Utdanningsdirektoratet

Løsningsforslag eksempelsett, med kommentarer

Vår 2023

REA3039 Fysikk 2

udir.no

Innhold

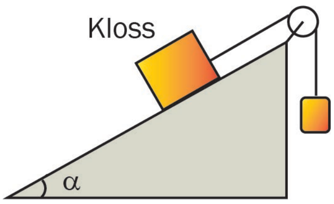
Dette dokumentet inneholder:

- Selve oppgaveteksten
- Aktuelle kompetansemål til oppgaven
- En beskrivelse av hva kandidaten må gjøre for å løse oppgaven (oppgave 2–6)
- Kompetansevurdering med utdrag fra vurderingskriteriene (oppgave 2–6)
- Løsningsforslag

Del 1

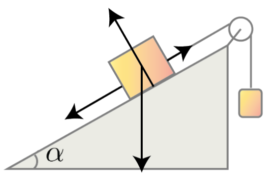
Oppgave 1 Flervalgsoppgaver (10 poeng)

a) En kloss er festet til et lodd ved hjelp av en snor. Snora mellom klossen og loddet er hele tiden stram og klossen har en akselerasjon nedover skråplanet. Se bort fra all friksjon og luftmotstand.

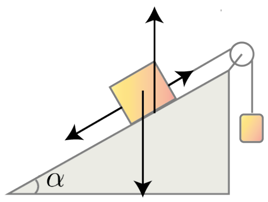


Hvilken figur viser best kreftene på klossen?

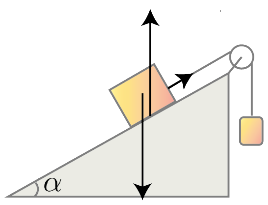
A.



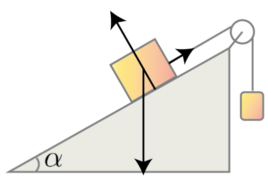
B.



C.



D.

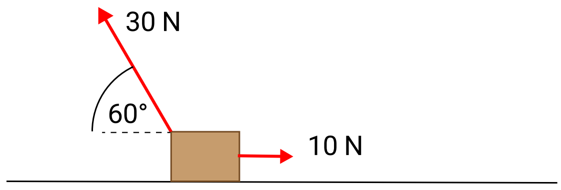


Kompetansemål:

- utforske, beskrive og modellere bevegelse i to dimensjoner

Riktig svar: D

b) En kloss beveger seg uten friksjon på et horisontalt underlag. I tillegg til normalkraften og tyngdekraften virker det to krefter på klossen som vist på figuren.
Massen til klossen er 10 kg.



Hvor stor er akselerasjonen til klossen?

A. 0,50 m/s²
B. 1,6 m/s²
C. 2,0 m/s²
D. 2,5 m/s²

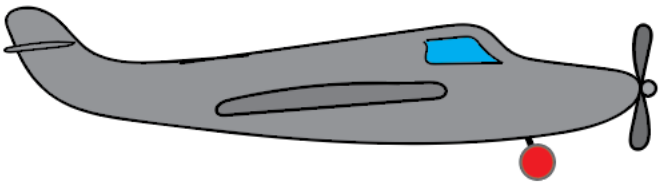
Kompetansemål:

- utforske, beskrive og modellere bevegelse i to dimensjoner

Riktig svar: A

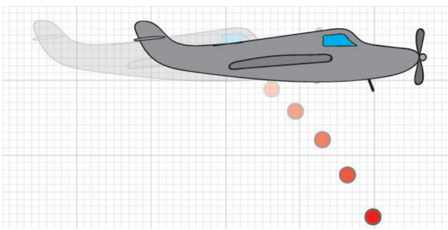
$$a = \frac{\sum F_x}{m} = \frac{30\,\mathrm{N}\cdot\cos(60^\circ) - 10\,\mathrm{N}}{10\,\mathrm{kg}} = 0{,}50\ \mathrm{m/s^2}$$

c) Et fly beveger seg med konstant og horisontal fart mot høyre. Hjulet foran på flyet faller av. Det er vindstille i forhold til bakken, men vi kan ikke se bort fra luftmotstanden.

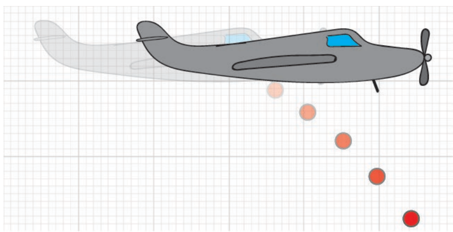


Hvilken figur viser best bevegelsen til hjulet i forhold til bakken?

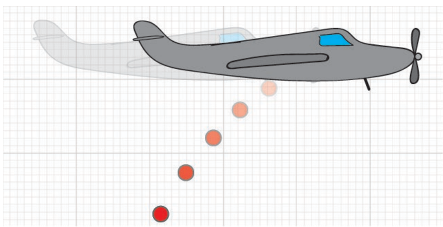
A.



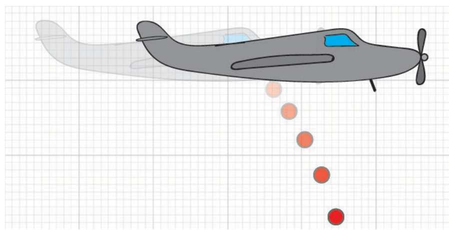
B.



C.



D.



Kompetansemål:

- utforske, beskrive og modellere bevegelse i to dimensjoner
- gjøre rede for hvordan krefter kan forårsake krumlinjet bevegelse, og bruke dette i beregninger

Riktig svar: D

Den horisontale fartskomponenten til det fremste hjulet har retning mot høyre like etter at hjulet har falt av. På grunn av luftmotstand vil den horisontale fartskomponenten til hjulet minke.

d) En ball sparkes på skrått opp fra et horisontalt underlag. Under vises et program som regner ut hvor lenge ballen er i lufta.

```
1   from pylab import *
2
3   vx = 8
4   vy = 10
5   t = 0
6   y = 0
7   m = 0.45
8   k = 0.00653
9   dt = 0.00001
10
11  while y >= 0:
12      v = sqrt(vx**2 + vy**2)
13      ax = - k*v*vy/m
14      ay =
15      vx = vx + ax*dt
16      vy = vy + ay*dt
17      y = y + vy*dt
18      t = t + dt
19
20  print(t)
```

Hva er riktig kode for linje 14?

A. ay = 9.81 + k*v*vy/m

B. ay = 9.81 - k*v*vy/m

C. ay = - 9.81 + k*v*vy/m

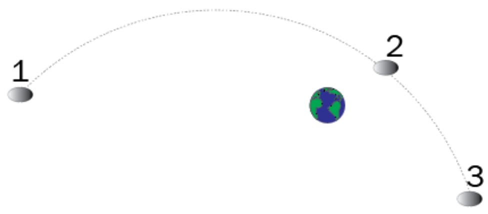
D. ay = - 9.81 - k*v*vy/m

Kompetansemål:

- bruke numeriske metoder og programmering til å utforske og modellere fysiske fenomener
- utforske, beskrive og modellere bevegelse i to dimensjoner

Riktig svar: D

e) Figuren viser litt av banen til en asteroide når den passerer jorda. Asteroiden er vist i tre ulike posisjoner: 1, 2 og 3.



I hvilken posisjon er farten til asteroiden minst og i hvilken posisjon er farten størst?

	Minst fart	Størst fart
A.	1	2
B.	1	3
C.	2	1
D.	2	3

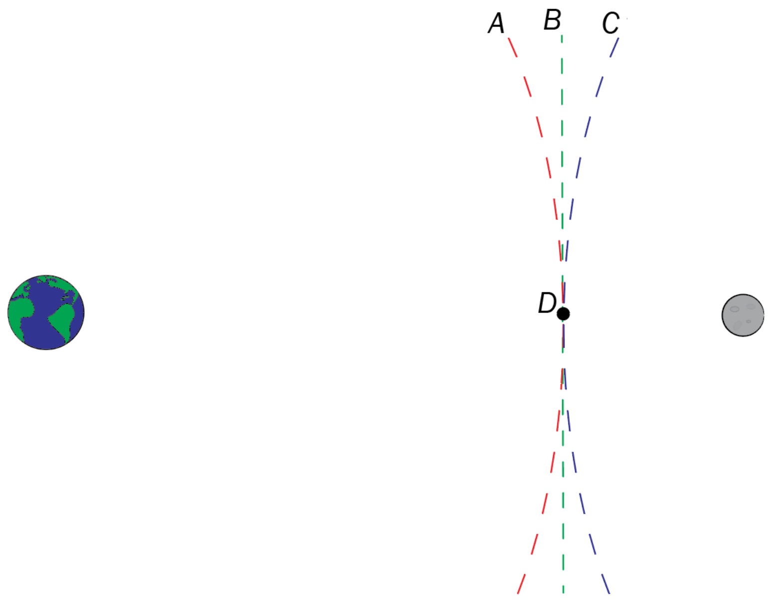
Kompetansemål:

- gjøre rede for energibevaring i gravitasjonelle sentralfelt og bruke dette til å beregne bevegelse i slike felt

Riktig svar: A

Mekanisk energi bevart. Kinetisk energi øker når potensiell energi minker.

f) Figuren viser et øyeblikksbilde av jorda og månen. Hvor er gravitasjonsfeltstyrken null?



A. Langs en kurve omtrent slik kurve A viser.
B. Langs en linje omtrent slik linje B viser.
C. Langs en kurve omtrent slik kurve C viser.
D. Bare i et punkt D på linje mellom jorda og månen.

Kompetansemål:

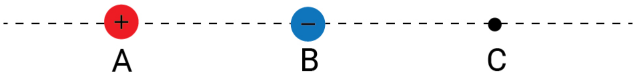
- gjøre rede for energibevaring i gravitasjonelle sentralfelt og bruke dette til å beregne bevegelse i slike felt

Riktig svar: D

Gravitasjonsfeltstyrken kan kun være null på en linje som går gjennom jorda og månen.

g) En partikkel med ladning $+e$ er plassert ved punktet A. En annen partikkel med ladning $-e$ er plassert ved punktet B.

Retningen på den elektriske feltstyrken ved punktet C er



A. oppover
B. nedover
C. mot venstre
D. mot høyre

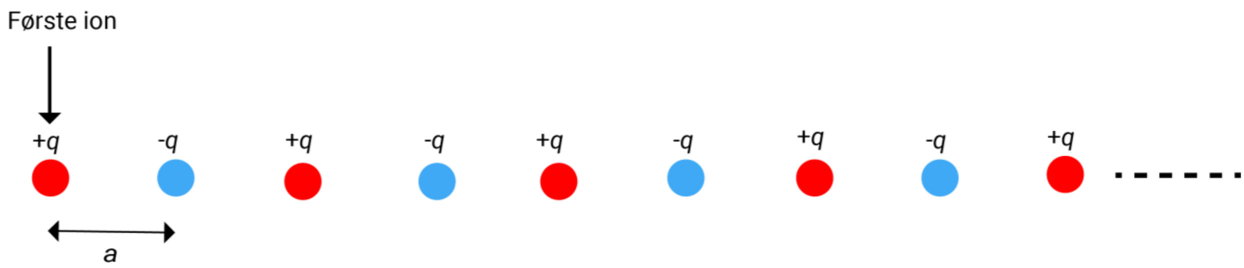
Kompetansemål:

- beskrive elektriske og magnetiske felt og gjøre rede for krefter på objekter med masse og ladning i slike felt

Riktig svar: C

Ved punktet C er retningen på den elektriske feltstyrken fra B mot venstre, og fra A mot høyre. Feltstyrken fra A er svakere.

h) Figuren viser et utsnitt av en lineær krystall med 199 ioner hvor annethvert ion har motsatt ladning. Avstanden mellom ionene er *a*. Det første ionet er plassert helt til venstre i figuren. I koden under er det gjort en beregning.




```python
k = 8.99e9
a = 2e-10 # 2Å
q = 1.602e-19

K = 0
for i in range(1, 199):
    K = K + (-1)**i*k*q**2/(a*i)**2

print(abs(K))
```

Output: 4.743910890988765e-09

Hva regner koden ut?

