Regningsarternes Hierarki

1. Paranteser
2. Potenser og rødder
3. Gange og dividere
4. Plus og minus

Brøkregneregler

Symbolsk fremstilling	Regel
$a \cdot \frac{b}{c} = \frac{a \cdot b}{c}$	Et tal ganges på en brøk ved at gange tælleren med tallet.
$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$	To brøker ganges ved at gange tæller med tæller og nævner med nævner.
$\frac{\frac{a}{b}}{c} = \frac{a}{b} \cdot \frac{1}{c} = \frac{a}{b \cdot c}$	En brøk divideres med et tal ved at gange nævneren med tallet.
$\frac{a}{\frac{b}{c}} = \frac{a \cdot c}{b}$, $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$	et tal (eller en brøk) divideres med en brøk ved at gange med den omvendte brøk.
$\frac{a}{b} = \frac{a \cdot c}{b \cdot c}$	en brøk forlænges eller forkortes ved at gange både tæller og nævner med samme tal eller brøk.

Potenser

Regneregler

$$a^p \cdot a^q = a^{p+q}$$
$$\frac{a^p}{a^q} = a^{p-q}$$
$$(a^p)^q = a^{pq}$$

$$a^p \cdot b^p = (ab)^p$$
$$\frac{a^p}{b^p} = \left(\frac{a}{b}\right)^p$$

Specielle eksponenter

$$a^0 = 1$$
$$a^{-n} = \tfrac{1}{a^n}$$
$$a^{\frac{1}{2}} = \sqrt{a}$$
$$a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$$

Rational eksponent

$$a^{\frac{p}{q}} = \sqrt[q]{a^p} = \sqrt[q]{a}^p$$

Rødder

$$\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$$
$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$
$$\sqrt[n]{a^n} = \begin{cases} |a| & \text{for lige } n \\ a & \text{for ulige } n \end{cases}$$

Kvadratsætningerne

$(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$	Kvadratet på en toleddet størrelse er kvadratet af det ene led plus kvadratet
$(a-b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$	på det andet led, plus eller minus det dobbelte produkt.
$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$	To tals sum gange de samme to tals differens er kvadratet på første led minus kvadratet på andet led.

Andengrads-ligningen

ligningen $az^2 + bz + c = 0$, hvor z er et reelt eller komplekst tal, har op til 2 løsninger, og findes således:

$$z = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \tag{1}$$

Logartimer

Regneregler for 10-tals logaritmen

$\log(10^a) = 10^{\log(a)} = a$

$\log(10) = 1$

Regneregler for den naturlige logaritme

$\ln(e^a) = e^{\ln(a)} = a$

$\ln(e) = 1$

Generelle regneregler (gælder både for ln og log)

$\ln(a \cdot b) = \ln(a) + \ln(b)$

$\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln(a) - \ln(b)$

$\ln(a^p) = p \cdot \ln(a)$

$\ln(\sqrt[n]{a^p}) = \frac{1}{q} \cdot \ln(a)$

$\ln(1) = \log(1) = 0$

Sinus og cosinus regneregler

Gymnasie-pensum

$\sin(\theta) = \frac{\text{opposite}}{\text{hypothenuse}}$

$\cos(\theta) = \frac{\text{adjacent}}{\text{hypothenuse}}$

$\tan(\theta) = \frac{\text{opposite}}{\text{adjacent}}$

$\tan(\theta) = \frac{\sin(\theta)}{\cos(\theta)}$

$\sin^2\theta + \cos^2(\theta) = 1$

sinus-relationerne

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

cosinus-relationerne

$\cos A = \frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$ $\qquad a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$

$\cos B = \frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}$ $\qquad b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos B$

$\cos C = \frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}$ $\qquad c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos C$

Uni-pensum

Sekant og Cosekant

$\csc x = \frac{1}{\sin x}$

$\sec x = \frac{1}{\cos x}$

$\cot x = \frac{1}{\tan x} = \frac{\cos x}{\sin x}$

sin **og** cos

$\sin(a) \cdot \cos(b) = \frac{1}{2}(\sin(a-b) + \sin(a+b))$

$\sin(a) \cdot \sin(b) = \frac{1}{2}(\cos(a-b) - \cos(a+b))$

$\cos(a) \cdot \cos(b) = \frac{1}{2}(\cos(a-b) + \cos(a+b))$

$(\cos(\theta) + i\sin(\theta))^n = \cos(n\theta) + i\sin(n\theta)$ **(De Moivres formel)**

$2\sin\theta\cos\theta = \sin 2\theta$

$\cos^2\theta - \sin^2\theta = \cos 2\theta$

$\cos 2\theta = 2\cos^2(\theta) - 1 = 1 - 2\sin^2\theta$

$\tan 2\theta = \frac{2\tan\theta}{1-\tan^2\theta}$

$2 + 2\cos(\theta) = 4 \cdot \cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right)$

konverteringer mellem e **og** $\sin$ **og** $\cos$

$e^{\pm ikx} = cos(kx) \pm i\sin(kx)$

$(e^{-ikx} + e^{ikx}) = 2\cos(kx)$

$(e^{-ikx} - e^{ikx}) = -2i\sin(kx)$

$(e^{ikx} - e^{-ikx}) = 2i\sin(kx)$