

Algorithms

Programming exercise 3

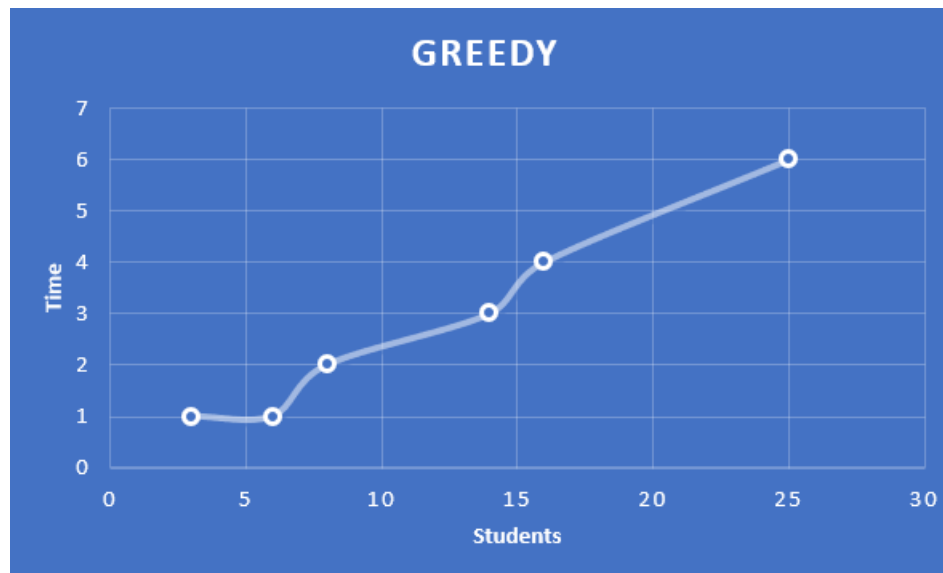
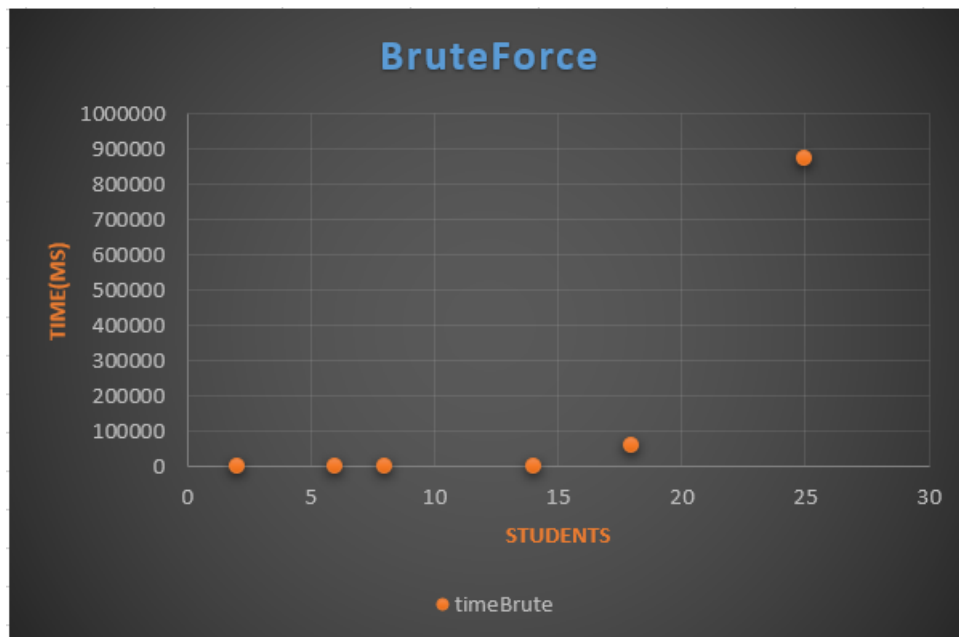
Κωνσταντίνος Νικολούτσος
p3170122

1 Ασκηση 3.2

Πατατηρήθηκε ότι υπάρχει τεράστια διαφορά αν χρησιμοποιήσουμε dynamic programming ή greedy. Φυσικά βέβαια θα πρέπει να γνωρίζουμε ότι το brute-force παντα θα μας δίνει την καλύτερη λύση ενώ το greedy μπορεί να μας δώσει καποια ικανοποιητική λυση. Με λιγα λόγια πληρώνουμε περισσότερο χρόνο (πολυπλοκότητα) για να πάρουμε τα καλυτερα αποτελέσματα.