A. Det totale elektriske feltet helt til venstre i krystallen.
B. Det totale elektriske feltet i midten av krystallen.
C. Summen av de elektriske kreftene på ionet helt til venstre i krystallen.
D. Summen av de elektriske kreftene på ionet i midten av krystallen.

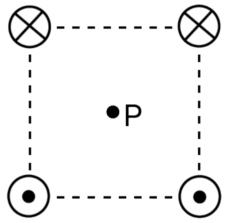
Kompetansemål:

- bruke numeriske metoder og programmering til å utforske og modellere fysiske fenomener
- beskrive elektriske og magnetiske felt og gjøre rede for krefter på objekter med masse og ladning i slike felt

Riktig svar: C

Programmet regner ut summen av de elektriske kreftene på ionet helt til venstre i krystallen.

i) Fire lange rette ledere står vinkelrett på papirplanet som vist i figuren. Lederne fører like store strømmer. Til sammen danner de hjørnene i et kvadrat. Retningen på strømmen i de to øverste lederne er inn i papirplanet, og retningen på strømmen i de to nederste lederne er ut av papirplanet. Punktet P er midt i kvadratet.



Hva er retningen på det magnetiske feltet i punktet P?

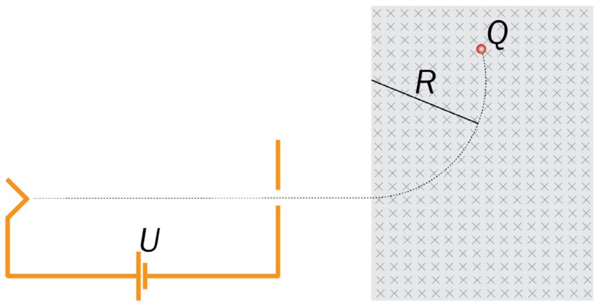
A. oppover
B. nedover
C. mot venstre
D. mot høyre

Kompetansemål:

- beskrive elektriske og magnetiske felt og gjøre rede for krefter på objekter med masse og ladning i slike felt

Riktig svar: C

j) Et ion med ladning *Q* akselereres fra ro av en spenning *U* og beveger seg deretter inn i et magnetfelt som står vinkelrett på farten *v*. Ionet følger en sirkelbane med radius *R*.



Et annet ion med ladning 2Q og like stor masse som det første ionet akselereres av den samme spenningen.

Hva blir radien i sirkelbanen til dette ionet?

A. $\frac{R}{2}$
B. R
C. $\frac{R}{\sqrt{2}}$
D. $2R$

Kompetansemål:

- beskrive elektriske og magnetiske felt og gjøre rede for krefter på objekter med masse og ladning i slike felt

Riktig svar: C

$$\frac{1}{2}mv^2 = QU$$

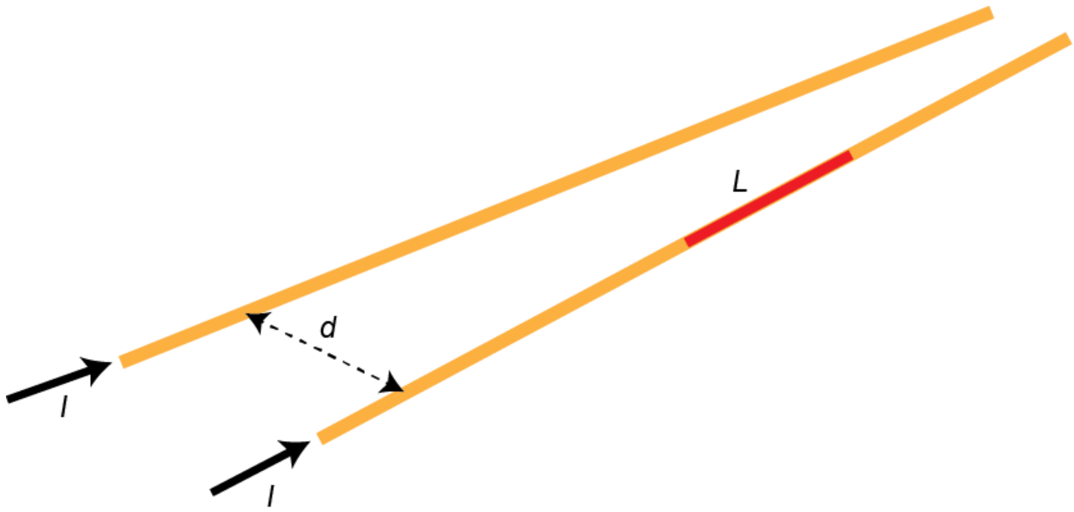
$$v = \sqrt{\frac{2QU}{m}}$$

$$\sum F = ma$$

$$QvB = \frac{mv^2}{R}$$

$$R = \frac{mv}{QB} = \frac{m\sqrt{\frac{2QU}{m}}}{QB} = \sqrt{\frac{m2U}{QB^2}}$$

k) To lange, parallelle, rette ledere med avstanden d fører den samme strømmen I.



Hvor stor er kraften F på en lengde L av lederne.

A. $F = \dfrac{kI^2L}{d}$

B. $F = \dfrac{kIL}{d}$

C. $F = \dfrac{2kIL}{d}$

D. $F = \dfrac{2kI^2L}{d}$

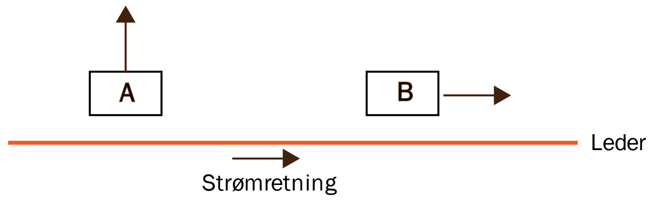
Kompetansemål:

- beskrive elektriske og magnetiske felt og gjøre rede for krefter på objekter med masse og ladning i slike felt
- utforske ulike måter å indusere elektromotorisk spenning og strøm, og analysere resultatene

Riktig svar: A

$$F = ILB = IL \cdot k\frac{I}{d} = \frac{kI^2L}{d}$$

I) En lang rett leder fører en konstant strøm mot høyre. To ledende rektangler A og B beveger seg i nærheten av lederen. A beveger seg bort fra lederen, mens B beveger seg parallelt med lederen.



Hva er riktig om strømretningene i rektangel A og rektangel B?

	Rektangel A	Rektangel B
A.	Strømretning med klokka	Strømretning med klokka
B.	Ingen strøm	Strømretning mot klokka
C.	Strømretning mot klokka	Ingen strøm
D.	Ingen strøm	Ingen strøm

Kompetansemål:

- utforske ulike måter å indusere elektromotorisk spenning og strøm, og analysere resultatene

Riktig svar: C

m) En kvadratisk ledersløyfe med sider 10 cm er plassert i et magnetfelt. Magnetfeltet er vinkelrett på sløyfeplanet, og den magnetiske flukstettheten *B* varierer slik figuren viser.

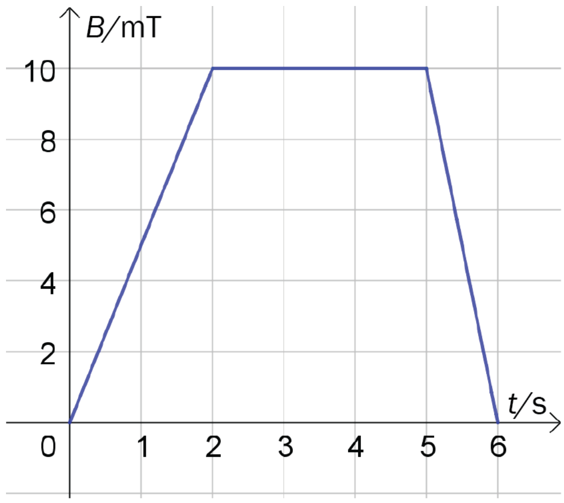
Hvor stor er absoluttverdien til den induserte spenningen ved tiden $t = 3{,}0$ s?

A. 0

B. 45 μV

C. 50 μV

D. 75 μV



Kompetansemål:

- utforske ulike måter å indusere elektromotorisk spenning og strøm, og analysere resultatene

Riktig svar: A

n) En ledersløyfe roterer i et homogent magnetfelt. Vekselspenningen i ledersløyfen er gitt ved $\varepsilon(t) = 130\sin(100t)$ der t er i sekunder og ε i volt.

Hvor stor er vinkelfarten?

A. 20 s^{-1}

B. 260 s^{-1}

C. 100 s^{-1}

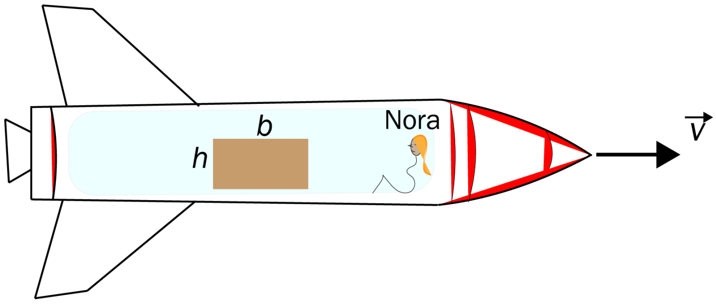
D. 50 s^{-1}

Kompetansemål:

- utforske ulike måter å indusere elektromotorisk spenning og strøm, og analysere resultatene
- forklare hvordan induksjon kan inngå i bærekraftig energiproduksjon og vurdere anvendelser av induksjon i dagliglivet

Riktig svar: C

o) Nora sitter i et romskip som beveger seg med konstant, rettlinjet fart i tyngdefritt rom. Romskipet har farten 0,98c i forhold til jorda. I romskipet er det ei kasse. Nora måler bredden b = 2,0 m og høyden h = 1,0 m på kassa. En fart på 0,98c gir en lorentzfaktor γ = 5,0.



Hva er riktig bredde og høyde på kassa sett fra jorda?

	Bredde	Høyde
A.	2,0	0,20
B.	0,40	1,0
C.	2,0	5,0
D.	10	1,0

Kompetansemål:

- beskrive de sentrale prinsippene i den spesielle og generelle relativitetsteorien og gjøre rede for hvordan disse har endret vår forståelse av tid, rom og felt

Riktig svar: B

Lengdekontraksjonen skjer kun i bevegelsesretningen til romskipet. Høyden sett fra jorda er lik høyden sett fra romskipet. Bredden av kassen kan bestemmes av formelen for lengdekontraksjon.

Sett fra jorda er bredden av kassen $\frac{2{,}0}{5}\,\mathrm{m} = 0{,}40\,\mathrm{m}$.

p) Vi fortsetter med situasjonen i forrige oppgave. Nora bruker 1,0 min på å gre håret. Hvor lang tid bruker Nora på å gre håret sett fra jorda?

A. 0,20 min
B. 0,80 min
C. 1,2 min
D. 5,0 min

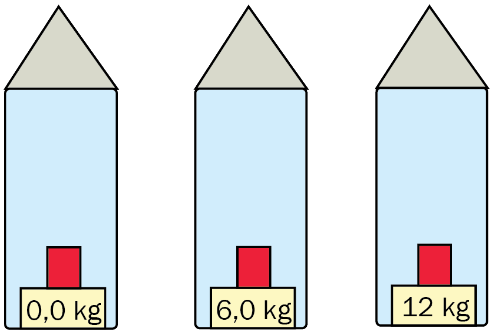
Kompetansemål:

- beskrive de sentrale prinsippene i den spesielle og generelle relativitetsteorien og gjøre rede for hvordan disse har endret vår forståelse av tid, rom og felt.

