

Фамилия, имя, номер группы:

.....

Вопрос 1. Рассмотрим модель множественной регрессии $Y = X\beta + \varepsilon$, где $\hat{Y} = X\hat{\beta}$, $e = Y - \hat{Y}$. Величина RSS — это квадрат длины вектора

☐ A $\hat{Y} - \bar{Y}$

☐ C ε

☐ E $Y - \bar{Y}$

☐ B e

☐ D \hat{Y}

Вопрос 2. Крокодил Гена оценивает модель регрессии $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i$ с помощью МНК. Чебурашка получит такую же оценку коэффициента β_1 , если будет минимизировать

☐ A выборочную дисперсию объясняющей переменной

☐ C выборочную ковариацию регрессора и объясняемой переменной

☐ B коэффициент детерминации

☐ D выборочную дисперсию

☐ E выборочную дисперсию остатков

Вопрос 3. Чебурашка оценил модель $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i$, а Крокодил Гена — модель $X_i = \gamma_0 + \gamma_1 Y_i + u_i$. Оказалось, что $\hat{\gamma}_1 = 0.25/\hat{\beta}_1$. Величина R^2 в регрессии Чебурашки равна

☐ A 1

☐ C 0.75

☐ E 0.25

☐ B 0

☐ D 0.5

Вопрос 4. В модели $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i$ при выполненных предпосылках теоремы Гаусса-Маркова и нормальных ошибках тестовая статистика $(\hat{\beta}_1 - \beta_1)/se(\hat{\beta}_1)$ имеет распределение

☐ A t_{n-2}

☐ C χ^2_{n-2}

☐ E $\mathcal{N}(0; \sigma^2)$

☐ B $\mathcal{N}(0; 1)$

☐ D χ^2_1

Вопрос 5. Крокодил Гена оценил с помощью МНК зависимость $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i$. Оказалось, что $\hat{\beta}_0 = 90$, а $\hat{\beta}_1 = 3$. Чебурашка увеличил переменные X и Y на 10% и снова оценил уравнение регрессии. В результате этой корректировки

☐ A оценка $\hat{\beta}_0$ увеличилась, а оценка $\hat{\beta}_1$ не изменилась

☐ C оценки $\hat{\beta}_0$ и $\hat{\beta}_1$ увеличились

☐ E оценка $\hat{\beta}_0$ уменьшилась, а оценка $\hat{\beta}_1$ не изменилась

☐ B оценки $\hat{\beta}_0$ и $\hat{\beta}_1$ не изменились

☐ D оценки $\hat{\beta}_0$ и $\hat{\beta}_1$ уменьшились

Фамилия, имя, номер группы:

.....

Вопрос 6. В модели парной линейной регрессии со свободным членом $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i$ несмещённой оценкой дисперсии оценки МНК $\hat{\beta}_1$ является

☐ A $\sum (Y_i - \bar{Y})^2 / (n - 1)$

☐ C $RSS / (n - 2)$

☐ E $\sum (Y_i - \bar{Y})^2 / (n - 2)$

☐ B RSS / n

☐ D $RSS / ((n - 2) \sum_i (X_i - \bar{X})^2)$

Вопрос 7. Храбрый исследователь Вениамин оценил регрессию $\hat{Y}_i = \frac{23}{(5)} + \frac{10}{(2)} X_i$, в скобках приведены стандартные ошибки. Доверительный интервал для свободного члена равен $[14; 32]$. Доверительный интервал для коэффициента наклона при том же уровне доверия будет равен

☐ A $[6.08; 13.92]$

☐ C $[5; 15]$

☐ E $[6.4; 13.6]$

☐ B $[6; 14]$

☐ D $[1; 19]$

Вопрос 8. По 20 наблюдениям Чебурашка оценил модель $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i$. Известно, что $\sum X_i = -10$, $\sum X_i^2 = 40$, $\sum X_i Y_i = 10$, $\sum Y_i = 50$.

