}{m}} = \sqrt{\frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \text{Js} \cdot 2{,}475 \cdot 10^{20}\ \text{Hz} - 2 \cdot 8{,}1985 \cdot 10^{-14}\ \text{J}}{9{,}1094 \cdot 10^{-31}\ \text{kg}}} = \underline{\underline{1{,}16 \cdot 10^{7}\ \text{m/s}}}$$

8.15

a Uskarphetsprinsippet for energi og tid gir oss at $\Delta E \cdot \Delta t \geq \frac{h}{4\pi} \quad \Rightarrow \quad \Delta t \geq \frac{h}{4\pi \cdot \Delta E}$.

Den minste levetiden er da

$$\Delta t = \frac{h}{4\pi \cdot \Delta E} = \frac{h}{4\pi \cdot c^2 \Delta m} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \text{Js}}{4\pi \cdot \left(3{,}00 \cdot 10^{8}\ \text{m/s}\right)^2 \cdot 5{,}1 \cdot 10^{-37}\ \text{kg}} = \underline{\underline{1{,}1 \cdot 10^{-15}\ \text{s}}} = \underline{\underline{1{,}1\ \text{fs}}}$$

b Vi så i oppgave a at den minste mulige levetiden til protonet er svært liten. Hvis protonet kunne henfalle til andre partikler, burde vi ha observert det svært ofte. Siden vi ikke har observert slike henfall, regner vi med at protonet er stabilt.

8.16

a På grunn av uskarphetsrelasjonen mellom energi og tid kan vi ikke si at energien er skarpt lik null i vakuum.
b Hvis ikke levetiden var svært kort, ville det utfordre loven om bevaring av energi. Uskarpheten i energi må være stor nok til at det dannes et partikkel-/antipartikkel-par. Dette gir en idé om størrelsesordenen på levetiden.
c Partiklene har så kort levetid at de ikke kan observeres direkte.

8.17

-

8.18

a Før feltet måles vet vi bare at retningene til foton A og B enten alltid må være like eller alltid må være ulike.
b Fra forrige forsøk så vi at retningene var like. Da må resultatet av målingen på B også gi at polarisasjonsretningen er horisontal.
c Siden foton B ikke hadde noen bestemt svingeretning før vi målte på foton A, virker det som om det sendes informasjon over en avstand uten at det tar noe tid. Dette bryter tilsynelatende med regelen om at ingenting kan bevege seg raskere enn lysfarten.
d Etter den første målingen er sammenfiltringen brutt, så vi vet ingenting om polarisasjonsretningen til B.

8.19

a Ingen partikler kan ha en skarpt bestemt posisjon og bevegelsesmengde. Dette skyldes partiklene bølgenatur. Siden bølgefunksjonen til en partikkel gir sannsynligheten for at vi finner partikkelen et bestemt sted dersom vi måler den, vil uskarphetsrelasjonen gjøre det mulig at en liten del av bølgen kommer forbi energibarrieren så lengde den ikke er uendelig stor, slik at det er en liten sannsynlighet for at vi finner partikkelen på den andre siden. Dette kalles *tunnelering*.
b Siden vi ikke vet akkurat hvor en partikkel er, kan vi heller ikke vite akkurat når vi kommer til å finne den på utsiden av kjernen. Jo større energibarriere partikkelen må passere for å slippe ut av atomkjernen, jo mindre sannsynlig er det å finne at partikkelen har sluppet ut, og jo lengre tid vil det i gjennomsnitt ta. Dette gir opphavet til de forskjellige stoffenes halveringstid, den tiden da halvparten av kjernene har gjennomgått den radioaktive prosessen.

8.20

Hvis dette «noe» bare har bølgeegenskaper, vil vi finne et interferensmønster bak åpningene. Dette interferensmønsteret blir stadig sterkere. Det vil ikke bygges opp av enkelt-treff.

Hvis «noe» bare har partikkelegenskaper, vil vi finne alle treffene direkte bak de to åpningene.

8.21

Bølger kan være på samme sted, og vil heller «gå gjennom» hverandre og for en tid danne et interferensmønster. Partikler kan ikke være på samme sted. De fleste fysikere er derfor enige om at det er partikkelmodellen som passer best når vi skal forklare at protonene kolliderer.

8.22

For at detektoren skal registerer ERGO2n-er, må ERGO2n-ene bevege seg gjennom spalteåpningen, og deretter bli avbøyd. De fleste fysikere vil nok være enige om at en modell der vi bygger på bølgeegenskaper, der ERGO2n-bølgene spres etter å ha passert åpningen, passer best når vi skal forklare fenomenet.

8.23

På den ene siden frigjøres en helt bestemt energimengde når fotonene sendes ut. Dette passer godt med en partikkelmodell for strålingen. På den andre siden har fotonene en farge, noe som passer best med en bølgemodell. Vi bruker derfor begge modeller dersom vi skal forklare hva som skjer i Bohrs atommodell.

8.24

$$E_f = hf = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6{,}63\cdot 10^{-34}\ \text{Js}\cdot 3{,}00\cdot 10^{8}\ \text{m/s}}{300\cdot 10^{-9}\ \text{m}} = \underline{\underline{6{,}63\cdot 10^{-19}}}\ \text{J} = \underline{\underline{0{,}663\ \text{aJ}}}$$

8.25

a $E_f = hf = 6{,}63\cdot 10^{-34}\ \text{Js}\cdot 89{,}1\cdot 10^{6}\ \text{Hz} = 5{,}9073\cdot 10^{-26}\ \text{J} = \underline{\underline{5{,}91\cdot 10^{-26}\ \text{J}}}$

b $P = \dfrac{W}{t} = \dfrac{nE_f}{t} = \dfrac{2{,}00\cdot 10^{29}\cdot 5{,}9073\cdot 10^{-26}\ \text{J}}{1\ \text{s}} = \underline{\underline{1{,}18\cdot 10^{4}}}\ \text{W} = \underline{\underline{11{,}8\ \text{kW}}}$

8.26

$$P = \frac{W}{t} = \frac{nE_f}{t} = \frac{n\cdot hf}{t} = \frac{n\cdot hc}{\lambda t} \quad\Rightarrow\quad n = \frac{\lambda Pt}{hc} = \frac{510\cdot 10^{-9}\ \text{m}\cdot 18\cdot 10^{-18}\ \text{W}\cdot 1\ \text{s}}{6{,}63\cdot 10^{-34}\ \text{Js}\cdot 3{,}00\cdot 10^{8}\ \text{m/s}} = \underline{\underline{46}}$$

8.27

a Fotonenergien (må være større enn løsrivningsarbeidet)
b Fotonenergien (avgjør hvor mye energi som er igjen etter at elektronene er slått løs)
c Intensiteten/lysstyrken (avgjør hvor mange elektroner som kan treffes)

8.28

a Fotonenergien til rødt lys er lavere enn for gult lys, så det vil ikke sendes ut elektroner.
b Fotonenergien til blått lys er høyere enn for grønt lys, så det vil bli sendt ut elektroner.

8.29

a $E_f = hf = \dfrac{hc}{\lambda} = \dfrac{6{,}63\cdot 10^{-34}\ \text{Js}\cdot 3{,}00\cdot 10^{8}\ \text{m/s}}{360\cdot 10^{-9}\ \text{m}} = 5{,}5250\cdot 10^{-19}\ \text{J} = \underline{\underline{5{,}53\cdot 10^{-19}}}\ \text{J} = \underline{\underline{0{,}553\ \text{aJ}}}$

b Vi slår opp i tabellen på s. 364 og finner at løsrivningsarbeidet til kalium er $3{,}68\cdot 10^{-19}\ \text{J}$. Vi bruker formelen for fotoelektrisk effekt, og finner at

$E_k = E_f - W = 5{,}5250\cdot 10^{-19}\ \text{J} - 3{,}68\cdot 10^{-19}\ \text{J} = 1{,}845\cdot 10^{-19}\ \text{J} = \underline{\underline{1{,}85\cdot 10^{-19}}}\ \text{J} = \underline{\underline{1{,}85\ \text{aJ}}}$

$E_k = \dfrac{1}{2}mv^2 \quad\Rightarrow\quad v = \sqrt{\dfrac{2E_k}{m}} = \sqrt{\dfrac{2\cdot 1{,}845\cdot 10^{-19}\ \text{J}}{9{,}1094\cdot 10^{-31}\ \text{kg}}} = \underline{\underline{6{,}36\cdot 10^{5}\ \text{m/s}}} = \underline{\underline{636\ \text{km/s}}}$

c Vi bruker formelen for fotoelektrisk effekt, og setter den kinetiske energien lik null.

$hf - W = 0 \quad\Rightarrow\quad f = \dfrac{W}{h} = \dfrac{3{,}68\cdot 10^{-19}\ \text{J}}{6{,}63\cdot 10^{-34}\ \text{Js}} = \underline{\underline{5{,}55\cdot 10^{14}\ \text{Hz}}} = \underline{\underline{555\ \text{THz}}}$

8.30

a Vi tar utgangspunkt i formelen for fotoelektrisk effekt:

$E_k = hf - W \quad \Rightarrow \quad W = hf - E_k$

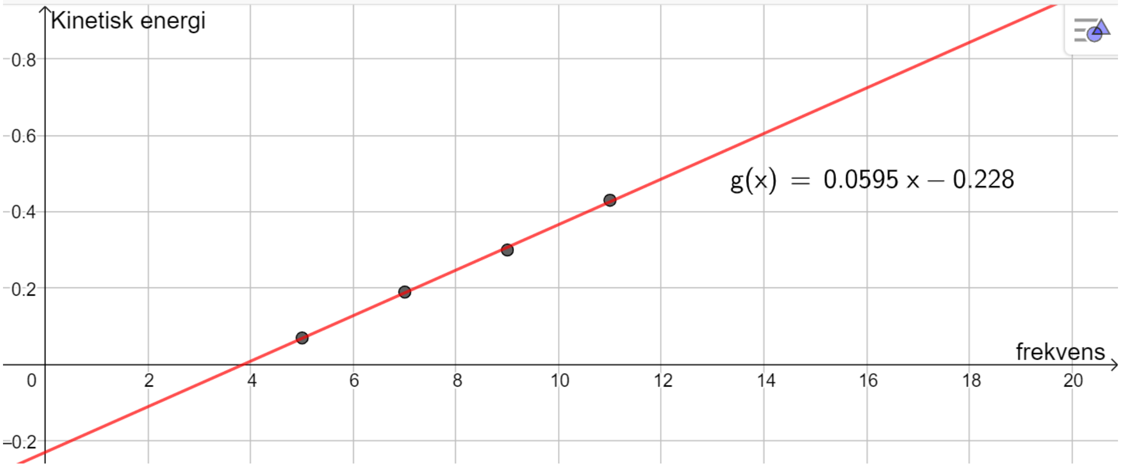
$\Rightarrow \quad W = 6,63 \cdot 10^{-34}\ \text{Js} \cdot 1,25 \cdot 10^{15}\ \text{Hz} - 1,12 \cdot 10^{-19}\ \text{J} = \underline{\underline{7,17 \cdot 10^{-19}\ \text{J}}} = \underline{\underline{0,717\ \text{aJ}}}$

b Vi finner fotonenergien: $E_f = \dfrac{hc}{\lambda} = \dfrac{6,63 \cdot 10^{-34}\ \text{Js} \cdot 3,00 \cdot 10^{8}\ \text{m/s}}{400 \cdot 10^{-9}\ \text{m}} = 4,94 \cdot 10^{-19}\ \text{J}$

Siden energien til fotonene er mindre enn løsrivningsarbeidet, vil det ikke bli slått løs elektroner fra wolframplata.