Riktig svar: D

$$t = \gamma t_0 = 5 \cdot 1{,}0\,\text{min} = 5{,}0\,\text{min}$$

q) En eske er plassert på en badevekt i et romskip. Romskipet står først i ro på jordas overflate, deretter akselererer det med konstant akselerasjon rett ut fra jordas overflate, og til slutt beveger det seg med konstant fart langt borte fra jorda og andre himmellegemer. Bildene viser verdien på badevekten i disse ulike tilfellene.



Figur 1 Figur 2 Figur 3

Hva er riktig kronologisk rekkefølge med romskipet i ro på jordas overflate først?

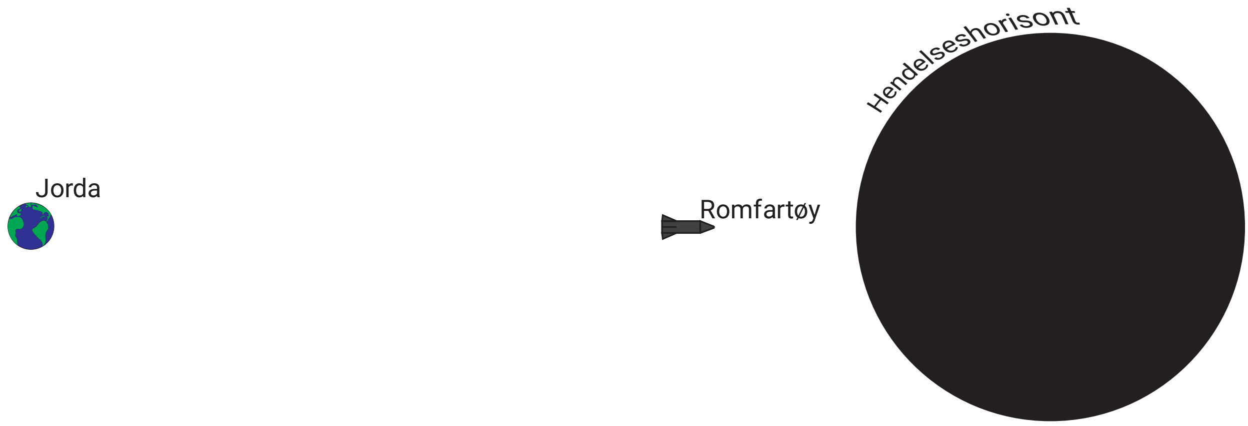
A. Figur 1, figur 2, figur 3
B. Figur 1, figur 3, figur 2
C. Figur 2, figur 3, figur 1
D. Figur 3, figur 1, figur 2

Kompetansemål:

- beskrive de sentrale prinsippene i den spesielle og generelle relativitetsteorien og gjøre rede for hvordan disse har endret vår forståelse av tid, rom og felt
- gjøre rede for energibevaring i gravitasjonelle sentralfelt og bruke dette til å beregne bevegelse i slike felt
- utforske, beskrive og modellere bevegelse i to dimensjoner

Riktig svar: C

r) Hendelseshorisonten til et svart hull er der gravitasjonsfeltstyrken akkurat er så stor at selv ikke lys kan unnslippe. Et romfartøy faller mot et svart hull.



Det er gitt to påstander om hva som skjer når romfartøyet nærmer seg hendelseshorisonten:

1. Elektromagnetisk stråling vi mottar på jorda fra fartøyet blir mer og mer rødforskjøvet.
2. Sett fra jorda vil en klokke om bord i romfartøyet gå saktere og saktere.

Hvilken påstand er riktig?

A. Ingen av dem
B. Påstand 1
C. Påstand 2
D. Begge påstandene

Kompetansemål:

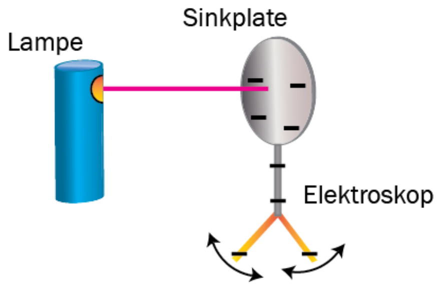
- beskrive de sentrale prinsippene i den spesielle og generelle relativitetsteorien og gjøre rede for hvordan disse har endret vår forståelse av tid, rom og felt.

Riktig svar: D

Strålingen beveger seg opp i feltet fra det sorte hullet og blir mer og mer rødforskjøvet.
I følge GRT går tiden saktere nede i et tyngdefelt enn lengre oppe.

s) Et elektroskop består av to lette metallstrimler som er festet til ei ledende stang og ei sinkplate. Sinkplata blir negativt ladet, og strimlene på elektroskopet går fra hverandre.

Deretter sender vi UV-lys mot sinkplata fra en lampe.



Da vil strimlene på elektroskopet

A. fjerne seg fra hverandre, fordi lyset løsriver positive ladninger
B. nærme seg hverandre, fordi lyset løsriver negative ladninger
C. fjerne seg fra hverandre, fordi lyset løsriver negative ladninger
D. nærme seg hverandre, fordi lyset løsriver positive ladninger

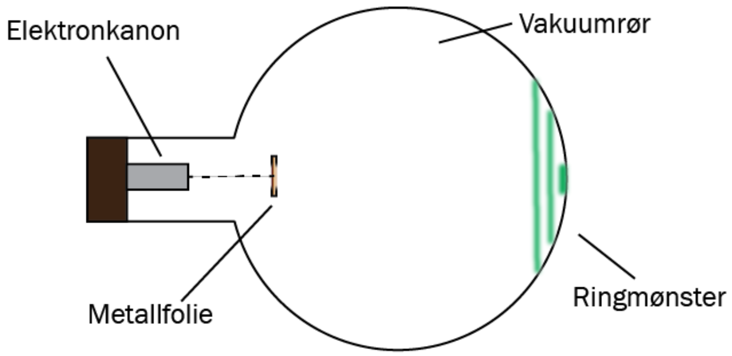
Kompetansemål:

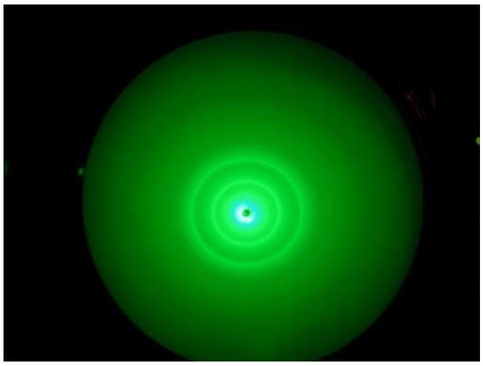
- gjøre rede for hva som skiller kvanteobjekter fra klassiske objekter, og beskrive situasjoner der kvanteeffekter observeres

Riktig svar: B

Fenomenet viser fotoelektrisk effekt og lyset river løs elektroner fra metallet. Da blir det færre negative ladninger og strimlene vil nærme seg hverandre.

t) En elektronstråle sendes mot en skjerm i et vakuumrør. Elektronstrålen går gjennom en tynn metallfolie. Atomene i metallfolien fungerer som et gitter. På skjermen ser man flere ringer.





Hvilket fenomen er dette et eksempel på?

A. Ekvivalensprinsippet
B. Fotoelektrisk effekt
C. Comptoneffekten
D. De Broglie-bølgelengden

Kompetansemål:

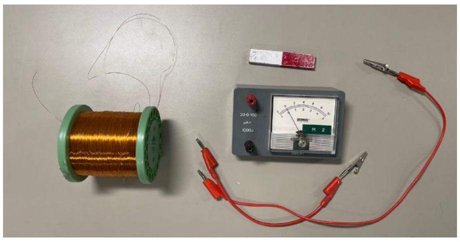
- gjøre rede for hva som skiller kvanteobjekter fra klassiske objekter, og beskrive situasjoner der kvanteeffekter observeres

Riktig svar: D

Ringene er et diffraksjonsmønster som forteller at elektroner har bølgeegenskaper.

Oppgave 2

a) (2 poeng)
Du få utdelt en rull med kobbertråd, ledninger, et amperemeter og en magnet. Forklar hvordan du kan indusere strøm ved hjelp av dette utstyret.



For å løse oppgave 2a må kandidaten:

- kjenne til at fluksendring i en krets/spole fører til induksjon. Det er gunstig dersom kandidaten presenterer svaret ved hjelp av figurer.

Oppgave 2a tester følgende kompetansemål:

- planlegge, gjennomføre og videreutvikle forsøk, og analysere data og beregne usikkerhet for å vurdere gyldigheten av funn
- utforske ulike måter å å indusere elektromotorisk spenning og strøm, og analysere resultatene

Kompetansevurdering oppgave 2a:

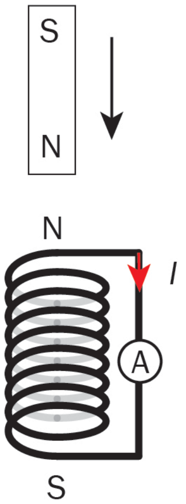
Karakteren 2:
Kan i noen grad gi en forklaring på et fenomen. Fremstiller løsningene på en forenklet måte og bruker hverdagslig språk. Tegner eventuelt enkle figurer.

Karakteren 4:
Tar i bruk fysikkens lover og teorier i utforskningen av et fenomen, eller kan til en viss grad gi en forklaring på fenomenet ut ifra disse. Fremstiller løsningene på en tydelig og sammenhengende måte og med et enkelt faglig språk. Tegner eventuelt figurer med forklarende tekst og/eller symboler.

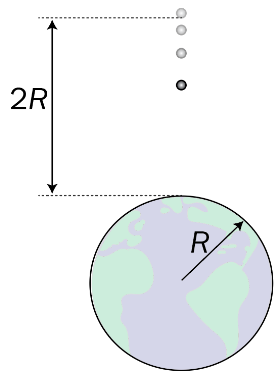
Karakteren 6:
Tar i bruk fysikkens lover og teorier i utforskningen av et fenomen eller forklarer på en sikker måte fenomenet ut ifra disse. Fremstiller og argumenterer for løsningene på en ryddig og oversiktlig måte og med et presist faglig språk. Tegner eventuelt oversiktlige og forklarende figurer med god symbolbruk.

Løsningsforslag oppgave 2a:

Ved å koble kobberrullen til amperemeteret slik at de danner en lukket krets, og bevege magneten inn og ut av kobberrullen kan vi indusere strøm. Når vi beveger magneten inn og ut av kobberrullen vil det oppstå et magnetfelt i kobberrullen som varierer i styrke og retning. Dette gir en variabel fluks, og ifølge Faradays induksjonslov vil en endring i fluks indusere en spenning, og en strøm siden kretsen er lukket, i kobberrullen. I følge Lenz regel vil den induserte strømmen ha en retning som er slik at magnetfeltet strømmen danner motvirker årsaken til at strømmen blir indusert. For eksempel når vi beveger nordpolen av magneten ned mot kobberrullen, vil strømmen i kobberrullen har en retning slik at kobberrullen får en nordpol øverst slik som vist i figuren under.



b) (2 poeng)
Et legeme faller fra en avstand på to jordradier R over jordoverflata. Startfarten til legemet er null. Jordas masse er M. I denne oppgaven ser vi bort fra luftmotstand.



Bestem et uttrykk for farten legemet treffer jordoverflata med.

For å løse oppgave 2b må kandidaten:

- bruke ligningen for bevaring av mekanisk energi i gravitasjonelt sentralfelt og løse denne med hensyn på v.

