6 Magnetiske felt

6.1
Vi leser over oppgaven at «Like magnetpoler frastøter hverandre», så magnetene vil frastøte hverandre.

6.2
Nordpolen på kompassnåla vil legge seg langs feltlinjene, og peke i retning av magnetisk sørpol.

6.3
a Feltlinjene går ut fra magnetisk nordpol og inn mot magnetisk sørpol, slik vi ser på figuren på s. 251.

b Vi kan f.eks. bruke jernspon til å «se» feltlinjene, og et kompass til å finne retningen til magnetfeltet ved flere punkter rundt magneten.

6.4
Det vi kaller geografisk nordpol, er egentlig magnetisk sørpol. Siden ulike poler tiltrekker hverandre, vil kompassets nordpol peke mot geografisk sørpol, som altså er nordpolen.

6.5
a $B_x = B\cos\theta = 51\ \mu\text{T}\cdot\cos 75^\circ = \underline{\underline{13\ \mu\text{T}}}$

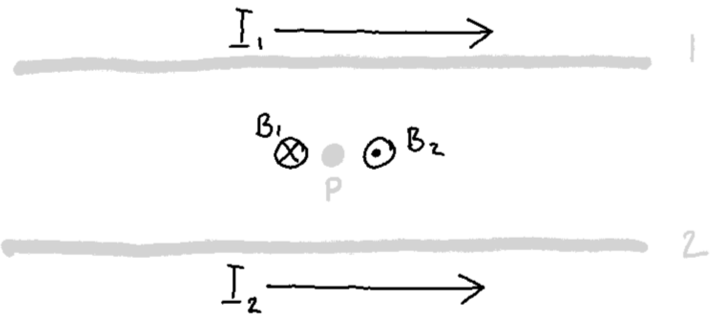
$B_x = B\sin\theta = 51\ \mu\text{T}\cdot\sin 75^\circ = \underline{\underline{49\ \mu\text{T}}}$

b Sørpolen er tyngre for å kompensere at y-komponenten til magnetfeltet trekker nordpolen nedover.

c På den sørlige halvkule vil magnetfeltet trekke sørpolen på kompasset nedover. På kompasser som skal brukes her, bør norpolen på kompassnåla være litt tyngre enn sørpolen.

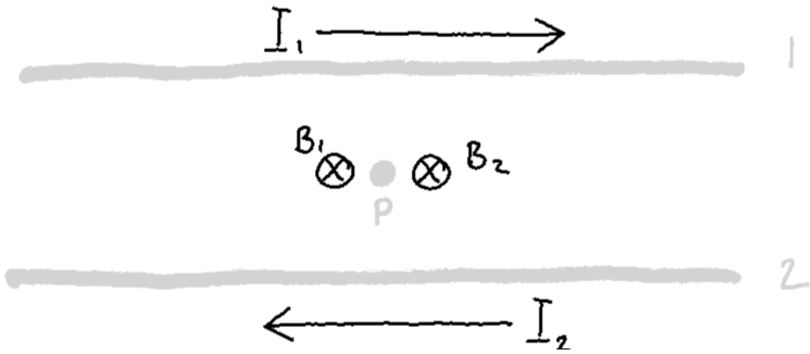
6.6
$$B = k_\text{m}\cdot\frac{I}{r} = 2{,}00\cdot 10^{-7}\,\text{Tm/A}\cdot\frac{1{,}0\ \text{A}}{0{,}10\ \text{m}} = \underline{\underline{2{,}0\cdot 10^{-6}\ \text{T}}} = \underline{\underline{2{,}0\ \mu\text{T}}}$$

6.7
a Når strømmen går i samme retning i de to ledningene, viser høyrehåndsregelen at feltene peker motsatt vei.



Siden punktet P ligger midt mellom de to lederne er feltet like stort fra hver leder, og det samlede feltet er $B = 0\ \text{T}$.

b Når strømmen går motsatt vei i de to lederne, peker feltene samme vei.



Det samlede feltet er da

$$B = B_1 + B_2 = 2k_m \frac{I}{r} = 2 \cdot 2{,}00 \cdot 10^{-7}\ \text{Tm/A} \cdot \frac{6{,}0\ \text{A}}{2{,}5 \cdot 10^{-2}\ \text{m}} = 9{,}6 \cdot 10^{-5}\ \text{T} = 96\ \mu\text{T}$$

6.8

a Magnetfeltet rundt strømspolen har samme form som feltet rundt en stavmagnet, inn mot magnetisk sørpol, og ut av magnetisk nordpold.

b Magnetfeltet inne i en rett strømspole er tilnærmet homogent, og har retning fra sørpolen mot nordpolen.

c Tommelen på høyre hånd peker mot magnetisk nordpol dersom vi lar resten av fingrene på høyre hånd følge vindingene med strømretningen.

6.9

a Vi bruker høyrehåndsregelen, og finner da at magnetfeltet har retning mot høyre inne i begge spolene.

b Fra svaret i oppgave a følger det at nordpolen er til høyre og sørpolen til venstre i begge spolene.

6.10

$$F = ILB = 1{,}2\ \text{A} \cdot 3{,}0 \cdot 10^{-2}\ \text{m} \cdot 64 \cdot 10^{-3}\ \text{T} = \underline{\underline{2{,}3 \cdot 10^{-3}\ \text{N}}} = \underline{\underline{2{,}3\ \text{mN}}}$$

6.11

Vi bruker høyrehåndsregelen og finner:

a Rett oppover

b På skrå oppover mot høyre

c Inn i papirplanet

d Mot venstre

e Vinkelen mellom strømmen og magnetfeltet er 180°, så det virker ingen magnetisk kraft

f På skrå nedover mot venstre

6.12

Hvis strømmen endrer retning, gir høyrehåndsregelen oss at den magnetiske kraften virker mot venstre.

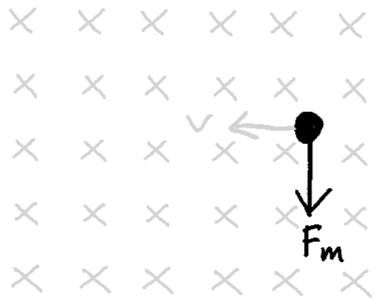
6.13

a $F = evB = 1{,}60 \cdot 10^{-19}\ \text{C} \cdot 100\ \text{m/s} \cdot 0{,}010\ \text{T} = \underline{\underline{1{,}60 \cdot 10^{-19}\ \text{N}}}$

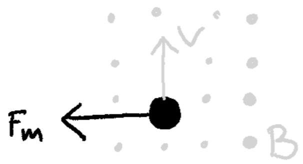
b $F = evB \quad \Rightarrow \quad v = \dfrac{F}{eB} = \dfrac{1{,}9 \cdot 10^{-15}\ \text{N}}{1{,}60 \cdot 10^{-19}\ \text{C} \cdot 0{,}016\ \text{T}} = \underline{\underline{7{,}4 \cdot 10^{5}\ \text{m/s}}}$

6.14

a Høyrehåndsregelen gir oss at kraften må virke rett nedover



b For at høyrehåndsregelen for kraft på (negativt) ladde partikler skal være oppfylt, må magnetfeltet peke ut av papirplanet.



6.15

Siden elektronet beveger seg i sirkelbane og bare er påvirket av den magnetiske kraften, har vi at

$$F = evB = \frac{mv^2}{r} \quad \Rightarrow \quad v = \frac{eBr}{m} = \frac{1{,}60 \cdot 10^{-19}\ \text{C} \cdot 7{,}0 \cdot 10^{-3}\ \text{T} \cdot 4{,}4 \cdot 10^{-3}\ \text{m}}{9{,}1094 \cdot 10^{-31}\ \text{kg}} = \underline{\underline{5{,}4 \cdot 10^{6}\ \text{m/s}}}$$

6.16

a Vi bruker høyrehåndsregelen for kraft på ladd partikkel i magnetfelt, og finner

1 Kraften virker inn i papirplanet
2 Det virker ingen elektrisk kraft siden $v \parallel B$
3 Kraften virker inn i papirplanet

b Ingen av partiklene endrer sin fart parallelt med magnetfeltet, men partiklene i 1 og 3 beveger seg i sirkelbane på tvers av magnetfeltet. Dette gir oss:

1 Partikkelen beveger seg i en sirkelbane
2 Partikkelen fortsetter rett fram
3 Partikkelen følger en skruebane

c Vi vet at $W = Fs \cdot \cos\theta$, der θ er vinkelen mellom kraften og fartsretningen. Siden den magnetiske kraften hele tiden står normalt på fartsretningen, er $W = Fs \cdot \cos 0^{\circ} = 0$.

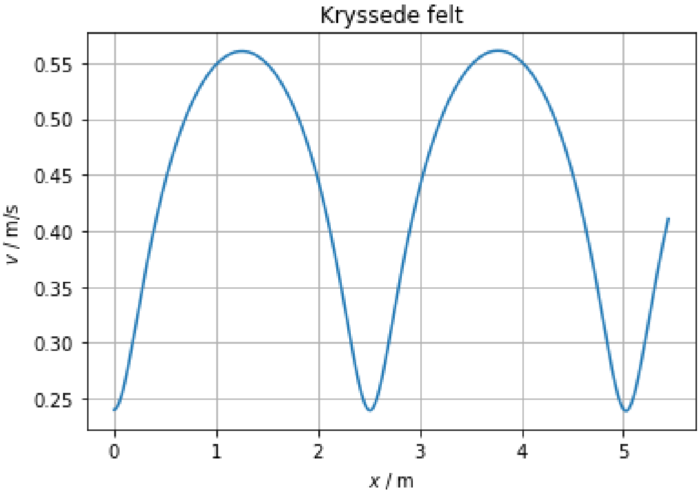
6.17

a Vi endrer linje 26, 35, 38 og 41 i programmet fra eksempelet slik at det plotter banefarten. I tillegg legger vi til slutt i programmet inn noen linjer som skriver ut den største og minste farten.

```
from pylab import *

# Konstanter
q = 1.0                          # elektrisk ladning, C
m = 0.010                        # masse, kg
E = array([0, -0.0040, 0])       # elektrisk felt, N/C
B = array([0, 0, -0.010])        # magnetisk felt, T
```

```
# Konstante krefter
F_e = q*E                       # elektrisk kraft, N

# Variable krefter, utregning av kraftsum og akselerasjon
def a(v):
    F_m = cross(q*v, B)         # magnetisk kraft, N
    sum_F = F_e + F_m           # kraftsum, N
    aks = sum_F/m               # akselerasjon, m/s^2
    return aks                  # returnerer akselerasjonen

# Startverdier for bevegelsen
r = array([0, 0, 0])            # startposisjon, m
v = array([0.24, 0, 0])            # startfart, m/s
t = 0                           # starttid, s

# Lister for lagring av verdier
x_verdier = [r[0]]
v_verdier = [norm(v)]

# Simulering av bevegelsen
dt = 0.001                      # tidssteg i simuleringen, s
while t < 14:                   # stopper når t = 14
    v = v + a(v)*dt
    r = r + v*dt
    t = t + dt
    x_verdier.append(r[0])      # legger x inn i listen
    v_verdier.append(norm(v))   # legger y inn i listen

# Tegning av graf
plot(x_verdier, v_verdier)      # lager grafen
title("Kryssede felt")          # tittel på grafen
xlabel("$x$ / m")               # navn på x-aksen
ylabel("$v$ / m/s")             # navn på y-aksen
grid()                          # lager rutenett
show()                          # viser grafen

# Skriver ut største og minste verdier for banefarten
print("Den største verdien farten har er", round(max(v_verdier), 2), "m/s")
print("Den minste verdien farten har er", round(min(v_verdier), 2), "m/s")
```

Når programmet kjører, får vi denne grafen:



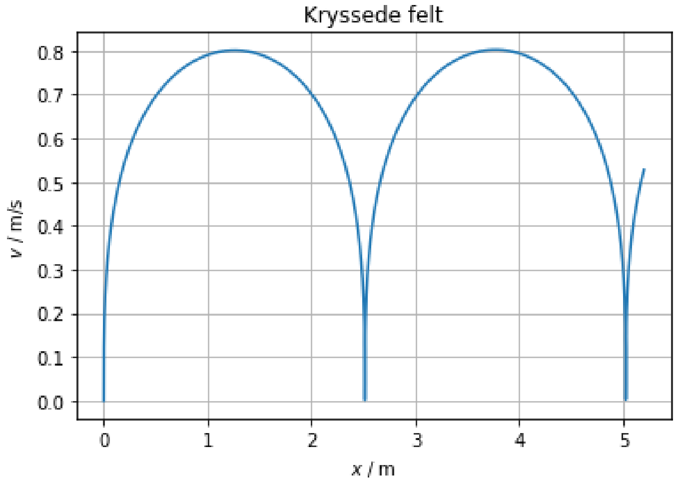
Det skriver også ut:

```
Den største verdien farten har er 0.56 m/s
Den minste verdien farten har er 0.24 m/s
```

Vi ser fra grafen at banefarten er størst når avstanden er minst. Dette betyr at farten er nærmest den negativt ladde plata, og minst når den er nærmest den positivt ladde plata.

b Vi endrer til: `v = array([0, 0, 0])    # startfart, m/s`

Grafen som viser $v(x)$ ser nå slik ut:

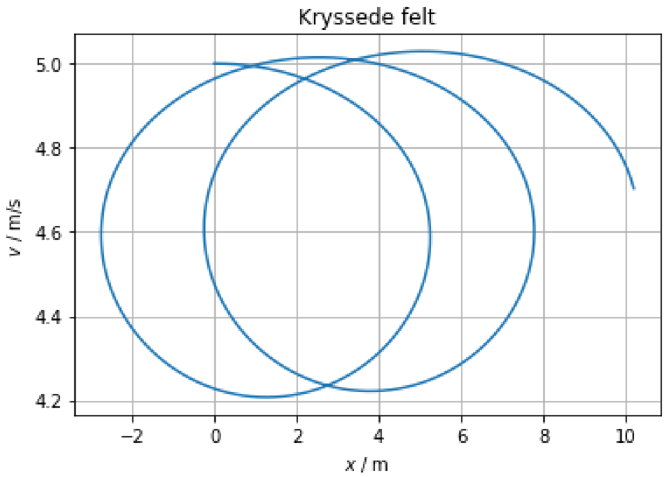


Programmet skriver ut:

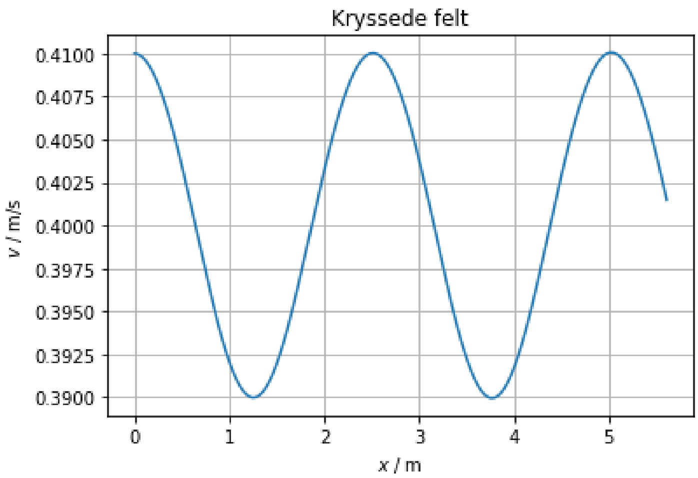
```
Den største verdien farten har er 0.8 m/s
Den minste verdien farten har er 0.0 m/s
```

Partikkelen får nå høyere toppfart i nærheten av den negative plata, og vi ser at den stanser helt opp når den nærmer seg den positive plata.

c Vi prøver med forskjellige verdier for `v`, og ser at vi får en skruebane. Figuren under viser en startfart på 5 m/s (`v = array([5, 0, 0])`).



d Vi prøver med noen verdier for startfart som er i nærheten av 0,40 m/s. Banen blir da tilnærmet sinusformet. Amplituden blir mindre jo nærmere vi kommer 0,40 m/s. Grafen under viser en startfart på 0,41 m/s:



6.18

Litium-7 har en masse på omtrent 7u. Fra eksempelet ser vi at

$$r=\sqrt{\frac{2mU}{qB^2}}=\sqrt{\frac{2\cdot 7\mathrm{u}\cdot U}{2eB^2}}=\sqrt{\frac{7\mathrm{u}U}{eB^2}}=\sqrt{\frac{7\cdot 1{,}66\cdot 10^{-27}\ \mathrm{kg}\cdot 250\ \mathrm{V}}{1{,}60\cdot 10^{-19}\ \mathrm{C}\cdot (0{,}0280\ \mathrm{T})^2}}=\underline{\underline{0{,}15\ \mathrm{m}}}=\underline{\underline{15\ \mathrm{cm}}}$$

6.19

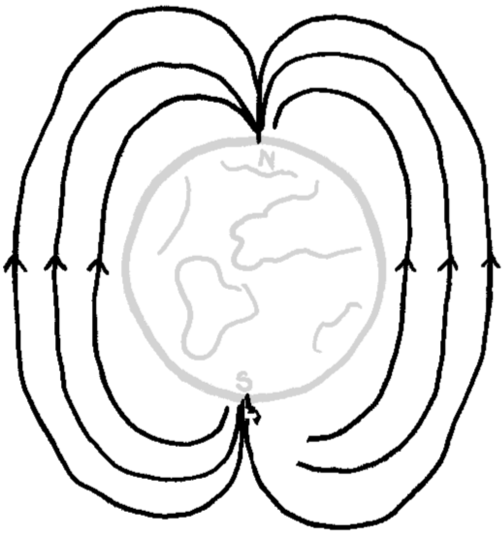
Nordpolen på en kompassnål peker inn mot magnetisk sørpol, så magneten har sørpol øverst og nordpol nederst.