8.31

a Vi vet at sammenhengen er lineær: $E_k = hf - W$, så gjør lineærregresjon i Geogebra. Vi finner da at det er funksjonen $E_k = 0,0595f - 0,228$ som best beskriver målingene



Vi finner vi en verdi for planckkonstanten ved å se på stigningstallet til grafen Siden frekvens er oppgitt i 10^{14} Hz og den kinetiske energien er oppgitt i 10^{-18} J, har vi

$E_k = 0,0595f - 0,228$

b Med den minste frekvensen fotonene kan ha, blir den kinetiske energien til elektronene lik null. Vi finner nullpunktet til grafen, og finner:

c Løsrivningsarbeidet er lik konstantleddet til funksjonen

8.32

a Fra tabellen på s. 364 ser vi at Wolfram har et løsrivningsarbeid på $7,23 \cdot 10^{-19}$ J. Den kinetiske energien som skal til for å danne fotoner med lengst bølgelengde, som tilsvarer minst energi, er:

$$E_k = hf - W = \frac{hc}{\lambda} - W$$

$$= \frac{6,63 \cdot 10^{-34}\ \text{Js} \cdot 3,00 \cdot 10^{8}\ \text{m/s}}{10 \cdot 10^{-9}\ \text{m}} - 7,23 \cdot 10^{-19}\ \text{J} = 1,9167 \cdot 10^{-17}\ \text{J} = \underline{\underline{1,9 \cdot 10^{-17}\ \text{J}}} = \underline{\underline{19\ \text{aJ}}}$$

b $E_k = eU \quad \Rightarrow \quad U = \dfrac{E_k}{e} = \dfrac{1,9167 \cdot 10^{-17}\ \text{J}}{1,60 \cdot 10^{-19}\ \text{C}} = 120\ \text{V} = \underline{\underline{0,12\ \text{kV}}}$

8.33

$$p = \frac{E_f}{c} = \frac{hf}{c} = \frac{hf}{\lambda f} = \frac{h}{\lambda}$$

8.34

a $E_\mathrm{f} = p_\mathrm{f}c = 5{,}45\cdot10^{-27}\ \mathrm{kgm/s}\cdot3{,}00\cdot10^{8}\ \mathrm{m/s} = 1{,}635\cdot10^{-18}\ \mathrm{J} = \underline{\underline{1{,}64\cdot10^{-18}\ \mathrm{J}}} = \underline{\underline{1{,}64\ \mathrm{aJ}}}$

b $p_\mathrm{f} = \dfrac{hf}{c} \quad\Rightarrow\quad f = \dfrac{p_\mathrm{f}c}{h} = \dfrac{5{,}45\cdot10^{-27}\ \mathrm{kgm/s}\cdot3{,}00\cdot10^{8}\ \mathrm{m/s}}{6{,}63\cdot10^{-34}\ \mathrm{Js}} = \underline{\underline{2{,}47\cdot10^{15}\ \mathrm{Hz}}} = \underline{\underline{2{,}47\ \mathrm{PHz}}}$

c $p_\mathrm{f} = \dfrac{h}{\lambda} \quad\Rightarrow\quad \lambda = \dfrac{h}{p_\mathrm{f}} = \dfrac{6{,}63\cdot10^{-34}\ \mathrm{Js}}{5{,}45\cdot10^{-27}\ \mathrm{kgm/s}} = \underline{\underline{1{,}21\cdot10^{-7}\ \mathrm{m}}} = \underline{\underline{121\ \mathrm{nm}}}$

8.35

a Et comptonstøt er når et foton treffer mot et elektron som ligger i ro, slik at elektronet settes i bevegelse. Etter støtet får fotonet høyere bølgelengde enn det hadde før, og bevegelsesretningen endres.

b Den samlede energien og bevegelsesmengden til fotonet og elektronet er bevart.

8.36

$E_\mathrm{k} = -E_\gamma = h(f_1 - f_2) = 6{,}63\cdot10^{-34}\ \mathrm{Js}\cdot\left(8{,}38\cdot10^{17}\ \mathrm{Hz} - 7{,}15\cdot10^{17}\ \mathrm{Hz}\right) = \underline{\underline{8{,}15\cdot10^{-17}\ \mathrm{J}}} = \underline{\underline{81{,}5\ \mathrm{aJ}}}$

8.37

a $p_{\gamma1} = \dfrac{h}{\lambda_1} = \dfrac{6{,}63\cdot10^{-34}\ \mathrm{Js}}{1{,}43\cdot10^{-12}\ \mathrm{m}} = 4{,}6364\cdot10^{-22}\ \mathrm{kgm/s} = \underline{\underline{4{,}64\cdot10^{-22}\ \mathrm{kgm/s}}}$

b Forskjellen i bølgelengde er $\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1 = 2{,}82\cdot10^{-12}\ \mathrm{m} - 1{,}43\cdot10^{-12}\ \mathrm{m} = 1{,}39\cdot10^{-12}\ \mathrm{m}$.

Vi bruker formelen for comptonspredning til å finne et uttrykk for vinkelen:

$$\Delta\lambda = \frac{h}{m_\mathrm{e}c}(1-\cos\theta) \quad\Rightarrow\quad \cos\theta = 1 - \frac{m_\mathrm{e}c\Delta\lambda}{h} \quad\Rightarrow\quad \theta = \cos^{-1}\left(1 - \frac{m_\mathrm{e}c\Delta\lambda}{h}\right)$$

Når vi setter inn tall, får vi:

$$\theta = \cos^{-1}\left(1 - \frac{9{,}1094\cdot10^{-31}\ \mathrm{kg}\cdot3{,}00\cdot10^{8}\ \mathrm{m/s}\cdot1{,}39\cdot10^{-12}\ \mathrm{m}}{6{,}63\cdot10^{-34}\ \mathrm{Js}}\right) = 64{,}719^\circ = \underline{\underline{64{,}7^\circ}}$$

c Den kinetiske energien til elektronet er lik den energien som fotonet mister.

$$E_\mathrm{k} = -E_\gamma = -h(f_2 - f_1) = h(f_1 - f_2) = hc\left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2}\right)$$

$$= 6{,}63\cdot10^{-34}\ \mathrm{Js}\cdot3{,}00\cdot10^{8}\ \mathrm{m/s}\left(\frac{1}{1{,}43\cdot10^{-12}\ \mathrm{m}} - \frac{1}{2{,}82\cdot10^{-12}\ \mathrm{m}}\right)$$

$$= 6{,}8559\cdot10^{-14}\ \mathrm{J} = \underline{\underline{6{,}86\cdot10^{-14}\ \mathrm{J}}} = \underline{\underline{68{,}6\ \mathrm{fJ}}}$$

d Etter støtet har fotonet bevegelsmengde $p_{\gamma2} = \dfrac{h}{\lambda_2} = \dfrac{6{,}63\cdot10^{-34}\ \mathrm{Js}}{2{,}82\cdot10^{-12}\ \mathrm{m}} = 2{,}3511\cdot10^{-22}\ \mathrm{kgm/s}$

Bevegelsesmengden i *x*-retning er da:

$$p_{\gamma2x} = p_{\gamma2}\cdot\cos\theta = 2{,}3511\cdot10^{-22}\ \mathrm{kgm/s}\cdot\cos64{,}719^\circ = 1{,}0040\cdot10^{-22}\ \mathrm{kgm/s} = \underline{\underline{1{,}00\cdot10^{-22}\ \mathrm{kgm/s}}}$$

Bevegelsesmengden i *y*-retning er:

$$p_{\gamma2y} = p_{\gamma2}\cdot\sin\theta = 2{,}3511\cdot10^{-22}\ \mathrm{kgm/s}\cdot\sin64{,}719^\circ = 2{,}1259\cdot10^{-22}\ \mathrm{kgm/s} = \underline{\underline{2{,}13\cdot10^{-22}\ \mathrm{kgm/s}}}$$

e Bevegelsesmengden er bevart i støtet. Vi bruker dette til å finne bevegelsesmengden til elektronet i *x*- og *y*-retning. Det opprinnelige fotonet hadde retning langs *x*-aksen.

Vi finner elektronets bevegelsesmengde i *x*-retning:

$$p_{\gamma 2x} + p_{ex} = p_{\gamma 1} \quad \Rightarrow \quad p_{ex} = p_{\gamma 1} - p_{\gamma 2x}$$

$$\Rightarrow \quad p_{ex} = 4{,}6364 \cdot 10^{-22}\ \text{kgm/s} - 1{,}0040 \cdot 10^{-22}\ \text{kgm/s} = 3{,}6324 \cdot 10^{-22}\ \text{kgm/s} = \underline{\underline{3{,}63 \cdot 10^{-22}\ \text{kgm/s}}}$$

Vi finner elektronets bevegelsesmengde i y-retning:

$$p_{\gamma 2y} + p_{ey} = 0 \quad \Rightarrow \quad p_{ey} = -p_{\gamma 2y} = -2{,}1259 \cdot 10^{-22}\ \text{kgm/s} = \underline{\underline{-2{,}13 \cdot 10^{-22}\ \text{kgm/s}}}$$

f Fartsretningen og retningen til bevegelsesmengden er den samme. Vi lar ϕ være vinkelen mellom elektronets fartsretning og x-aksen, og har:

$$\tan\phi = \frac{p_{ey}}{p_{ex}} \quad \Rightarrow \quad \phi = \tan^{-1}\left(\frac{p_{ey}}{p_{ex}}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{-2{,}1259}{3{,}6324}\right) = -30{,}3^\circ$$

g Vi finner først absoluttverdien av bevegelsesmengden til elektronet:

$$p_e = \sqrt{p_{ex}^2 + p_{ey}^2} = \sqrt{\left(3{,}6324 \cdot 10^{-22}\ \text{kgm/s}\right)^2 + \left(-2{,}1259 \cdot 10^{-22}\ \text{kgm/s}\right)^2} = 4{,}2088 \cdot 10^{-22}\ \text{kgm/s}$$

Vi finner farten til elektronet. Hvis vi regner klassisk får vi et svar som er større enn lyshastigheten. Vi må derfor regne relativistisk. Fra kapittel 4 vet vi at:

$$p_e = \gamma m_e v = \frac{m_e v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{m_e v c}{\sqrt{c^2 - v^2}}.$$

Hvis vi løser dette uttrykket for farten (vi gjør dette i oppgave 8.50) får vi at

$$v = \frac{p_e c}{\sqrt{p_e^2 + m_e^2 c^2}} = \frac{4{,}2088 \cdot 10^{-22}\ \text{kgm/s} \cdot 3{,}00 \cdot 10^8\ \text{m/s}}{\sqrt{\left(4{,}2088 \cdot 10^{-22}\ \text{kgm/s}\right)^2 + \left(9{,}1094 \cdot 10^{-31}\ \text{kg} \cdot 3{,}00 \cdot 10^8\ \text{m/s}\right)^2}}$$

$$= 0{,}8387c = 2{,}5161 \cdot 10^8\ \text{m/s} = \underline{\underline{2{,}52 \cdot 10^8\ \text{m/s}}}$$

Den kinetiske energien er

$$E_k = (\gamma - 1) m_e c^2 = \left(\frac{1}{\sqrt{1 - 0{,}8387^2}} - 1\right) \cdot 9{,}1094 \cdot 10^{-31}\ \text{kg} \cdot \left(3{,}0 \cdot 10^8\ \text{m/s}\right)^2 = \underline{\underline{6{,}86 \cdot 10^{-14}\ \text{J}}}$$

Vi ser at vi får det samme svaret som i oppgave c.

8.38

Se viktig-boks på s. 363

8.39

a Vi finner fotonenergien for rødt og blått lys.

Rødt lys: $E_\gamma = hf = \dfrac{hc}{\lambda} = \dfrac{6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \text{Js} \cdot 3{,}00 \cdot 10^8\ \text{m/s}}{700 \cdot 10^{-9}\ \text{m}} = 2{,}84 \cdot 10^{-19}\ \text{J}$

Blått lys: $E_\gamma = hf = \dfrac{hc}{\lambda} = \dfrac{6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \text{Js} \cdot 3{,}00 \cdot 10^8\ \text{m/s}}{400 \cdot 10^{-9}\ \text{m}} = 4{,}97 \cdot 10^{-19}\ \text{J}$

Lys kan bare slå løs elektroner dersom fotonenergien er større enn løsrivningsarbeidet. Vi sammenlikner det vi fant over, og ser at

1: Rødt lys kan ikke slå løs elektroner i noen stoffer

2: Blått lys kan slå løs elektroner i cesium, rubidium, kalium, barium, natrium, kalsium og litium.

b $f = \dfrac{c}{\lambda} = \dfrac{3{,}00 \cdot 10^8\ \text{m/s}}{250 \cdot 10^{-9}\ \text{m}} = \underline{\underline{1{,}20 \cdot 10^{-15}\ \text{Hz}}} = \underline{\underline{1{,}20\ \text{fHz}}}$

Løsrivningsarbeidet er da lik: $W = hf = 6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \text{Js} \cdot 1{,}20 \cdot 10^{-15}\ \text{Hz} = \underline{\underline{7{,}96 \cdot 10^{-19}\ \text{J}}} = \underline{\underline{0{,}796\ \text{aJ}}}$

8.40

a Sammenhengen mellom elektronenes kinetiske energi og frekvensen til fotonene er $E_\mathrm{k} = hf - W$. Dette er en lineær funksjon med stigningstall h. Siden dette er en konstant, har alle grafene samme stigningstall, og er derfor parallelle.

b Vi slår opp i tabellen på s. 364, og ser at av de tre metallene har kalium det minste og kobber det største løsrivningsarbeid. Det kreves derfor lavest frekvens å slå løs kalium, og høyest frekvens å slå løs kobber. Vi har derfor:
A: Kalkum
B: Sink
C: Kobber

8.41

$$E_\mathrm{k} = hf - W \quad \Rightarrow \quad W = hf - E_\mathrm{k} = \frac{hc}{\lambda} - E_\mathrm{k}$$

$$\Rightarrow \quad W = \frac{6{,}63\cdot 10^{-34}\ \mathrm{Js}\cdot 3{,}00\cdot 10^{8}\ \mathrm{m/s}}{230\cdot 10^{-9}\ \mathrm{m}} - 1{,}71\cdot 10^{-19}\ \mathrm{J} = \underline{\underline{6{,}94\cdot 10^{-19}\ \mathrm{J}}} = \underline{\underline{6{,}94\ \mathrm{aJ}}}$$