Oppgave 2b tester følgende kompetansemål:

- gjøre rede for energibevaring i gravitasjonelle sentralfelt og bruke dette til å beregne bevegelse i slike felt

Kompetansevurdering oppgave 2b:

Karakteren 2:
Får til i noen grad å løse rutinemessige problemer. Fremstiller løsningene på en forenklet måte og bruker hverdagslig språk.

Karakteren 4:
Løser rutinemessige problemer og kan forutsi noen utfall av fysiske prosesser. Fremstiller løsningene på en tydelig og sammenhengende måte med et enkelt faglig språk.

Karakteren 6:
Viser meget god beherskelse av de sentrale teknikkene, og kan forutsi utfall av fysiske prosesser på en sikker måte. Fremstiller og argumenterer for løsningene på en ryddig og oversiktlig måte med et presist faglig språk.

Løsningsforslag oppgave 2b:

Bevaring av mekanisk energi i gravitasjonelt sentralfelt gir

$$-\gamma\frac{mM}{3R}=\frac{1}{2}mv^2-\gamma\frac{mM}{R}\,.$$

Vi løser ligningen med hensyn på farten *v* og får

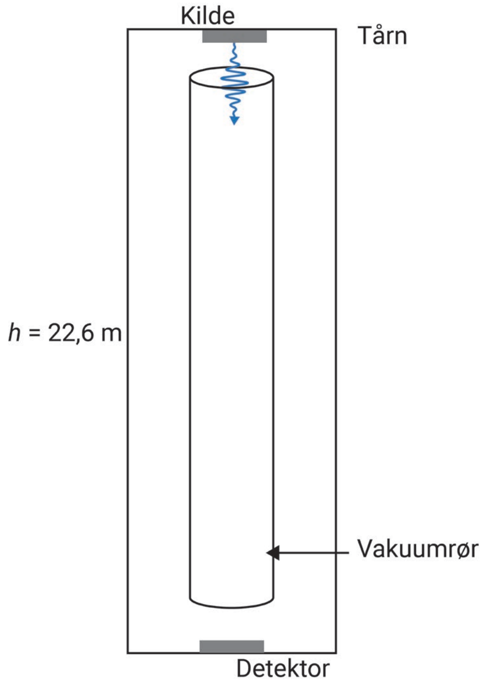
$$v=\sqrt{\frac{4\gamma M}{3R}}\,.$$

c) (3 poeng)
I Pound-Rebka eksperimentet gjennomført ved Harvard universitet i 1959 ble gammafotoner med frekvens $f_e = 3{,}5 \cdot 10^{18}$ Hz emittert fra en kilde i toppen av et tårn med høyde $h = 22{,}6\,\text{m}$. Frekvensen til fotonene ble deretter registrert av en detektor i bunnen av tårnet. Differansen mellom f_e og frekvensen til de registrerte fotonene f_r er gitt ved

$$f_r - f_e = \frac{f_e \cdot gh}{c^2} = 8{,}6\,\text{kHz}$$

der g er jordas tyngdeakselerasjon.

1. Forklar hvorfor det blir en differanse i frekvensen.
2. Forklar hvordan et tilsvarende eksperiment kan gjennomføres i et romskip som beveger seg utenfor jordas og andre himmellegemers gravitasjonsfelt.



For å løse oppgave 2c må kandidaten:

- I c1 kjenne til fenomenet gravitasjonell rød- og blåforskyvning i gravitasjonsfeltet, og bruke dette til å forklare hvorfor og hvordan frekvensen til fotonene øker på vei nedover i tårnet.
- I c2 bruke ekvivalensprinsippet til å forklare hvordan man i et romskip kan lage samme betingelser som ved jordas overflate.

Oppgave 2c tester følgende kompetansemål:

- beskrive de sentrale prinsippene i den spesielle og generelle relativitetsteorien og gjøre rede for hvordan disse har endret vår forståelse av tid, rom og felt

Kompetansevurdering oppgave 2c:

Karakteren 2:
Kan i noen grad gi en forklaring på et fenomen. Beskriver lett gjenkjennbare situasjoner og kan forklare enkle årsakssammenhenger. Fremstiller løsningene på en forenklet måte og bruker hverdagslig språk.

Karakteren 4:
Tar i bruk fysikken lover og teorier i utforskningen av et fenomen, eller kan til en viss grad gi en forklaring på fenomenet ut ifra disse. Beskriver årsakssammenhenger og begrunner bruk av lover i lett gjenkjennbare situasjoner. Fremstiller løsningene på en tydelig og sammenhengende måte og med et enkelt faglig språk.

Karakteren 6:
Tar i bruk fysikkens lover og teorier i utforskningen av et fenomen eller forklarer på en sikker måte fenomenet ut ifra disse. Beskriver og forklarer årsakssammenhenger ved å anvende ulike deler av fysikken. Gir begrunnelser med forankring i lover og sammenhenger på en kritisk måte. Fremstiller og argumenterer for løsningene på en ryddig og oversiktlig måte og med et presist faglig språk.

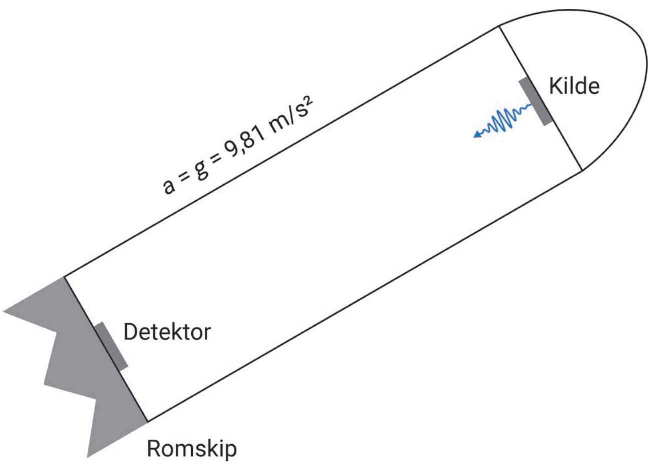
Løsningsforslag oppgave 2c:

2c1:

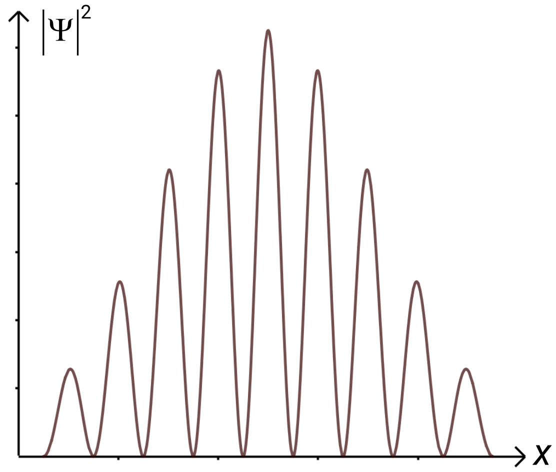
Fotonene beveger seg nedover i jordas gravitasjonsfelt. På grunn av gravitasjonell blåforskyvning vil frekvensen til fotonene øke, slik at frekvensen som registreres i bunnen av tårnet er høyere enn frekvensen til fotonene i toppen tårnet.

2c2:

Den gravitasjonelle blåforskyvningen i d1 skyldes jordas gravitasjonsfelt. Ekvivalensprinsippet sier at virkningen av å være i et akselerert referansesystem er det samme som å være i gravitasjonsfelt der gravitasjonsfeltstyrken er lik akselerasjonen til referansesystemet. Dersom tilsvarende eksperiment skal gjennomføres i et romskip må romskipet ha en akselerasjon lik jordas tyngdeakselerasjon.



d) (3 poeng)
I figuren nedenfor ser vi den kvadrerte av absoluttverdien til bølgefunksjonen for en kvantepartikkel.



Gjør rede for, med utgangspunkt i størrelsen posisjon, hvordan vi kan tolke en slik figur.

For å løse oppgave 2d må kandidaten:

- Kjenne til hvordan partikler beskrives i kvantefysikken, der en kvantepartikkel har både partikkel- og bølgeegenskaper. Videre må kandidaten være kjent med den kvalitative tolkningen av bølgefunksjonen der den kvadrerte av absoluttverdien til bølgefunksjonen gir sannsynligheten for å finne en partikkel i posisjonen *x* ved tiden *t*.

Oppgave 2d tester følgende kompetansemål:

- gjøre rede for hva som skiller kvanteobjekter fra klassiske objekter, og beskrive situasjoner der kvanteeffekter observeres

Kompetansevurdering oppgave 2d:

Karakteren 2:
Beskriver lett gjenkjennbare situasjoner og kan forklare enkle årsakssammenhenger. Bruker, og kan i enkelte tilfeller veksle mellom hensiktsmessige representasjoner.

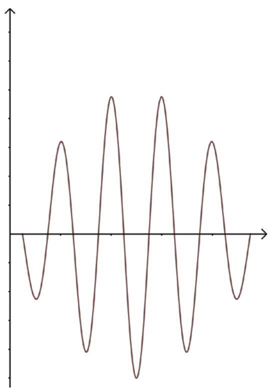
Karakteren 4:
Beskriver årsakssammenhenger og begrunner bruk av lover i lett gjenkjennbare situasjoner. Bruker, og kan i de fleste tilfeller veksle mellom hensiktsmessige representasjoner.

Karakteren 6:
Beskriver og forklarer årsakssammenhenger ved å anvende ulike deler av fysikken. Gir begrunnelser med forankring i lover og sammenhenger på en kritisk måte. Bruker, og kan veksle mellom hensiktsmessige representasjoner.

Løsningsforslag oppgave 2d:

En besvarelse på denne oppgaven må inneholde noen av punktene nedenfor.

- Figuren i oppgaveteksten viser den kvadrerte av absoluttverdien til bølgefunksjonen. Bølgefunksjonen vil ha formen.

  En kvantepartikkel har både partikkel- og bølgeegenskaper.

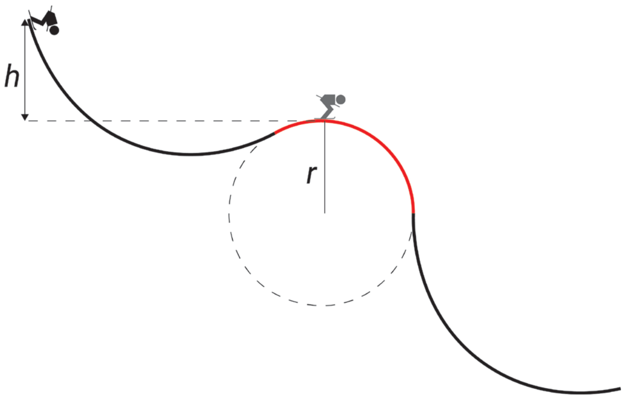
- Den kvadrerte av absoluttverdien av bølgefunksjonen kan tolkes som en sannsynlighetsfordeling der den viser sannsynligheten for å finne en partikkel i posisjon *x* ved tiden *t*. Vi kan finne sannsynligheten for å finne en partikkel innenfor et bestemt område ved å bestemme arealet under grafen for et bestemt intervall på x-aksen.

- Arealet under grafen viser sannsynligheten for å finne kvantepartikkelen i bestemte områder langs x-aksen. Figuren i oppgaveteksten viser at det er en uskarphet i posisjonen til partikkelen, siden det er flere mulige posisjoner for partikkelen ved tiden *t*. Heisenbergs uskarphetsrelasjon for posisjon og bevegelsesmengde gir at vi ikke samtidig kan bestemme både posisjonen og bevegelsesmengden til en partikkel helt nøyaktig. Jo mindre nøyaktig vi kan måle posisjonen til en kvantepartikkel, desto mer nøyaktig kan vi måle bevegelsesmengden til en partikkel.