Сумма оценок МНК коэффициентов $\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1$ равна

☐ A 4

☐ C 3

☐ E 1

☐ B 5

☐ D 2

Вопрос 9. Распределение случайной величины X задано таблицей

x	0	1	2	3
$\mathbb{P}(X = x)$	$-b$	$0.5 - b$	$0.5 + b$	b

Вероятность $\mathbb{P}(X = 1)$ равна

☐ A 0.2

☐ C 0.5

☐ E 0.3

☐ B 0.4

☐ D 0

Вопрос 10. Оценки МНК вектора коэффициентов регрессии $Y = X\beta + \varepsilon$ находятся по формуле

☐ A $(XX')^{-1}X'Y$

☐ C $(X'X)^{-1}X'Y$

☐ E $(XX')^{-1}Y'X$

☐ B $X'Y(X'X)^{-1}$

☐ D $(X'X)^{-1}YX$

Тест	1	2	3	4	Итого

Фамилия, имя, номер группы:

.....

- (5 баллов) Случайные величины X и Y независимы и имеют хи-квадрат распределение с 5 и с 10 степенями свободы, соответственно. Случайная величина Z равна $Z = (X + Y)/X$.
Найдите значение z^* такое, что $\mathbb{P}(Z > z^*) = 0.05$.
- (5 баллов) Докажите, что для модели парной регрессии $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i$, оцененной с помощью МНК, выполнено равенство $\sum_{i=1}^n Y_i = \sum_{i=1}^n \hat{Y}_i$.
- (5 баллов) Аккуратно сформулируйте теорему Гаусса-Маркова для случая парной регрессии.
- (10 баллов) На основании 62 наблюдений Чебурашка оценил функцию спроса на апельсины:

$$\hat{Y}_i = \underset{(1.6)}{3} - \underset{(0.2)}{1.25} X_i, \text{ где } \sum_i (X_i - \bar{X})^2 = 2.25$$

В скобках приведены стандартные ошибки коэффициентов, случайные ошибки в регрессии можно считать нормальными.

- Проверьте гипотезы о значимости каждого из коэффициентов регрессии при уровне значимости 5%.
- Проверьте гипотезу о равенстве коэффициента наклона -1 при уровне значимости 5% и односторонней альтернативной гипотезе, что коэффициент наклона меньше -1.
- Найдите оценку дисперсии ошибок.
- Найдите 95% интервальный индивидуальный прогноз в точке $X = 8$.

Фамилия, имя, номер группы:

.....

Вопрос 1. Крокодил Гена оценивает модель регрессии $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i$ с помощью МНК. Чебурашка получит такую же оценку коэффициента β_1 , если будет минимизировать

- ☐ А выборочную дисперсию переменной объясняемой переменной ☐ D коэффициент детерминации
- ☐ B выборочную ковариацию регрессора и объясняемой ☐ C выборочную дисперсию объясняющей переменной ☐ E выборочную дисперсию остатков

Вопрос 2. Крокодил Гена оценил с помощью МНК зависимость $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i$. Оказалось, что $\hat{\beta}_0 = 90$, а $\hat{\beta}_1 = 3$. Чебурашка увеличил переменные X и Y на 10% и снова оценил уравнение регрессии. В результате этой корректировки

- ☐ А оценки $\hat{\beta}_0$ и $\hat{\beta}_1$ не изменились ☐ B оценка $\hat{\beta}_0$ увеличилась, а ☐ C оценки $\hat{\beta}_0$ и $\hat{\beta}_1$ увеличились ☐ D оценка $\hat{\beta}_0$ уменьшилась, а ☐ E оценки $\hat{\beta}_0$ и $\hat{\beta}_1$ уменьшились
- ☐ B оценка $\hat{\beta}_0$ увеличилась, а ☐ D оценка $\hat{\beta}_0$ уменьшилась, а ☐ E оценки $\hat{\beta}_0$ и $\hat{\beta}_1$ уменьшились

Вопрос 3. По 20 наблюдениям Чебурашка оценил модель $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i$. Известно, что $\sum X_i = -10$, $\sum X_i^2 = 40$, $\sum X_i Y_i = 10$, $\sum Y_i = 50$.