8.42

1 Riktig (hvis lyset hat stor nok frekvens til å slå løs elektroner)
2 Galt (den kinetiske energien til elektronene er bestemt av energien til hvert enkelt foton)
3 Riktig (hvert enkelt foton vil da ikke ha nok energi til å slå løs et elektron)
4 Galt (fotonenergien vil øke, og da vil den kinetiske energien til elektronene øke)

8.43

a $$c = \lambda f \quad \Rightarrow \quad f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3{,}00\cdot 10^{8}\ \mathrm{m/s}}{631\cdot 10^{-9}\ \mathrm{m}} = \underline{\underline{4{,}75\cdot 10^{14}\ \mathrm{Hz}}} = \underline{\underline{475\ \mathrm{THz}}}$$

b $$E_\mathrm{f} = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6{,}63\cdot 10^{-34}\ \mathrm{Js}\cdot 3{,}00\cdot 10^{8}\ \mathrm{m/s}}{631\cdot 10^{-9}\ \mathrm{m}} = \underline{\underline{3{,}15\cdot 10^{-19}\ \mathrm{J}}} = \underline{\underline{0{,}315\ \mathrm{aJ}}}$$

$$p_\mathrm{f} = \frac{h}{\lambda} = \frac{6{,}63\cdot 10^{-34}\ \mathrm{Js}}{631\cdot 10^{-9}\ \mathrm{m}} = \underline{\underline{1{,}05\cdot 10^{-27}\ \mathrm{kgm/s}}}$$

8.44

$$E_\mathrm{f} = hf \quad \Rightarrow \quad f = \frac{E_\mathrm{f}}{h} = \frac{3{,}9\cdot 10^{-19}\ \mathrm{J}}{6{,}63\cdot 10^{-34}\ \mathrm{Js}} = \underline{\underline{5{,}9\cdot 10^{14}\ \mathrm{Hz}}}$$

$$E_\mathrm{f} = \frac{hc}{\lambda} \quad \Rightarrow \quad \lambda = \frac{hc}{E_\mathrm{f}} = \frac{6{,}63\cdot 10^{-34}\ \mathrm{Js}\cdot 3{,}00\cdot 10^{8}\ \mathrm{m/s}}{3{,}9\cdot 10^{-19}\ \mathrm{J}} = \underline{\underline{5{,}1\cdot 10^{-7}\ \mathrm{m}}}$$

$$E_\mathrm{f} = p_\mathrm{f} c \quad \Rightarrow \quad p_\mathrm{f} = \frac{E_\mathrm{f}}{c} = \frac{3{,}9\cdot 10^{-19}\ \mathrm{J}}{3{,}00\cdot 10^{8}\ \mathrm{m/s}} = \underline{\underline{1{,}3\cdot 10^{-27}\ \mathrm{kgm/s}}}$$

8.45

$$E_\mathrm{f} = p_\mathrm{f} c \quad \Rightarrow \quad m_\mathrm{e} c^2 = p_\mathrm{f} c \quad \Rightarrow \quad p_\mathrm{f} = m_\mathrm{e} c = 9{,}1094\cdot 10^{-31}\ \mathrm{kg}\cdot 3{,}00\cdot 10^{8}\ \mathrm{m/s} = \underline{\underline{2{,}73\cdot 10^{-22}}}$$

Vi finner bølgelengden for å kunne avgjøre hvilken type stråling dette er:

$$E_\mathrm{f} = \frac{hc}{\lambda} \quad \Rightarrow \quad \lambda = \frac{hc}{E_\mathrm{f}} = \frac{hc}{m_\mathrm{e} c^2} = \frac{h}{m_\mathrm{e} c} = \frac{6{,}63\cdot 10^{-34}\ \mathrm{Js}}{9{,}1094\cdot 10^{-31}\ \mathrm{kg}\cdot 3{,}00\cdot 10^{8}\ \mathrm{m/s}} = 2{,}42\cdot 10^{-12}\ \mathrm{m}$$

Vi slår opp i det elektromagnetiske spekteret, og finner at dette ligger i grenseland mellom røntgenstråling og gammastråling.

8.46

a $hf_1 = hf_2 + E_k$

b Vi bruker likningen fra oppgave a og regner klassisk:

$$hf_1 = hf_2 + E_k \quad \Rightarrow \quad E_k = h(f_1 - f_2) \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{2}mv^2 = h(f_1 - f_2)$$

$$\Rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{2h}{m}(f_1 - f_2)} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \text{Js}}{9{,}1094 \cdot 10^{-31}\ \text{kg}}\left(1{,}000 \cdot 10^{18}\ \text{Hz} - 0{,}995 \cdot 10^{18}\ \text{Hz}\right)} = \underline{\underline{2{,}70 \cdot 10^{6}\ \text{km/s}}}$$

Farten vi får er under ti prosent av lyshastigheten, så det var greit å regne klassisk her.

8.47

a Den kinetiske energien til elektronet er lik endringen i fotonenergi:

$$E_k = hf_1 - hf_2 = hc\left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2}\right)$$

$$= 6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \text{Js} \cdot 3{,}00 \cdot 10^{8}\ \text{m/s}\left(\frac{1}{1{,}200 \cdot 10^{-10}\ \text{m}} - \frac{1}{1{,}224 \cdot 10^{-10}\ \text{m}}\right) = \underline{\underline{3{,}25 \cdot 10^{-17}\ \text{J}}} = \underline{\underline{32{,}5\ \text{aJ}}}$$

b Vi finner først farten til elektronet:

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2 \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{2E_k}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 3{,}25 \cdot 10^{-17}\ \text{J}}{9{,}1094 \cdot 10^{-31}\ \text{kg}}} = 8{,}4472 \cdot 10^{6}\ \text{m/s}$$

Vi ser at det var greit å regne ikke-relativistisk. Vi finner deretter bevegelsesmengden:

$$p = mv = 9{,}1094 \cdot 10^{-31}\ \text{kg} \cdot 8{,}4472 \cdot 10^{6}\ \text{m/s} = 7{,}6949 \cdot 10^{-24}\ \text{kgm/s} = \underline{\underline{7{,}69 \cdot 10^{-24}\ \text{kgm/s}}}$$

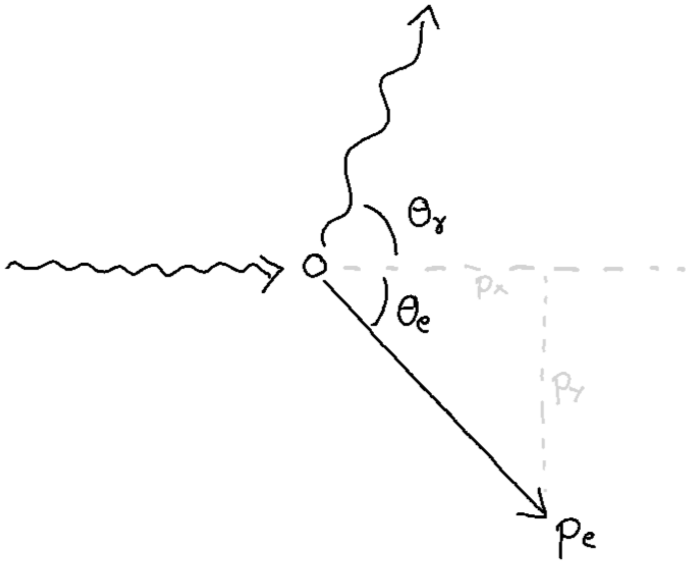
Vi ser på formelen for comptonspredning, $\Delta\lambda = \frac{h}{mc}(1 - \cos\theta)$. Hvis støtet hadde vært rettlinjet, ville vinkelen måtte være enten $\theta = 0^\circ$ eller $\theta = 180^\circ$, og vi ville hatt $\Delta\lambda = \frac{h}{mc}(1 - \cos 0^\circ) = \frac{h}{mc}(1 - \cos 180^\circ) = 0$. Siden bølgelengden ikke er uendret, kan støtet ikke være rettlinjet.

c Vi bruker formelen for comptonspredning for å finne avbøyningsvinkelen for fotonet:

$$\Delta\lambda = \frac{h}{mc}(1 - \cos\theta_\gamma) \quad \Rightarrow \quad \cos\theta_\gamma = 1 - \frac{mc\Delta\lambda}{h} \Rightarrow \quad \theta_\gamma = \cos^{-1}\left(1 - \frac{mc\Delta\lambda}{h}\right)$$

Når vi setter inn tall, får vi:

$$\theta_\gamma = \cos^{-1}\left(1 - \frac{9{,}1094 \cdot 10^{-31}\ \text{kg} \cdot 3{,}00 \cdot 10^{8}\ \text{m/s} \cdot 0{,}024 \cdot 10^{-10}\ \text{m}}{6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \text{Js}}\right) = 89{,}3844^\circ = \underline{\underline{89{,}4^\circ}}$$



Den samlede bevegelsesmengden i x-retning etter støtet er lik bevegelsesmengden til det opprinnelige fotonet:

$$\frac{h}{\lambda_1} = \frac{h}{\lambda_2} \cdot \cos\theta_\gamma + p_x \quad \Rightarrow \quad p_x = h\left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2} \cdot \cos\theta_\gamma\right) = 5{,}4668 \cdot 10^{-24}$$

Når vi setter inn tall får vi:

$$p_x = 6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \text{Js}\left(\frac{1}{1{,}200 \cdot 10^{-10}\ \text{m}} - \frac{1}{1{,}224 \cdot 10^{-10}\ \text{m}}\right) \cdot \cos 89{,}3844^\circ = 1{,}1639 \cdot 10^{-27}\ \text{kgm/s}$$

Den samlede bevegelsesmengden i *y*-retning er lik null:

$$p_y = \frac{h}{\lambda_2} \cdot \sin\theta_\gamma = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \text{Js}}{1{,}224 \cdot 10^{-10}\ \text{m}} \cdot \sin 89{,}3844^\circ = 5{,}4164 \cdot 10^{-24}\ \text{kgm/s}$$

Vi bruker trigonometri til å finne fartsretningen:

$$\tan\theta_\text{e} = \frac{p_y}{p_x} \quad \Rightarrow \quad \theta_\text{e} = \tan^{-1}\left(\frac{p_y}{p_x}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{5{,}4164}{5{,}4668}\right) = \underline{\underline{44{,}7^\circ}}$$

8.48

Sammenhengen mellom bølgelengde og bevegelsesmengde er $p = \frac{h}{\lambda}$ uansett type partikkel. Hvis fotonet og elektronet har samme bevegelsesmengde vil de derfor også ha samme bølgelengde.

8.49

a $$p = \frac{h}{\lambda} \quad \Rightarrow \quad \lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \text{Js}}{1{,}6749 \cdot 10^{-27}\ \text{kg} \cdot 3{,}75 \cdot 10^{3}\ \text{m/s}} = \underline{\underline{1{,}06 \cdot 10^{-10}\ \text{m}}} = \underline{\underline{106\ \text{pm}}}$$

b $$p = \frac{h}{\lambda} \quad \Rightarrow \quad mv = \frac{h}{\lambda} \quad \Rightarrow \quad v = \frac{h}{m\lambda} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \text{Js}}{9{,}1094 \cdot 10^{-31}\ \text{kg} \cdot 5{,}0 \cdot 10^{-9}\ \text{m}} = \underline{\underline{1{,}5 \cdot 10^{5}\ \text{m/s}}}$$

c Vi bruker først at $eU = \Delta E_\text{k}$ og $p = mv$, og får: $eU = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{(mv)^2}{2m} = \frac{p^2}{2m}$.

Når vi løser for bevegelsesmengde og bruker at $p = \frac{h}{\lambda}$, får vi:

$$p = \sqrt{2meU} \quad \Rightarrow \quad \frac{h}{\lambda} = \sqrt{2meU} \quad \Rightarrow \quad \lambda = \frac{h}{\sqrt{2meU}}$$

Når vi setter inn tall, får vi at

$$\lambda = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \text{Js}}{\sqrt{2 \cdot 1{,}6726 \cdot 10^{-27}\ \text{kg} \cdot 1{,}60 \cdot 10^{-19}\ \text{C} \cdot 100 \cdot 10^{3}\ \text{V}}} = \underline{\underline{9{,}06 \cdot 10^{-14}\ \text{m}}} = \underline{\underline{96{,}6\ \text{fm}}}$$

8.50

a Fra kapittel 4 vet vi at $p = \gamma mv = \dfrac{mv}{\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}}$.