6.20

Kompassnålene legger seg langs feltlinjene, og nord peker i retning av magnetisk sørpol. Når vi studerer bildet (se f.eks. på magnetene nederst og til venstre), ser vi at stavmagneten må ligge diagonalt, og ha sin sørpol nederst til venstre, og sin nordpol øverst til høyre på figuren.

6.21

a Det magnetiske feltet rundt jorda ligner på det magnetiske feltet rundt en stavmagnet (i virkeligheten er det 3D-formet, her har vi tegnet et tverrsnitt):



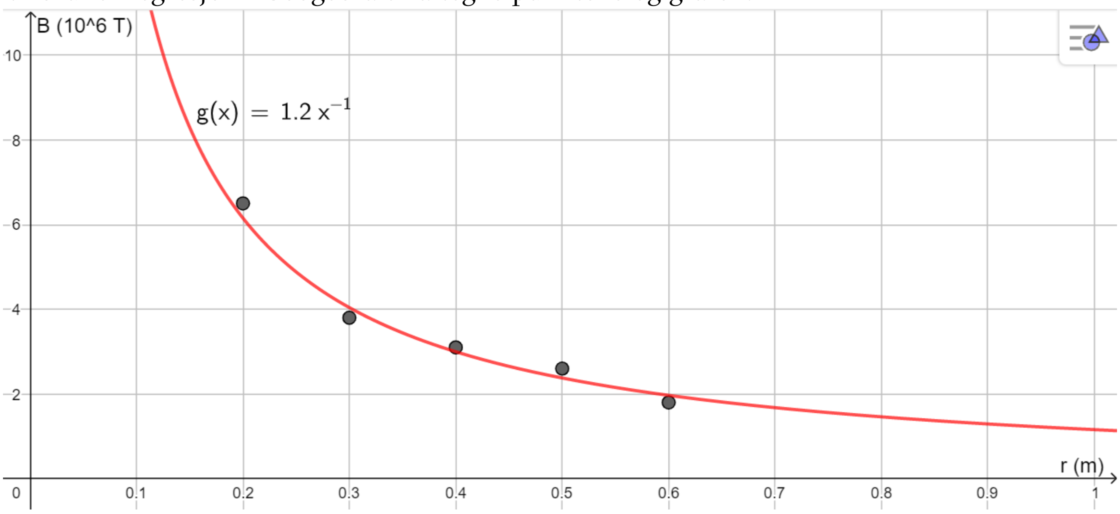
b Den magnetiske nordpolen er i nærheten av den geografiske sørpolen.

6.22

Vi bruker høyrehåndsregelen for magnetfeltet rundt en elektrisk leder for å finne riktig retning, og finner at riktig figur må være enten B, D eller F. Siden magnetfeltet blir svakere jo lengre vi er fra lederen, må avstanden mellom feltlinjene øke jo lengre fra lederen vi er, så riktig figur må være figur D.

6.23

a Vi bruker regresjon i Geogebra til å tegne punktene og grafen:



b Fra oppgave a ser vi at $B = \dfrac{1{,}2 \cdot 10^{-6}}{r}$. Dette stemmer godt med Biot-Savarts lov som er på formen $B = k_\mathrm{m} \cdot \dfrac{I}{r}$.

c Vi vet at $I = 6{,}0\ \mathrm{A}$. Fra regresjonen har vi at

$$B = k_\mathrm{m} \cdot \frac{I}{r} = \frac{1{,}2 \cdot 10^{-6}}{r} \quad \Rightarrow \quad k_\mathrm{m} = \frac{1{,}2 \cdot 10^{-6}}{I} = \frac{1{,}2 \cdot 10^{-6}}{6{,}0} = 2{,}0 \cdot 10^{-7}.$$

Dette stemmer svært godt med det vi vet. Med benevninger er konstanten $k_\mathrm{m} = 2{,}00 \cdot 10^{-7}\ \mathrm{Tm/A}$.

6.24

a $B = k_m \cdot \frac{I}{r} = 2{,}00 \cdot 10^{-7}\ \text{Tm/A} \cdot \frac{8{,}0\ \text{A}}{5{,}0 \cdot 10^{-2}\ \text{m}} = \underline{\underline{3{,}2 \cdot 10^{-5}\ \text{T}}} = \underline{\underline{32\ \mu\text{T}}}$

b $B = k_m \cdot \frac{I}{r} \quad \Rightarrow \quad I = \frac{rB}{k_m} = \frac{0{,}20\ \text{m} \cdot 0{,}010 \cdot 10^{-3}\ \text{T}}{2{,}00 \cdot 10^{-7}\ \text{Tm/A}} = \underline{\underline{10\ \text{A}}}$

6.25

Fra figuren og diskusjonen til oppgave 6.7 ser vi at den samlede feltstyrken blir

a 0 T

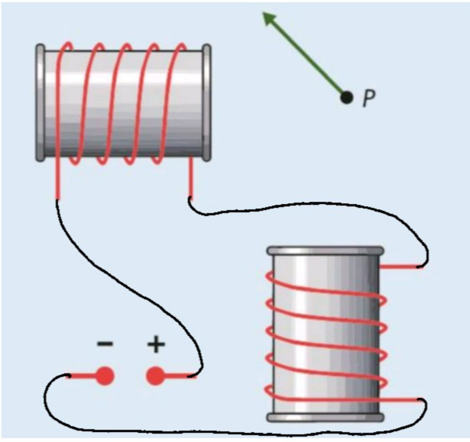
b $2B_1$

6.26

På utsiden av en spole peker magnetfeltet inn mot sørpol og ut fra nordpol. Det betyr at magneten øverst til venstre må ha sin sørpol på høyre side, og nordpol til venstre. Strømmen må da gå oppover på den siden av spolen vi ser. Ledningen til venstre må da være koblet til positiv pol av batteriet.

Magneten nederst til høyre må ha sin nordpol øverst og sørpol nederst. Det betyr at strømmen må gå mot høyre på den siden vi ser. Den nederste ledningen må da være koblet til negativ pol av batteriet.

Når vi tegner situasjonen, blir det seende slik ut:



6.27

a Nordpolen på kompassnåla vil peke i positiv retning langs feltlinjene, så nåla vil dreies mot høyre.

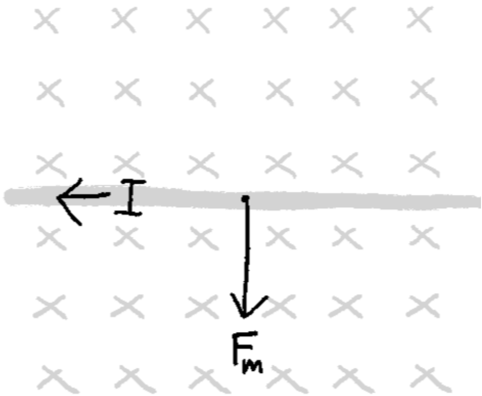
b $B_{\text{spole}} = \frac{2\pi k_m NI}{L} = \frac{2\pi \cdot 2{,}00 \cdot 10^{-7}\ \text{Tm/A} \cdot 120 \cdot 75 \cdot 10^{-3}\ \text{A}}{0{,}50\ \text{m}} = 2{,}262 \cdot 10^{-5}\ \text{T} = \underline{\underline{23\ \mu T}}$

c $\tan\phi = \frac{B_{\text{spole}}}{B_x} \quad \Rightarrow \quad B_x = \frac{B_{\text{spole}}}{\tan\phi} = \frac{2{,}262 \cdot 10^{-5}\ \text{T}}{\tan 50^\circ} = 1{,}898 \cdot 10^{-5}\ \text{T} = \underline{\underline{19\ \mu\text{T}}}$

6.28

a $F_m = ILB = 3{,}0\ \text{A} \cdot 0{,}100\ \text{m} \cdot 0{,}067\ \text{T} = 2{,}0 \cdot 10^{-2}\ \text{N} = \underline{\underline{20\ \text{mN}}}$

Vi velger å la magnetfeltet peke inn i papirplanet, og la strømmen ha retning rett mot venstre. Da gir høyrehåndsregelen at den magnetiske kraften peker rett nedover langs papirplanet.



b $F_\mathrm{m} = ILB \quad \Rightarrow \quad B = \dfrac{F_\mathrm{m}}{IL} = \dfrac{18 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{N}}{6{,}5\ \mathrm{A} \cdot 2{,}5 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{m}} = \underline{\underline{0{,}11\ \mathrm{T}}}$

6.29

Vi bruker høyrehåndsregelen for kraft på elektrisk leder i magnetfelt. Da finner vi

a Kraften virker rett nedover (i papirplanet)
b Kraften virker rett nedover (i papirplanet)
c Kraften virker rett mot venstre (i papirplanet)
d Kraften virker rett ut av papirplanet.

6.30

Vi bruker høyrehåndsregelen for kraft på elektrisk leder i magnetfelt, og finner:

a Strømmen går mot venstre
b Magnetfeltet virker inn i papirplanet.

6.31

a Vi ønsker å undersøke om F_m er proporsjonal med strøm og lengde.

Vi undersøker om kraften er proporsjonal med lengden:

Vi ser på de tre målingene der $I = 1{,}0\ \mathrm{A}$ (måling 1, 4 og 5), og regner ut størrelsen $\dfrac{F_\mathrm{m}}{L}$.

Måling 1: $\dfrac{F_\mathrm{m}}{L} = \dfrac{4{,}0 \cdot 10^{-5}\ \mathrm{N}}{2{,}0 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{m}} = 2{,}0 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{N/m}$

Måling 4: $\dfrac{F_\mathrm{m}}{L} = \dfrac{8{,}0 \cdot 10^{-5}\ \mathrm{N}}{4{,}0 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{m}} = 2{,}0 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{N/m}$

Måling 5: $\dfrac{F_\mathrm{m}}{L} = \dfrac{12{,}0 \cdot 10^{-5}\ \mathrm{N}}{6{,}0 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{m}} = 2{,}0 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{N/m}$

Vi konkluderer med at kraften er proporsjonal med lengden.

Vi undersøker om kraften er proporsjonal med strømmen:

Vi ser på de tre målingene der $L = 2{,}0\ \mathrm{cm}$ (måling 1, 2 og 3), og regner ut størrelsen $\dfrac{F_\mathrm{m}}{I}$.

Måling 1: $\dfrac{F_\mathrm{m}}{I} = \dfrac{4{,}0 \cdot 10^{-5}\ \mathrm{N}}{1{,}0\ \mathrm{A}} = 4{,}0 \cdot 10^{-5}\ \mathrm{N/A}$

Måling 2: $\dfrac{F_\mathrm{m}}{I} = \dfrac{4{,}8 \cdot 10^{-5}\ \mathrm{N}}{1{,}2\ \mathrm{A}} = 4{,}0 \cdot 10^{-5}\ \mathrm{N/A}$

Måling 3: $\frac{F_m}{I} = \frac{5,6 \cdot 10^{-5}\ \text{N}}{1,4\ \text{A}} = 4,0 \cdot 10^{-5}\ \text{N/A}$

Vi konkluderer med at kraften er proporsjonal med strømmen.

Siden kraften er proporsjonal med både strøm og lengde, vet vi at magnetisk kraft kan skrives som $F_m = kIL$, der k er en konstant.

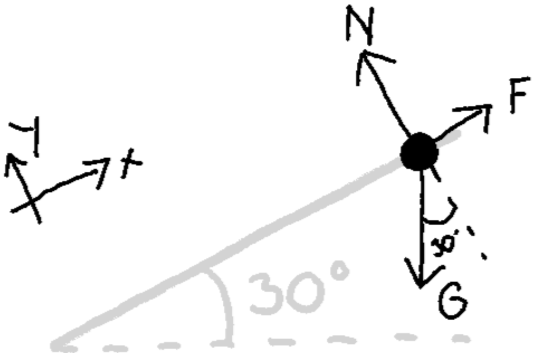
Merk: Vi har IKKE brukt formelen for magnetisk kraft i denne oppgaven, bare sjekket for proporsjonalitet og kommet fram til formen på formelen.

b Et magnetfelt er et område der det virker magnetiske krefter. Magnetisk feltstyrke forteller hvor sterk den magnetiske kraften er på en ladning q som beveger seg med fart v.

Fra formelen $F_m = ILB$ vet vi at $B = \frac{F_m}{IL}$. Vi velger et sett med målinger fra tabellen (det spiller ingen rolle hvilket), og finner at $B = \frac{F_m}{IL} = \frac{4,0 \cdot 10^{-5}\ \text{N}}{1,0\ \text{A} \cdot 2,0 \cdot 10^{-2}\ \text{m}} = \underline{\underline{2,0 \cdot 10^{-3}\ \text{T}}} = \underline{\underline{2,0\ \text{mT}}}$

6.32

For at staven skal ligge i ro, må kraftsummen være lik null. Siden den magnetiske kraften F må ligge vinkelrett på både lederen og magnetfeltet, må den derfor peke oppover langs skinnen. Høyrehåndsregelen gir oss da at strømretningen må være fra P til Q gjennom staven.