Сумма оценок МНК коэффициентов $\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1$ равна

- ☐ А 3 ☐ C 1 ☐ E 4
- ☐ B 5 ☐ D 2

Вопрос 4. В модели парной линейной регрессии со свободным членом $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i$ несмещённой оценкой дисперсии оценки МНК $\hat{\beta}_1$ является

- ☐ А RSS/n ☐ C $RSS/(n-2)$ ☐ E $RSS/((n-2) \sum_i (X_i - \bar{X})^2)$
- ☐ B $\sum (Y_i - \bar{Y})^2/(n-2)$ ☐ D $\sum (Y_i - \bar{Y})^2/(n-1)$

Вопрос 5. Храбрый исследователь Вениамин оценил регрессию $\hat{Y}_i = 23 + 10X_i$, в скобках приведены стандартные ошибки. Доверительный интервал для свободного члена равен $[14; 32]$. Доверительный интервал для коэффициента наклона при том же уровне доверия будет равен

- ☐ А $[6.4; 13.6]$ ☐ C $[5; 15]$ ☐ E $[6.08; 13.92]$
- ☐ B $[6; 14]$ ☐ D $[1; 19]$

Фамилия, имя, номер группы:

.....

Вопрос 6. Чебурашка оценил модель $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i$, а Крокодил Гена — модель $X_i = \gamma_0 + \gamma_1 Y_i + u_i$. Оказалось, что $\hat{\gamma}_1 = 0.25/\hat{\beta}_1$. Величина R^2 в регрессии Чебурашки равна

- ☐ A 1 ☐ C 0.5 ☐ E 0.75
☐ B 0 ☐ D 0.25

Вопрос 7. Рассмотрим модель множественной регрессии $Y = X\beta + \varepsilon$, где $\hat{Y} = X\hat{\beta}$, $e = Y - \hat{Y}$. Величина RSS — это квадрат длины вектора

- ☐ A \hat{Y} ☐ C $Y - \bar{Y}$ ☐ E e
☐ B ε ☐ D $\hat{Y} - \bar{Y}$

Вопрос 8. В модели $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i$ при выполненных предпосылках теоремы Гаусса-Маркова и нормальных ошибках тестовая статистика $(\hat{\beta}_1 - \beta_1)/se(\hat{\beta}_1)$ имеет распределение

- ☐ A $\mathcal{N}(0; 1)$ ☐ C $\mathcal{N}(0; \sigma^2)$ ☐ E t_{n-2}
☐ B χ_1^2 ☐ D χ_{n-2}^2

Вопрос 9. Распределение случайной величины X задано таблицей

x	0	1	2	3
$\mathbb{P}(X = x)$	$-b$	$0.5 - b$	$0.5 + b$	b

Вероятность $\mathbb{P}(X = 1)$ равна

- ☐ A 0.5 ☐ C 0 ☐ E 0.2
☐ B 0.3 ☐ D 0.4

Вопрос 10. Оценки МНК вектора коэффициентов регрессии $Y = X\beta + \varepsilon$ находятся по формуле

- ☐ A $(XX')^{-1}Y'X$ ☐ C $X'Y(X'X)^{-1}$ ☐ E $(X'X)^{-1}YX$
☐ B $(X'X)^{-1}X'Y$ ☐ D $(XX')^{-1}X'Y$

Тест	1	2	3	4	Итого

Фамилия, имя, номер группы:

.....

1. (5 баллов) Случайные величины X и Y независимы и имеют хи-квадрат распределение с 6 и с 10 степенями свободы, соответственно. Случайная величина Z равна $Z = (X + Y)/X$.

Найдите значение z^* такое, что $\mathbb{P}(Z > z^*) = 0.05$.

2. (5 баллов) Докажите, что для модели парной регрессии $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i$, оцененной с помощью МНК, выполнено равенство $\sum_{i=1}^n Y_i = \sum_{i=1}^n \hat{Y}_i$.

3. (5 баллов) Аккуратно сформулируйте теорему Гаусса-Маркова для случая парной регрессии.

4. (10 баллов) На основании 52 наблюдений Чебурашка оценил функцию спроса на апельсины:

$$\hat{Y}_i = \underset{(4.8)}{9} - \underset{(0.2)}{1.25} X_i, \text{ где } \sum_i (X_i - \bar{X})^2 = 2.25$$

В скобках приведены стандартные ошибки коэффициентов, случайные ошибки в регрессии можно считать нормальными.

- Проверьте гипотезы о значимости каждого из коэффициентов регрессии при уровне значимости 5%.
- Проверьте гипотезу о равенстве коэффициента наклона -1 при уровне значимости 5% и односторонней альтернативной гипотезе, что коэффициент наклона меньше -1.
- Найдите оценку дисперсии ошибок.
- Найдите 95% интервальный индивидуальный прогноз в точке $X = 9$.