Del 2

Oppgave 3 (7 poeng)

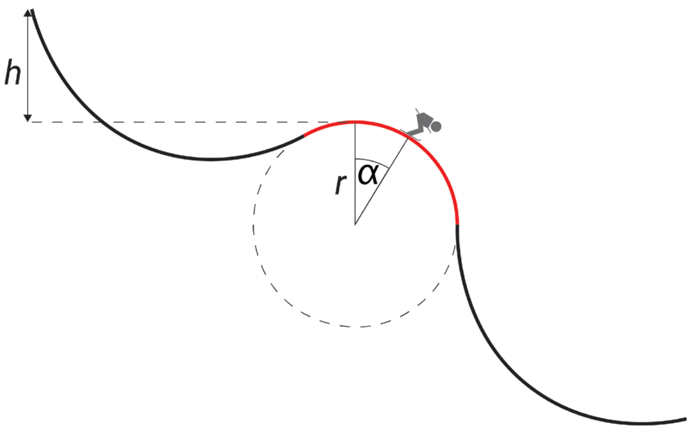
En skiløper med masse 100 kg setter utfor en islagt bakke og kjører over en bakketopp, der den markerte delen av bakketoppen er en del av en sirkel med radius r = 10 m. Startpunktet har en høyde h = 2,7 m over bakketoppens høyeste punkt. I denne oppgaven ser vi bort fra friksjon og luftmotstand.



a) Tegn kreftene som virker på skiløperen på toppen av bakketoppen.

b) Regn ut kraften fra underlaget på skiløperen på bakketoppen.

Skiløperen fortsetter nedover fra bakketoppen som vist på figuren under. Etter hvert vil skiløperen miste kontakt med underlaget.



c) Regn ut vinkelen α der skiløperen mister kontakt med underlaget.

For å løse oppgave 3 må kandidaten:

- I 3a tegne krefter med rimelige lengder i forhold til hverandre.
- I 3b og 3c bruke bevaring av mekanisk energi, Newtons 2. lov og formel for akselerasjon i sirkelbevegelse.

Oppgave 3 tester følgende kompetansemål:

- utforske, beskrive og modellere bevegelse i to dimensjoner
- gjøre rede for hvordan krefter kan forårsake krumlinjet bevegelse, og bruke dette i beregninger

Kompetansevurdering oppgave 3:

Karakteren 2:
Tegner enkle figurer. Får til i noen grad å sette opp og løse helt enkle problemer. Får til i noen grad å løse rutinemessige problemer. Fremstiller løsningene på en forenklet måte og bruker hverdagslig språk. Bruker enkelte ganger enheter. Vurderer løsningene i noen grad.

Karakteren 4:
Tegner figurer med forklarende tekst og/eller symboler. Setter opp og løser middels kompliserte og rutinemessige problemer. Fremstiller løsningene på en tydelig og sammenhengende måte med riktig bruk av enheter og med et enkelt faglig språk. Gjør i de fleste tilfeller korrekte beregninger som krever flere trinn. Oppgir svar med et rimelig antall siffer og vurderer løsningene i de fleste tilfeller.

Karakteren 6:
Tegner oversiktlig og forklarende figurer med god symbolbruk. Setter opp og løser kompliserte problemstillinger, og viser stor sikkerhet. Fremstiller og argumenterer for løsningene på en ryddig og sammenhengende måte med riktig bruk av enheter og med et presist faglig språk. Gir begrunnelser med forankring i lover. Gir svar med korrekt antall siffer og vurderer løsningene.

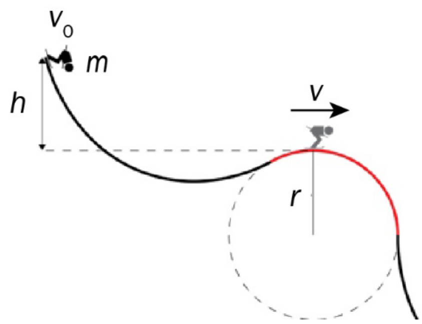
Løsningsforslag oppgave 3:

3a:

N Normalkraften

G Tyngdekraften

3b:



m = 100 kg

h = 2,7 m

r = 10 m

v_0 = 0

Energibevaring gir

$$E = E_o$$

$$\frac{1}{2}mv^2 = mgh$$

$$v = \sqrt{2gh} \qquad \text{(I)}$$

Newtons 2. lov gir

$$\sum F = ma$$

$$G - N = ma$$

$$mg - N = m\frac{v^2}{r}$$

$$N = m\left(g - \frac{v^2}{r}\right) \qquad \text{(II)}$$

Setter likning (I) inn i likning (II):

$$N = m\left(g - \frac{2gh}{r}\right)$$

$$N = mg\left(1 - \frac{2h}{r}\right)$$

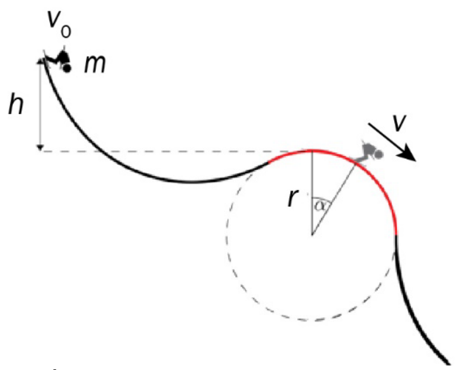
$$N = 100 \cdot 9,81\left(1 - \frac{2 \cdot 2,7}{10}\right)\ \text{N}$$

$$N = 451,26\ \text{N}$$

$$N = 0,45\ \text{kN}$$

Kraften fra underlaget på skiløperen på toppen av kulen er 0,45 kN.

3c:



m = 100 kg
h = 2,7 m
r = 10 m
v_0= 0

Energibevaring gir:

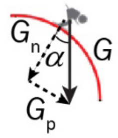
$$E = E_o$$

$$\frac{1}{2}mv^2 = mg\left(h + (r - r\cos\alpha)\right)$$

$$v = \sqrt{2g\left(h + r(1 - \cos\alpha)\right)} \qquad \text{(I)}$$

Der skiløperen mister taket med underlaget er normalkraften lik null.

Newtons 2. lov gir:



$$\sum F_n = ma_n$$

$$G_n = m\frac{v^2}{r}$$

$$mg\cos\alpha = m\frac{v^2}{r} \qquad \text{(II)}$$

Setter likning (I) inn i likning (II):

$$mg\cos\alpha = m\frac{2g\left(h + r(1 - \cos\alpha)\right)}{r}$$

$$\cos\alpha = \frac{2h}{r} + 2 - 2\cos\alpha$$

$$3\cos\alpha = \frac{2h}{r} + 2$$

$$\alpha = \cos^{-1}\left(\frac{2}{3}\left(\frac{h}{r} + 1\right)\right)$$

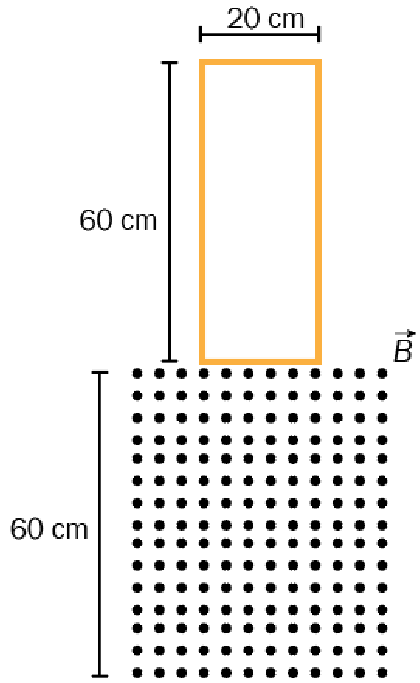
$$\alpha = \cos^{-1}\left(\frac{2}{3}\left(\frac{2,7}{10} + 1\right)\right)$$

$$\alpha = 32^{\circ}$$

Vinkelen der skiløperen mister kontakt med underlaget er 32°.

Oppgave 4 (8 poeng)

En rektangulær ledersløyfe slippes fra ro. Ledersløyfa har masse 50 g, resistans 0,041 Ω, bredde 20 cm og høyde 60 cm. Når sløyfa slippes er den like over et homogent magnetfelt med magnetisk flukstetthet 0,50 T. Magnetfeltet har retning ut av papirplanet. Høyden på magnetfeltet er 60 cm. Se figur.



Programkoden nedenfor gjør blant annet en numerisk beregning av strekningen ledersløyfa har falt og farten den har fått når det har gått 0,20 sekunder.

```
t = 0
dt = 0.0001
g = 9.81
k = 4.878
s = 0
v = 0

while t < 0.2
   s = s + v*dt
   a = g - k*v
   v = v + a*dt
   t = t + dt

print(s, v)
```

a) Vis at proporsjonalitetskontanten *k* i koden blir 4,878. Du trenger ikke å programmere her.

b) Bestem hvor stor strøm som induseres i kretsen ved t = 0,40 s. Du **kan** ta utgangspunkt i koden ovenfor.

c) Hvor lang tid tar det før sløyfa er helt ute av feltet?

For å løse oppgave 4 må kandidaten:

- I 4a bruke lover for indusert strøm, spenning, magnetisk kraft og Newtons lover for å finne konstanten *k*. Her er det gunstig om det tegnes figur med krefter.
- I 4b redigere koden slik at den finner og skriver ut indusert strøm etter 0,40 s.
- I 4c gjøre endringer i while-løkka slik at den kjører til s = 1,2 meter.

Oppgave 4 tester følgende kompetansemål:

- bruke numeriske metoder og programmering til å utforske og modellere fysiske fenomener
- utforske ulike måter å indusere elektromotorisk spenning og strøm, og analysere resultatene

Kompetansevurdering oppgave 4:

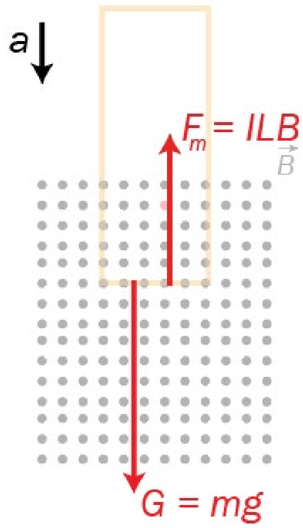
Karakteren 2:
Får til i noen grad å sette opp og løse helt enkle, rutinemessige problemer. Kan i noen grad videreutvikle et program. Kan endre enkelte verdier i et program for å løse lett gjenkjennbare problemer. Fremstiller løsningene på en forenklet måte og bruker hverdagslig språk. Bruker enkelte ganger enheter. Tegner enkle figurer.

Karakteren 4:
Setter opp og løser middels kompliserte og rutinemessige problemer. Kan forutsi noen utfall av fysiske prosesser. Greier å videreutvikle et program med få feil og mangler. Kan endre verdier i et program for å løse sammensatte problemer. Fremstiller løsningene på en tydelig og sammenhengende måte med riktig bruk av enheter og med et enkelt faglig språk. Tegner figurer med forklarende tekst og/eller symboler.

Karakteren 6:
Setter opp og løser kompliserte problemer, og viser stor sikkerhet. Viser meget god beherskelse av de sentrale teknikkene, og kan forutsi utfall av fysiske prosesser på en sikker måte. Greier på en sikker måte å videreutvikle et program. Kan endre verdier i et program på en systematisk måte for å løse sammensatte problemer. Fremstiller og argumenterer for løsningene på en ryddig og oversiktlig måte med riktig bruk av enheter og med et presist faglig språk. Tegner oversiktlige og forklarende figurer med god symbolbruk.

Løsningsforslag oppgave 4:

4a:



Kraften på lederen er

$$F = mg - ILB$$

hvor den induserte strømmen *I* er gitt av

$$\varepsilon = RI = vBL$$

Ved å kombinere likningene over får vi

$$F = ma = mg - \frac{v(BL)^2}{R}$$

Akselerasjonen blir da

$$a = g - k \cdot v$$

hvor $k = (BL)^2/(mR) = 4{,}878$ (med passende SI-enheter).