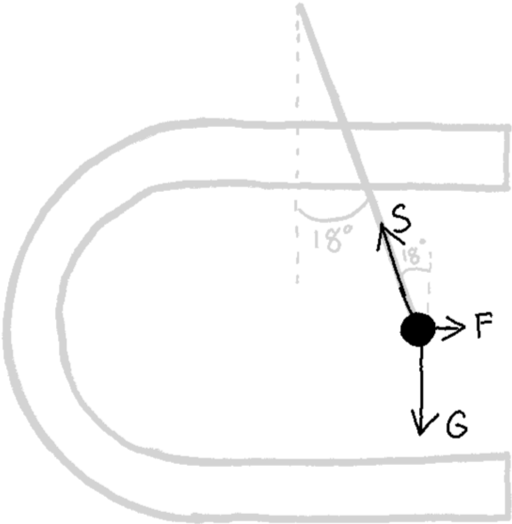


Vi legger koordinatsystemet slik at kraften F peker i positiv x-retning. Kraftsummen må være lik null både i x- og y-retning. Da er

$$F = mg \cdot \sin\theta = ILB \quad \Rightarrow \quad I = \frac{mg \cdot \sin\theta}{LB} = \frac{10 \cdot 10^{-3}\ \text{kg} \cdot 9,81\ \text{m/s}^2 \cdot \sin 30^\circ}{0,10\ \text{m} \cdot 0,50\ \text{T}} = \underline{\underline{0,98\ \text{A}}}$$

6.33

a Vi tegner en figur som viser kreftene:



b Fra Newtons første lov på vektorform ser vi at

$$S_x = F \quad \Rightarrow \quad F = S\sin\theta$$

$$S_y = G \quad \Rightarrow \quad S\cos\theta = mg$$

Vi har da:

$$\frac{F}{mg} = \frac{S\sin\theta}{S\cos\theta} = \tan\theta$$

$$\Rightarrow \quad F = mg\tan\theta = 2{,}7\cdot 10^{-3}\ \text{kg}\cdot 9{,}81\ \text{m/s}^2\cdot\tan 18^\circ = 8{,}606\cdot 10^{-3}\ \text{N} = \underline{\underline{8{,}6\ \text{mN}}}$$

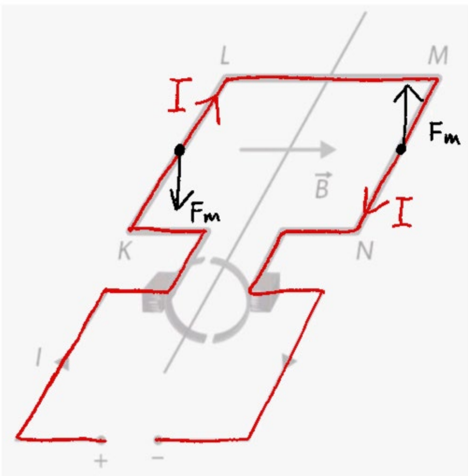
c Magnetfeltet og strømretningen står vinkelrett på hverandre, så

$$F = ILB \quad \Rightarrow \quad B = \frac{F}{IL} = \frac{8{,}606\cdot 10^{-3}\ \text{N}}{1{,}2\ \text{A}\cdot 5{,}1\cdot 10^{-2}\ \text{m}} = \underline{\underline{0{,}14\ \text{T}}}$$

Siden kraften peker utover, gir høyrehåndsregelen oss at magnetfeltet må peke rett oppover. Da må nordpolen være nederst.

6.34

a Vi tegner en figur som viser strømspolen med strømretning. Høyrehåndsregelen gir at den magnetiske kraften virker nedover på lderstykket KL og oppover på lederstykket MN.



b Siden den magnetiske kraften hele tiden står normalt på magnetfeltet, vil den alltid peke oppover på MN og nedover på KL. Retningen på kreftene gjør at lederstykket vil rotere.

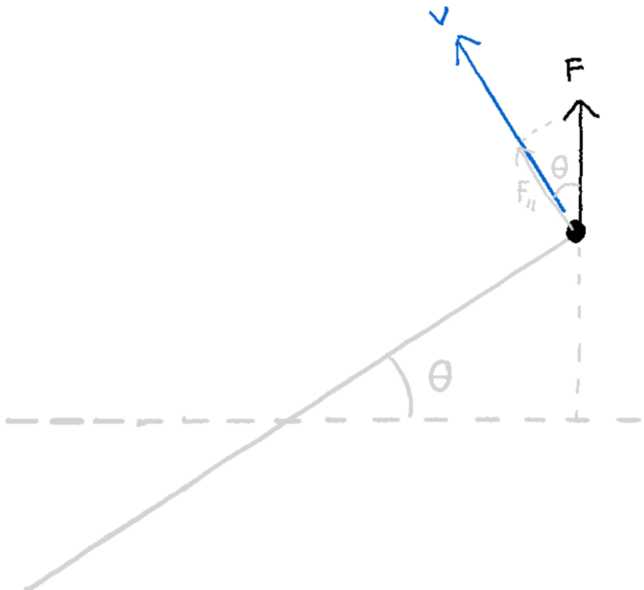
c Vi ser på linjestykket MN. Når spoleplanet står normalt på magnetfeltet, vil lederstykket ha fartsretning rett mot venstre, mens kraften peker rett oppover. Vinkelen mellom fartsretning og kraften er da 90°, kraften gjør ikke noe arbeid, og effekten må da også være lik null.

d $F_\mathrm{m} = NILB = 100 \cdot 0{,}50\ \mathrm{A} \cdot 5{,}0 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{m} \cdot 0{,}12\ \mathrm{T} = \underline{\underline{0{,}30\ \mathrm{N}}}$

Selv om spolen roterer, vil strømmen alltid stå vinkelrett på magnetfeltet. Den magnetiske kraften er da $F_\mathrm{m} = NILB \cdot \cos\theta = NILB \cdot \cos 90^\circ = NILB = 0{,}30\ \mathrm{N}$ uavhengig av rotasjonsvinkelen. Legg merke til at θ er vinkelen mellom strømretningen og magnetfeltet, og *ikke* rotasjonsvinkelen!

e Høyrehåndsregelen forteller oss at kraften på sidekanten LM alltid normalt på strømretningen og magnetfeltet, og må derfor virke parallelt med rotasjonsaksen. Denne kraften vil alltid stå vinkelrett på fartsregningen, kraften gjør derfor ikke arbeid, og effekten må være lik null. Det samme gjelder sidestykket NK.

f I oppgave d så vi at $F = 0{,}30\ \mathrm{N}$ uansett hvor mye spolen har rotert. Vi ser fra figuren under at parallellkomponenten er gitt ved $F_{\|} = F \cdot \cos\theta = (0{,}30 \cdot \cos\theta)\ \mathrm{N}$. Legg merke til at vi i figuren ser lederstykket KL fra sidekanten. Vi har tegnet det inn som en sort prikk.



g Vi vet at arbeid er gitt ved $W = \int F_{\|}\,\mathrm{d}s$.

For å integrere over vinkelen, ønsker vi å skrifte integrasjonsvariabel. Dersom vi regner i radianer, er dette enkelt. Vi vet at forholdstallet mellom en liten vinkel $\mathrm{d}\theta$ radianer og en full omdreining på 2π radianer er lik forholdet mellom en liten del $\mathrm{d}s$ av omkretsen og den hele omkretsen $2\pi r$. Vi har da: $\frac{\mathrm{d}\theta}{2\pi} = \frac{\mathrm{d}s}{2\pi r} \Rightarrow \mathrm{d}\theta = \frac{\mathrm{d}s}{r} \Rightarrow \mathrm{d}s = r \cdot \mathrm{d}\theta$.

Siden børstene i strømsløyfa sørger for å endre retningen på strømmen slik at kraften på KL alltid virker i samme retning, kan vi bruke at $W_{KL} = \int_0^{2\pi} F_{\|}\,\mathrm{d}s = 2\int_{-\pi/2}^{\pi/2} F_{\|}\,\mathrm{d}s$. Da har vi tatt hensyn til at $\cos\theta$ endrer fortegn halvveis i omdreiningen ved bare å integrere over det området der $\cos\theta$ er positiv. Når vi i tillegg må ta med kraften som virker på den andre siden av strømspolen, har vi at

$$W = W_{KL} + W_{MN} = 4\int_{-\pi/2}^{\pi/2} F_{\parallel}\,\mathrm{d}s = 4\int_{-\pi/2}^{\pi/2} 0{,}30\cdot\cos\theta\,\mathrm{d}s = 4\int_{-\pi/2}^{\pi/2} 0{,}30\cdot\cos\theta\cdot r\cdot\mathrm{d}\theta$$

$$= 4\cdot 0{,}30r\int_{-\pi/2}^{\pi/2}\cos\theta\,\mathrm{d}\theta = 4\cdot 0{,}30\cdot 0{,}025\cdot\int_{-\pi/2}^{\pi/2}\cos\theta\,\mathrm{d}\theta = 0{,}030\int_{-\pi/2}^{\pi/2}\cos\theta\,\mathrm{d}\theta = \underline{\underline{0{,}060\ \mathrm{J}}}$$

Vi løser i CAS:

1 Integral$\left(0.030\cdot\cos(x), -\frac{\text{pi}}{2}, \frac{\text{pi}}{2}\right)$

≈ **0.06**

Vi finner altså at den magnetiske kraften totalt gjør et arbeid på 0,060 J i løpet av én omdreining.

Obs: Feil i fasit (1. opplag)

6.35

a $F = qvB = 1{,}60\cdot 10^{-19}\ \mathrm{C}\cdot 1{,}5\cdot 10^{7}\ \mathrm{m/s}\cdot 3{,}2\cdot 10^{-3}\ \mathrm{T} = 7{,}68\cdot 10^{-15}\ \mathrm{N} = \underline{\underline{7{,}7\cdot 10^{-15}\ \mathrm{N}}}$

$$F = ma \quad\Rightarrow\quad a = \frac{F}{m} = \frac{7{,}68\cdot 10^{-15}\ \mathrm{N}}{1{,}6726\cdot 10^{-27}\ \mathrm{kg}} = 4{,}5917\cdot 10^{12}\ \mathrm{m/s^2} = \underline{\underline{4{,}6\cdot 10^{12}\ \mathrm{m/s^2}}}$$

b Siden ladningen, farten og magnetfeltet er det samme som protonet, har vi også her $F = qvB = 7{,}68\cdot 10^{-15}\ \mathrm{N} = \underline{\underline{7{,}7\cdot 10^{-15}\ \mathrm{N}}}$

$$a = \frac{F}{m} = \frac{7{,}68\cdot 10^{-15}\ \mathrm{N}}{9{,}1094\cdot 10^{-31}\ \mathrm{kg}} = 8{,}4309\cdot 10^{15}\ \mathrm{m/s^2} = \underline{\underline{8{,}4\cdot 10^{15}\ \mathrm{m/s^2}}}$$

c Siden partiklene beveger seg i sirkelbane, har vi $a = \frac{v^2}{r} \quad\Rightarrow\quad r = \frac{v^2}{a}$.

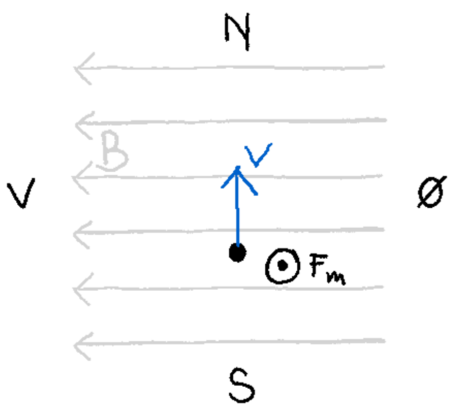
Protonet: $r = \frac{v^2}{a} = \frac{\left(1{,}5\cdot 10^{7}\ \mathrm{m/s}\right)^2}{4{,}5917\cdot 10^{12}\ \mathrm{m/s^2}} = \underline{\underline{49\ \mathrm{m}}}$

Elektronet: $r = \frac{v^2}{a} = \frac{\left(1{,}5\cdot 10^{7}\ \mathrm{m/s}\right)^2}{8{,}4309\cdot 10^{15}\ \mathrm{m/s^2}} = \underline{\underline{2{,}7\cdot 10^{-2}\ \mathrm{m}}} = \underline{\underline{2{,}7\ \mathrm{cm}}}$

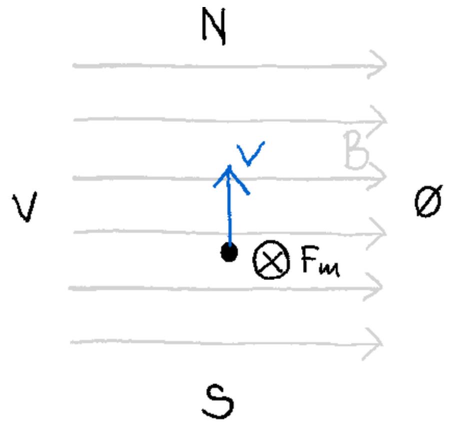
6.36

Vi bruker høyrehåndsregelen for kraft på elektrisk ladning i magnetfelt.

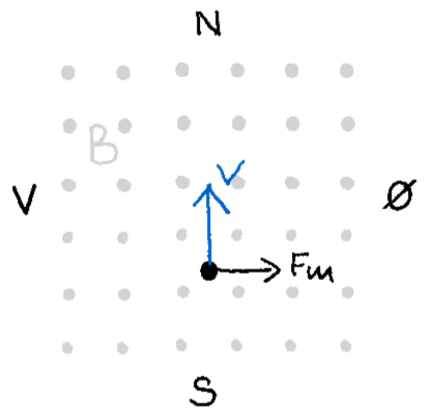
a Kraften har retning loddrett oppover



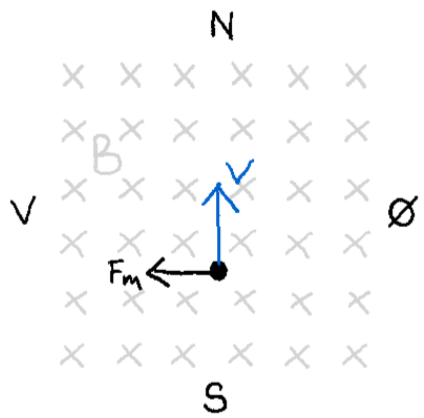
b Kraften har retning loddrett nedover



c Kraften har retning østover

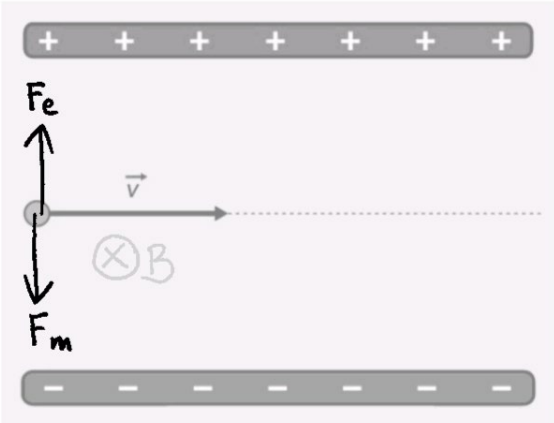


d Kraften har retning vestover



6.37

Siden elektronet er negativt ladd, peker den elektriske kraften oppover mot den positive plata. Den magnetiske kraften må da peke nedover mot den negative plata. Høyrehåndsregelen gir oss da at magnetfeltet må peke inn i papirplanet.



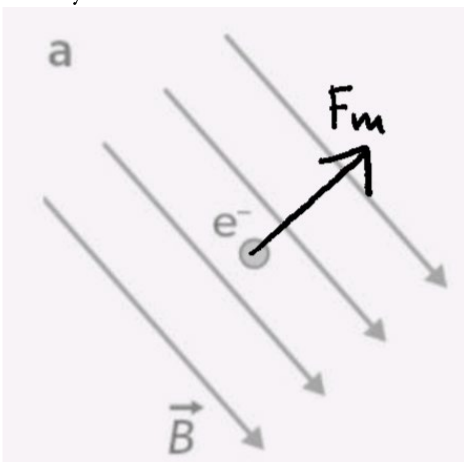
Vi finner størrelsen på den magnetiske feltstyrken:

$$F_m = F_e \quad \Rightarrow \quad evB = eE \quad \Rightarrow \quad B = \frac{E}{v} = \frac{50 \cdot 10^3 \text{ V/m}}{2,0 \cdot 10^7 \text{ m/s}} = \underline{\underline{2,5 \cdot 10^{-3} \text{ T}}} = \underline{\underline{2,5 \text{ mT}}}$$

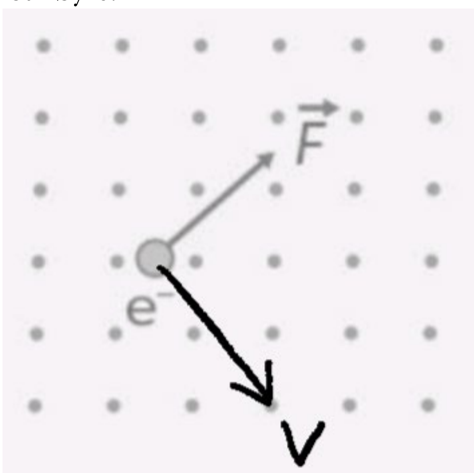
6.38

Vi bruker høyrehåndsregelen på (negativt) ladde partikler i magnetfelt.