Фамилия, имя, номер группы:

.....

Вопрос 1. Распределение случайной величины X задано таблицей

x	0	1	2	3
$\mathbb{P}(X = x)$	$-b$	$0.5 - b$	$0.5 + b$	b

Вероятность $\mathbb{P}(X = 1)$ равна

- ☐ A 0.4 ☐ C 0.5 ☐ E 0.3
☐ B 0.2 ☐ D 0

Вопрос 2. В модели $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i$ при выполненных предпосылках теоремы Гаусса-Маркова и нормальных ошибках тестовая статистика $(\hat{\beta}_1 - \beta_1)/se(\hat{\beta}_1)$ имеет распределение

- ☐ A χ_1^2 ☐ C $\mathcal{N}(0; 1)$ ☐ E χ_{n-2}^2
☐ B t_{n-2} ☐ D $\mathcal{N}(0; \sigma^2)$

Вопрос 3. Крокодил Гена оценивает модель регрессии $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i$ с помощью МНК. Чебурашка получит такую же оценку коэффициента β_1 , если будет минимизировать

- ☐ A коэффициент детерминации ☐ C выборочную дисперсию остатков ☐ E выборочную ковариацию регрессора и объясняемой переменной
☐ B выборочную дисперсию объясняющей переменной ☐ D выборочную дисперсию объясняемой переменной

Вопрос 4. Крокодил Гена оценил с помощью МНК зависимость $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i$. Оказалось, что $\hat{\beta}_0 = 90$, а $\hat{\beta}_1 = 3$. Чебурашка увеличил переменные X и Y на 10% и снова оценил уравнение регрессии. В результате этой корректировки

- ☐ A оценки $\hat{\beta}_0$ и $\hat{\beta}_1$ увеличились ☐ C оценки $\hat{\beta}_0$ и $\hat{\beta}_1$ уменьшились оценка $\hat{\beta}_1$ не изменилась
☐ B оценка $\hat{\beta}_0$ увеличилась, а оценка $\hat{\beta}_1$ не изменилась ☐ D оценка $\hat{\beta}_0$ уменьшилась, а ☐ E оценки $\hat{\beta}_0$ и $\hat{\beta}_1$ не изменились

Вопрос 5. В модели парной линейной регрессии со свободным членом $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i$ несмещённой оценкой дисперсии оценки МНК $\hat{\beta}_1$ является

- ☐ A $\sum(Y_i - \bar{Y})^2/(n - 2)$ ☐ C RSS/n ☐ E $RSS/(n - 2)$
☐ B $RSS/((n - 2) \sum_i (X_i - \bar{X})^2)$ ☐ D $\sum(Y_i - \bar{Y})^2/(n - 1)$

Фамилия, имя, номер группы:

.....

Вопрос 6. Храбрый исследователь Вениамин оценил регрессию $\hat{Y}_i = \frac{23}{(5)} + \frac{10}{(2)}X_i$, в скобках приведены стандартные ошибки. Доверительный интервал для свободного члена равен $[14; 32]$. Доверительный интервал для коэффициента наклона при том же уровне доверия будет равен

☐ A $[6; 14]$

☐ C $[5; 15]$

☐ E $[1; 19]$

☐ B $[6.4; 13.6]$

☐ D $[6.08; 13.92]$

Вопрос 7. По 20 наблюдениям Чебурашка оценил модель $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i$. Известно, что $\sum X_i = -10$, $\sum X_i^2 = 40$, $\sum X_i Y_i = 10$, $\sum Y_i = 50$.

Сумма оценок МНК коэффициентов $\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1$ равна

☐ A 5

☐ C 1

☐ E 4

☐ B 2

☐ D 3

Вопрос 8. Рассмотрим модель множественной регрессии $Y = X\beta + \varepsilon$, где $\hat{Y} = X\hat{\beta}$, $e = Y - \hat{Y}$. Величина RSS — это квадрат длины вектора

☐ A $\hat{Y} - \bar{Y}$

☐ C \hat{Y}

☐ E e

☐ B ε

☐ D $Y - \bar{Y}$

Вопрос 9. Оценки МНК вектора коэффициентов регрессии $Y = X\beta + \varepsilon$ находятся по формуле