4b:

For å skrive ut strømstyrken etter 0,40 sekunder kan vi justere while-løkka og printe ut

$$I = \frac{vBL}{R} = C \cdot v$$

hvor $C = BL/R = 2{,}439$.

```
t = 0
dt = 0.0001
g = 9.81
k = 4.878
s = 0
v = 0

while t < 0.4: # Beregner strekningen og farten så lenge t < 0,4 sek.
    s = s + v*dt
    a = g - k*v
    v = v + a*dt
    t = t + dt

C = 2.439
I = C*v
print(s, I)
```

Programmet skriver ut 0.4508846923590994 4.208654182969776

Vi har skrevet ut strekningen s, for å være sikker på at denne er under 2 · 60 cm = 1,2 m (programmet er bare gyldig når sløyfa er på vei inn og ut av feltet).
Strømstyrken etter 0,40 sekunder er 4,2 A.

4c:

Vi endrer betingelsen i while-løkka slik at den kjører helt til s ≈ 1,2 meter.

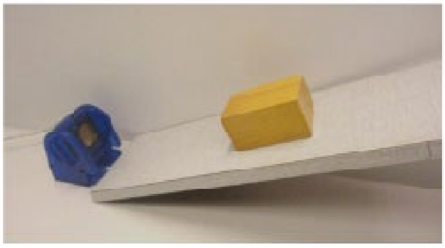
```
t = 0
dt = 0.0001
g = 9.81
k = 4.878
s = 0
v = 0

while s < 1.2: # Beregner strekningen, farten og tiden så lenge s < 1,2 meter
    s = s + v*dt
    a = g - k*v
    v = v + a*dt
    t = t + dt

print(t)
```

Programmet skriver ut 0.7975999999999285.

Det tar 0,80 sekunder før sløyfa har falt 1,2 meter = 120 cm og er ute av feltet.

Oppgave 5 (5 poeng)

I denne oppgaven ser vi på et forsøk der vi sender en kloss oppover et skråplan. Massen til klossen er 123 g og skråplanvinkelen er $24°$. En avstandsmåler er plassert nederst på skråplanet og måler avstanden *s* til klossen som funksjon av tiden *t*.



Under vises måleresultatene fra forsøket.

t/s	0,501	0,551	0,601	0,651	0,702	0,752	0,802	0,852
s/m	0,218	0,339	0,444	0,530	0,598	0,649	0,684	0,701

I teorien skal friksjonstallet mellom klossen og skråplanet være konstant.

Vurder hvordan måleverdiene stemmer med teorien.

For å løse oppgave 5 må kandidaten:

- studere kreftene som virker på klossen, bruke Newtons 2. lov til å finne en sammenheng mellom akselerasjonen til klossen og friksjonstallet, og argumentere for at et konstant friksjonstall gir en konstant akselerasjon.
- undersøke hvor godt måleverdiene stemmer med at akselerasjonen er konstant for eksempel ved å utføre en polynomregresjon av 2. grad.

Oppgave 5 tester følgende kompetansemål:

- planlegge, gjennomføre og videreutvikle forsøk, og analysere data og beregne usikkerhet for å vurdere gyldigheten av funn
- utforske, beskrive og modellere bevegelse i to dimensjoner

Kompetansevurdering oppgave 5:

Karakteren 2:
Bruker til en viss grad data til hjelp i utforsking i lett gjenkjennbare situasjoner. Kan i noen ganger komme fram til en sammenheng. Får til i noen grad å sette opp og løse helt enkle, rutinemessige problemer. Vurderer løsningene i noen grad. Bruker, og kan i enkelte tilfeller veksle mellom hensiktsmessige representasjoner.

Karakteren 4:
Bruker data på en rutinemessig måte til å lage forklaringer og modeller av virkeligheten, eller til å undersøke sammenhenger. Vurderer modellens gyldighetsområde i noen grad. Setter opp og løser middels kompliserte og rutinemessige problemer. Kan forutsi noen utfall av fysiske prosesser. Vurderer løsningene i de fleste tilfeller. Bruker, og kan i de fleste tilfeller veksle mellom hensiktsmessige representasjoner.

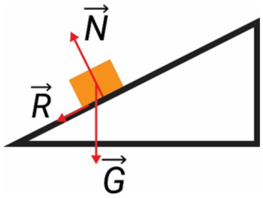
Karakteren 6:
Lager modeller fra data, eller finner sammenhenger, som beskriver virkeligheten i et korrekt matematisk språk og knytter det til teori. Vurderer modellens gyldighetsområde i noen grad. Utforsker sammenhenger på en sikker og systematisk måte ved hjelp av data i sammensatte oppgaver. Viser meget god beherskelse av de sentrale teknikkene, og kan forutsi utfall av fysiske prosesser på en sikker måte. Vurderer løsningene. Bruker, og kan veksle mellom hensiktsmessige representasjoner.

Løsningsforslag oppgave 5:

Denne oppgaven er naturlig å løse på mange måter. Her viser vi to alternativer.

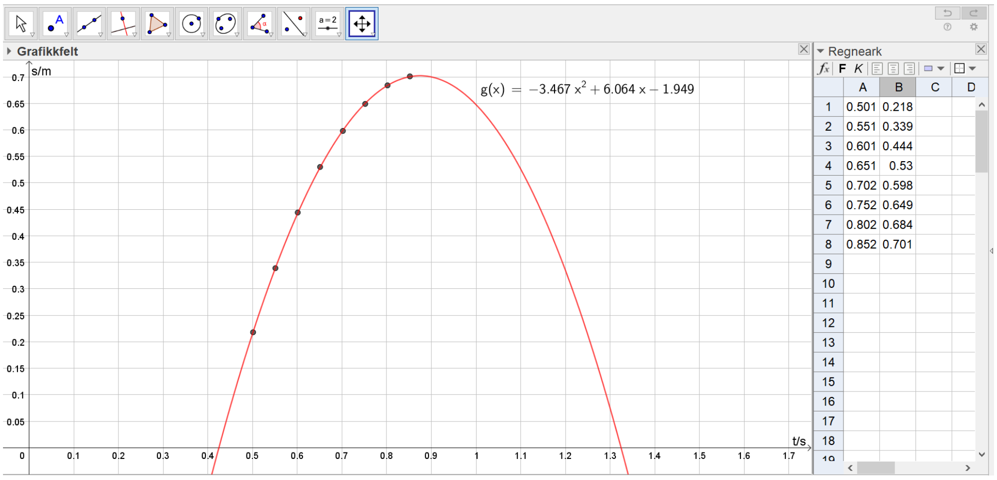
Løsningsalternativ 1:

Ser på kreftene som virker på klossen når den er på vei oppover skråplanet. Hvis vi ser bort fra luftmotstand er det kun glidefriksjon *R*, normalkraft *N* og tyngdekraft *G* som virker på klossen. Velger positiv retning nedover skråplanet. Newtons 2. lov gir da



$$\sum F_x = ma$$
$$G_x + R = ma$$
$$mg\sin\alpha + \mu mg\cos\alpha = ma$$
$$a = g\sin\alpha + \mu g\cos\alpha \qquad \text{(I)}$$

Ser av likning (I) at akselerasjonen er konstant dersom friksjonstallet er konstant. $s = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$ dersom akselerasjonen er konstant. Polynomregresjonen av 2. grad viser at måleverdiene passer godt med $s = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$. Måleverdiene stemmer derfor godt med teoriene om at friksjonstallet er konstant.



Løsningsalternativ 2:

Summen av kreftene på vei oppover skråplanet: $\sum F_x = G_x + R = G_x + \mu N = mg \cdot \sin\alpha + \mu mg \cdot \cos\alpha$

Bruk av Newtons andre lov gir at

$$ma_x = mg \cdot \sin\alpha + \mu mg \cdot \cos\alpha$$

$$a_x = g \sin\alpha + \mu g \cos\alpha$$

Vi løser for friksjonstallet μ.

$$\underline{\mu = \frac{a_x - g\sin\alpha}{g\cos\alpha}}$$

Vi kan bestemme hvordan farten til klossen endrer seg oppover skråplanet ved å bruke: $v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$.

Vi kan bestemme hvordan akselerasjonen varierer oppover skråplanet ved å bruke: $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$.

Vi kan bruke formelen for friksjonstallet til å bestemme hvordan friksjonstallet varierer for klossen oppover skråplanet.

Oppgaven kan med utgangspunkt i disse formlene løses ved bruk av regneark.

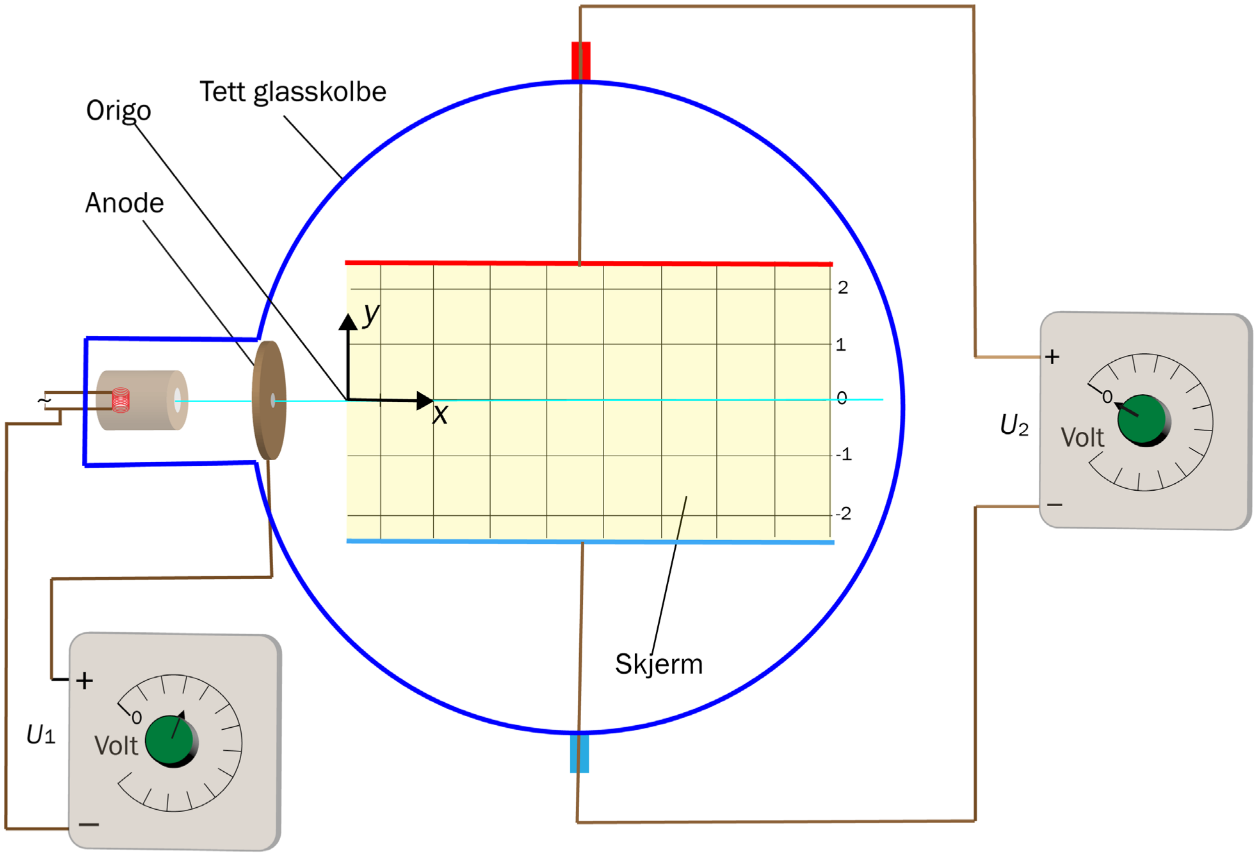
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	t/s	0,501	0,551	0,601	0,651	0,702	0,752	0,802	0,852		Gjennomsnittlig friksjonstall	0,326
2	s/m	0,218	0,339	0,444	0,530	0,598	0,649	0,684	0,701		Absolutt usikkerhet	0,07
3	v / m/s		2,420	2,100	1,720	1,333	1,020	0,700	0,340		Relativ usikkerhet (%)	23
4	a / m/s^2			-6,400	-7,600	-7,582	-6,267	-6,400	-7,200			
5	μ			0,269	0,403	0,401	0,254	0,269	0,358			
6												
7												
8	cos (α)	0,9135										
9	sin (α)	0,4067										
10	g	9,81										