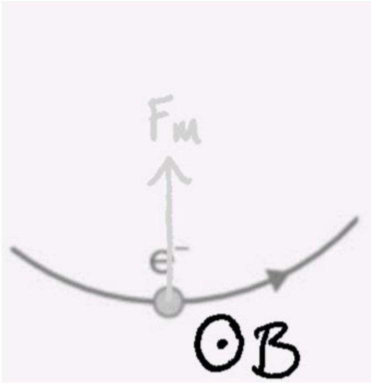
a Kraften virker på skrå opp mot høyre.



b Kraften virker på skrå ned mot høyre.



c Kraften virker rett oppover, inn mot sentrum av bue-banen. Da må magnetfeltet peke rett ut av papirplanet.



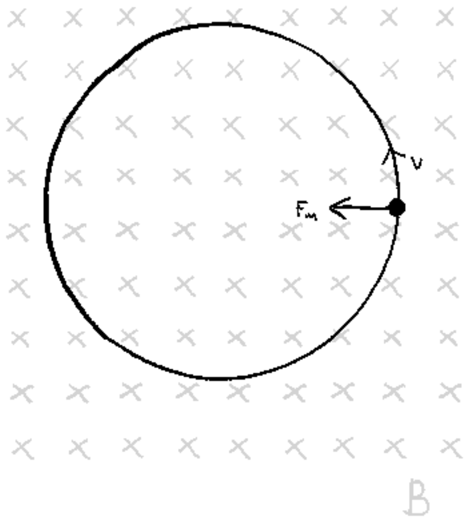
6.39

Vi vet at den magnetiske kraften gir en sentripetalakselerasjon. Vi bruker dette til å finne feltstyrken:

$$F_\mathrm{m} = ma \quad \Rightarrow \quad qvB = \frac{mv^2}{r}$$

$$\Rightarrow \quad B = \frac{mv}{qr} = \frac{1{,}6726 \cdot 10^{-27}\ \mathrm{kg} \cdot 3{,}9 \cdot 10^{6}\ \mathrm{m/s}}{1{,}60 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{C} \cdot 0.80\ \mathrm{m}} = 5{,}0962 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{T} = \underline{\underline{51\ \mathrm{mT}}}$$

Den magnetiske kraften virker rett innover mot sentrum av sirkelbanen. Vi velger her å la protonet gå i sirkelbane mot klokka. Magnetfeltet virker da rett inn i papirplanet:



6.40

I kapittel 6A leste vi at jordas magnetfelt har en verdi på rundt 30 μT ved ekvator. Dette feltet peker nesten rett nordover. Kraften er da:

$$F = qvB = 1{,}60 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{C} \cdot 8{,}0 \cdot 10^{6}\ \mathrm{m/s} \cdot 30 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{T} = \underline{\underline{3{,}8 \cdot 10^{-17}\ \mathrm{N}}}.$$

Høyrehåndsregelen gir oss at retningen er loddrett oppover.

Tyngdekraften på elektronet er $G = mg = 9{,}1094 \cdot 10^{-31}\ \mathrm{kg} \cdot 9{,}81\ \mathrm{m/s^2} = 8{,}9 \cdot 10^{-30}\ \mathrm{N}$. Forholdet mellom den magnetiske kraften og tyngdekraften er

$$\frac{F}{G} = \frac{3{,}8 \cdot 10^{-17}\ \mathrm{N}}{8{,}9 \cdot 10^{-30}\ \mathrm{N}} = \underline{\underline{4{,}3 \cdot 10^{12}}}$$

6.41

a $E_k = qU = eU$

b $F_m = F_e \quad \Rightarrow \quad qvB = qE \quad \Rightarrow \quad v = \dfrac{E}{B}$

c Vi bruker resultatene fra oppgave a og b: $E_k = \dfrac{1}{2}mv^2 \quad \Rightarrow \quad eU = \dfrac{1}{2}m\left(\dfrac{E}{B}\right)^2 = \dfrac{mE^2}{2B^2}$

Når vi løser for massen, finner vi: $eU = \dfrac{mE^2}{2B^2} \quad \Rightarrow \quad m = \dfrac{2eUB^2}{E^2}$, som var det vi skulle vise.

d $$m = \frac{2 \cdot 1{,}60 \cdot 10^{-19}\ \text{C} \cdot 3{,}00 \cdot 10^3\ \text{V} \cdot \left(1{,}25 \cdot 10^{-3}\ \text{T}\right)^2}{\left(40{,}0 \cdot 10^3\ \text{V/m}\right)^2} = 9{,}375 \cdot 10^{-31}\ \text{kg} = \underline{\underline{9{,}38 \cdot 10^{-31}\ \text{kg}}}$$

Avviket fra tabellverdien er:

$$\frac{9{,}375 \cdot 10^{-31}\ \text{kg} - 9{,}1094 \cdot 10^{-31}\ \text{kg}}{9{,}1094 \cdot 10^{-31}\ \text{kg}} = 2{,}9 \cdot 10^{-2} = \underline{\underline{2{,}9\ \%}}$$

6.42

I begge feltene vil elektronet bevege seg i halvsirkelbane før det går inn i det andre feltet. Banefarten er konstant gjennom hele bevegelsen. Vi finner radius i banen:

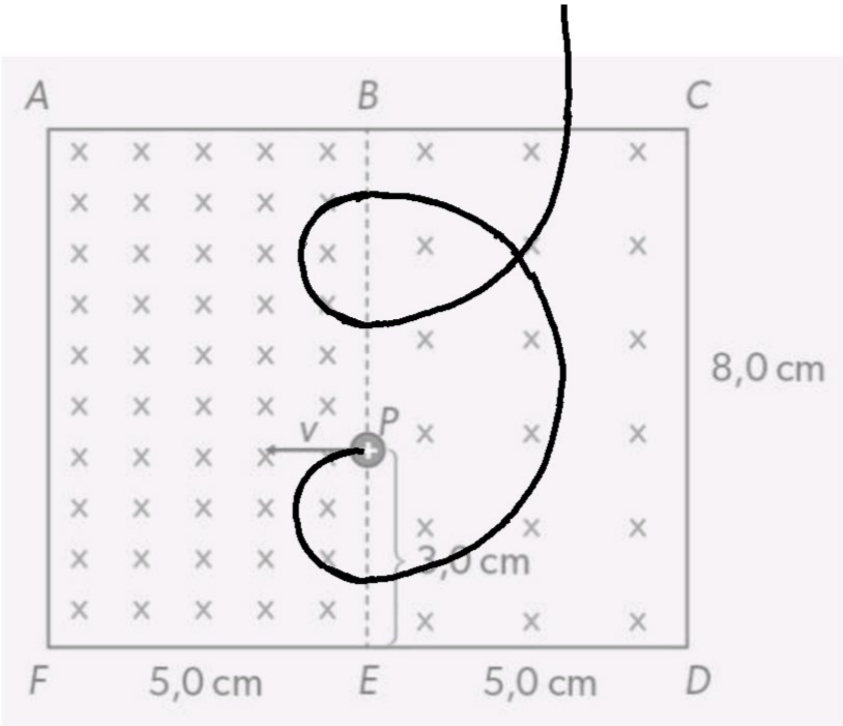
$$F = ma \quad \Rightarrow \quad evB = \frac{mv^2}{r} \quad \Rightarrow \quad r = \frac{mv}{eB}$$

I magnetfeltet til venstre (ABEF) er radius

$$r = \frac{mv}{eB} = \frac{1{,}6726 \cdot 10^{-27}\ \text{kg} \cdot 1{,}9 \cdot 10^5\ \text{m/s}}{1{,}60 \cdot 10^{-19}\ \text{C} \cdot 0{,}20\ \text{T}} = 9{,}9 \cdot 10^{-3}\ \text{m} \approx 1\ \text{cm}$$

I magnetfeltet til høyre (BCDE) er radius $\quad r = \dfrac{mv}{eB} = \dfrac{1{,}6726 \cdot 10^{-27}\ \text{kg} \cdot 1{,}9 \cdot 10^5\ \text{m/s}}{1{,}60 \cdot 10^{-19}\ \text{C} \cdot 0{,}066\ \text{T}} = 3\ \text{cm}$

Høyrehåndsregelen for kraft på elektrisk ladning i magnetfelt forteller oss at bevegelsesretningen er mot klokka. Vi får da følgende bane:



6.43

Ved ekvator peker jordas magnetfelt nordover, så høyrehåndsregelen gir oss at partikkelen avbøyes østover.

6.44

a Newtons andre lov med magnetisk kraft og sentripetalakselerasjon, gir oss

$$F = ma \quad \Rightarrow \quad evB = \frac{mv^2}{r} \quad \Rightarrow \quad v = \frac{eBr}{m}$$

Den kinetiske energien er da $E_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m \cdot \left(\frac{eBr}{m}\right)^2 = \frac{e^2B^2r^2}{2m}$.

Vi lar r være radius i den lille og R være radius i den store halvsirkelen. Vi har da

$$E_k(R) = \frac{e^2B^2R^2}{2m} = \frac{e^2B^2(2r)^2}{2m} = \frac{e^2B^2 \cdot 4r^2}{2m} = 4 \cdot \frac{e^2B^2r^2}{2m} = 4E_k(r).$$

Dette gir: $E_k(r) = \frac{E_k(R)}{4} = \frac{64 \text{ aJ}}{4} = \underline{\underline{16 \text{ aJ}}}$

b Banefarten er konstant, så $s = vt \quad \Rightarrow \quad t = \frac{s}{v}$.

Siden banen er halvsirkelformet er $s = \frac{2\pi r}{2} = \pi r$.

Vi fant over at banefarten er gitt ved $v = \frac{eBr}{m}$.

Vi setter dette inn i uttrykket for tid: $t = \frac{s}{v} = \frac{\pi r}{eBr/m} = \frac{\pi m}{eB}$.

Siden tiden bare er avhengig av masse, ladning og størrelse på magnetfeltet, vi begge partiklene bruke like lang tid.

6.45

a Det elektriske feltet peker mot høyre, og gir opphav til en elektrisk kraft mot høyre på de positive ladningene, slik at magnetfeltet må gi en kraft mot venstre på de positive ladningene. Høyrehåndsregelen forteller oss at magnetfeltet da må peke rett ut av papirplanet.

b $F_m = F_e \quad \Rightarrow \quad qvB = qE \quad \Rightarrow \quad v = \frac{E}{B} = \frac{1{,}2 \cdot 10^5\ \text{V/m}}{0{,}60\ \text{T}} = \underline{\underline{2{,}0 \cdot 10^5\ \text{m/s}}}$

c Vi bruker Newtons andre lov med magnetisk kraft og sentripetalakselerasjon:

$$E_{k1} = \frac{1}{2} \cdot 3{,}456 \cdot 10^{-26}\ \text{kg} \cdot \left(2{,}0 \cdot 10^5\ \text{m/s}\right)^2 - 1{,}60 \cdot 10^{-19}\ \text{C} \cdot 3{,}0 \cdot 10^3\ \text{V} = 2{,}112 \cdot 10\{-16\}$$

d Vi finner først den kinetiske energien ved S_1:

$$qU = \Delta E_k = E_{k2} - E_{k1} \quad \Rightarrow \quad E_{k1} = E_{k2} - qU = \frac{1}{2} m v_2^2 - qU$$

Når vi setter inn tall, får vi:

$$E_{k1} = \frac{1}{2} \cdot 3{,}456 \cdot 10^{-26}\ \text{kg} \cdot \left(2{,}0 \cdot 10^5\ \text{m/s}\right)^2 - 1{,}60 \cdot 10^{-19}\ \text{C} \cdot 3{,}0 \cdot 10^3\ \text{V} = 2{,}112 \cdot 10^{-16}\ \text{J}$$

Vi finner så farten ved S_1:

$$E_{k1} = \frac{1}{2} m v_1^2 \quad \Rightarrow \quad v_1 = \sqrt{\frac{2E_{k1}}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 2{,}112 \cdot 10^{-16}\ \text{J}}{3{,}456 \cdot 10^{-26}\ \text{kg}}} = \underline{\underline{1{,}1 \cdot 10^5\ \text{m/s}}}$$

6.46

a Vi finner farten i sirkelbanen, normalt på feltet:

$$F_\text{m} = ma_\text{s} \quad \Rightarrow \quad ev_\text{s}B = \frac{mv_\text{s}^2}{r} \quad \Rightarrow \quad v_\text{s} = \frac{eBr}{m} = \frac{1{,}60 \cdot 10^{-19}\ \text{C} \cdot 25{,}0 \cdot 10^{-6}\ \text{T} \cdot 33{,}5\ \text{m}}{1{,}6726 \cdot 10^{-27}\ \text{kg}} = 80\,115\ \text{m/s}$$

Banefarten er konstant, så $v_\text{s} = \frac{s}{t} = \frac{2\pi r}{T} \quad \Rightarrow \quad T = \frac{2\pi r}{v_\text{s}} = \frac{2\pi r}{\frac{eBr}{m}} = \frac{2\pi m}{eB}$

Den rettlinjede farten er da

$$v_\text{r} = \frac{s}{T} = \frac{s}{\frac{2\pi m}{eB}} = \frac{eBs}{2\pi m} = \frac{1{,}60 \cdot 10^{-19}\ \text{C} \cdot 25{,}0 \cdot 10^{-6}\ \text{T} \cdot 260\ \text{m}}{2\pi \cdot 1{,}6726 \cdot 10^{-27}\ \text{kg}} = 98\,960\ \text{m/s}$$

Vi har da:

$$\tan\phi = \frac{v_\text{s}}{v_\text{r}} \quad \Rightarrow \quad \phi = \tan^{-1}\left(\frac{v_\text{s}}{v_\text{r}}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{80\,115\ \text{m/s}}{98\,960\ \text{m/s}}\right) = 38{,}993^\circ = \underline{\underline{39{,}0^\circ}}$$

b Vi finner den kinetiske energien ved å bruke at banefarten er $v = \sqrt{v_\text{s}^2 + v_\text{r}^2}$.

$$E_k = \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} m\left(v_\text{s}^2 + v_\text{r}^2\right)$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 1{,}6726 \cdot 10^{-27}\ \text{kg} \cdot \left(\left(80\,115\ \text{m/s}\right)^2 + \left(98\,960\ \text{m/s}\right)^2\right) = \underline{\underline{1{,}36 \cdot 10^{-17}\ \text{J}}} = \underline{\underline{13{,}6\ \text{aJ}}}$$

c Vi har at $ev_sB = \frac{mv_s^2}{r} \quad \Rightarrow \quad r = \frac{mv_s^2}{ev_sB}$. Hvis magnetfeltet blir større, blir radius i skruebanen mindre.

6.47

Vi bruker formelen $F_m = QvB \cdot \cos\theta$, der Q er ladningen til partikkelen og θ er vinkelen mellom fartsretningen og magnetfeltet til å finne absoluttverdien til den magnetiske kraften. For å gjøre det enklere å sammenlikne størrelsen på kreftene, lar vi $F = qvB$. Vi bruker høyrehåndsregelen til å finne retningen til kraften.