Vi bruker algebra for å skrive om formelen:

$$p = \frac{mv}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}} \quad \Rightarrow \quad p^2 = \frac{m^2v^2}{1-\dfrac{v^2}{c^2}} \quad \Rightarrow \quad p^2 = \frac{m^2v^2c^2}{c^2 - v^2} \quad \Rightarrow \quad p^2\left(c^2 - v^2\right) = m^2v^2c^2$$

$$\Rightarrow \quad p^2c^2 - p^2v^2 = m^2v^2c^2 \quad \Rightarrow \quad p^2c^2 = m^2v^2c^2 + p^2v^2 \quad \Rightarrow \quad p^2c^2 = \left(m^2c^2 + p^2\right)v^2$$

$$\Rightarrow \quad = v^2 = \frac{p^2c^2}{p^2 + m^2c^2} \quad \Rightarrow \quad v = \frac{pc}{\sqrt{p^2 + m^2c^2}}$$

b Vi finner bevegelsesmengden: $p = \dfrac{h}{\lambda} = \dfrac{6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \text{Js}}{1{,}00 \cdot 10^{-12}\ \text{m}} = \underline{\underline{6{,}63 \cdot 10^{-23}\ \text{kgm/s}}}$

Vi finner farten:

$$v = \frac{pc}{\sqrt{p^2 + m^2c^2}} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-23}\ \text{kgm/s} \cdot 3{,}00 \cdot 10^{8}\ \text{m/s}}{\sqrt{\left(6{,}63 \cdot 10^{-23}\ \text{kgm/s}\right)^2 + \left(9{,}1094 \cdot 10^{-31}\ \text{kg} \cdot 3{,}00 \cdot 10^{8}\ \text{m/s}\right)^2}} = \underline{\underline{2{,}77 \cdot 10^{8}\ \text{m/s}}}$$

8.51

a Uskarpheten i bevegelsesmengde er:

$$\Delta p = 0{,}05 \cdot mv = 0{,}05 \cdot 1{,}0 \cdot 10^{-3}\ \text{kg} \cdot 0{,}50\ \text{m/s} = 2{,}5 \cdot 10^{-5}\ \text{kgm/s}$$

Vi finner uskarpheten i posisjon ved å bruke Heisenbergs uskarphetsrelasjon:

$$\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{h}{4\pi} \quad \Rightarrow \quad \Delta x \geq \frac{h}{4\pi\Delta p} \quad \Rightarrow \quad \Delta x \geq \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \text{Js}}{4\pi \cdot 2{,}5 \cdot 10^{-5}\ \text{kgm/s}} = \underline{\underline{2{,}1 \cdot 10^{-30}\ \text{m}}}$$

b Uskarpheten i bevegelsesmengde er:

$$\Delta p = 0{,}05 \cdot mv = 0{,}05 \cdot 9{,}1094 \cdot 10^{-31}\ \text{kg} \cdot 2{,}0 \cdot 10^{6}\ \text{m/s} = 9{,}1094 \cdot 10^{-26}\ \text{kgm/s}$$

Vi finner uskarpheten i posisjon ved å bruke Heisenbergs uskarphetsrelasjon:

$$\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{h}{4\pi} \quad \Rightarrow \quad \Delta x \geq \frac{h}{4\pi\Delta p} \quad \Rightarrow \quad \Delta x \geq \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \text{Js}}{4\pi \cdot 9{,}1094 \cdot 10^{-26}\ \text{kgm/s}} = \underline{\underline{5{,}8 \cdot 10^{-10}\ \text{m}}} = \underline{\underline{0{,}58\ \text{nm}}}$$

8.52

a Farten er mindre enn 10 % av lyshastigheten, så vi kan regne klassisk.

$$p = \frac{h}{\lambda} \quad \Rightarrow \quad \lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \text{Js}}{9{,}1094 \cdot 10^{-31}\ \text{kg} \cdot 2{,}00 \cdot 10^{7}\ \text{m/s}}$$

$$= 3{,}6391 \cdot 10^{-11}\ \text{m} = \underline{\underline{3{,}64 \cdot 10^{-11}\ \text{m}}} = \underline{\underline{36{,}4\ \text{pm}}}$$

b Fra formelen i oppgaven har vi at $d \sin\theta = \lambda \quad \Rightarrow \quad \theta = \sin^{-1}\left(\dfrac{\lambda}{d}\right)$.

Vi lar $l = 13,5$ cm være avstanden fra folien til skjermen. Vi ser på figuren at $\tan\theta = \frac{r}{l}$. Når vi løser for radius og setter inn uttrykket for vinkelen, får vi:

$$r = l \cdot \tan\theta = l \cdot \tan\left[\sin^{-1}\left(\frac{\lambda}{d}\right)\right] = 13,5\ \text{cm} \cdot \tan\left[\sin^{-1}\left(\frac{3,6391 \cdot 10^{-11}\ \text{m}}{0,20 \cdot 10^{-9}\ \text{m}}\right)\right] = \underline{\underline{2,5\ \text{cm}}}$$

c Når spenningen øker, vil elektronene få større kinetisk energi, og derfor større fart. Bølgelengden blir da mindre. For små vinkler vil sinus bli mindre dersom vinkelen blir det, så fra formelen $d\sin\theta = \lambda$ ser vi at vinkelen må bli mindre dersom bølgelengden blir det. Da blir radius i sirkelen mindre.

8.53

a Vi regner klassisk (du kan sjekke at dette er ok ved å regne ut farten). Vi har da:

$$E_\text{k} = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{p^2}{2m}$$

$$\Rightarrow\ p = \sqrt{2mE_\text{k}} = \sqrt{2 \cdot 9,1094 \cdot 10^{-31}\ \text{kg} \cdot 2,18 \cdot 10^{-18}\ \text{J}} = 1,9929 \cdot 10^{-24}\ \text{kgm/s} = \underline{\underline{1,99 \cdot 10^{-24}\ \text{kgm/s}}}$$

b $$\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{h}{4\pi} \quad \Rightarrow \quad \Delta p \geq \frac{h}{4\pi\Delta x} \quad \Rightarrow \quad \Delta p \geq \frac{6,63 \cdot 10^{-34}\ \text{Js}}{4\pi \cdot 0,010 \cdot 10^{-9}\ \text{m}} \quad \Rightarrow \quad \underline{\underline{\Delta p \geq 5,3 \cdot 10^{-24}\ \text{kgm/s}}}$$

c Vi ser at uskarpheten i bevegelsesmengden faktisk er større enn bevegelsesmengden vi regnet ut i oppgave a. Elektronet går derfor ikke i en veldefinert bane.

8.54

$$p = \frac{h}{\lambda} \quad \Rightarrow \quad \lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}\ \text{Js}}{1,6749 \cdot 10^{-27}\ \text{kg} \cdot 4,2 \cdot 10^6\ \text{m/s}} = \underline{\underline{9,4 \cdot 10^{-14}\ \text{m}}} = \underline{\underline{94\ \text{fm}}}$$

8.55

Vi finner først bevegelsesmengden:

$$p = \frac{h}{\lambda} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}\ \text{Js}}{5,00 \cdot 10^{-13}\ \text{m}} = 1,326 \cdot 10^{-21}\ \text{kgm/s}$$

I oppgave 8.50 fant vi et uttrykk for farten som funksjon av relativistisk bevegelsesmengde. Vi bruker denne, og finner:

$$v = \frac{pc}{\sqrt{p^2 + m^2c^2}} = \frac{1,326 \cdot 10^{-21}\ \text{kgm/s}}{\sqrt{\left(1,326 \cdot 10^{-21}\ \text{kgm/s}\right)^2 + \left(9,1094 \cdot 10^{-31}\ \text{kg} \cdot 3,00 \cdot 10^8\ \text{m/s}\right)^2}} \cdot c$$

$$= 0,9794c = \underline{\underline{2,94 \cdot 10^8\ \text{m/s}}}$$

Elektronet beveger seg med omtrent 98 % av lysfarten, eller med $2,94 \cdot 10^8\ \text{m/s}$.

8.56

Hvis vi forsøker å regne klassisk, vil vi finne at farten er over 10 % av lyshastigheten. Vi må derfor regne relativistisk.

Alternativ 1: Sammenhengen mellom totalenergi og bevegelsesmengde:

Vi bruker sammenhengen mellom totalenergi og bevegelsesmengde som vi så i kapittel 4:

$$E^2 = (pc)^2 + \left(mc^2\right)^2 \quad \Rightarrow \quad \left(mc^2 + E_\text{k}\right)^2 = (pc)^2 + \left(mc^2\right)^2 \quad \Rightarrow \quad \left(mc^2 + eU\right)^2 = (pc)^2 + \left(mc^2\right)^2$$

Vi flytter og bytter, og bruker første kvadratsetning:

$$(pc)^2 = \left(mc^2 + eU\right)^2 - \left(mc^2\right)^2 = 2mc^2eU + (eU)^2$$

Når vi løser for bevegelsesmengde får vi:

$$p = \frac{\sqrt{2mc^2eU + (eU)^2}}{c}$$

Vi bruker formelen $p = h/\lambda$. For å få et litt kortere uttrykk, regner vi først ut at $eU = 1{,}60 \cdot 10^{-19}\ \text{C} \cdot 200 \cdot 10^3\ \text{V} = 3{,}20 \cdot 10^{-14}\ \text{J}$. Vi har da:

$$\lambda = \frac{hc}{\sqrt{2mc^2eU + (eU)^2}} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \text{Js} \cdot 3{,}00 \cdot 10^8\ \text{m/s}}{\sqrt{2 \cdot 9{,}1094 \cdot 10^{-31}\ \text{kg} \cdot \left(3{,}00 \cdot 10^8\ \text{m/s}\right)^2 \cdot 3{,}20 \cdot 10^{-14}\ \text{J} + \left(3{,}20 \cdot 10^{-14}\ \text{J}\right)^2}}$$

$$= \underline{\underline{2{,}51 \cdot 10^{-12}\ \text{m}}} = \underline{\underline{2{,}51\ \text{pm}}}$$

Alternativ 2: Veien om farten:

Vi bruker at $eU = E_\text{k} = (\gamma - 1)mc^2$ til å finne lorentzfaktoren:

$$eU = (\gamma - 1)mc^2 \quad \Rightarrow \quad \gamma = \frac{eU}{mc^2} + 1 = \frac{1{,}60 \cdot 10^{-19}\ \text{C} \cdot 200 \cdot 10^3\ \text{V}}{9{,}1094 \cdot 10^{-31}\ \text{kg} \cdot \left(3{,}00 \cdot 10^8\ \text{m/s}\right)^2} + 1 = 1{,}3910$$

Vi bruker lorentzfaktoren til å finne farten:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{c}{\sqrt{c^2 - v^2}} \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{1 - \frac{1}{\gamma^2}} \cdot c = \sqrt{1 - \frac{1}{1{,}3910^2}} \cdot c = 2{,}0853 \cdot 10^8\ \text{m/s}$$

Bevegelsesmengden er da: $p = \gamma m v = 1{,}3910 \cdot 9{,}1094 \cdot 10^{-31}\ \text{kg} \cdot 2{,}0853 \cdot 10^8\ \text{m/s} = 2{,}64 \cdot 10^{-22}\ \text{kgm/s}$

...og bølgelengden er

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \text{Js}}{2{,}64 \cdot 10^{-22}\ \text{kgm/s}} = \underline{\underline{2{,}51 \cdot 10^{-12}\ \text{m}}} = \underline{\underline{2{,}51\ \text{pm}}}$$

8.57

Vi må regne relativistisk. Vi finner først bevegelsesmengden:

$$p = \gamma m v = \frac{mv}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1{,}6726 \cdot 10^{-27}\ \text{kg} \cdot 2{,}50 \cdot 10^8\ \text{m/s}}{\sqrt{1 - \frac{2{,}50^2}{3{,}00^2}}} = 7{,}5646 \cdot 10^{-19}\ \text{kgm/s} = \underline{\underline{7{,}56 \cdot 10^{-19}\ \text{kgm/s}}}$$

Vi finner bølgelengden:

$$p = \frac{h}{\lambda} \quad \Rightarrow \quad \lambda = \frac{h}{p} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \text{Js}}{7{,}5646 \cdot 10^{-19}\ \text{kgm/s}} = \underline{\underline{8{,}76 \cdot 10^{-16}\ \text{m}}} = \underline{\underline{876\ \text{am}}}$$

8.58

Måleusikkerhet skyldes at måleprosessen aldri kan bli helt nøyaktig, men er avhengig av utstyret vi bruker. Denne kan forbedres dersom utstyret forbedres.

Uskarphet er en grunnleggende egenskap ved naturen selv. Uansett hvor godt måleutstyret er og hvor nøyaktige vi er i måleprosessen, vil Heisenbergs uskarphetsrelasjon sette en grense for hvor nøyaktig vi kan måle enkelte størrelser.

8.59

a Vi vet at protonet består av to oppkvarker og en nedkvark, da må antiprotonet være bygget opp av to anti-oppkvarker og en anti-nedkvark, $\overline{\text{uud}}$.

b Vi vet at nøytronet er bygget opp av en oppkvark og to nedkvarker, så antinøytronet må være bygget opp av en anti-oppkvark og to anti-nedkvarker.

c Oppkvarken har ladning $\frac{2}{3}e$, så anti-oppkvarken har ladning $-\frac{2}{3}e$.

Nedkvarken har ladning $-\frac{1}{3}e$, så anti-nedkvarken har ladning $\frac{1}{3}e$.

Antiprotonet ($\overline{\text{uud}}$) har da ladning $-\frac{2}{3}e-\frac{2}{3}e+\frac{1}{3}e=-e$, og antinøytronet ($\overline{\text{udd}}$) har ladning

$-\frac{2}{3}e+\frac{1}{3}e+\frac{1}{3}e=0$. Dette stemmer siden vi vet de skal ha motsatt ladning av protonet og nøytronet.

