

## Regneregler for differentiation og integration

Jophiel Wiis

Bemærk at ikke alle udtryk kan bruges for alle værdier af  $x$ ,  $a$  eller  $k$ .

afledet funktion $f'$	Funktion $f$	En stamfunktion $F$ til $f$
0	$a$	$ax$
$a \cdot x^{a-1}$	$x^a$	$\frac{1}{a+1}x^{a+1}$
$-x^{-2}$	$x^{-1} = \frac{1}{x}$	$\ln x $
$\frac{1}{2}x^{-1/2} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$	$x^{1/2} = \sqrt{x}$	$\frac{2}{3}x^{3/2} = \frac{2}{3}x\sqrt{x}$
$x^{-1}$	$\ln(x)$	$x \cdot \ln(x) - x$
$a^x \cdot \ln(a)$	$a^x$	$\frac{a^x}{\ln(a)}$
$k \cdot e^{kx}$	$e^{kx}$	$\frac{1}{k}e^{kx}$
$\cos(x)$	$\sin(x)$	$-\cos(x)$
$-\sin(x)$	$\cos(x)$	$\sin(x)$
$\frac{1}{(\cos(x))^2} = 1 + (\tan(x))^2$	$\tan(x)$	$-\ln \cos(x) $
$-2\cos(x) \cdot \sin(x)$	$(\cos(x))^2$	$\frac{1}{2}(x + \sin(x) \cdot \cos(x))$
$2\sin(x) \cdot \cos(x)$	$(\sin(x))^2$	$\frac{1}{2}(x - \sin(x) \cdot \cos(x))$
$(\tan(x))^3 + 2\tan(x)$	$(\tan(x))^2$	$\tan(x) - x$

I den følgende tabel betegner  $k$ ,  $a$  og  $b$  konstanter,  $F$  betegner en stamfunktion til  $f$ , og  $G$  betegner en stamfunktion til  $g$ . Stamfunktioner angivet med ??? kan ikke findes.

afledet funktion $h'$	Funktion $h$	En stamfunktion $H$ til $h$
$f' + g'$	$f + g$	$F + G$
$f' - g'$	$f - g$	$F - G$
$k \cdot f'$	$k \cdot f$	$k \cdot F$
$f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$	$f(x) \cdot g(x)$	???
$\frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{(g(x))^2}$	$\frac{f(x)}{g(x)}$	???
$f'(g(x)) \cdot g'(x)$	$f(g(x))$	???
$a \cdot f'(a \cdot x + b)$	$f(a \cdot x + b)$	$\frac{1}{a} \cdot F(a \cdot x + b)$

bemærk de nederste to linier. Det er muligt at finde en stamfunktion for en funktion indeholdende en funktion, så længe den indre funktion er lineær

## Regneregler for integration

$$\begin{aligned}\int (f \pm g) dx &= \int f dx \pm \int g dx \\ \int k \cdot f dx &= k \int f dx \\ \int_a^b f dx &= [F]_a^b = F(b) - F(a)\end{aligned}$$

## Partiel integration

$$\int f(x) \cdot g(x) dx = F(x) \cdot g(x) - \int F(x) \cdot g'(x) dx$$

## Integration ved substitution

$$\int_a^b f(g(x)) dx$$

definerer  $g(x) = u$ , udregner de nye grænser<sup>1</sup>  $g(a)$  og  $g(b)$ , og finder  $\frac{du}{dx}$ :

$$\frac{du}{dx} = g'(x) \Rightarrow dx = \frac{du}{g'(x)}$$

Det hele indsættes nu, og følgende integral udregnes:

$$\int_{g(a)}^{g(b)} f(u) du$$

---

<sup>1</sup>kun nødvendigt ved bestemte integraler