$-q, 1v$: $F_m = qvB \cdot \cos 90^\circ = qvB = F$ i positiv z-retning

$-q, 2v$: $F_m = q \cdot 2v \cdot B \cdot \cos 90^\circ = 2qvB = 2F$ i positiv x-retning

$1q, 1v$: $F_m = qvB \cdot \cos 45^\circ = qvB / \sqrt{2} = F / \sqrt{2}$ i negativ z-retning

$-3q, 2v$: $F_m = 3q \cdot 2vB \cdot \cos 90^\circ = 6qvB = 6F$ i negativ z-retning

$2q, 2v$: $F_m = 2q \cdot 2v \cdot B \cdot \cos 180^\circ = 0$

$3q, 1v$: $F_m = 3q \cdot vB \cdot \cos 90^\circ = 3qvB = 3F$ i negativ x-retning

$-2q, 1v$: $F_m = 2qvB \cdot \cos 90^\circ = 2qvB = 2F$ på skrå nedover, normalt på fartsretning (postiv x-retning, negativ z-retning)

6.48

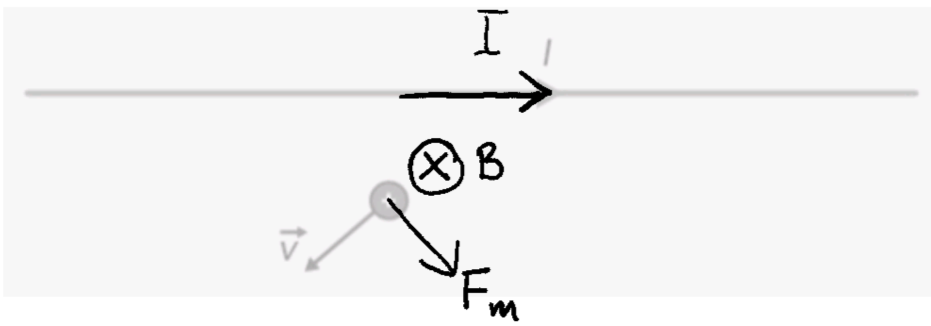
Bare den elektriske kraften gjør et arbeid på partikkelen, og arbeidet er lik $W = F_e \cdot \Delta y$. Siden $W = \Delta E_k$, er endringen i kinetisk energi entydig bestemt av posisjonen i y-retning, og da må også banefarten være bestemt av posisjonen i y-retning.
Vi lar v være farten i bunnpunktene og v_0 være farten på starten. Vi bruker tall fra eksempelet, og leser av grafen for å finne $\Delta y = 0{,}325$ m. Da er

$$W = F_e \cdot \Delta y \quad \Rightarrow \quad \Delta E_k = qE\Delta y \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = qE\Delta y \Rightarrow \quad \frac{1}{2}mv^2 = qE\Delta y + \frac{1}{2}mv_0^2$$

$$\Rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{2qE\Delta y}{m} + v_0^2} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1{,}0\text{ C} \cdot 0{,}0040 \cdot 0{,}325\text{ m}}{0{,}010\text{ kg}} + (0{,}24\text{ m/s})^2} = \underline{\underline{0{,}56\text{ m/s}}}$$

6.49

a Vi bruker høyrehåndsregelen for magnetfeltet rundt stømleder, og finner at magnetfeltet peker inn i papirplanet der ladningen er. Vi finner da at kraften må peke på skrå ned mot høyre.



b Vi bruker høyrehåndsregelen for magnetfeltet rundt en strømleder til å finne at magnetfeltet ved XY må peke rett inn i papirplanet. Vi bruker deretter høyrehåndsregelen for kraft på elektrisk leder i magnetfelt til å finne at kraften på XY må peke mot venstre.

6.50

1 Sant. Kraften er lik $F_e = qE$.
2 Usant. Det virker bare en magnetisk kraft dersom partikkelen har en fart og farten ikke er parallell med magnetfeltet.
3 Sant. Kraften er lik $F_e = qE$.
4 Usant. Kraften er lik null dersom partikkelen står i ro eller har en fart parallelt med magnetfeltet.
5 Sant
6 Usant

6.51

a Siden elektronene beveger seg i sirkelbue, kan vi bruke Newtons andre lov med sentripetalakselerasjon til å finne et uttrykk for farten: $F = qvB = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow v = \frac{qBr}{m}$.

Vi vet at det blir gjort et arbeid lik eU på elektronene. Da er

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow eU = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\left(\frac{eBr}{m}\right)^2 = \frac{e^2B^2r^2}{2m}.$$

Når vi løser for massen, finner vi $eU = \frac{e^2B^2r^2}{2m} \Rightarrow m = \frac{eB^2r^2}{2U}$, som var det vi skulle vise.

b Vi bruker målingene til å finne en gjennomsnittsverdi for elektronmassen:

U = 100 V: $m = \frac{1{,}60\cdot 10^{-19}\ \text{C}\cdot\left(1{,}0\cdot 10^{-3}\ \text{T}\right)^2\cdot\left(3{,}3\cdot 10^{-2}\ \text{m}\right)^2}{2\cdot 100\ \text{V}} = 8{,}712\cdot 10^{-31}\ \text{kg}$

U = 150 V: $m = \frac{1{,}60\cdot 10^{-19}\ \text{C}\cdot\left(1{,}0\cdot 10^{-3}\ \text{T}\right)^2\cdot\left(4{,}2\cdot 10^{-2}\ \text{m}\right)^2}{2\cdot 150\ \text{V}} = 9{,}408\cdot 10^{-31}\ \text{kg}$

U = 200 V: $m = \frac{1{,}60\cdot 10^{-19}\ \text{C}\cdot\left(1{,}0\cdot 10^{-3}\ \text{T}\right)^2\cdot\left(4{,}6\cdot 10^{-2}\ \text{m}\right)^2}{2\cdot 200\ \text{V}} = 8{,}464\cdot 10^{-31}\ \text{kg}$

U = 250 V: $m = \frac{1{,}60\cdot 10^{-19}\ \text{C}\cdot\left(1{,}0\cdot 10^{-3}\ \text{T}\right)^2\cdot\left(5{,}4\cdot 10^{-2}\ \text{m}\right)^2}{2\cdot 250\ \text{V}} = 9{,}331\cdot 10^{-31}\ \text{kg}$

U = 300 V: $m = \frac{1{,}60\cdot 10^{-19}\ \text{C}\cdot\left(1{,}0\cdot 10^{-3}\ \text{T}\right)^2\cdot\left(5{,}6\cdot 10^{-2}\ \text{m}\right)^2}{2\cdot 300\ \text{V}} = 8{,}363\cdot 10^{-31}\ \text{kg}$

Gjennomsnittet av de fem målingene er:

$$m = \frac{8{,}712 + 9{,}408 + 8{,}464 + 9{,}331 + 8{,}363}{5}\cdot 10^{-31}\ \text{kg} = 8{,}856\cdot 10^{-31}\ \text{kg} = 8{,}9\cdot 10^{-31}\ \text{kg}$$

Usikkerheten er

$$\Delta m = \frac{m_{\text{maks}} - m_{\text{min}}}{2} = \frac{9{,}408\cdot 10^{-31}\ \text{kg} - 8{,}363\cdot 10^{-31}\ \text{kg}}{2} = 0{,}523\cdot 10^{-31}\ \text{kg} = 0{,}5\cdot 10^{-31}\ \text{kg}$$

Vi konkluderer med at elektronmassen, er $m = \underline{\underline{\left(8{,}9 \pm 0{,}5\right)\cdot 10^{-31}\ \text{kg}}}$

6.52

a Hvis partikkelen har startfart parallelt med feltet virker den elektriske kraften i fartsretningen, og banen blir rettlinjet (tilsvarende loddrett kast/fall i tyngdefeltet).
Hvis partikkelen har startfart i en annen retning, vil bevegelsen følge en parabelbane (tilsvarende vannrett/skrått kast i tyngdefeltet).

b Dersom partikkelen kommer inn parallelt med magnetfeltet, vil den ikke påvirkes av noen magnetisk kraft, og den fortsetter i rett linje med samme hastighet som startfarten.
Hvis partikkelen har startfart normalt på magnetfeltet, vil den bevege seg i en sirkelbane med konstant banefart.
Hvis partikkelen kommer inn på skrå relativt til feltet, vil den følge en skrubane.

c Hvis partikkelen har startfart parallelt med feltet, har vi et loddrett kast eller et fall, og banen blir rettlinjet. Hvis partikkelen har startfart i en annen retning, vil bevegelsen være et vannrett eller skrått kast, og banen blir parabelformet.

6.53

a Protonene er positivt ladet, og øker farten fra A til B, så det elektriske feltet må peke mot høyre (fra A til B). Den magnetiske kraften må virke rett nedover ved B. Høyrehåndsregelen for kraft på elektrisk ladning i magnetfelt, forteller oss at magnetfeltet må peke ut av papirplanet.

b Radius i sirkelbanen er $r = \dfrac{38\ \text{cm}}{2} = 19\ \text{cm} = 0{,}19\ \text{m}$. Newtons andre lov med sentripetalakselerasjon gir oss at

$$\Sigma F = ma \quad \Rightarrow \quad evB = \frac{mv^2}{r}$$

$$\Rightarrow \quad v = \frac{eBr}{m} = \frac{1{,}60 \cdot 10^{-19}\ \text{C} \cdot 23 \cdot 10^{-3}\ \text{T} \cdot 0{,}19\ \text{m}}{1{,}6726 \cdot 10^{-27}\ \text{kg}} = 4{,}1803 \cdot 10^{5}\ \text{m/s} = 4{,}2 \cdot 10^{5}\ \text{m/s}$$

c $F = evB = 1{,}60 \cdot 10^{-19}\ \text{C} \cdot 4{,}1803 \cdot 10^{5}\ \text{m/s} \cdot 23 \cdot 10^{-3}\ \text{T} = \underline{\underline{1{,}5 \cdot 10^{-15}\ \text{N}}} = \underline{\underline{1{,}5\ \text{fN}}}$

Protonet må bevege seg en avstand $s = 2\pi r / 2 = \pi r$. Siden farten er konstant, har vi

$$s = vt \quad \Rightarrow \quad t = \frac{s}{v} = \frac{\pi r}{v} = \frac{\pi \cdot 0{,}19\ \text{m}}{4{,}1803 \cdot 10^{5}\ \text{m/s}} = \underline{\underline{1{,}4 \cdot 10^{-6}\ \text{s}}} = \underline{\underline{1{,}4\ \mu\text{s}}}$$

d Siden startfarten ved A er lik null, har vi

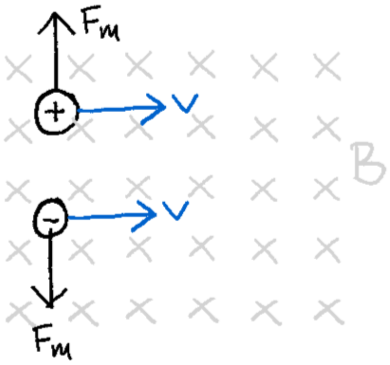
$$eU = \frac{1}{2}mv^2 \quad \Rightarrow \quad U = \frac{mv^2}{2e} = \frac{1{,}6726 \cdot 10^{-27}\ \text{kg} \cdot \left(4{,}1803 \cdot 10^{5}\ \text{m/s}\right)^2}{2 \cdot 1{,}60 \cdot 10^{-19}\ \text{C}} = 913\ \text{V} = \underline{\underline{0{,}91\ \text{kV}}}$$

e Fra resultatene tidligere i oppgaven ser vi at $eU = \dfrac{1}{2}mv^2 = \dfrac{1}{2}m\left(\dfrac{eBr}{m}\right)^2 = \dfrac{e^2B^2r^2}{2m}$. Hvis spenningen U øker, må også baneradien r øke.

Fra oppgave c og med farten vi fant i oppgave b, vet vi at $t = \dfrac{\pi r}{v} = \dfrac{\pi r}{\frac{eBr}{m}} = \dfrac{\pi m}{eB}$. Tiden forblir altså den samme selv om spenningen øker.

6.54

a $F = qvB$, der q er elektrisk ladning, v er farten ladningen har og B er magnetfeltet. F, v og B danner et høyrehåndssystem. Hvis vi for eksempel ser for oss en positivt ladd partikkel som har hastighet mot høyre i et magnetfelt som peker inn i papirplanet, vil den magnetiske kraften ha retning oppover. Kraften vil peke nedover på en negativt ladd partikkel.



b Hvis elektronene starter fra ro, er

$$eU = \frac{1}{2}mv^2 \quad \Rightarrow \quad U = \frac{mv^2}{2e} = \frac{9{,}1094 \cdot 10^{-31}\ \text{kg} \cdot (5{,}0 \cdot 6\ \text{m/s})^2}{2 \cdot 1{,}60 \cdot 10^{-19}\ \text{C}} = \underline{\underline{71\ \text{V}}}$$

Farten er konstant over skjermen, så $s = vt \quad \Rightarrow \quad = \frac{s}{v} = \frac{8{,}0 \cdot 10^{-2}\ \text{m}}{5{,}0 \cdot 10^{6}\ \text{m/s}} = \underline{\underline{1{,}6 \cdot 10^{-8}\ \text{s}}} = \underline{\underline{16\ \text{ns}}}$

c Høyrehåndsregelen gir oss at kraften på elektronene virker nedover (i papirplanet) akkurat i det elektronene kommer inn i feltet. Den magnetiske kraften virker hele tiden vinkelrett på bevegelsesretningen, og gjør ikke arbeid. Banefarten er derfor konstant.

$$F = \frac{mv^2}{r} = \frac{9{,}1094 \cdot 10^{-31}\ \text{kg} \cdot \left(5{,}0 \cdot 10^{6}\ \text{m/s}\right)^2}{0{,}17\ \text{m}} = 1{,}3396 \cdot 10^{-16}\ \text{N} = \underline{\underline{1{,}3 \cdot 10^{-16}\ \text{N}}}$$

Vi bruker uttrykket for magnetisk kraft til å finne feltstyrken:

$$F = qvB \quad \Rightarrow \quad B = \frac{F}{qv} = \frac{1{,}3396 \cdot 10^{-16}\ \text{N}}{1{,}60 \cdot 10^{-19}\ \text{C} \cdot 5{,}0 \cdot 10^{6}\ \text{m/s}} = 1{,}6745 \cdot 10^{-4}\ \text{T} = \underline{\underline{1{,}7 \cdot 10^{-4}\ \text{T}}} = \underline{\underline{0{,}17\ \text{mT}}}$$

d Hvis vi legger på et elektrisk felt slik at den elektriske og magnetiske kraften blir like store og virker i hver sin retning, vil elektronene ifølge Newtons første lov bevege seg rett fram med konstant fart. Da er

$$F_e = F_m \quad \Rightarrow \quad eE = evB$$

$$\Rightarrow \quad E = vB = 5{,}0 \cdot 10^{6}\ \text{m/s} \cdot 1{,}6745 \cdot 10^{-4}\ \text{T} = 837\ \text{V/m} = \underline{\underline{0{,}84\ \text{kV/m}}}$$

e Elektronene får større fart når de kommer inn i feltet ved skjermen. Da vil den magnetiske kraften bli større mens den elektriske forblir den samme, og elektronene vil igjen avbøyes nedover.