8.60

a Fra kapittel 8D vet vi at vanlig stoff er bygget opp av oppkvarken, nedkvarken og elektronet.

b Hydrogenatomet består av et proton og et elektron. Protonet består av to oppkvarker og én nedkvark. Hydrogenatomet består derfor av to oppkvarker, én nedkvark og et elektron.

c Helium-4-atomet består av to protoner, to nøytroner og to elektroner.

$2p+2n+2e^{-1}=2\cdot(\text{uud})+2\cdot(\text{udd})+2e^{-1}$.

Når vi teller over ser vi at vi trenger seks opp-kvarker, seks ned-kvarker og 2 elektroner.

8.61

a *Kan inngå:*
Elektromagnetisk kraft (alle partiklene har elektrisk ladning)
Svak kjernekraft: (vekselvirker med alle leptoner og kvarker)
Kan ikke inngå:
Sterk kjernekraft (partiklene er ikke kvarker)

b *Kan inngå:*
Svak kjernekraft (vekselvirker med alle leptoner og kvarker)
Kan ikke inngå:
Elektromagnetisk kraft (nøytrionet er elektrisk nøytralt)
Sterk kjernekraft (partiklene er ikke kvarker)

c *Kan inngå:*
Elektromagnetisk kraft (alle partiklene har elektrisk ladning)
Svak kjernekraft (vekselvirker med alle leptoner og kvarker)
Sterk kjernekraft (alle partiklene er kvarker)

8.62

Kreftene er ikke *egentlig* avstandskrefter. De påvirker hverandre ved å utveksle kraftbosoner.

8.63

a Bevegelsesmengden før støtet er lik null. Bevegelsesmengde og totalenergi kan ikke begge være bevart dersom det bare hadde blitt dannet ett foton.

b Den samlede bevegelsesmengden etter støtet må være lik null både i x- og y-retning. Den eneste måten dette er mulig er om fotonene beveger seg i motsatte retninger med like store energi.

c Siden elektronet og positronet har like stor masseenergi og like stor kinetisk energi, og den samlede energien skal fordeles på to fotoner med like stor energi, er fotonenergien lik totalenergien til én av de opprinnelige partiklene:

$$E_\gamma = E_{\text{tot}} = \gamma m_e c^2 = \frac{m_e c^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

$$= \frac{9{,}1094\cdot 10^{-31}\ \text{kg}\cdot\left(3{,}00\cdot 10^8\ \text{m/s}\right)^2}{\sqrt{1-\frac{\left(1{,}80\cdot 10^8\ \text{m/s}\right)^2}{\left(3{,}0\cdot 10^8\ \text{m/s}\right)^2}}} = 1{,}0248\cdot 10^{-13}\ \text{J} = \underline{\underline{1{,}02\cdot 10^{-13}\ \text{J}}} = \underline{\underline{102\ \text{fJ}}}$$

Vi finner frekvensen:

$$E_\gamma = hf \quad\Rightarrow\quad f = \frac{E_\gamma}{h} = \frac{1{,}0248\cdot 10^{-13}\ \text{J}}{6{,}63\cdot 10^{-34}\ \text{Js}} = \underline{\underline{1{,}55\cdot 10^{20}\ \text{Hz}}}$$

8.64

a Fotonet må minst ha en energi lik den samlede masseenergien til de to partiklene:

$$E_\gamma = 2m_e c^2 = 2\cdot 9{,}1094\cdot 10^{-31}\ \text{kg}\cdot\left(3{,}00\cdot 10^8\ \text{m/s}\right)^2 = 1{,}6397\cdot 10^{-13}\ \text{J} = \underline{\underline{1{,}64\cdot 10^{-13}\ \text{J}}} = \underline{\underline{164\ \text{fJ}}}$$

b Vi finner frekvensen:

$$E_\gamma = hf \quad\Rightarrow\quad f = \frac{E_\gamma}{h} = \frac{1{,}6397\cdot 10^{-13}\ \text{J}}{6{,}63\cdot 10^{-34}\ \text{Js}} = \underline{\underline{2{,}47\cdot 10^{20}\ \text{Hz}}}$$

8.65

Totalenergi må være bevart før og etter reaksjonen. Dette betyr at den samlede energien til fotonene må være lik den samlede totalenergien (masseenergi og kinetisk energi) til partiklene.

8.66

$$E_\gamma = 2E_0 + E_{\text{k+}} + E_{\text{k-}} \quad\Rightarrow\quad E_{\text{k+}} = E_\gamma - 2E_0 - E_{\text{k-}} = hf - 2mc^2 - E_{\text{k-}}$$

Når vi setter inn tall, får vi:

$$E_{\text{k+}} = 6{,}63\cdot 10^{-34}\ \text{Js}\cdot 5{,}49\cdot 10^{20}\ \text{Hz} - 2\cdot 9{,}1094\cdot 10^{-31}\ \text{kg}\cdot\left(3{,}00\cdot 10^8\ \text{m/s}\right)^2 - 1{,}20\cdot 10^{-11}\ \text{J}$$

$$= \underline{\underline{8{,}00\cdot 10^{-14}\ \text{J}}} = \underline{\underline{80{,}0\ \text{fJ}}}$$

8.67

Vi regner relativistisk.

Bevaring av totalenergi gir: $E_\gamma = 2E \quad\Rightarrow\quad hf = 2\gamma mc^2$ (1)

Bevaring av bevegelsesmengde gir: $\frac{h}{\lambda} = 2\gamma mv$ (2)

Siden vi i kapittel 4 så at $v < c$, kan vi endre likning (2) en ulikhet: $\frac{h}{\lambda} < 2\gamma mc$

Vi løser likning (1) for størrelsen $2\gamma mc$, og får: $2\gamma mc = \frac{hf}{c} = \frac{h}{\lambda}$

Når vi setter dette inn i ulikheten, og får $\frac{h}{\lambda} < 2\gamma mc \quad\Rightarrow\quad \frac{h}{\lambda} < \frac{h}{\lambda}$.

Siden en størrelse ikke kan være mindre enn seg selv, vil situasjonen i oppgaven være umulig.

6.68

a Fra kapittel 3 vet vi at det er gravitasjonskraften som holder satellittene i bane rundt jorda.
b Elektromagnetiske krefter mellom atomer gir opphav til friksjonskreftene som forhindrer at du glir når du går på gulvet.
c Molekylene i bordplaten holdes sammen gjennom elektromagnetiske krefter mellom molekyler og atomer.
d Vi så i kapittelet at det er den sterke kjernekraften som holder nukleonene sammen i atomkjernen.
e Vi så i kapittelet at det er den svake kjernekraften som omdanner én type partikler til en annen.

6.69

Uskarpheten i tid og energi gir oss: $\Delta E \cdot \Delta t \geq \frac{h}{4\pi} \quad \Rightarrow \quad \Delta E \geq \frac{h}{4\pi \cdot \Delta t}$

Siden fotonenergien er $E_\gamma = hf$ kan vi skrive $h\Delta f \geq \frac{h}{4\pi \cdot \Delta t} \quad \Rightarrow \quad \Delta f \geq \frac{1}{4\pi \cdot \Delta t}$.

Uskarpheten i frekvens er da $\Delta f \geq \frac{1}{4\pi \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-8}\ \text{s}} = 5{,}0 \cdot 10^{6}\ \text{Hz}$.

Denne størrelsen er langt mindre enn frekvensen til fotonet, så vi kan regne frekvensen som en skarpt definert størrelse.

6.70

I oppgave 6.69 fant vi at $\Delta f \geq \frac{1}{4\pi \cdot \Delta t}$. Når vi setter inn tall får vi $\Delta f \geq \frac{1}{4\pi \cdot 2 \cdot 10^{-7}\ \text{s}} = \underline{\underline{4 \cdot 10^{5}\ \text{Hz}}}$

8.71

-

8.72

a Bølgefunksjonen forteller oss noe om sannsynligheten for å finne partikkelen et bestemt sted. Over tid vil det bli mindre sannsynlig at vi finner partikkelen i nærheten av der vi målte den sist. Sannsynligheten spres utover i rommet, så bølgepakken må bli bredere.
b Bølgepakken gir en sannsynlighetsfordeling, og arealet under kvadratet av bølgefunksjonen må alltid lik 1 (sannsynligheten er 100 % for å finne partikkelen ett eller annet sted). Hvis bølgepakken blir bredere, må amplituden bli mindre for at arealet skal være konstant.

8.73

a Av mange grunner! Særlig virker det mot vår intuisjon at et objekt kan påvirke et annet umiddelbart, uten at det sendes et signal eller er det vi vanligvis kaller fysisk kontakt mellom de to objektene.
b Fenomenet bryter tilsynelatende med relativitetsteori. Dersom partiklene påvirker hverandre øyeblikkelig kan det virke som om informasjon beveger seg med en hastighet større enn lyshastigheten mellom de to partiklene.

8.74

Når tiden går, øker sannsynlighet er det for å finne partikkelen i en større avstand fra målepunktet.

8.75

a Uskarphetsrelasjonen mellom posisjon og bevegelsesmengde gir oss

$$\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{h}{4\pi} \quad \Rightarrow \quad \Delta p \geq \frac{h}{4\pi \cdot \Delta x}$$

Den minste uskarpheten i bevegelsesmengde er da

$$\Delta p = \frac{h}{4\pi \cdot \Delta x} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \text{Js}}{4\pi \cdot 1{,}00 \cdot 10^{-2}\ \text{m}} = \underline{\underline{5{,}28 \cdot 10^{-33}\ \text{kgm/s}}}$$

b Hvis boksen krymper, vil Δx bli mindre, så nederste grense for Δp blir større.

c Vi kan finne partikkelen hvor som helst, men ofte vil det være en noe større sannsynlighet for å finne den nære midten av boksen.

d Ja, det er mulig. Partikkelen kan ha tunnelert ut av boksen.

8.76

a Vi antar at strålingen fra jorda blir fordelt likt over et kuleskall med radius r.

Da er $\dfrac{P}{P_\odot} = \dfrac{A}{4\pi r^2} \quad \Rightarrow \quad P = \dfrac{A}{4\pi r^2} \cdot P_\odot = \dfrac{(100\ \text{m})^2}{4\pi \cdot \left(1{,}50 \cdot 10^{11}\ \text{m}\right)^2} \cdot 3{,}83 \cdot 10^{26}\ \text{W} = 1{,}3546 \cdot 10^{7}\ \text{W}$

Dette betyr at $1{,}35 \cdot 10^{7}\ \text{J} = 13{,}5\ \text{MJ}$ med energi treffer solseilet hvert sekund.

b Totalenergien er $E = hf_1 + hf_2 + hf_3 + \ldots + hf_N = h\left(f_1 + f_2 + f_3 + \ldots + f_N\right) = h \cdot \sum_{i=1}^{N} f_i$

Den samlede bevegelsesmengden er

$$p = \frac{h}{\lambda_1} + \frac{h}{\lambda_2} + \frac{h}{\lambda_3} + \ldots + \frac{h}{\lambda_N} = \frac{hf_1}{c} + \frac{hf_2}{c} + \frac{hf_3}{c} + \ldots + \frac{hf_N}{c} = \frac{h}{c}\left(f_1 + f_2 + f_3 + \ldots + f_N\right) = \frac{h}{c} \cdot \sum_{i=1}^{N} f_i$$

Fra dette ser vi at $p = \dfrac{E}{c} = \dfrac{1{,}3546 \cdot 10^{7}\ \text{J}}{3{,}00 \cdot 10^{8}\ \text{m/s}} = 0{,}045153\ \text{kgm/s} = \underline{\underline{0{,}0452\ \text{kgm/s}}}$, uanvhengig av antallet elektroner eller energien til hvert enkelt foton.

c Fotonene har samlet bevegelsesmengde p når de treffer seilet, og $-p$ etter at de blir reflektert tilbake. Impulsloven gir oss da:

$$\Delta p = F \cdot t \quad \Rightarrow \quad p - (-p) = F \cdot t$$

$$\Rightarrow \quad F = \frac{2p}{t} = \frac{2 \cdot 0{,}045153\ \text{kgm/s}}{1\ \text{s}} = 0{,}090306\ \text{N} = \underline{\underline{0{,}0903\ \text{N}}} = \underline{\underline{90{,}3\ \text{mN}}}$$

d $F = ma \quad \Rightarrow \quad a = \dfrac{F}{m} = \dfrac{0{,}090306\ \text{N}}{200\ \text{kg}} = 4{,}5153 \cdot 10^{-4}\ \text{m/s}^2 = \underline{\underline{4{,}52 \cdot 10^{-4}\ \text{m/s}^2}}$

e Vi regner med startfart lik null og bruker fartsformelen $v = v_0 + at$.