Vi ser at friksjonstallet varierer for klossen oppover skråplanet. Den relative usikkerheten på 23% er ikke urimelig høy siden friksjonstallet er regnet ut med utgangspunkt i klossens akselerasjon ved ulike tidspunkter, som igjen er regnet ut på bakgrunn av få målepunkter.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	t/s	0,501	0,551	0,601	0,651	0,702	0,752	0,802	0,852		Gjennomsnittlig friksjonstall	=GJENNOMSNITT(D5:I5)
2	s/m	0,218	0,339	0,444	0,53	0,598	0,649	0,684	0,701		Absolutt usikkerhet	=(MAKSA(D5:I5)-MIN(D5:I5))/2
3	v / m/s		=(C2-B2)/(C1-B1)	=(D2-C2)/(D1-C1)	=(E2-D2)/(E1-D1)	=(F2-E2)	=(G2-F2)	=(H2-G2)	=(I2-H2)/		Relativ usikkerhet (%)	=L2/L1*100
4	a / m/s^2			=(D3-C3)/(D1-C1)	=(E3-D3)/(E1-D1)	=(F3-E3)	=(G3-F3)	=(H3-G3)	=(I3-H3)/			
5	μ			=(ABS(D4)-B10*B9)/(B10*B8)	=(ABS(E4)-B10*B9)/(B10*B8)	=(ABS(F4	=(ABS(G	=(ABS(H	=(ABS(I4			
6												
7												
8	cos (α)	=COS(24*PI()/180)										
9	sin (α)	=SIN(24*PI()/180)										
10	g	9,81										

Oppgave 6 (10 poeng)

Figuren under viser en elektronkanon hvor elektroner blir akselerert av en spenning U_1 . Elektronene fortsetter videre gjennom et område hvor en spenning U_2 sørger for et homogent elektrisk felt mellom to horisontale plater. En skjerm består av rutenett. Hver rute er på 1 cm x 1 cm. Skjermen står vertikalt mellom platene, og posisjonen til elektronstrålen er mulig å lese av på dette rutenettet. En lærer sørger for å regulere de to spenningene.



I figuren ser vi elektronstrålen når U_2 = 0 V. Læreren skrur på spenningen U_2 slik at elektronstrålen får en annen bane.

a) 1. Tegn en skisse av en mulig bane elektronstrålen kan få.
   2. Forklar hvordan ulike styrker på spenningen U_2 påvirker elektronbanen.

Læreren sier at posisjonen til et elektron som beveger seg i feltet er gitt ved $y(x) = k \cdot x^2$, der *x*-aksen og *y*-aksen er som vist på skjermen. Ragnar ønsker å utforske om denne modellen stemmer.

Han gjør følgende målinger:

x/cm	0,50	2,5	3,5	4,5	5,5	6,5	7,5
y/cm	0,10	0,40	0,60	1,1	1,5	2,0	2,4

b) Vurder om måledataene stemmer med modellen til læreren.

c) Vis at banen til elektronene er gitt ved

$$y = \frac{U_2}{4U_1 d} \cdot x^2$$, der *d* er avstanden mellom de horisontale platene.

Da læreren gjorde forsøket var $U_1 = U_2 = 2{,}9$ kV. Ragnar anslår at relativ usikkerhet for begge spenningsverdiene er 3,0 % og at usikkerheten for posisjonen *x* er 2,0 %.

d) 1. Les av plateavstanden *d* og anslå en verdi for relativ usikkerhet i *d*.
2. Regn ut relativ usikkerhet i posisjonen *y*.
3. Vurder om punktene i tabellen er i samsvar med uttrykket i c).

For å løse oppgave 6 må kandidaten:

- I 6a1 kunne tegne banen til et elektron som kommer vinkelrett inn i et homogent elektrisk felt.
- I 6a2 kjenne til hvordan den elektriske feltstyrken, elektriske kraften og akselerasjonen til en ladd partikkel avhenger av spenningen over platene. Videre må kandidaten kjenne til hvordan en akselerasjon i y-retning påvirker bevegelsen til en partikkel som sendes vannrett inn i et vertikalt homogent elektrisk felt.
- I 6b undersøke hvor godt måleverdiene stemmer med en modell for eksempel ved å tegne en graf av modellen og sammenligne denne med en graf av måleverdiene, eller bruke regresjon.
- I 6c bruke formler for elektrisk kraft, elektrisk arbeid, elektrisk felt og kinetisk energi sammen med energibevaring, Newtons lover og bevegelseslikninger for å komme frem til det gitte uttrykket.
- I 6d1 estimere en verdi for avstanden *d* utfra bilde av skjermen i elektronkanonen, og anslå en verdi for relativ usikkerhet i *d*
- I 6d2 bruke regler for usikkerhet ved ganging og deling av størrelser til å regne ut relativ usikkerhet i *y*.
- I 6d3 bruke uttrykket fra c til å regne ut konstanten i uttrykket, og sammenligne denne med verdien målepunktene ga for konstanten a.

Oppgave 6 tester følgende kompetansemål:

- planlegge, gjennomføre og videreutvikle forsøk, og analysere data og beregne usikkerhet for å vurdere gyldigheten av funn
- utforske, beskrive og modellere bevegelse i to dimensjoner
- gjøre rede for hvordan krefter kan forårsake krumlinjet bevegelse, og bruke dette i beregninger
- beskrive elektriske og magnetiske felt og gjøre rede for krefter på objekter med masse og ladning i slike felt

Kompetansevurdering oppgave 6:

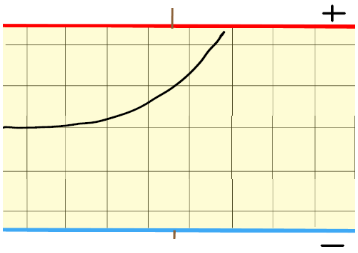
Karakteren 2:
Bruker til en viss grad data til hjelp i utforsking i lett gjenkjennbare situasjoner. Kan i noen ganger komme fram til en sammenheng. Får til i noen grad å sette opp og løse helt enkle, rutinemessige problemer. Vurderer løsningene i noen grad. Bruker, og kan i enkelte tilfeller veksle mellom hensiktsmessige representasjoner. Anslår rimelige verdier for usikkerhet uten for store feil eller mangler.

Karakteren 4:
Bruker data til hjelp i utforsking i gjenkjennbare situasjoner. Setter opp og løser middels kompliserte og rutinemessige problemer. Kan forutsi noen utfall av fysiske prosesser. Vurderer løsningene i de fleste tilfeller. Bruker, og kan i de fleste tilfeller veksle mellom hensiktsmessige representasjoner. Gjør enkle usikkerhetsberegninger og oppgir svar med et rimelig antall siffer.

Karakteren 6:
Utforsker sammenhenger på en sikker og systematisk måte ved hjelp av data i sammensatte oppgaver. Utforsker sammenhenger på en sikker og systematisk måte ved hjelp av data i sammensatte oppgaver. Viser meget god beherskelse av de sentrale teknikkene, og kan forutsi utfall av fysiske prosesser på en sikker måte. Vurderer løsningene. Bruker, og kan veksle mellom hensiktsmessige representasjoner. Gjør riktige beregninger av usikkerhet, også i sammensatte oppgaver. Gir svar med korrekt antall siffer.

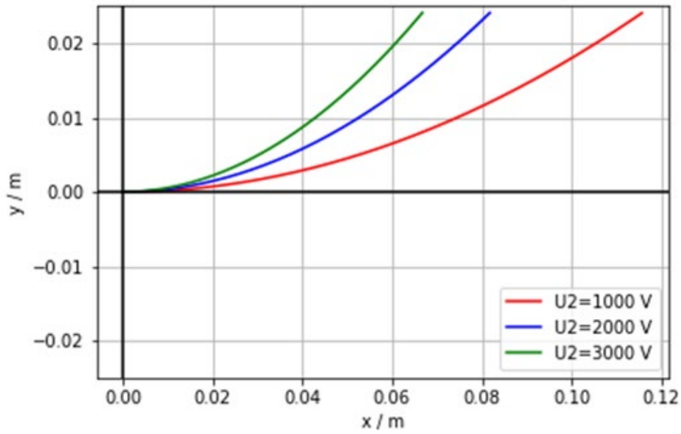
Løsningsforslag oppgave 6:

6a1:



6a2:

Vi kan ta utgangspunkt i figuren fra a) og tegne nye elektronbaner for ulike verdier av spenningen U_2.



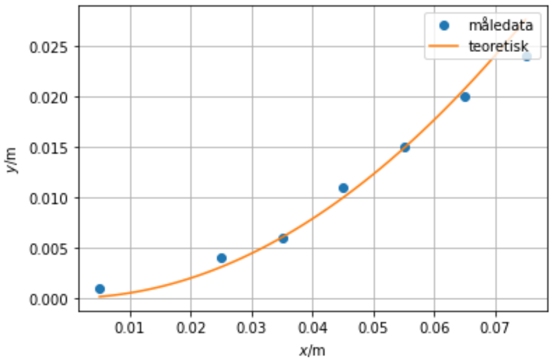
Kommentar til løsningen: Det kreves ikke verdier på aksene eller en figur. Det som kreves for full uttelling er bare å få frem at dersom spenningen U_2 øker så vil elektronet treffe øverste plate for en lavere x-verdi.

6b:

Denne oppgaven er naturlig å løse på mange måter. Her viser vi fem alternativer.

Løsningsalternativ1:

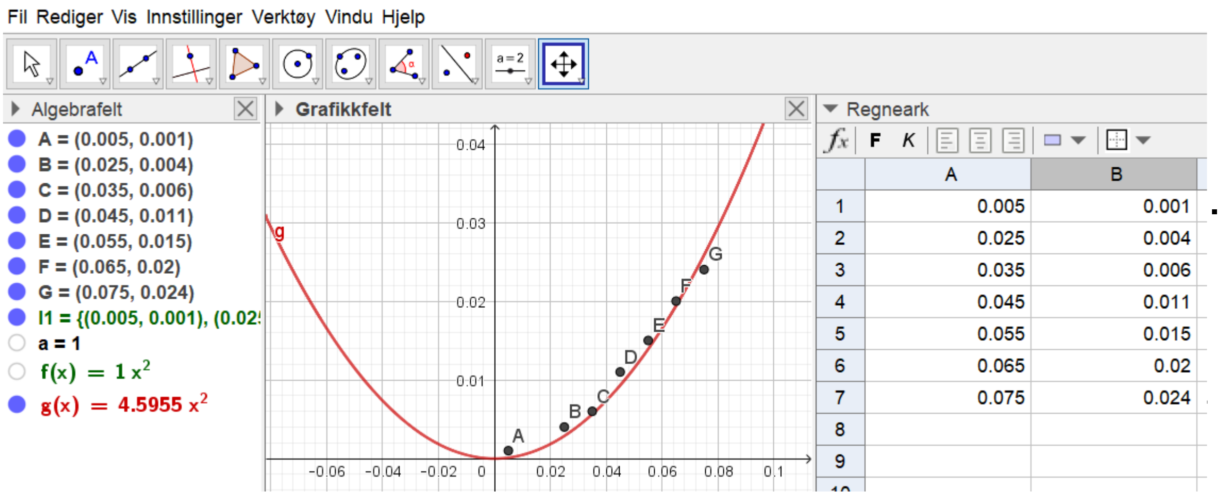
Bruker programmering til å tegne en graf av måleverdiene i samme koordinatsystem som grafen til $y(x) = k \cdot x^2$ med en antatt verdi for *k*. Justerer verdien til *k* og ser at når *k* = 4,9 passer måleverdiene godt med modellen $y(x) = k \cdot x^2$, der x og y er i meter.




```python
from pylab import*

x_liste=[0.005,0.025,0.035,0.045,0.055,0.065,0.075]
y_liste=[0.001,0.004,0.006,0.011,0.015,0.020,0.024]

plot(x_liste,y_liste,"o", label="måledata")

k = 4.9

x_teoretisk = linspace(0.005,0.075,100)
y_teoretisk = k*x_teoretisk**2

plot(x_teoretisk,y_teoretisk,label="teoretisk")

xlabel("$x$/m")
ylabel("$y$/m")
legend(loc="upper right")
grid()
show()
```

Løsningsalternativ 2:

Bruker regresjon i GeoGebra med egendefinert funksjon og får $y(x) = 4{,}6 \cdot x^2$. Ser at måleverdiene passer godt med modellen $y(x) = k \cdot x^2$ når *k* = 4,6, og x og y er i meter.