6.55

a Ionene starter fra ro, så

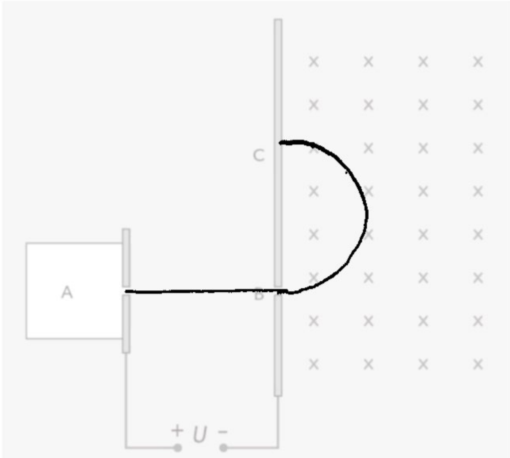
$$\frac{1}{2}mv^2 = qU \quad \Rightarrow$$

$$v = \sqrt{\frac{2qU}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 2e \cdot U}{24\text{u}}} = \sqrt{\frac{1{,}60 \cdot 10^{-19}\ \text{C} \cdot 1{,}4 \cdot 10^{3}\ \text{V}}{6 \cdot 1{,}66 \cdot 10^{-27}\ \text{kg}}} = 1{,}500 \cdot 10^{5}\ \text{m/s} = \underline{\underline{1{,}5 \cdot 10^{5}\ \text{m/s}}}$$

b Hvert ion har ladningen $q = 2e = 2 \cdot 1{,}60 \cdot 10^{-19}\ \text{C} = 3{,}20 \cdot 10^{-19}\ \text{C}$. Vi lar N være antall ioner slik at $Q = Nq$ er den totale ladningen. Da er

$$I = \frac{Q}{t} = \frac{Nq}{t} \quad \Rightarrow \quad N = \frac{It}{q} = \frac{1{,}0 \cdot 10^{-6}\ \text{A} \cdot 1{,}0\ \text{s}}{3{,}20 \cdot 10^{-19}\ \text{C}} = 3{,}125 \cdot 10^{12} = \underline{\underline{3{,}1 \cdot 10^{12}}}$$

c Ionene følger en sirkelformet bane i magnetfeltet:



Vi finner avstanden mellom punkt B og punkt C:
Siden ionene beveger seg i en sirkelformet bane, bruker vi Newtons andre lov med magnetisk kraft og sentripetalakselerasjon til å finne radius i banen:

$$\Sigma F = ma \quad \Rightarrow \quad qvB = \frac{mv^2}{r}$$

$$\Rightarrow \quad r = \frac{mv}{qB} = \frac{24 \cdot 1{,}66 \cdot 10^{-27}\ \text{kg} \cdot 1{,}5 \cdot 10^{5}\ \text{m/s}}{3{,}20 \cdot 10^{-19}\ \text{C} \cdot 6{,}0 \cdot 10^{-2}\ \text{T}} = 0{,}31125\ \text{m} = \underline{\underline{31\ \text{cm}}}$$

Vi ser på figuren at punktet C ligger to radier over punktet B. Ionene treffer derfor plata $2 \cdot 31\ \text{cm} = 62\ \text{cm}$ over punkt B.

Vi finner tiden ionene er i magnetfeltet:
Siden banefarten er konstant, er

$$s = vt \quad \Rightarrow \quad t = \frac{s}{v} = \frac{2\pi r/2}{v} = \frac{\pi r}{v} = \frac{\pi \cdot 0{,}31125\ \text{m}}{1{,}5 \cdot 10^{5}\ \text{m/s}} = 6{,}5 \cdot 10^{-6}\ \text{s} = \underline{\underline{6{,}5\ \mu\text{s}}}$$

d Ulike isotoper har omtrent samme masse, men ulik ladning. Vi ser fra uttrykket vi fant i oppgave c: $r = \frac{mv}{qB}$ at ulike isotoper vil treffe plata i ulike punkter.

6.56

a Kompasset blir påvirket av magnetfeltet fra den elektriske lederen i tillegg til jordas magnetfelt.

b Vi leser av kompasset, og ser at den røde pila (nord) peker på omtrent 314°. Da er vinkelen mellom retningen «nord» og pila $360^\circ - 314^\circ = 46^\circ$.
Vi bruker Biot-Savarts lov til å finne størrelsen på magnetfeltet fra lederen:

$$B_I = k_\text{m} \cdot \frac{I}{r} = 2{,}00 \cdot 10^{-7}\ \text{Tm/A} \cdot \frac{1{,}3\ \text{A}}{2{,}0 \cdot 10^{-2}\ \text{m}} = 1{,}3 \cdot 10^{-5}\ \text{T}$$

Vi lar B_J være den vannrette komponenten av magnetfeltet fra jorda. Trigonometri gir oss at

$$\tan\phi = \frac{B_I}{B_J} \quad \Rightarrow \quad B_J = \frac{B_I}{\tan\phi} = \frac{1{,}3 \cdot 10^{-5}\ \text{T}}{\tan 46^\circ} = \underline{\underline{1{,}3 \cdot 10^{-5}\ \text{T}}} = \underline{\underline{13\ \mu\text{T}}}$$

Merk: Siden vi ser at vinkelen er ganske lik 45°, kan vi også konkludere med at det to magnetfeltene må være omtrent like store, uten at vi trenger å gjennomføre den siste utregningen.

6.57

a Siden farten er mer enn 10 % av lyshastigheten må vi regne relativistisk.

$$p = \gamma mv = \frac{mv}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \frac{9{,}1094\cdot 10^{-31}\ \text{kg}\cdot 2{,}60\cdot 10^{8}\ \text{m/s}}{\sqrt{1-\frac{2{,}60^2}{3{,}00^2}}} = 4{,}7474\cdot 10^{-22}\ \text{kgm/s} = \underline{\underline{4{,}75\cdot 10^{-22}\ \text{kgm/s}}}$$

b Fra eksempel 6 vet vi at $r = \frac{p}{qB} = \frac{4{,}7474\cdot 10^{-22}\ \text{kgm/s}}{1{,}60\cdot 10^{-19}\ \text{C}\cdot 0{,}10\ \text{T}} = 2{,}967\cdot 10^{-2}\ \text{m} = \underline{\underline{3{,}0\ \text{cm}}}$

6.58

a Den magnetiske kraften gjør ikke arbeid, og endrer derfor bare hele tiden retningen til elektronet. Siden retningen endres like mye hele tiden, går den ladde partikkelen i sirkelbane.

b $\Sigma F = ma \quad \Rightarrow \quad qvB = \frac{mv^2}{r} \quad \Rightarrow \quad r = \frac{mv}{qB} = \frac{p}{qB}$

c Uttrykket er på formen $r = k\cdot p$, der $k = \frac{1}{qB}$ er en konstant, så r og p er proporsjonale størrelser.

d *Vi bruker først informasjonen om partikkel A til å finne konstanten k:*

Lorentzfaktoren til partikkel A er $\gamma_A = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{2{,}75^2}{3{,}00^2}}} = 2{,}502173$.

$$r_A = k\cdot p_A \quad \Rightarrow \quad k = \frac{r_A}{p_A} = \frac{r_A}{\gamma_A m v_A} = \frac{0{,}132\ \text{m}}{2{,}502173\cdot m\cdot 2{,}75\cdot 10^{8}\ \text{m/s}} = 1{,}9183\cdot 10^{-10}\ \text{s}/m$$

(i formelen over er m massen. Vi kunne fjernet den ved å sette m =1, men den vil etterhvert forsvinne selv om vi beholder den).

Vi finner så bevegelsesmengden, og deretter farten til partikkel B:

$$r = k\cdot p \quad \Rightarrow \quad p = \frac{r}{k} = \frac{2\cdot 0{,}132\ \text{m}}{1{,}9183\cdot 10^{-10}\ \text{s}/m} = 1{,}3762\cdot 10^{9}\ \text{m/s}\cdot m$$

Vi bruker det relativistiske uttrykket for bevegelsesmengde til B, og finner:

$$p = \gamma mv \quad \Rightarrow \quad \gamma\, v = \frac{p}{m} \quad \Rightarrow \quad \frac{v}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \frac{p}{m}$$

Vi kvadrerer begge sider for å fjerne kvadratrota, og løser opp den brudne brøken:

$$\frac{v^2}{1-\frac{v^2}{c^2}} = \left(\frac{p}{m}\right)^2 \quad \Rightarrow \quad v^2 = \left(\frac{p}{m}\right)^2\cdot\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right) \quad \Rightarrow \quad v^2 = \left(\frac{p}{m}\right)^2 - v^2\left(\frac{p}{mc}\right)^2$$

Når vi løser for farten, får vi

$$v^2 + v^2\left(\frac{p}{mc}\right)^2 = \left(\frac{p}{m}\right)^2 \quad \Rightarrow \quad v^2\left(1+\left(\frac{p}{mc}\right)^2\right) = \left(\frac{p}{m}\right)^2 \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{\left(\frac{p}{m}\right)^2}{1+\left(\frac{p}{mc}\right)^2}}$$

Vi setter inn tall og finner

$$v = \sqrt{\frac{\left(\frac{1{,}3762\cdot 10^{9}\ \text{m/s}\cdot m}{m}\right)^2}{1+\left(\frac{1{,}3762\cdot 10^{9}\ \text{m/s}\cdot m}{mc}\right)^2}} = \sqrt{\frac{\left(1{,}3762\cdot 10^{9}\ \text{m/s}\right)^2}{1+\left(\frac{1{,}3762\cdot 10^{9}\ \text{m/s}}{3{,}0\cdot 10^{8}\ \text{m/s}}\right)^2}} = \underline{\underline{2{,}93\cdot 10^{8}\ \text{m/s}}}$$

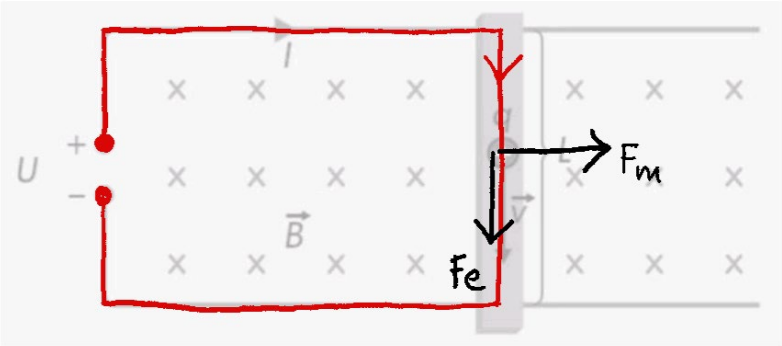
6.59

a $F_m = ma \quad \Rightarrow \quad LIB = ma \quad \Rightarrow \quad a = \dfrac{LIB}{m}$. Høyrehåndsregelen gir oss at kraften virker mot høyre på figuren.

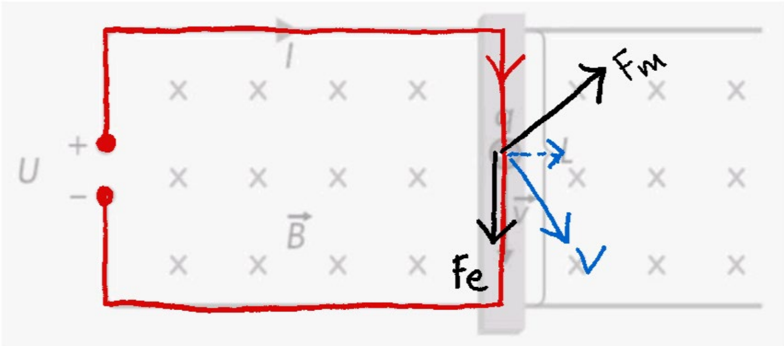
b Den elektriske kraften er: $F_e = qE = \dfrac{qU}{L}$

Den magnetiske kraften er: $F_m = qvB$

c Høyrehåndsregelen for kraft på elektrisk ladning i magnetfelt gir oss at $\vec{F}_m$ virker mot høyre. Fra retningen på spenningen ser vi at $\vec{F}_e$ virker loddrett nedover.



d Når lederstykket begynner å bevege seg, vil ladningen få en fartskomponent til høyre og $\vec{F}_m$ vil da øke og dreie oppover mot høyre. $\vec{F}_e$ vil hele tiden virker langs lederstykket, og har konstant verdi.



e Den magnetiske kraften vil etterhvert peke tilnærmet rett oppover. Da er kraftsummen på ladningen tilnærmet lik null, og farten er konstant.

f Når farten er konstant, er den elektriske og magnetiske kraften like store. Vi har da

$$F_e = F_m \quad \Rightarrow \quad \frac{qU}{L} = qvB \quad \Rightarrow \quad v = \frac{U}{BL}$$

g Når den magnetiske kraften peker rett oppover, vil ladningene ha fart rett mot høyre sammen med det bevegelige lederstykke. Det beveger seg ingen ladninger langs ledningen, så $I = 0$ A .

6.60

a $F_m = LIB = LI\left(k_m \cdot \dfrac{I}{r}\right) = k_m \dfrac{LI^2}{r} = 2{,}00 \cdot 10^{-7}\ \text{Tm/A} \cdot \dfrac{50\ \text{m} \cdot (50\ \text{A})^2}{0{,}40\ \text{m}} = 6{,}25 \cdot 10^{-2}\ \text{N} = \underline{\underline{63\ \text{mN}}}$

b Ledningene har volum $V = A \cdot L$.

Vi finner massen til ledningene: $\rho = \dfrac{m}{V} \quad \Rightarrow \quad m = \rho V$, der $\rho = 8{,}96 \cdot 10^3\ \text{kg/m}^3$ er massetettheten til kobber.

Tyngdekraften på ledningene er da:

$G = mg = \rho Vg = \rho ALg = 8{,}96 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3 \cdot 6{,}0 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 \cdot 50 \text{ m} \cdot 9{,}81 \text{ m/s}^2 = 2{,}64 \cdot 10^3 \text{ N}$

Forholdstallet mellom tyngdekraften og den magnetiske kraften er:

$$\frac{G}{F_\text{m}} = \frac{2{,}64 \cdot 10^3 \text{ N}}{6{,}25 \cdot 10^{-2} \text{ N}} = 4{,}2 \cdot 10^4$$

Tyngdekraften er altså omtrent 42 000 ganger større enn den elektriske kraften.

6.61

a $F_\text{m} = evB = 1{,}60 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 1{,}0 \cdot 10^{-3} \text{ m/s} \cdot 0{,}20 \text{ T} = \underline{\underline{3{,}2 \cdot 10^{-23} \text{ N}}}$

Fra høyrehåndsregelen ser vi at kraften virker rett nedover (i papirplanet).

b På grunn av den magnetiske kraften, vil det bli et overskudd av elektroner i nederste del av aluminiumsstripen. Dette gir en spenning mellom øvre og nedre del. Siden den nederste delen er negativt ladd, vil det elektriske feltet peke rett nedover (i papirplanet).

c Det elektriske feltet vil gi en kraft $F_\text{e} = eE = \frac{eU}{d}$ rett oppover på elektronet. Når $F_\text{e} = F_\text{m}$, er $\Sigma F = 0$, og det elektriske feltet vil være konstant. Vi bruker dette til å finne spenningen.

$$F_\text{e} = F_\text{m} \quad \Rightarrow \quad \frac{eU}{d} = evB$$

$$\Rightarrow \quad U = vBd = 1{,}0 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot 0{,}20 \text{ T} \cdot 0{,}10 \text{ m} = \underline{\underline{2{,}0 \cdot 10^{-5} \text{ V}}} = \underline{\underline{20 \text{ µV}}}$$

d Vi antar at strømretningen er uendret og at de positive ladningene beveger seg mot venstre. De positive ladningene vil da ifølge høyrehåndsregelen trekkes nedover, og det elektriske feltet vil peke oppover.