☐ A $(XX')^{-1}X'Y$

☐ C $(X'X)^{-1}YX$

☐ E $(X'X)^{-1}X'Y$

☐ B $X'Y(X'X)^{-1}$

☐ D $(XX')^{-1}Y'X$

Вопрос 10. Чебурашка оценил модель $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i$, а Крокодил Гена — модель $X_i = \gamma_0 + \gamma_1 Y_i + u_i$. Оказалось, что $\hat{\gamma}_1 = 0.25/\hat{\beta}_1$. Величина R^2 в регрессии Чебурашки равна

☐ A 1

☐ C 0

☐ E 0.25

☐ B 0.5

☐ D 0.75

Тест	1	2	3	4	Итого

Фамилия, имя, номер группы:

.....

- (5 баллов) Случайные величины X и Y независимы и имеют хи-квадрат распределение с 7 и с 10 степенями свободы, соответственно. Случайная величина Z равна $Z = (X + Y)/X$.
Найдите значение z^* такое, что $\mathbb{P}(Z > z^*) = 0.05$.
- (5 баллов) Докажите, что для модели парной регрессии $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i$, оцененной с помощью МНК, выполнено равенство $\sum_{i=1}^n Y_i = \sum_{i=1}^n \hat{Y}_i$.
- (5 баллов) Аккуратно сформулируйте теорему Гаусса-Маркова для случая парной регрессии.
- (10 баллов) На основании 42 наблюдений Чебурашка оценил функцию спроса на апельсины:

$$\hat{Y}_i = \underset{(0.8)}{1.5} - \underset{(0.2)}{1.25} X_i, \text{ где } \sum_i (X_i - \bar{X})^2 = 2.25$$

В скобках приведены стандартные ошибки коэффициентов, случайные ошибки в регрессии можно считать нормальными.

- Проверьте гипотезы о значимости каждого из коэффициентов регрессии при уровне значимости 5%.
- Проверьте гипотезу о равенстве коэффициента наклона -1 при уровне значимости 5% и односторонней альтернативной гипотезе, что коэффициент наклона меньше -1.
- Найдите оценку дисперсии ошибок.
- Найдите 95% интервальный индивидуальный прогноз в точке $X = 10$.

Фамилия, имя, номер группы:

.....

Вопрос 1. В модели $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i$ при выполненных предпосылках теоремы Гаусса-Маркова и нормальных ошибках тестовая статистика $(\hat{\beta}_1 - \beta_1)/se(\hat{\beta}_1)$ имеет распределение

☐ A χ^2_{n-2}

☐ C χ^2_1

☐ E t_{n-2}

☐ B $\mathcal{N}(0; \sigma^2)$

☐ D $\mathcal{N}(0; 1)$

Вопрос 2. В модели парной линейной регрессии со свободным членом $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i$ несмещённой оценкой дисперсии оценки МНК $\hat{\beta}_1$ является

☐ A $RSS/(n-2)$

☐ C $\sum(Y_i - \bar{Y})^2/(n-1)$

☐ E RSS/n

☐ B $\sum(Y_i - \bar{Y})^2/(n-2)$

☐ D $RSS/((n-2) \sum_i (X_i - \bar{X})^2)$

Вопрос 3. Крокодил Гена оценил с помощью МНК зависимость $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i$. Оказалось, что $\hat{\beta}_0 = 90$, а $\hat{\beta}_1 = 3$. Чебурашка увеличил переменные X и Y на 10% и снова оценил уравнение регрессии. В результате этой корректировки

☐ A оценки $\hat{\beta}_0$ и $\hat{\beta}_1$ не изменились

☐ B оценка $\hat{\beta}_1$ не изменилась

☐ C лись

☐ C оценки $\hat{\beta}_0$ и $\hat{\beta}_1$ увеличились

☐ E оценка $\hat{\beta}_0$ увеличилась, а оценка $\hat{\beta}_1$ не изменилась

☐ B оценка $\hat{\beta}_0$ уменьшилась, а

☐ D оценки $\hat{\beta}_0$ и $\hat{\beta}_1$ уменьшились

Вопрос 4. Рассмотрим модель множественной регрессии $Y = X\beta + \varepsilon$, где $\hat{Y} = X\hat{\beta}$, $e = Y - \hat{Y}$. Величина RSS — это квадрат длины вектора

