

Имя, фамилия и номер группы:

.....

1. Найдите SVD-разложение матрицы  $\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$
  2. Найдите дифференциал  $d \exp(r^T A r + b r)$ , где  $A^T = A$  и  $b$  — это константы.
  3. Постройте регрессию вектора  $y = (4, 2, -2)^T$  на вектора  $x = (2, 1, -1)^T$  и  $z = (-1, 0, 2)^T$  без константы. Будет ли в этой модели  $TSS = RSS + ESS$ ?
  4. Известно, что  $y = 2x + 3z$ . Винни-Пух построил регрессию  $\hat{y}_i = \hat{\beta}_1 + 0.16x_i$ . Пятачок построил регрессию  $\hat{x}_i = \hat{\alpha}_1 + 1 \cdot y_i$ .  
Помогите Сове найти коэффициент  $\hat{\gamma}_2$  в регрессии  $\hat{y}_i = \hat{\gamma}_1 + \hat{\gamma}_2 z_i$ .
  5. Величины  $U_1$  и  $U_2$  независимы и равномерны  $U[0; 1]$ . Рассмотрим пару величин  $Y_1 = R \cdot \cos \alpha$ ,  $Y_2 = R \cdot \sin \alpha$ , где  $R = \sqrt{-2 \ln U_1}$ , а  $\alpha = 2\pi U_2$ .
    - а) Найдите вероятностную дифференциальную форму для пары  $Y_1, Y_2$ ;
    - б) Как называется совместный закон распределения  $Y_1$  и  $Y_2$ ?
    - в) Верно ли, что  $Y_1$  и  $Y_2$  независимы?
  6. Василий проецирует вектор  $u = (u_1, u_2, u_3, u_4, u_5)'$  на линейную оболочку векторов  $a = (1, 1, 2, 2, 2)'$  и  $b = (1, 3, 3, 3, 3)'$ . Вектор  $u$  имеет стандартное многомерное нормальное распределение. Обозначим проекцию  $\hat{u}$ .
    - а) Найдите  $\hat{u}$  и  $||\hat{u}||^2$ .
    - б) Как распределена величина  $||\hat{u}||^2$ ?
  7. Докажите, для любой линейной по  $y$  несмещённой оценки  $\hat{\beta}^*$  выполнено условие  $\text{Cov}(\hat{\beta}^* - \hat{\beta}, \hat{\beta}) = 0$ , где  $\hat{\beta}$  — оценка МНК.
-