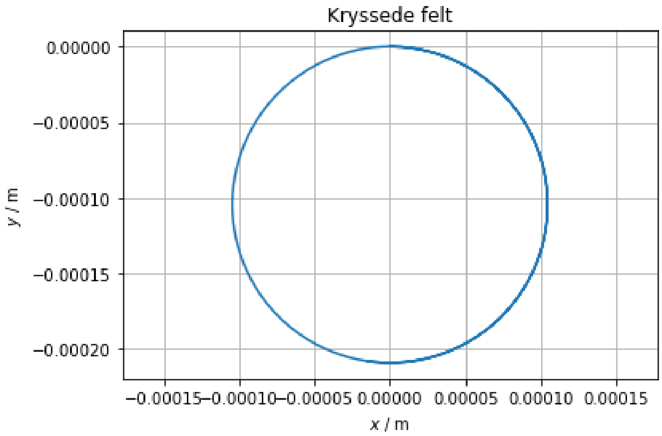
6.62

a

```
from pylab import *

# Konstanter
q = 1.6*10**(-19)                   # elektrisk ladning, C
m = 1.6726*10**(-27)                # masse, kg
B = array([0, 0, 1])                # magnetisk felt, T

# Variable krefter, utregning av kraftsum og akselerasjon
def a(v):
    F_m = cross(q*v, B)             # magnetisk kraft, N
    sum_F = F_m                     # kraftsum, N
    aks = sum_F/m                   # akselerasjon, m/s^2
    return aks                      # returnerer akselerasjonen

# Startverdier for bevegelsen
r = array([0, 0, 0])                # startposisjon, m
v = array([10000, 0, 0])            # startfart, m/s
t = 0                               # starttid, s

# Lister for lagring av verdier
x_verdier = [r[0]]
y_verdier = [r[1]]
```

```
# Simulering av bevegelsen
dt = 10**(-12)                      # tidssteg i simuleringen, s
while t < 100*10**(-9):             # stopper når t = 14
    v = v + a(v)*dt
    r = r + v*dt
    t = t + dt
    x_verdier.append(r[0])          # legger x inn i listen
    y_verdier.append(r[1])          # legger y inn i listen

# Tegning av graf
axis("equal")
plot(x_verdier, y_verdier)          # lager grafen
title("Kryssede felt")              # tittel på grafen
xlabel("$x$ / m")                   # navn på x-aksen
ylabel("$y$ / m")                   # navn på y-aksen
grid()                              # lager rutenett
show()                              # viser grafen
```

Når programmet kjører, skriver det ut denne grafen:



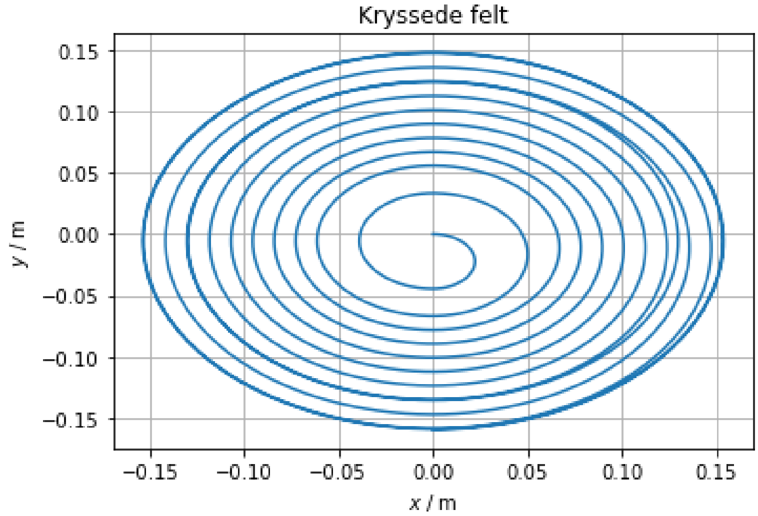
Vi ser at protonet beveger seg i sirkelbane, slik vi vet det gjør når det bare er påvirket av elektriske krefter.

b

```
from pylab import *

# Konstanter
q = 1.6*10**(-19)                           # elektrisk ladning, C
m = 1.6726*10**(-27)                        # masse, kg
U = 50000                                   # spenning i volt
d = 90*10**(-6)
B = array([0, 0, 1])                        # magnetisk felt, T

# Variable krefter, utregning av kraftsum og akselerasjon
def a(v, t, x):
    E = array([U*cos(q*B[2]*t/m)/d, 0, 0])  # elektrisk felt, N/C
    F_e = q*E                               # elektrisk kraft, N
    F_m = cross(q*v, B)                     # magnetisk kraft, N
```

```
    if -d/2 < x < d/2:
        sum_F = F_e + F_m                          # kraftsum i det elektriske feltet
    else:
        sum_F = F_m                                # kraftsum utenfor det el.feltet,
N
    aks = sum_F/m                                  # akselerasjon, m/s^2
    return aks                                     # returnerer akselerasjonen

# Startverdier for bevegelsen
r = array([0, 0, 0])                               # startposisjon, m
v = array([0, 0, 0])                               # startfart, m/s
t = 0                                              # starttid, s

# Lister for lagring av verdier
x_verdier = [r[0]]
y_verdier = [r[1]]

# Simulering av bevegelsen
dt = 10**(-11)                                     # tidssteg i simuleringen, s
while norm(v)<0.05*3.0*10**8: #t < 100*10**(-9):                         # stanser
etter 100 ns
    v = v + a(v, t, r[0])*dt                       # ny fart
    r = r + v*dt                                   # ny posisjon
    t = t + dt                                     # ny tid
    x_verdier.append(r[0])                         # legger x inn i listen
    y_verdier.append(r[1])                         # legger y inn i listen

print(min(y_verdier))
# Tegning av graf
plot(x_verdier, y_verdier)                         # lager grafen
title("Kryssede felt")                             # tittel på grafen
xlabel("$x$ / m")                                  # navn på x-aksen
ylabel("$y$ / m")                                  # navn på y-aksen
grid()                                             # lager rutenett
show()                                             # viser grafen

print("Det tar", t, "s før protonet er kommet opp i 5 % av lysfarten.")
```

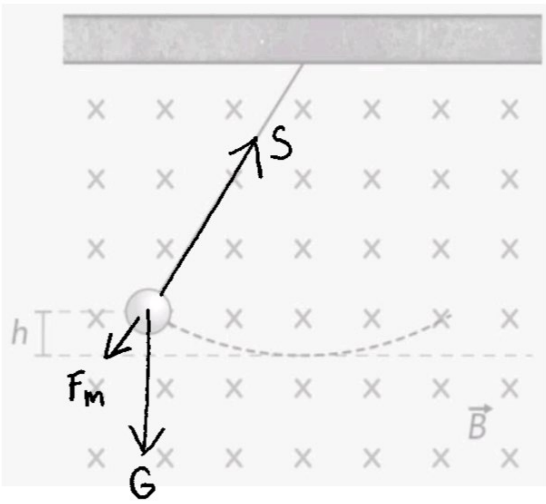
Vi har utvidet programmet til å inkludere en elektrisk kraft i en del av magnetfeltet, og endret til: `while norm(v)<0.05*3.0*10**8`. Da vil programmet stanse når farten er 5 % av lysfarten. Vi har også lagt til ei linje til slutt som skriver ut hvor langt tid det tar før protonet får denne farten. Når programmet kjører, får vi ut denne grafen:



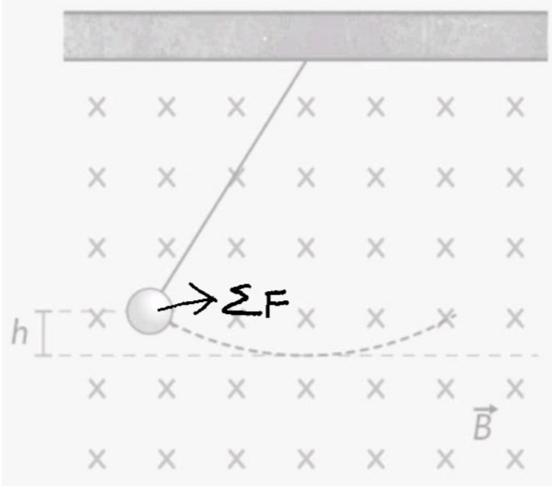
Programmet skriver også ut: `Det tar 8.2105999999989585e-07 s før protonet er kommet opp i 5 % av lysfarten.`

6.63

a Høyrehåndsregelen for kraft på (negativt) ladd ladning i magnetfelt gir oss at den magnetiske kraften når den svinger mot høyre, peker i motsatt retning av snorkraften:



Kraftsummen peker langs oppover på skrå mot høyre. Den gir både en økning av banefarten, og gir kula sentripetalakselerasjonen den trenger for å bevege seg i en sirkelbane.



b Kraften står normalt på fartsretningen, og gjør derfor ikke arbeid. Denne kraften påvirker derfor ikke absoluttverdien av farten.

c Vi finner først farten kula har i bunnen av banen. Siden den magnetiske kraften ikke påvirker farten til kula, er den potensielle energien bevart. Vi har da:

$$\frac{1}{2}mv^2 = mgh \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{2gh}$$

I bunnen av banen (når kula svinger mot høyre), vil snorkraften peke oppover, og både tyngdekraften og den magnetiske kraften peke nedover. Vi har da

$$\Sigma F = ma \quad \Rightarrow \quad S - G - F_\mathrm{m} = \frac{mv^2}{r}$$

$$\Rightarrow \quad S = \frac{mv^2}{r} + G + F_\mathrm{m} = \frac{2mgh}{r} + mg + qB\cdot\sqrt{2gh} = mg\left(\frac{2h}{r}+1\right) + qB\cdot\sqrt{2gh}$$

Når vi setter inn tall, får vi

$$S = 0{,}010\ \mathrm{kg}\cdot 9{,}81\ \mathrm{m/s^2}\left(\frac{2\cdot 0{,}25\ \mathrm{m}}{0{,}80\ \mathrm{m}}+1\right) + 0{,}50\ \mathrm{C}\cdot 0{,}15\ \mathrm{T}\cdot\sqrt{2\cdot 9{,}81\ \mathrm{m/s^2}\cdot 0{,}25\ \mathrm{m}} = \underline{\underline{0{,}33\ \mathrm{N}}}$$

d Høyrehåndsregelen forteller oss at den magnetisk kraften peker oppover, parallelt og i samme retning som snorkraften når kula svinger mot venstre.

e Hvis snorkraften er lik null, har vi at $F_\mathrm{m} - G = \frac{mv^2}{r} \quad \Rightarrow \quad qB\cdot\sqrt{2gh} - mg = \frac{2mgh}{r}$.

Vi velger å løse oppgaven ved hjelp av CAS:

1 $q := 0.5$

$\rightarrow\ q := \frac{1}{2}$

2 $B := 0.15$

$\rightarrow\ B := \frac{3}{20}$

3 $g := 9.81$

$\rightarrow\ g := \frac{981}{100}$

4 $m := 0.01$

$\rightarrow\ m := \frac{1}{100}$

5 $r := 0.8$

$\rightarrow\ r := \frac{4}{5}$

6 $q\,B\,\sqrt{2\,g\,x} - m\,g = \frac{2\,m\,g\,x}{r}$

$\rightarrow\ \frac{1}{10000}\left(225\sqrt{218}\,\sqrt{x} - 981\right) = \frac{981}{4000}\,x$

7 Løs($6)

$\approx\ \{x = 0.19, x = 0.85\}$

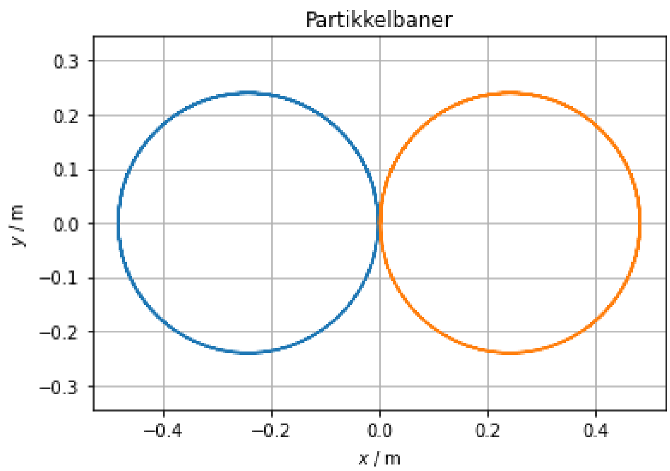
Vi forkaster den siste løsningen siden vi da har $r < h$, og konkluderer med at vi må slippe kula fra en høyde på 19 cm.

6.64

```
from pylab import *

# Konstanter
m = 1.5e-16                         # masse, kg
q1 = 0.1e-7                         # ladning, partikkel 1, C
q2 = -0.1e-7                        # ladning, partikkel 2, C
B = array([0, 0, -0.25])             # magnetisk felt, T

# Variable krefter, utregning av kraftsum og akselerasjon
def a(v, q):
    F_m = cross(q*v, B)             # magnetisk kraft, N
    aks = F_m/m                     # akselerasjon, m/s^2
    return aks                      # returnerer akselerasjonen

# Startverdier for bevegelsen
r1 = array([-2e-3, 0, 0])           # startposisjon partikkel 1, m
r2 = array([2e-3, 0, 0])            # startposisjon partikkel 2, m
v1 = array([0, 4e6, 0])             # startfart partikkel 1, m/s
v2 = array([0, 4e6, 0])             # startfart partikkel 2, m/s
t = 0                               # starttid, s
```

```
# Lister for lagring av verdier
x1_verdier = [r1[0]]                # x-verdi partikkel 1
y1_verdier = [r1[1]]                # y-verdi partikkel 1
x2_verdier = [r2[0]]                # x-verdi partikkel 2
y2_verdier = [r2[1]]                # y-verdi partikkel 2

# Simulering av bevegelsen
dt = 10**(-11)                      # tidssteg i simuleringen, s
while t < 1e-6:                     # stanser etter 1 mikrosekund
    v1 = v1 + a(v1, q1)*dt          # ny fart partikkel 1, m/s
    r1 = r1 + v1*dt                 # ny posisjon partikkel 1, m
    v2 = v2 + a(v2, q2)*dt          # ny fart partikkel 2, m/s
    r2 = r2 + v2*dt                 # ny posisjon partikkel 2, m
    t = t + dt
    x1_verdier.append(r1[0])        # legger x inn i listen for partikkel 1
    y1_verdier.append(r1[1])        # legger y inn i listen for partikkel 1
    x2_verdier.append(r2[0])        # legger x inn i listen for partikkel 2
    y2_verdier.append(r2[1])        # legger y inn i listen for partikkel 2

# Tegning av graf
axis("equal")
plot(x1_verdier, y1_verdier)        # lager grafen
plot(x2_verdier, y2_verdier)        # lager grafen
title("Partikkelbaner")             # tittel på grafen
xlabel("$x$ / m")                   # navn på x-aksen
ylabel("$y$ / m")                   # navn på y-aksen
grid()                              # lager rutenett
show()                              # viser grafen
```

Når programmet kjører, ser vi disse partikkelbanene (den blå banen hører til den positivt ladde partikkelen, den røde banen til den negativt ladde partikkelen):

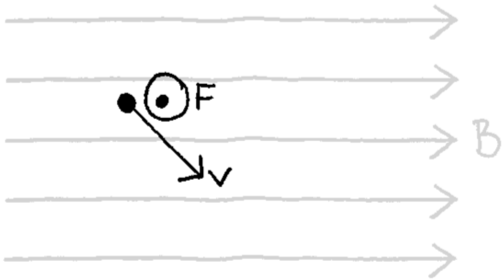


6.65

a Hvis partikkelen kommer inn parallelt med feltet, er $\sin\theta = \sin 0^\circ = 0 \quad \Rightarrow \quad F_m = 0\ \text{N}$

b $F_m = qvB \cdot \sin\theta = 1{,}60 \cdot 10^{-19}\ \text{C} \cdot 800 \cdot 10^3\ \text{m/s} \cdot 50 \cdot 10^{-6}\ \text{T} \cdot \sin 55^\circ = 5{,}2426 \cdot 10^{-18}\ \text{N} = \underline{\underline{5{,}2 \cdot 10^{-18}\ \text{N}}}$

Den magnetiske kraften må ha retning rett ut av papirplanet for at høyrehåndsregelen skal være oppfylt.



c Magnetfeltet gjør ikke noe arbeid på partikkelen, så

$v_{\parallel} = v \cdot \cos\theta = 800\ \text{m/s} \cdot \cos 55^\circ = 458{,}86\ \text{m/s} = \underline{\underline{459\ \text{m/s}}}$

d Vi fant størrelsen på den magnetiske kraften i oppgave b. Denne vil gi en sentripetalakselerasjon. Vi bruker Newtons andre lov til å finne radius, og får

$$F_m = \frac{mv_\perp^2}{r} \quad \Rightarrow \quad qvB \cdot \sin\theta = \frac{m(v\sin\theta)^2}{r}$$

$$\Rightarrow \quad r = \frac{mv\sin\theta}{qB} = \frac{1{,}6726 \cdot 10^{-27}\ \text{kg} \cdot 800 \cdot 10^3\ \text{m/s} \cdot \sin 55^\circ}{1{,}60 \cdot 10^{-19}\ \text{C} \cdot 50 \cdot 10^{-6}\ \text{T}} \cdot = 137\ \text{m} = \underline{\underline{0{,}14\ \text{km}}}$$

e Siden farten beveger seg i sirkelbane i planet som magnetfeltet står normalt på, og samtidig har en fartskomponent framover, beveger protonet seg i sirkelbane.