Hvis vi ser bort fra skuddår, er $t = 10 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60\ \text{s} = 3{,}15 \cdot 10^{8}\ \text{s}$. Med startfart lik null får vi: $v = at = 4{,}5153 \cdot 10^{-4}\ \text{m/s}^2 \cdot 3{,}15 \cdot 10^{8}\ \text{s} = \underline{\underline{1{,}42 \cdot 10^{5}\ \text{m/s}}} = \underline{\underline{142\ \text{km/s}}}$.

8.77

-

8.78

a Hvileenergi er den energien en gjenstand har på grunn av sin masse: $E_0 = mc^2$.

b $E_0 = m_e c^2 = 9{,}1094 \cdot 10^{-31}\ \text{kg} \cdot \left(3{,}00 \cdot 10^{8}\ \text{m/s}\right)^2 = 8{,}19846 \cdot 10^{-14}\ \text{J} = \underline{\underline{8{,}20 \cdot 10^{-14}\ \text{J}}} = \underline{\underline{82{,}0\ \text{fJ}}}$

c Fotonet må minst ha like stor energi som den samlede hvileenergien til de to partiklene. Siden elektronet og positronet har samme masse, blir dette:

$$E_\gamma = 2m_e c^2 = 2\cdot 9{,}1094\cdot 10^{-31}\ \text{kg}\cdot\left(3{,}00\cdot 10^{8}\ \text{m/s}\right)^2 = 1{,}6397\cdot 10^{-13}\ \text{J} = \underline{\underline{1{,}64\cdot 10^{-13}\ \text{J}}} = \underline{\underline{164\ \text{fJ}}}$$

Vi finner frekvensen: $E_\gamma = hf \quad\Rightarrow\quad f = \dfrac{E_\gamma}{h} = \dfrac{1{,}6397\cdot 10^{-13}\ \text{J}}{6{,}63\cdot 10^{-34}\ \text{Js}} = \underline{\underline{2{,}47\cdot 10^{20}\ \text{Hz}}}$

d Vi må regne relativistisk. Fotonet må ha en energi som er like stor som den samlde totalenergien. Vi har da $E_\gamma = 2\gamma mc^2 = \dfrac{2mc^2}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}} = \dfrac{1{,}6397\cdot 10^{-13}\ \text{J}}{\sqrt{1-0{,}99^2}} = \underline{\underline{1{,}16\cdot 10^{-12}\ \text{J}}} = \underline{\underline{1{,}16\ \text{pJ}}}$

e Vi regner relativistisk, og antar at det bare blir dannet ett foton.

Bevaring av energi: $E_+ + E_- = E_\gamma \quad\Rightarrow\quad \gamma mc^2 + mc^2 = hf \quad\Rightarrow\quad (\gamma+1)mc^2 = hf \qquad (1)$

Bevaring av bevegelsesmengde: $p_+ + p_- = p_\gamma \quad\Rightarrow\quad \gamma mv + 0 = \dfrac{h}{\lambda} \quad\Rightarrow\quad \gamma mc = \dfrac{hf}{c} \qquad (2)$

Vi erstatter hf i likning (2) med uttrykket fra likning (1) og får

$$\gamma mc = \frac{(\gamma+1)mc^2}{c} \quad\Rightarrow\quad \gamma mc = (\gamma+1)mc \quad\Rightarrow\quad \gamma mc = \gamma mc + mc \quad\Rightarrow\quad mc = 0$$

Det er åpenbart at produktet av massen og lysfarten aldri kan bli lik null, så situasjonen er ikke mulig.

8.79

a Vi slår opp i tabellen på s. 364 og finner at løsrivningsarbeidet til kobber er $7{,}45\cdot 10^{-19}\ \text{J}$. Vi finner hvilken bølgelengde dette svarer til:

$$E_\gamma = hf = \frac{hc}{\lambda} \quad\Rightarrow\quad \lambda = \frac{hc}{E_\gamma} = \frac{6{,}63\cdot 10^{-34}\ \text{Js}\cdot 3{,}00\cdot 10^{8}\ \text{m/s}}{7{,}45\cdot 10^{-19}\ \text{J}} = \underline{\underline{2{,}67\cdot 10^{-7}\ \text{m}}} = \underline{\underline{267\ \text{nm}}}$$

b Vi finner først den kinetiske energien til elektronene:

$$E_k = hf - W = \frac{hc}{\lambda} - W = \frac{6{,}63\cdot 10^{-34}\ \text{Js}\cdot 3{,}00\cdot 10^{8}\ \text{m/s}}{185\cdot 10^{-9}\ \text{m}} - 7{,}45\cdot 10^{-19}\ \text{J} = 3.3014\cdot 10^{-19}\ \text{J}$$

Vi finner farten til elektronene:

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2 \quad\Rightarrow\quad v = \sqrt{\frac{2E_k}{m}} = \sqrt{\frac{2\cdot 3{,}3014\cdot 10^{-19}\ \text{J}}{9{,}1094\cdot 10^{-31}\ \text{kg}}} = 8{,}5137\cdot 10^{5}\ \text{m/s}$$

Vi bruker sammenhengen mellom bølgelengde og bevegelsesmengde til å finne bølgelengden til elektronene:

$$p = \frac{h}{\lambda} \quad\Rightarrow\quad \lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} = \frac{6{,}63\cdot 10^{-34}\ \text{Js}}{9{,}1094\cdot 10^{-31}\ \text{kg}\cdot 8{,}5137\cdot 10^{5}\ \text{m/s}} = \underline{\underline{8{,}55\cdot 10^{-10}\ \text{m}}} = \underline{\underline{855\ \text{pm}}}$$

Merk: Vi kan også bruke direkte at $E_k = \dfrac{1}{2}mv^2 = \dfrac{p^2}{2m} = \dfrac{h^2}{2m\lambda^2} \quad\Rightarrow\quad \lambda = \dfrac{h}{\sqrt{2mE_k}}$. *Fordelen med å gå veien om å regne ut farten, er at vi får sjekket at det er greit å bruke ikke-relativistiske formler.*

8.80

a Elektroner kan bli revet løs fra en metallplate dersom den blir truffet av lys der frekvensen er høy nok. Einstein forklarte fenomenet med å si at frekvens er bestemt av energien til enkeltfotoner, og at energien som kreves for å slå løs elektronet må komme fra ett enkelt elektron. Dette betyr at lys må ha partikkelegenskaper. $E_k = hf - W$ der symbolene står for elektronenes kinetiske energi, Plancks konstant, lysfrekvensen og løsrivningsarbeidet.

b Hvis lyset akkurat har nøy nok energi til å slå løs elektronene, vil den kinetiske energien til elektronene være lik null. Vi har da:

$$E_k = hf - W = 0$$

$$\Rightarrow \quad W = hf = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6{,}63\cdot 10^{-34}\ \text{Js}\cdot 3{,}00\cdot 10^{8}\ \text{m/s}}{700\cdot 10^{-9}\ \text{m}} = 2{,}8414\cdot 10^{-19}\ \text{J} = \underline{\underline{2{,}84\cdot 10^{-19}\ \text{J}}} = \underline{\underline{0{,}284\ \text{aJ}}}$$

c Vi bruker formelen for fotoelektrisk effekt og løsrivningsarbeidet vi fant i oppgave b.

$$E_k = hf - W = \frac{hc}{\lambda} - W$$

$$= \frac{6{,}63\cdot 10^{-34}\ \text{Js}\cdot 3{,}00\cdot 10^{8}\ \text{m/s}}{300\cdot 10^{-9}\ \text{m}} - 2{,}8414\cdot 10^{-19}\ \text{J} = 3{,}7886\cdot 10^{-19}\ \text{J} = \underline{\underline{3{,}79\cdot 10^{-19}\ \text{J}}} = \underline{\underline{0{,}379\ \text{aJ}}}$$

d $$E_k = \frac{1}{2}mv^2 \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{2E_k}{m}} = \sqrt{\frac{2\cdot 3{,}7886\cdot 10^{-19}\ \text{J}}{9{,}1094\cdot 10^{-31}\ \text{kg}}} = \underline{\underline{9{,}12\cdot 10^{5}\ \text{m/s}}} = \underline{\underline{912\ \text{km/s}}}$$

e $$p = \frac{h}{\lambda} = \frac{6{,}63\cdot 10^{-34}\ \text{Js}}{300\cdot 10^{-9}\ \text{m}} = \underline{\underline{2{,}21\cdot 10^{-27}\ \text{kgm/s}}}$$

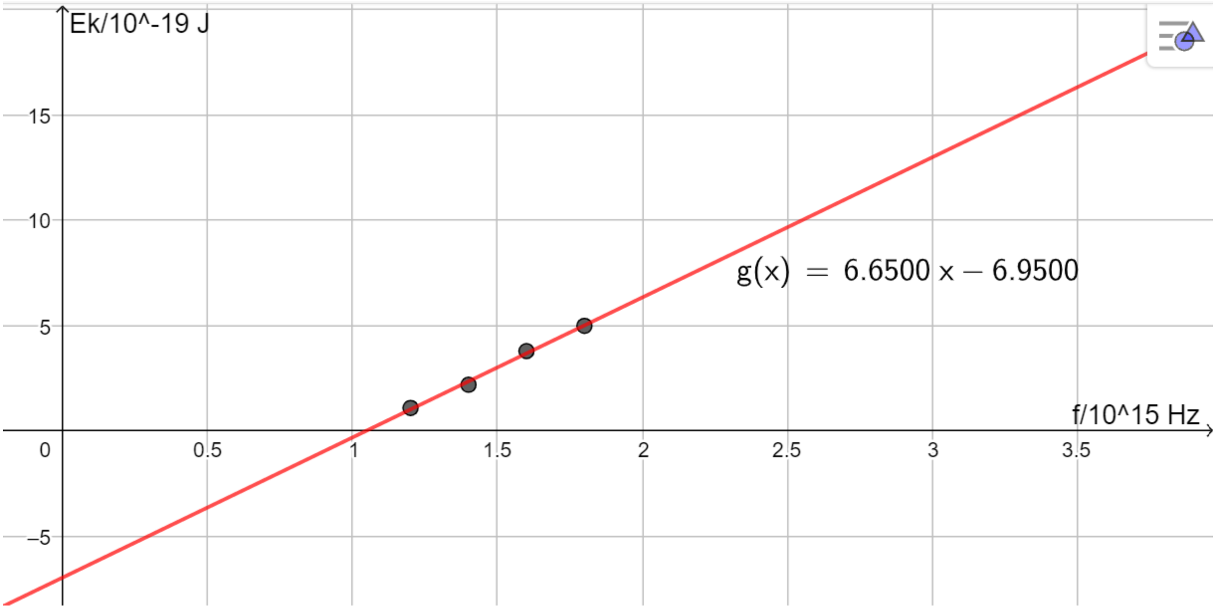
8.81

a $$E_\gamma = hf = 6{,}63\cdot 10^{-34}\ \text{Js}\cdot 7{,}5\cdot 10^{14}\ \text{Hz} = 4{,}9725\cdot 10^{-19}\ \text{J} = \underline{\underline{5{,}0\cdot 10^{-19}\ \text{J}}} = \underline{\underline{0{,}50\ \text{aJ}}}$$

b Det kan bli slått løs elektroner dersom fotonenergien er større enn løsrivningsarbeidet. Dette betyr at cesium, rubidium, kalium, barium, natrium, kalsium og litium kan gi fotoelektrisk effekt. Det er cesium som har det minste løsrivningsarbeidet og derfor vil sende ut elektroner med størst kinetisk energi. Her er den kinetiske energien

$$E_k = hf - W = 4{,}9725\cdot 10^{-19}\ \text{J} - 3{,}42\cdot 10^{-19}\ \text{J} = \underline{\underline{1{,}6\cdot 10^{-19}\ \text{J}}} = \underline{\underline{0{,}16\ \text{aJ}}}$$

c Vi bruker Geogebra til å gjøre en regresjon med frekvens (målt i 10^{14} Hz) på x-aksen og kinetisk energi (målt i 10^{-19} J) på y-aksen:



Vi vet at Plancks konstant er lik stigningstallet til grafen, og ser fra formelen at den er

$6{,}7\cdot\frac{10^{-19}\ \text{J}}{10^{15}\ \text{Hz}} = 6{,}7\cdot 10^{-34}\ \text{Js}$, noe som ligger nært tabellverdien på $h = 6{,}6\cdot 10^{-34}\ \text{Js}$.

d Fra formelen for fotoelektrisk effekt, $E_k = hf - W$ ser vi at løsrivningsarbeidet er lik konstantleddet. Vi har derfor $W = 6{,}95 \cdot 10^{-19}\ \text{J} = \underline{\underline{7{,}0 \cdot 10^{-19}\ \text{J}}} = \underline{\underline{0{,}70\ \text{aJ}}}$. Når vi sammenlikner med tabellen på s. 364 ser vi at det er sink som har et løsrivningsarbeid nærmest vårt svar. Hvis vi brukte et annet metall, ville stigningstallet (Plancks konstant) være likt, mens konstantleddet (løsrivningsarbeidet), ville være ulikt. Kurvene for forskjellige metaller er derfor parallelle linjer.