Løsningsalternativ 3:

Bruker modellen $y(x) = k \cdot x^2$ og regner ut k for hvert målepunkt.

x/m	0,0050	0,025	0,035	0,045	0,055	0,065	0,075
y/m	0,0010	0,0040	0,0060	0,011	0,015	0,020	0,024
k/m^{-1}	40	6,40	4,90	5,43	4,96	4,73	4,27

Viser én utregning: $k = \dfrac{y}{x^2} = \dfrac{0{,}0010\,\text{m}}{(0{,}0050\,\text{m})^2} = 40\,\text{m}^{-1}$

Det første punktet avviker mye fra modellen. Årsaken til dette kan skyldes at det elektriske feltet ikke er homogent ved utkanten av skjermen. Ser derfor bort fra dette punktet i videre utregning.

Gjennomsnitt: $k = \dfrac{6{,}4 + 4{,}90 + 5{,}43 + 4{,}96 + 4{,}73 + 4{,}27}{6}\,\text{m}^{-1} = 5{,}1\,\text{m}^{-1}$

Usikkerhet: $\Delta k = \dfrac{(k_{\text{maks}} - k_{\text{min}})}{2}\,\text{m}^{-1} = \dfrac{(6{,}40 - 4{,}27)}{2}\,\text{m}^{-1} = 1{,}1\,\text{m}^{-1}$

$$k = (5 \pm 1)\,\text{m}^{-1}$$

$$\frac{\Delta k}{k} = \frac{1}{5} = 0{,}20 = 20\ \%$$

Når vi ser bort fra det første målepunktet, er det ingen av punktene som ligger langt unna gjennomsnittet Usikkerheten er på 20 %, noe som ikke er spesielt mye med såpass få målepunkter. Vi kan derfor konkludere med at modellen ser ut til å stemme rimelig bra.

Løsningsalternativ 4:

Bruker modellen $y(x) = k \cdot x^2$ og regner ut *k* for hvert målepunkt ved hjelp av Excel. Regner også ut standardavviket.

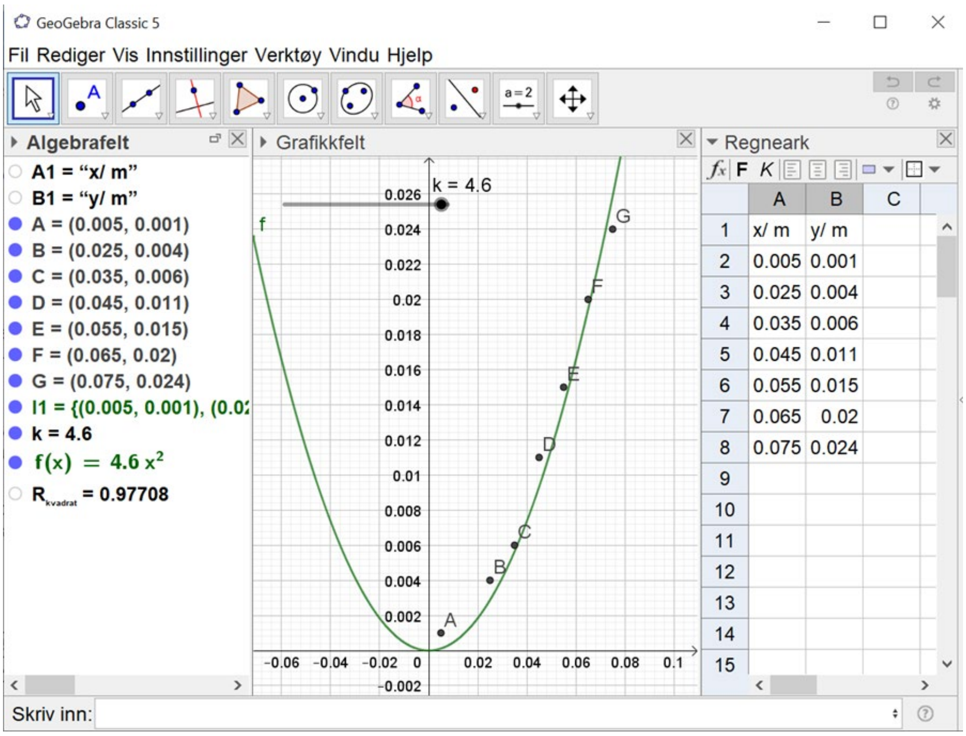
	A	B	C	D	E	F	G	H
1	**x/m**	0,0050	0,0250	0,0350	0,0450	0,0550	0,0650	0,0750
2	**y/m**	0,0010	0,0040	0,0060	0,0110	0,0150	0,0200	0,0240
3	**k/m^-1**	40,0000	6,4000	4,8980	5,4321	4,9587	4,7337	4,2667
4								
5	**Gjennomsnitt:**	5,115						
6	**Standardavvik:**	0,669						
7	Gj.snitt + std.	5,784						
8	Gj.snitt - std.	4,445						

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	**x/m**	0,005	0,025	0,035	0,045	0,055	0,065	0,075
2	**y/m**	0,001	0,004	0,006	0,011	0,015	0,02	0,024
3	**k/m^-1**	=B2/B1^2	=C2/C1^2	=D2/D1^2	=E2/E1^2	=F2/F1^2	=G2/G1^2	=H2/H1^2
4								
5	**Gjennomsnitt:**	=GJENNOMSNITT(C3:H3)						
6	**Standardavvik:**	=STDAV.P(C3:H3)						
7	Gj.snitt + std.	=B5+B6						
8	Gj.snitt - std.	=B5-B6						

Det første punktet avviker mye fra modellen. Årsaken til dette kan skyldes at det elektriske feltet ikke er homogent ved utkanten av skjermen. Har derfor sett bort fra dette i utregningen av standardavviket.

Når vi ser bort fra det første målepunktet, ser vi at 4/6 = 67 % av målingene er under ett standardavvik fra gjennomsnittet, og alle målingene er under 2 standardavvik fra gjennomsnittet. Vi kan derfor konkludere med at det er ganske en liten måleusikkerhet, og modellen $y(x) = k \cdot x^2$ ser ut til å stemme bra.

Løsningsalternativ 5:
Legger måleresultatene inn i GeoGebra. Skriver inn f(x)=k*x^2 og bruker en glider for k. Bruker kommandoen Rkvadrat(<Liste med punkt>,<Funksjon>) for å avgjøre hvor godt samsvar det er mellom modell og måleresultatene. Varierer k slik at Rkvadrat er så nærme 1 som mulig.



Vi får at k = 4.6. Vi ser også at modellen er i godt samsvar med måleresultatene.

6c:

Finner et uttrykk for farten elektronet har når det kommer inn i området mellom de horisontale platene:

$$eU_1 = \frac{1}{2}mv_o^2$$
$$v_o = \sqrt{\frac{2eU_1}{m}} \quad \text{(I)}$$

Finner et uttrykk for akselerasjonen til elektronet når det er i området mellom de horisontale platene:

$$\sum F = ma$$
$$F_e = ma$$
$$eE = ma$$
$$e\frac{U_2}{d} = ma$$
$$a = e\frac{U_2}{d} \qquad \text{(II)}$$

Bruker bevegelseslikningene i x- og y- retning (vannrett kast):

$$x = v_o t$$
$$t = \frac{x}{v_o}$$
$$y = \frac{1}{2}at^2$$
$$y = \frac{1}{2}a\left(\frac{x}{v_o}\right)^2 \quad \text{(III)}$$

Setter likning (I) og (II) inn i likning (III):

$$y = \frac{U_2}{4U_1 d}x^2$$

Hvilket skulle vises.

6d1:

Leser av at $d = (0{,}050 \pm 0{,}002)$ m, noe som gir

$$\frac{\Delta d}{d} = \frac{0{,}002}{0{,}050} = 0{,}04 = 4\%$$

Relativ usikkerhet i *d* er 4%.

Kommentar: Her må det godtas ulike verdier for *d* og usikkerheten i denne.

6d2:

$$\frac{\Delta y}{y} = \frac{\Delta U_1}{U_1} + \frac{\Delta U_2}{U_2} + \frac{\Delta d}{d} + 2 \cdot \frac{\Delta x}{x}$$

$$\frac{\Delta y}{y} = 3\% + 3\% + 4\% + 2 \cdot 2\%$$

$$\frac{\Delta y}{y} = 14\%$$

Relativ usikkerhet i *y* er 14%.

6d3:

Med *d* = 0,050 m og uttrykket fra c) får vi

$$y = \frac{U_2}{4U_1 d} x^2 = \frac{1}{4d} x^2 = \frac{1}{4 \cdot 0{,}050} x^2 = 5{,}0 x^2$$

Bruker uttrykket i c) til å regne ut en teoretisk y-verdi for hver x-verdi i tabellen med måleresultatene. Sammenligner deretter de teoretiske y-verdiene med de målte y-verdiene. Ser at fire av punktene samsvarer godt med uttrykket i c) da de de målte y-verdiene ligger innenfor usikkerheten i y regnet ut i 7d2. Årsaken til at det første punktet avviker så mye som det gjør kan skyldes at det elektriske feltet ikke er homogent ved utkanten av skjermen.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	**x/cm**	0,00500	0,02500	0,03500	0,04500	0,05500	0,06500	0,07500
2	**y/cm**	0,00100	0,00400	0,00600	0,01100	0,01500	0,02000	0,02400
3	**yTeori / cm**	0,00013	0,00313	0,00613	0,01013	0,01513	0,02113	0,02813
4	**Relativ usikkerhet:**	700 %	28 %	2 %	9 %	1 %	5 %	15 %

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	**x/cm**	0,005	0,025	0,035	0,045	0,055	0,065	0,075
2	**y/cm**	0,001	0,004	0,006	0,011	0,015	0,02	0,024
3	**yTeori / cm**	=5*B1^2	=5*C1^2	=5*D1^2	=5*E1^2	=5*F1^2	=5*G1^2	=5*H1^2
4	**Relativ usikkerhet:**	=(ABS(B2-B3)/B3)	=(ABS(C2-C3)/C3)	=(ABS(D2-D3)/D3)	=(ABS(E2-E3)/E3)	=(ABS(F2-F3)/F3)	=(ABS(G2-G3)/G3)	=(ABS(H2-H3)/H3)