☐ A \hat{Y}

☐ C ε

☐ E $\hat{Y} - \bar{Y}$

☐ B $Y - \bar{Y}$

☐ D e

Вопрос 5. Крокодил Гена оценивает модель регрессии $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i$ с помощью МНК. Чебурашка получит такую же оценку коэффициента β_1 , если будет минимизировать

☐ A коэффициент детерминации

☐ B переменной

☐ D выборочную дисперсию остатков

☐ B выборочную ковариацию регрессора и объясняемой

☐ C выборочную дисперсию объясняемой переменной

☐ E выборочную дисперсию объясняющей переменной

Фамилия, имя, номер группы:

.....

Вопрос 6. Храбрый исследователь Вениамин оценил регрессию $\hat{Y}_i = 23 + 10X_i$, в скобках приведены стандартные ошибки. Доверительный интервал для свободного члена равен $[14; 32]$. Доверительный интервал для коэффициента наклона при том же уровне доверия будет равен

☐ A $[6; 14]$

☐ C $[6.08; 13.92]$

☐ E $[1; 19]$

☐ B $[6.4; 13.6]$

☐ D $[5; 15]$

Вопрос 7. Чебурашка оценил модель $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i$, а Крокодил Гена — модель $X_i = \gamma_0 + \gamma_1 Y_i + u_i$. Оказалось, что $\hat{\gamma}_1 = 0.25/\hat{\beta}_1$. Величина R^2 в регрессии Чебурашки равна

☐ A 0

☐ C 0.25

☐ E 0.5

☐ B 0.75

☐ D 1

Вопрос 8. Оценки МНК вектора коэффициентов регрессии $Y = X\beta + \varepsilon$ находятся по формуле

☐ A $(X'X)^{-1}Y'X$

☐ C $(X'X)^{-1}X'Y$

☐ E $(XX')^{-1}X'Y$

☐ B $X'Y(X'X)^{-1}$

☐ D $(XX')^{-1}Y'X$

Вопрос 9. Распределение случайной величины X задано таблицей

x	0	1	2	3
$\mathbb{P}(X = x)$	$-b$	$0.5 - b$	$0.5 + b$	b

Вероятность $\mathbb{P}(X = 1)$ равна

☐ A 0.5

☐ C 0.3

☐ E 0.4

☐ B 0.2

☐ D 0

Вопрос 10. По 20 наблюдениям Чебурашка оценил модель $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i$. Известно, что $\sum X_i = -10$, $\sum X_i^2 = 40$, $\sum X_i Y_i = 10$, $\sum Y_i = 50$.

Сумма оценок МНК коэффициентов $\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1$ равна

☐ A 3

☐ C 5

☐ E 2

☐ B 4

☐ D 1

Тест	1	2	3	4	Итого

Фамилия, имя, номер группы:

.....

- (5 баллов) Случайные величины X и Y независимы и имеют хи-квадрат распределение с 8 и с 10 степенями свободы, соответственно. Случайная величина Z равна $Z = (X + Y)/X$.
Найдите значение z^* такое, что $\mathbb{P}(Z > z^*) = 0.05$.
- (5 баллов) Докажите, что для модели парной регрессии $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i$, оцененной с помощью МНК, выполнено равенство $\sum_{i=1}^n Y_i = \sum_{i=1}^n \hat{Y}_i$.
- (5 баллов) Аккуратно сформулируйте теорему Гаусса-Маркова для случая парной регрессии.
- (10 баллов) На основании 32 наблюдений Чебурашка оценил функцию спроса на апельсины:

$$\hat{Y}_i = \underset{(3.2)}{6} - \underset{(0.2)}{1.25} X_i, \text{ где } \sum_i (X_i - \bar{X})^2 = 2.25$$

В скобках приведены стандартные ошибки коэффициентов, случайные ошибки в регрессии можно считать нормальными.

- Проверьте гипотезы о значимости каждого из коэффициентов регрессии при уровне значимости 5%.
- Проверьте гипотезу о равенстве коэффициента наклона -1 при уровне значимости 5% и односторонней альтернативной гипотезе, что коэффициент наклона меньше -1.
- Найдите оценку дисперсии ошибок.
- Найдите 95% интервальный индивидуальный прогноз в точке $X = 11$.