6.66

a Den magnetiske kraften står hele tiden normalt på fartsretningen, og gjør derfor ikke arbeid. Banefarten til elektronet forblir derfor konstant.

b Siden det bare er en magnetisk kraft, har vi at $F_m = ma \quad \Rightarrow \quad evB = \frac{mv^2}{r} \quad \Rightarrow \quad eB = \frac{mv}{r}$. Vi bruker at $p = mv$, og får at $eB = \frac{p}{r} \quad \Rightarrow \quad r = \frac{p}{eB}$.

c
$$r = \frac{p}{eB} = \frac{\gamma mv}{eB} = \frac{mv}{eB\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \frac{9{,}1094 \cdot 10^{-31}\ \text{kg} \cdot 0{,}10 \cdot 3{,}0 \cdot 10^8\ \text{m/s}}{1{,}60 \cdot 10^{-19}\ \text{C} \cdot 0{,}30\ \text{T} \cdot \sqrt{1-0{,}10^2}} = \underline{\underline{5{,}7 \cdot 10^{-4}\ \text{m}}} = \underline{\underline{0{,}57\ \text{mm}}}$$

Vi ser at radius i forsøket er langt større enn den ville vært med en fart på $0{,}10c$. Større radius betyr større bevegelsesmengde og større fart. Vi kan derfor konkludere med at elektronene i forsøket har relativistiske hastigheter.

d
$$r = \frac{p}{eB} = \frac{\gamma mv}{eB} = \frac{mv}{eB\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \frac{9{,}1094 \cdot 10^{-31}\ \text{kg} \cdot 0{,}95 \cdot 3{,}0 \cdot 10^8\ \text{m/s}}{1{,}60 \cdot 10^{-19}\ \text{C} \cdot 0{,}30\ \text{T} \cdot \sqrt{1-0{,}95^2}} = \underline{\underline{1{,}7 \cdot 10^{-2}\ \text{m}}} = \underline{\underline{1{,}7\ \text{cm}}}$$

e Vi ser at antall pulser går kraftig ned etter 2,6 cm. Vi kan derfor regne med at denne radien svarer til de elektronene som har størst fart.

f Vi bruker formelen i oppgave b til å finne bevegelsesmengden til de raskeste elektronene:

$p = eBr = 1{,}60 \cdot 10^{-19}\ \text{C} \cdot 0{,}30\ \text{T} \cdot 2{,}6 \cdot 10^{-2}\ \text{m} = 1{,}248 \cdot 10^{21}\ \text{kgm/s}$.

Vi bruker formelen for relativistisk bevegelsesmengde til å finne et uttrykk for farten:

$$p=\gamma mv=\frac{mv}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \Rightarrow v=\frac{p}{m}\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} \Rightarrow v^2=\frac{p^2}{m^2}\cdot\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)=\frac{p^2}{m^2}-\frac{p^2}{m^2c^2}\cdot v^2$$

$$\Rightarrow v^2+\frac{p^2}{m^2c^2}\cdot v^2=\frac{p^2}{m^2} \Rightarrow v^2\left(\frac{m^2c^2+p^2}{m^2c^2}\right)=\frac{p^2}{m^2} \Rightarrow v=\frac{pc}{\sqrt{m^2c^2+p^2}}$$

Når vi setter inn tall, får vi

$$v=\frac{pc}{\sqrt{m^2c^2+p^2}}=\frac{1{,}248\cdot 10^{21}\ \text{kgm/s}}{\sqrt{\left(9{,}1094\cdot 10^{-31}\ \text{kg}\right)^2\cdot\left(3{,}0\cdot 10^{8}\ \text{m/s}\right)^2+\left(1{,}248\cdot 10^{21}\ \text{kgm/s}\right)^2}}\cdot c$$

$$=0{,}9769c=\underline{\underline{2{,}9\cdot 10^{8}\ \text{m/s}}}$$

$$E_k=(\gamma-1)mc^2=\left(\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}-1\right)mc^2$$

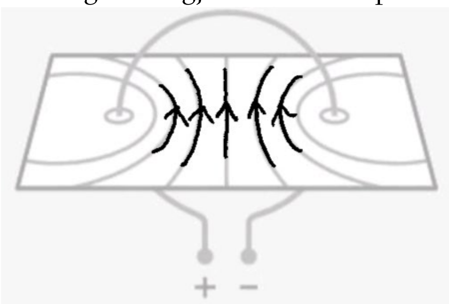
Den kinetiske energien er $=\left(\frac{1}{\sqrt{1-0{,}976853915^2}}-1\right)\cdot 9{,}1094\cdot 10^{-31}\ \text{kg}m\cdot\left(3{,}0\cdot 10^{8}\ \text{m/s}\right)^2$

$$=\underline{\underline{3{,}0\cdot 10^{-13}\ \text{J}}}$$

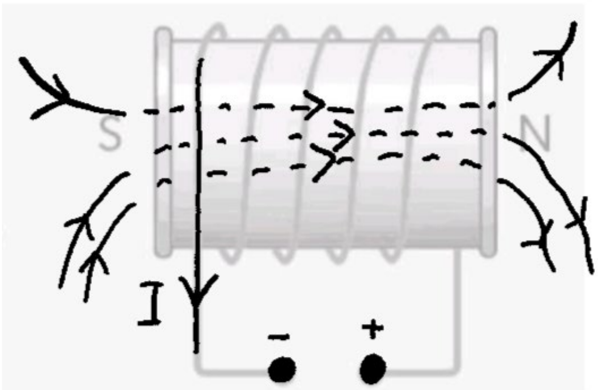
Kapitteltest

Oppgave 1

a Vi bruker høyrehåndsregelen for magnetfelt gjennom strømspoler til å finne retningen på feltet.



b Feltlinjene går fra sør til nord inne i spolen. Vi bruker høyrehåndsregelen for å finne strømretningen.



Oppgave 2

Ledningen som fører en strøm på 2,0 A: $B = k_m \cdot \dfrac{2{,}0\ \text{A}}{r}$ inn i papirplanet

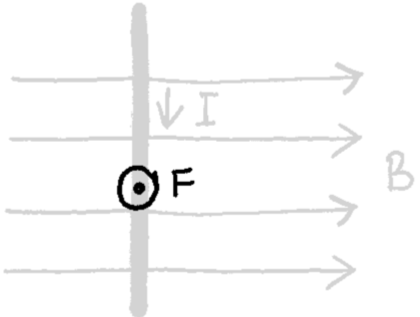
Ledningen som fører en strøm på 1,0 A: $B = k_m \cdot \dfrac{1{,}0\ \text{A}}{r}$ ut av papirplanet.

Vi mangler da et magnetfelt på $B = k_m \cdot \dfrac{1{,}0\ \text{A}}{r}$ ut av papirplanet. Dette får vi dersom den siste ledningen fører en strøm på 1,0 A. Høyrehåndsregelen gir oss at strømretningen må være oppover mot venstre.

Oppgave 3

$F = ILB = 1{,}25\ \text{A} \cdot 9{,}60 \cdot 10^{-2}\ \text{m} \cdot 5{,}00 \cdot 10^{-3}\ \text{T} = \underline{\underline{6{,}00 \cdot 10^{-4}\ \text{N}}} = \underline{\underline{0{,}600\ \text{mN}}}$.

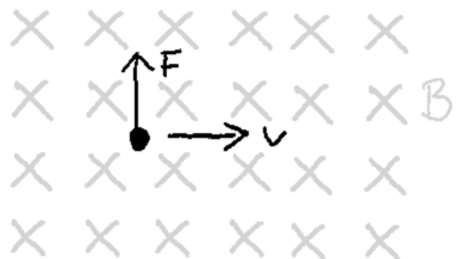
Dersom vi velger å la magnetfeltet peke mot høyre og strømretningen være rett nedover, vil den magnetiske kraften virke rett ut av papirplanet.



Tommelen på høyre hånd peker i kraftretningen dersom pekefingeren peker langs strømretningen og langefingeren peker langs magnetfeltet.

Oppgave 4

a $F = qvB$. Vi velger å la magnetfeltet ha retning inn i papirplanet. Fra høyrehåndsregelen for ladning i magnetfelt kan vi tegne denne figuren:



b Vi bruker Newtons andre lov med kraften fra oppgave a og sentripetalakselerasjon. Da har vi

$$F = ma \quad \Rightarrow \quad qvB = \frac{mv^2}{r} \quad \Rightarrow \quad r = \frac{mv}{qB}$$

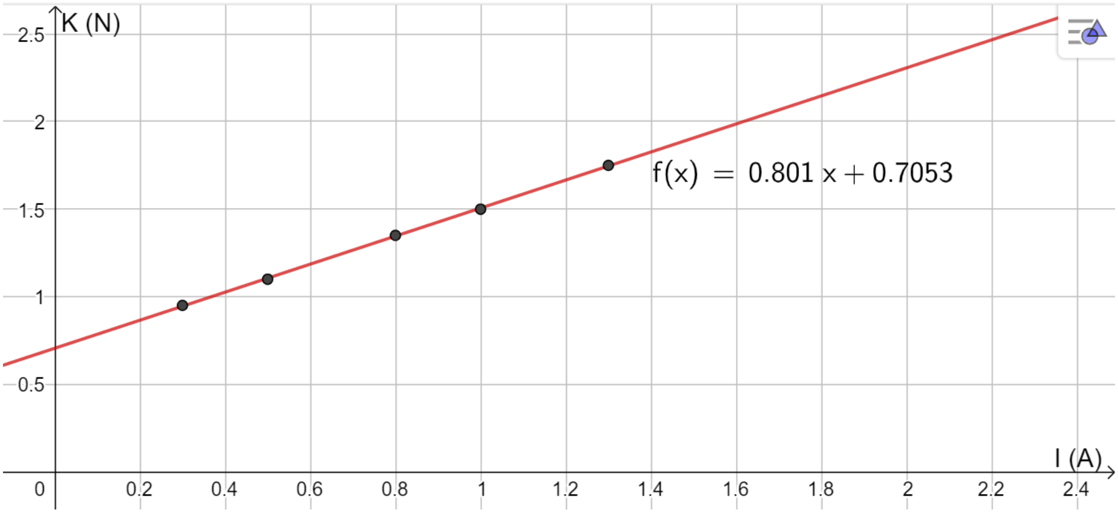
c $$v = st \quad \Rightarrow \quad t = \frac{s}{v} \quad \Rightarrow \quad T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi}{v} \cdot \left(\frac{mv}{qB}\right) = \frac{2\pi m}{qB}$$

d Fra formlene i oppgave b og c ser vi at

1. Større q vil gjøre at r blir mindre og T blir mindre
2. Større v vil gjøre at r blir større. T forblir uendret
3. Større B vil gjøre at r blir mindre og T blir mindre

Oppgave 5

a Vi bruker regresjon til å tegne grafen:



b Vi så i oppgave A at den lineære grafen $K = 0{,}801I + 0{,}705$ passer godt.
Kraftsummen på spolen må være lik null, så $K = F_m + G = NILB + G$ for at Newtons første lov skal være oppfylt. Vi sammenlikner dette uttrykket med funksjonsuttrykket for grafen, og ser at vi har:

$G = \underline{\underline{0{,}71\ \text{N}}}$ (vi leser dette direkte fra konstantleddet), og

$$F_m = NILB = 0{,}801I \quad \Rightarrow \quad NLB = 0{,}801$$

$$\Rightarrow \quad B = \frac{0{,}80}{NL} = \frac{0{,}801}{150 \cdot 6{,}0 \cdot 10^{-2}}\ \text{T} = \underline{\underline{8{,}9 \cdot 10^{-2}}}\ \text{T} = \underline{\underline{89\ \text{mT}}}$$

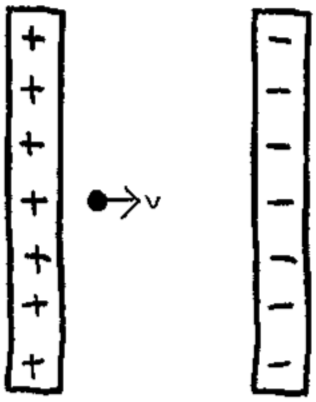
c Når utslaget på kraftmåleren er lik null, må vi ha

$$K = 0{,}801I + 0{,}705 = 0 \quad \Rightarrow \quad |I| = \frac{0{,}705}{0{,}801}\ \text{A} = \underline{\underline{0{,}88\ \text{A}}}$$

Fra høyrehåndsregelen for kraft lederstykke i magnetfelt (vi ser på den nederste delen av spolen), ser vi at strømmen må gå *mot* klokka.

Oppgave 6

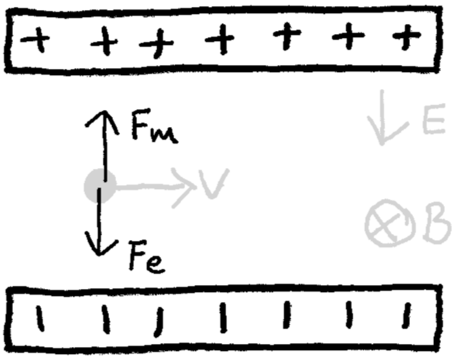
a Figuren viser det elektriske feltet mellom A og B. Siden partiklene er positivt ladd, trekkes de mot den negative plata.



b Siden partiklene starter fra ro, er

$$qU = \frac{1}{2}mv^2 \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{2qU}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1{,}60 \cdot 10^{-19}\ \text{C} \cdot 200\ \text{V}}{4{,}5 \cdot 10^{-26}\ \text{kg}}} = 3{,}7712 \cdot 10^4\ \text{m/s} = \underline{\underline{38\ \text{km/s}}}$$

c Figuren viser retningen feltene og kreftene har dersom det elektriske feltet peker rett nedover.



d Siden ionene beveger seg rettlinjet, er farten konstant (hvis ikke ville magnetfeltet variert). Newtons første lov gir oss da at

$$F_e = F_m \quad \Rightarrow \quad eE = evB \quad \Rightarrow \quad B = \frac{E}{v} = \frac{7{,}6 \cdot 10^3 \text{ V/m}}{3{,}7712 \cdot 10^4 \text{ m/s}} = \underline{\underline{0{,}20 \text{ T}}}$$