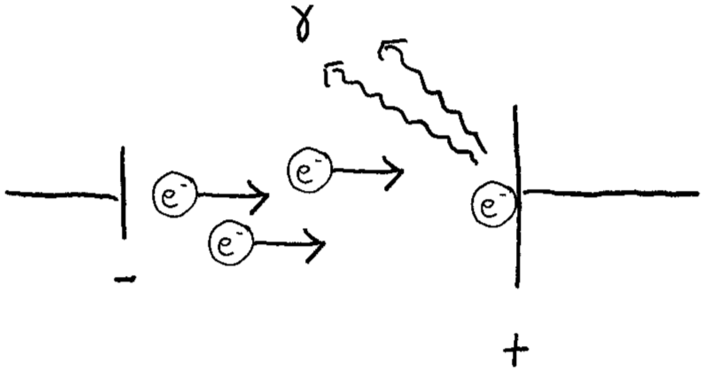
8.82

a $$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3{,}00 \cdot 10^{8}\ \text{m/s}}{7{,}9 \cdot 10^{-12}\ \text{m}} = 3{,}7975 \cdot 10^{19}\ \text{Hz} = \underline{\underline{3{,}8 \cdot 10^{19}\ \text{Hz}}}$$

$$E_\gamma = hf = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \text{Js} \cdot 3{,}00 \cdot 10^{8}\ \text{m/s}}{7{,}9 \cdot 10^{-12}\ \text{m}} = 2{,}5177 \cdot 10^{-14}\ \text{J} = \underline{\underline{2{,}5 \cdot 10^{-14}\ \text{J}}} = \underline{\underline{25\ \text{fJ}}}$$

$$p = \frac{h}{\lambda} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \text{Js}}{7{,}9 \cdot 10^{-12}\ \text{m}} = 8{,}3924 \cdot 10^{-23}\ \text{kgm/s} = \underline{\underline{8{,}4 \cdot 10^{-23}\ \text{kgm/s}}}$$

b Dette er en enkel skisse av et røntgenapparat. Det er viktig at det kommer frem at elektroner akselereres, treffer en positiv flate og at det frigjøres fotoner. Se også figuren i oppgaveteksten til oppgave 8.83.



c Fotonenergien vi fant er langt større enn løsrivningsarbeidet til metallene i tabellen på s. 364, så vi kan se bort fra dette. Hvis elektronene overfører all sin kinetiske energi til fotonene, har vi

$$E_k = E_\gamma \quad \Rightarrow \quad eU = E_\gamma \quad \Rightarrow \quad U = \frac{E_\gamma}{e} = \frac{2{,}5177 \cdot 10^{-14}\ \text{J}}{1{,}60 \cdot 10^{-19}\ \text{C}} = 1{,}5736 \cdot 10^{5}\ \text{V} = \underline{\underline{1{,}6 \cdot 10^{5}\ \text{V}}} = \underline{\underline{0{,}16\ \text{MV}}}$$

d $$E_0 = m_e c^2 = 9{,}1094 \cdot 10^{-31}\ \text{kg} \cdot \left(3{,}00 \cdot 10^{8}\ \text{m/s}\right)^2 = 8{,}1985 \cdot 10^{-14}\ \text{J} = \underline{\underline{8{,}20 \cdot 10^{-14}\ \text{J}}} = \underline{\underline{82{,}0\ \text{fJ}}}$$

$$E = E_0 + eU = 8{,}1985 \cdot 10^{-14}\ \text{J} + 1{,}60 \cdot 10^{-19}\ \text{C} \cdot 1{,}5736 \cdot 10^{5}\ \text{V} = 1{,}072 \cdot 10^{-13}\ \text{J} = \underline{\underline{1{,}1 \cdot 10^{-13}\ \text{J}}}$$

Vi vet at totalenergien til en partikkel er $E = \gamma mc^2$. Vi bruker dette til å finne farten:

$$E = \gamma mc^2 = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{mc^2}{\sqrt{c^2 - v^2}} \cdot c^2 \quad \Rightarrow \quad v^2 = c^2 - \left(\frac{mc^2}{E} \cdot c^2\right)^2 \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{1 - \left(\frac{mc^2}{E}\right)^2} \cdot c$$

Når vi setter inn tall, får vi:

$$v = \sqrt{1 - \left(\frac{9{,}1094 \cdot 10^{-31}\ \text{kg} \cdot \left(3{,}00 \cdot 10^{8}\ \text{m/s}\right)^2}{1{,}072 \cdot 10^{-13}\ \text{J}}\right)^2} \cdot c = 0{,}6443 \cdot c = \underline{\underline{1{,}9 \cdot 10^{8}\ \text{m/s}}}$$

Vi ser at elektronene får en fart på 64 **% av lysfarten, eller** $1{,}9 \cdot 10^{8}\ \text{m/s}$**.**

8.83

a Energirike elektroner sendes mot et metall. Elektronene blir fanget inn av metallet, dette frigjør fotoner i røntgenområdet. Prosessen er den motsatte av fotoelektrisk effekt.

b Den kinetiske energien er lik arbeidet som gjøres på elektronene:

$$E_k = eU = 1{,}60\cdot 10^{-19}\ \text{C}\cdot 85{,}0\cdot 10^{3}\ \text{V} = \underline{\underline{1{,}36\cdot 10^{-14}\ \text{J}}} = \underline{\underline{13{,}6\ \text{fJ}}}$$

Vi regner ut farten klassisk:

$$E_k = \frac{1}{2}mv_{kl}^2 \quad \Rightarrow \quad v_{kl} = \sqrt{\frac{2E_k}{m}} = \sqrt{\frac{2\cdot 1{,}36\cdot 10^{-14}\ \text{J}_k}{9{,}1094\cdot 10^{-31}\ \text{kg}}} = \underline{\underline{1{,}73\cdot 10^{8}\ \text{m/s}}}$$

Vi regner ut farten relativistisk

Vi finner først lorentzfaktoren:

$$E_k = (\gamma - 1)mc^2 \quad \Rightarrow \quad \gamma = \frac{E_k}{mc^2} + 1 = \frac{1{,}36\cdot 10^{-14}\ \text{J}}{9{,}1094\cdot 10^{-31}\ \text{kg}\cdot\left(3{,}00\cdot 10^{8}\ \text{m/s}\right)^2} + 1 = 1{,}1659$$

Vi finner farten:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v_{rel}^2}{c^2}}} \quad \Rightarrow \quad 1 - \frac{v_{rel}^2}{c^2} = \frac{1}{\gamma^2} \quad \Rightarrow \quad \frac{v_{rel}^2}{c} = \sqrt{1-\frac{1}{\gamma^2}}$$

$$\Rightarrow \quad v_{rel} = \sqrt{1-\frac{1}{1{,}1659^2}}\cdot c = 0{,}5141c = 1{,}5424\cdot 10^{8}\ \text{m/s} = \underline{\underline{1{,}54\cdot 10^{8}\ \text{m/s}}}$$

Forskjellen mellom den relativistiske og klassiske utregningen av farten er stor. Vi må derfor regne relativistisk. Vi ser dette også på at vi får en fart på over ti prosent av lysfarten når vi regner klassisk.

c Fotonene får den korteste bølgelengden dersom elektronene overfører hele sin kinetiske energi til fotonene:

$$E_k = hf = \frac{hc}{\lambda}$$

$$\Rightarrow \quad \lambda = \frac{hc}{E_k} = \frac{6{,}63\cdot 10^{-34}\ \text{Js}\cdot 3{,}00\cdot 10^{8}\ \text{m/s}}{1{,}36\cdot 10^{-14}\ \text{J}} = 1{,}4625\cdot 10^{-11}\ \text{m} = \underline{\underline{1{,}46\cdot 10^{-11}\ \text{m}}} = \underline{\underline{14{,}6\ \text{pm}}}$$

Når elektronene fanges inn, vil også en energi lik løsrivningsarbeidet frigjøres. Vi ser imidlertid fra tabellen på s. 364 at $W << E_k$, så vi kan se bort fra dette i utregningen.

Bevegelsesmengden er $p = \frac{h}{\lambda} = \frac{6{,}63\cdot 10^{-34}\ \text{Js}}{1{,}4625\cdot 10^{-11}\ \text{m}} = \underline{\underline{4{,}53\cdot 10^{-23}\ \text{m}}}$

d I oppgave b fant vi at farten til de raskeste elektronene er $1{,}5424\cdot 10^{8}\ \text{m/s}$ og at lorentzfaktoren er 1,1659. Vi har da

$$p = \frac{h}{\lambda} \quad \Rightarrow \quad \gamma mv = \frac{h}{\lambda}$$

$$\Rightarrow \quad \lambda = \frac{h}{\gamma mv} = \frac{6{,}63\cdot 10^{-34}\ \text{Js}}{1{,}1659\cdot 9{,}1094\cdot 10^{-31}\ \text{kg}\cdot 1{,}5424\cdot 10^{8}\ \text{m/s}} = \underline{\underline{4{,}05\cdot 10^{-12}\ \text{m}}} = \underline{\underline{4{,}05\ \text{pm}}}$$

e Elektrisk effekt er gitt ved $P = UI$. Hvis 1,00 % av energien blir sendt ut som røntgenstråling, blir 99,0 % omgjort til termisk energi som kjølesystemet må fjerne. I løpet av 60,0 s tilsvarer dette en energi lik

$$E = 0{,}990\cdot Pt = 0{,}990\cdot UIt = 0{,}990\cdot 85{,}0\cdot 10^{3}\ \text{V}\cdot 12{,}0\cdot 10^{-3}\ \text{A}\cdot 60{,}0\ \text{s} = \underline{\underline{6{,}06\cdot 10^{4}\ \text{J}}} = \underline{\underline{60{,}6\ \text{kJ}}}$$

8.84

a Totalenergien til elektronet er:

$$E = E = \gamma mc^2 = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\frac{9{,}1094\cdot 10^{-31}\ \text{kg}\cdot\left(3{,}00\cdot 10^{8}\ \text{m/s}\right)^2}{\sqrt{1-0{,}92^2}} = \underline{\underline{2{,}09\cdot 10^{-13}\ \text{J}}} = \underline{\underline{209\cdot 10^{-13}\ \text{fJ}}}$$

b Bevegelsesmengden til elektronet er: $p = \gamma mv = \dfrac{mv}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \dfrac{9{,}1094\cdot 10^{-31}\ \text{kg}\cdot 0{,}92\cdot 3{,}00\cdot 10^{8}\ \text{m/s}}{\sqrt{1-0{,}92^2}}$

$$= 6{,}4151\cdot 10^{-22}\ \text{kgm/s} = \underline{\underline{6{,}42\cdot 10^{-22}\ \text{kgm/s}}}$$

Vi finner bølgelengden: $p = \dfrac{h}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \dfrac{h}{p} = \dfrac{6{,}63\cdot 10^{-34}\ \text{Js}}{6{,}4151\cdot 10^{-22}\ \text{kgm/s}} = \underline{\underline{1{,}03\cdot 10^{-12}\ \text{m}}} = \underline{\underline{1{,}03\ \text{pm}}}$

c Energibevaring gir oss: $E_- + E_+ = 2E_\gamma \Rightarrow \gamma mc^2 + mc^2 = 2hf \Rightarrow (1+\gamma)mc^2 = \dfrac{2hc}{\lambda}$

Når vi løser for bølgelengden, får vi $\lambda = \dfrac{2h}{(1+\gamma)mc}$.

Lorentzfaktoren er $\gamma = \dfrac{1}{\sqrt{1-0{,}92^2}} = 2{,}5516$. Vi setter dette inn i uttrykket over, og får

$$\lambda = \frac{2\cdot 6{,}63\cdot 10^{-34}\ \text{Js}}{(1+2{,}5516)\cdot 9{,}1094\cdot 10^{-31}\ \text{kg}\cdot 3{,}00\cdot 10^{8}\ \text{m/s}} = 1{,}3662\cdot 10^{-12}\ \text{m} = \underline{\underline{1{,}37\cdot 10^{-12}\ \text{m}}} = \underline{\underline{1{,}37\ \text{pm}}}$$

d For at et foton skal kunne gi pardanning, må fotonenergien være minst like stor som hvileenergien til de to partiklene det danner. Elektronet og positronet har den minste massen av alle ladde partikler. Vi ser igjen på uttrykket fra oppgave c:

$E_- + E_+ = 2E_\gamma \Rightarrow (1+\gamma)mc^2 = 2E_\gamma$

Når vi løser for fotonenergien og setter inn verdien vi fant for lorentzfaktoren, får vi:

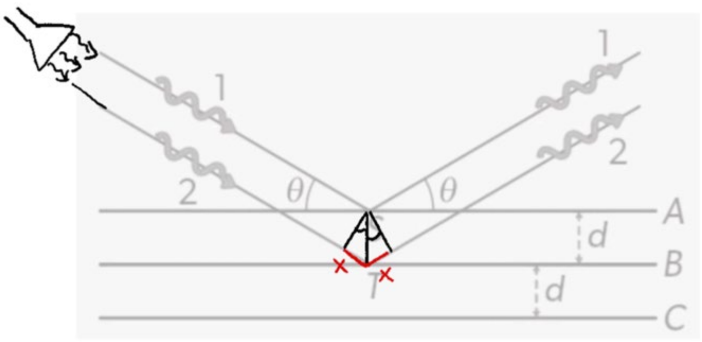
$E_\gamma = \dfrac{1+\gamma}{2}mc^2 = \dfrac{1+2{,}6}{2}mc^2 = 1{,}8\cdot mc^2$.

