

ΆΣΚΗΣΗ 3

α) Έστω τυχαίο σήμα $m[k]$, θέτω $m[k] = ax[k] + by[k]$ τότε:

$$\begin{aligned}y[k] &= m[k] * h[k] = \sum_{n=-\infty}^{\infty} m[k]h[n-k] = \sum_{n=-\infty}^{\infty} (ax[k] + by[k])h[n-k] \\&= \sum_{n=-\infty}^{\infty} ax[k]h[n-k] + by[k]h[n-k] \\&= \sum_{n=-\infty}^{\infty} ax[k]h[n-k] + \sum_{n=-\infty}^{\infty} by[k]h[n-k] \\&= a \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[k]h[n-k] + b \sum_{n=-\infty}^{\infty} y[k]h[n-k] \\&= a(x[k] * h[k]) + b(y[k] * h[k]) = ay_1[k] + by_2[k]\end{aligned}$$

Επομένως, από την παραπάνω σχέση προκύπτει ότι η συνέλιξη του σήματος είναι γραμμικός μετασχηματισμός.

β) Έστω τυχαίο σήμα $m[k]$, θέτω $m[k] = ax[k] + by[k]$ τότε:

$$\begin{aligned}M(\Omega) &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} m[k]e^{-i\omega k} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} (ax[k] + by[k])e^{-i\omega k} \\&= \sum_{k=-\infty}^{\infty} ax[k]e^{-i\omega k} + by[k]e^{-i\omega k} \\&= \sum_{k=-\infty}^{\infty} ax[k]e^{-i\omega k} + \sum_{k=-\infty}^{\infty} by[k]e^{-i\omega k} \\&= a \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]e^{-i\omega k} + b \sum_{k=-\infty}^{\infty} y[k]e^{-i\omega k} = aM(\Omega) + bM(\Omega)\end{aligned}$$

Επομένως, από την παραπάνω σχέση προκύπτει ότι ο μετασχηματισμός Fourier του σήματος είναι γραμμικός μετασχηματισμός.