1.1 Πολυπλοκότητες

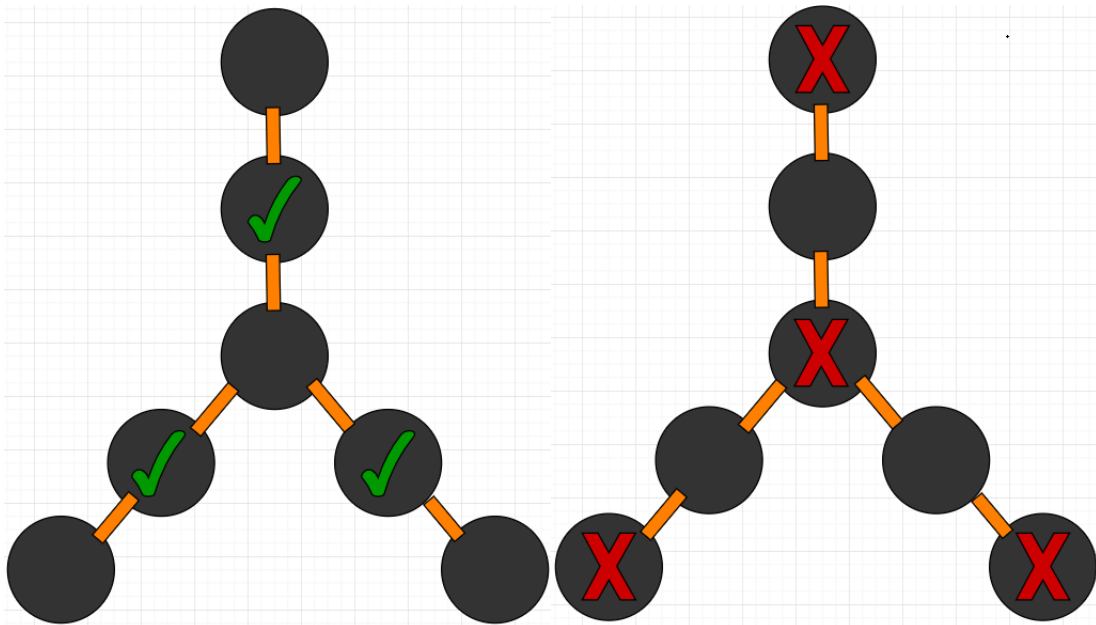
- BruteForce έχει: $O(2^n * n^2)$, n είναι ο αριθμός των κόμβων του δικτύου
- Greedy έχει: $O(n^3)$, n είναι ο αριθμός των κόμβων του δικτύου



Η γνώμη μου είναι ότι εξαρτάται από το πρόβλημα εάν πρέπει να περιμένουμε περισσότερο. Πιο αναλυτικά, υπάρχουν προβλήματα για τα οποία είτε περιμένουμε παραπάνω είτε όχι δεν πρόκειται να πάρουμε καλύτερη λύση (δηλαδή αν ο greedy δίνει βέλτιστη λύση).

1.2 Ποιότητα διαφοράς αποτελεσμάτων

Ο greedy αλγόριθμος δεν είναι σίγουρο ότι θα μας δώσει πάντα την καλύτερη απάντηση. Σε αντίθεση, ο bruteforce αν και κάνει αρκετό χρόνο, μας δίνει πάντα την optimum λύση! Για παράδειγμα στην παρακάτω εικόνα βλέπουμε ότι ο bruteforce(αριστερά) δίνει την σωστή λύση (πρασινά τι) ενώ ο greedy(δεξιά) δίνει λάθος (κόκκινα χ). Μάλλον οποίος βιάζεται σκοντάφτει!



2 Άσκηση 3.4

Για να αποδείξουμε ότι το Dominating-set είναι np-complete προσπαθήσουμε να κάνουμε linear transformation από κάποιο non deterministic polynomial πρόβλημα σε αυτό και μετά να πάρουμε λύση. $VertexCover \leq_P DominatingSet$

Έχοντας ένα Instance (G, k) του Vertex cover θα φτιάξουμε ένα Instance του Dominations set (H, k) , όπου το H το φτιάχνουμε παίρνοντας τον G και για κάθε ακμή (u,v) προσθέτουμε μια επιπλέον κόμβο και τον συνδέουμε με u,v

Πρώτα παρατηρούμε ότι ο Vertex cover του G είναι ένα Dominating Set του H . (Οι καινούργιοι κόμβοι που προσθέσαμε καλύπτονται οπότε ισχύει ότι είναι dominating set). Οπότε εάν το G είχε κάποιο μικρότερο vertex cover τότε το H θα είχε μικρότερο πλήθος λύσης από το k .

Παρατηρούμε ότι εάν κόμβος είναι στο D , μπορούμε να τον αντικαταστήσουμε με έναν από τους δύο γείτονες του και να πάρουμε ένα dominating set. Αξίζει να σημειωθεί ότι οι μόνοι γείτονες του είναι οι δύο αρχικοί κόμβοι και είναι συνδεδεμένοι μεταξύ τους.

Οπότε μπορούμε να υποθέσουμε ότι ο D περιέχει μόνο τους κόμβους του G . Τώρα, για κάθε ακμή (u,v) στον G ο νέος κόμβος είναι καλυμμένος (dominated) από τον D , οπότε είτε το u ή το v είναι στο D . Αλλά φυσικά αυτό σημαίνει ότι ο D είναι ένα vertex cover του G .

Και αποδείξαμε ότι υπάρχει σχέση μεταξύ vertex cover και dominating set. Άρα δεν γίνεται το dominating set να είναι πιο δύσκολο από το vertex cover.