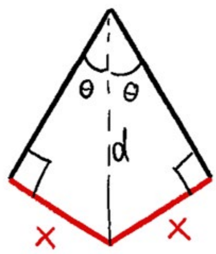
Siden $E_\gamma < 2mc^2$ har det ikke nok energi til å danne et elektron-/positronpar.

Merk: Her kan man selvfølgelig også bruke bølgelengden vi fant i oppgave c, regne ut fotonenergien, regne ut hvileenergien til et elektron-/positronparet og sammenlikne de to svarene.

8.85

a På figuren under har vi tegnet inn lyskilden så vi enklere ser hvor langt hver lysstråle har bevege seg:





Vi ser at stråle 2 må beve seg en strekning $2x$ lengre enn stråle 1, der $\sin\theta = \frac{x}{d}$. Forskjellen i veilengde er da $2x = 2d\sin\theta$.

b Når forskjellen i veilengde (se formelen i oppgave a) er lik en hel bølgelengde, vil bølgetopp igjen møte bølgetopp, og vi har et maksimum.

Vi bruker at $E_\gamma = hf = \frac{hc}{\lambda} \quad \Rightarrow \quad \lambda = \frac{hc}{E_\gamma}$, og får

$$2d \cdot \sin\theta = \frac{hc}{E_\gamma} \quad \Rightarrow \quad \theta = \sin^{-1}\left(\frac{hc}{2dE_\gamma}\right) = \sin^{-1}\left(\frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \text{Js} \cdot 3{,}00 \cdot 10^{8}\ \text{m/s}}{2 \cdot 2{,}82 \cdot 10^{-10}\ \text{m} \cdot 1{,}60 \cdot 10^{-15}\ \text{J}}\right) = \underline{\underline{12{,}7^\circ}}$$

c Ifølge kvantefysikken har også partikler en bølgenatur med en bestemt bølgelengde.

d Vi bruker sammenhengen mellom bevegelsesmengde og bølgelengde og finner

$$p = \frac{h}{\lambda} \quad \Rightarrow \quad mv = \frac{h}{\lambda} \quad \Rightarrow \quad \lambda = \frac{h}{mv}.$$

Når vi setter dette inn i formelen fra oppgave b, får vi:

$$2d \cdot \sin\theta = \lambda \quad \Rightarrow \quad 2d \cdot \sin\theta = \frac{h}{mv} \quad \Rightarrow \quad v = \frac{h}{2dm \cdot \sin\theta}.$$

Siden $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$, får vi

$$v = \frac{h}{2dm \cdot \frac{1}{2}} = \frac{h}{dm} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \text{Js}}{2{,}82 \cdot 10^{-10}\ \text{m} \cdot 1{,}6749 \cdot 10^{-27}\ \text{kg}} = \underline{\underline{1{,}4 \cdot 10^{3}\ \text{m/s}}} = \underline{\underline{1{,}4\ \text{km/s}}}$$

Kapitteltest

Oppgave 1

a Klassiske partikler har en bestemt masse, posisjon og bevegelsesmengde.

b Klassiske bølger har en bestemt bølgelengde, frekvens og amplitude.

c Kvanteobjekter har både bølge- og partikkelegenskaper.

Oppgave 2

Kvantiserte størrelser kan bare opptre i bestemte porsjoner. De har en minste bestanddel. Energi er kanskje det mest klassiske eksempelet på kvantiserte størrelser.

Oppgave 3

a Vi finner den opprinnelige bølgelengden til fotonet: $\lambda_1 = \frac{c}{f_1} = \frac{3{,}00 \cdot 10^{8}\ \text{m/s}}{2{,}00 \cdot 10^{20}\ \text{Hz}} = 1{,}50 \cdot 10^{-12}$

Vi finner endringen i bølgelengde:

$$\Delta\lambda = \frac{h}{m_e c}(1 - \cos\theta) = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \text{Js}}{9{,}1094 \cdot 10^{-31}\ \text{kg} \cdot 3{,}00 \cdot 10^{8}\ \text{m/s}}\left(1 - \cos 30^\circ\right) = 3{,}2503 \cdot 10^{-13}\ \text{m}$$

Vi finner den nye bøløgelengden: $\lambda_2 = \lambda_1 + \Delta\lambda = 1{,}50 \cdot 10^{-12}\ \text{m} + 3{,}25 \cdot 10^{-13}\ \text{m} = 1{,}825 \cdot 10^{-12}\ \text{m}$

Vi finner den nye frekvensen: $f_2 = \frac{c}{\lambda_2} = \frac{3{,}00 \cdot 10^{8}\ \text{m/s}}{1{,}825 \cdot 10^{-12}\ \text{m}} = 1{,}6438 \cdot 10^{20}\ \text{Hz} = \underline{\underline{1{,}64 \cdot 10^{20}\ \text{Hz}}}$

b Elektronet har fått like mye energi som fotonet har mistet:

$$E_k = h(f_1 - f_2) = 6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \text{Js} \cdot \left(2{,}00 \cdot 10^{20}\ \text{Hz} - 1{,}6438 \cdot 10^{20}\ \text{Hz}\right)$$
$$= 2{,}3616 \cdot 10^{-14}\ \text{J} = \underline{\underline{2{,}36 \cdot 10^{-14}\ \text{J}}}$$

c Vi må regne relativistisk. I kapittel 4 så vi at sammenhengen mellom totalenergien E og bevegelsesmengden p til en partikkel er gitt ved

$$E^2 = (pc)^2 + (mc^2)^2$$

$$\Rightarrow \quad p = \frac{1}{c}\cdot\sqrt{E^2 - (mc^2)^2} = \frac{1}{c}\cdot\sqrt{(mc^2 + E_k)^2 - (mc^2)^2} = \frac{1}{c}\cdot\sqrt{2mc^2E_k + E_k^2}\,.$$

Når vi setter inn tall, får vi

$$p = \frac{1}{3{,}00\cdot 10^8\ \text{m/s}}\cdot\sqrt{2\cdot 9{,}1094\cdot 10^{-31}\ \text{kg}\cdot(3{,}00\cdot 10^8\ \text{m/s})^2\cdot 2{,}3616\cdot 10^{-14}\ \text{J} + (2{,}3616\cdot 10^{-14}\ \text{J})^2}$$
$$= \underline{\underline{2{,}22\cdot 10^{-22}\ \text{kgm/s}}}$$

Oppgave 4

a $\Delta x\cdot\Delta p \ge \frac{h}{4\pi} \quad\Rightarrow\quad \Delta p \ge \frac{h}{4\pi\Delta x} \quad\Rightarrow\quad \Delta p \ge \frac{6{,}63\cdot 10^{-34}\ \text{Js}}{4\pi\cdot 2\cdot 0{,}530\cdot 10^{-10}\ \text{m}} \quad\Rightarrow\quad \Delta p \ge 4{,}98\cdot 10^{-25}\ \text{kgm/s}$

b $\Delta t\cdot\Delta E \ge \frac{h}{4\pi} \quad\Rightarrow\quad \Delta t\cdot h\Delta f \ge \frac{h}{4\pi} \quad\Rightarrow\quad \Delta f \ge \frac{1}{4\pi\Delta t}$

Når vi setter inn tall, får vi $\Delta f \ge \frac{1}{4\pi\cdot 1{,}0\cdot 10^{-8}\ \text{s}} \quad\Rightarrow\quad \Delta f \ge 8{,}0\cdot 10^6\ \text{Hz}$

c $\frac{\Delta f}{f} = \frac{8{,}0\cdot 10^6\ \text{Hz}}{7{,}1\cdot 10^{14}\ \text{Hz}} = 1{,}1\cdot 10^{-8} = \underline{\underline{1{,}1\cdot 10^{-6}\ \%}}$

Oppgave 5

a Fotonene har energi $E_\gamma = hf = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6{,}63\cdot 10^{-34}\ \text{Js}\cdot 3{,}00\cdot 10^8\ \text{m/s}}{100\cdot 10^{-9}\ \text{m}} = 19{,}89\cdot 10^{-19}\ \text{J}$

I tabellen på s. 364 ser vi at løsrivningsarbeidet til wolfram er $W = 7{,}23\cdot 10^{-19}\ \text{J}$. Siden $E_\gamma > W$ vil det bli frigjort elektroner fra plata.

b $E_k = E_\gamma - W \quad\Rightarrow\quad \frac{1}{2}mv^2 = E_\gamma - W \quad\Rightarrow\quad v = \sqrt{\frac{2}{m}\cdot(E_\gamma - W)}$

Når vi setter inn tall, får vi:

$$v = \sqrt{\frac{2}{9{,}1094\cdot 10^{-31}\ \text{kg}}\cdot(19{,}89\cdot 10^{-19}\ \text{J} - 7{,}23\cdot 10^{-19}\ \text{J})} = 1{,}6672\cdot 10^6\ \text{m/s} = \underline{\underline{1{,}67\cdot 10^6\ \text{m/s}}}$$

c Fra sammenhengen mellom bevegelsesmengde og bølgelengde, $p = \frac{h}{\lambda}$, får vi:

$$p = \frac{h}{\lambda} \quad\Rightarrow\quad \lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} = \frac{6{,}63\cdot 10^{-34}\ \text{Js}}{9{,}1094\cdot 10^{-31}\ \text{kg}\cdot 1{,}6672\cdot 10^6\ \text{m/s}} = \underline{\underline{4{,}37\cdot 10^{-10}\ \text{m}}} = \underline{\underline{437\ \text{pm}}}$$

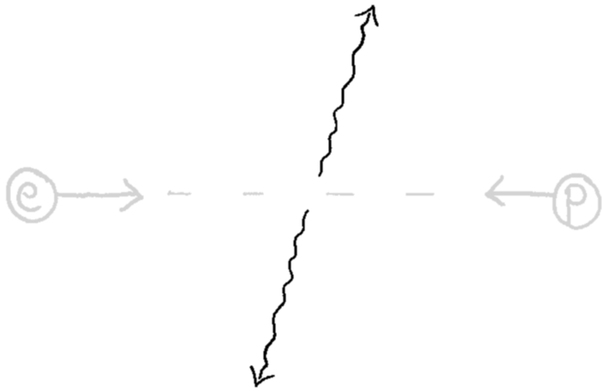
Oppgave 6

a Den elektromagnetisk kraften, den sterke og svake kjernekraften og tyngdekraften/gravitasjon. De tre første inngår i standardmodellen.
b Massen til partiklene øker for hver generasjon.
c Oppkvarker, nedkvarker og elektroner.
d Higgsfeltet gir masse til kvarker, leptoner og W- og Z-bosonene.
e Partiklene utveksler kraftpartikler med hverandre.
f Antimaterie er partikler med samme masse, men motsatt ladning (og andre kvantetall) enn de vanlige materiepartiklene. Hvis en materiepartikkel møter sin antipartikkel, vil de to partiklene annihileres, og de blir til ren energi.

Oppgave 7

a Et foton som vekselvirker med en større partikkel, kan omdannes til et partikkel- antipartikkel-par dersom fotonenergien er stor nok. Denne prosessen kalles pardanning.

b Bevegelsesmengden må være bevart i prosessen. Dersom elektronet og positronet har fart rett mot hverandre, må bevegelsesmengden etter prosessen være lik null. Fotonene får da fart i motsatt retning av hverandre, men vi vet ikke langs hvilken akse.



c Hvis de opprinnelige partiklene har fart rett mot hverandre, er den samlede bevegelsesmengden lik null. Dette er ikke mulig å få til med bare ett foton. Uansett hvordan de opprinnelige partiklene beveget seg før kollisjonen, kan ikke både bevegelsesmengde og energi være bevart med bare ett foton.

Oppgave 8

a Bølgefunksjonen kvadrert gir sannsynligheten for å finne partikkelen dersom vi gjør en måling av posisjonen dens.

b Målinger kollapser bølgefunksjonen slik at for eksempel posisjonen er skarpt bestemt. Dette vil påvirke bevegelsesmengden til partikkelen. Målinger kan også bestemme egenskaper hos partikler som er sammenfiltret med den vi gjør målingen på.

c Vi har tunnelering dersom en partikkel passerer en hindring den i utgangspunktet ikke har nok energi til å passere.

d To partikler er sammenfiltret dersom egenskapene deres henger sammen. En måling på ett objekt vil øyeblikkelig kollapse bølgefunksjonen og bestemme samme egenskap i den andre partikkelen.

e En bølgefunksjon eller bølgepakke kan ikke ha en skarpt bestemt posisjon i rommet og samtidig en skarpt bestemt bølgelengde (og dermed bevegelsesmengde). Jo mer presist man vi beskrive posisjonen til bølgepakken, jo flere bølgelengder trenger man. En skarpt presist posisjon vil kreve uendelig stor spredning i bølgelengde.