

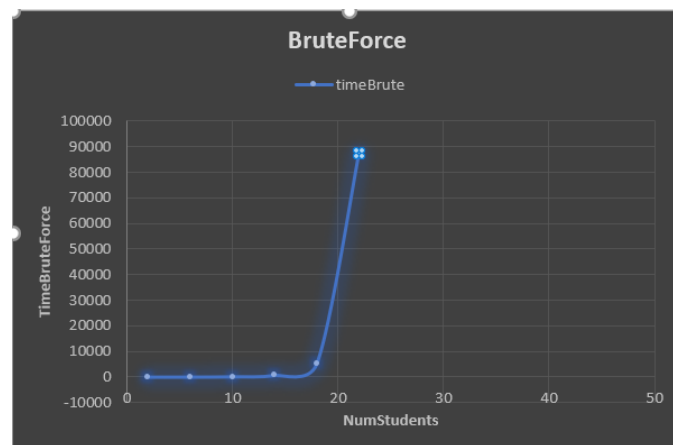
3ο ΣΕΤ ΑΣΚΗΣΕΩΝ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΙ

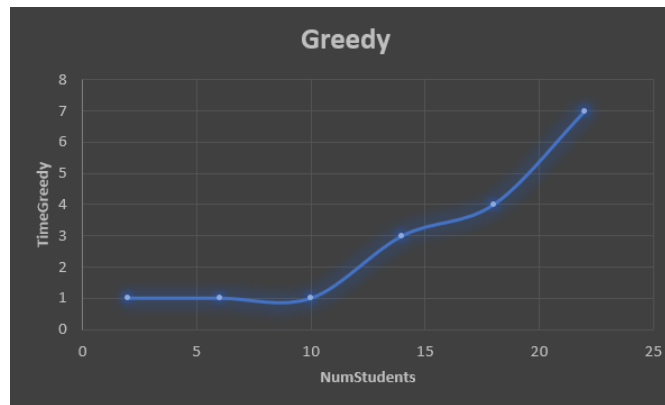
ΤΖΕΝΗ ΜΠΟΛΕΝΑ-3170117

1 Άσκηση 3.3

1.1 Charts

Χρησιμοποίησα Interpolation γαι την δημιουργία του πολυωνίμου που εφαρμόζεται πάνω στα σημεία(μέθοδος LaGrange)! Χρήση Excel. Τρέχοντας τα προγράμματα με διάφορα dataSet παρατηρούνται οι παρακάτω χρόνοι εκτέλεσης που εκφράζονται σε msecond:





1.2 Πολυπλοκότητα

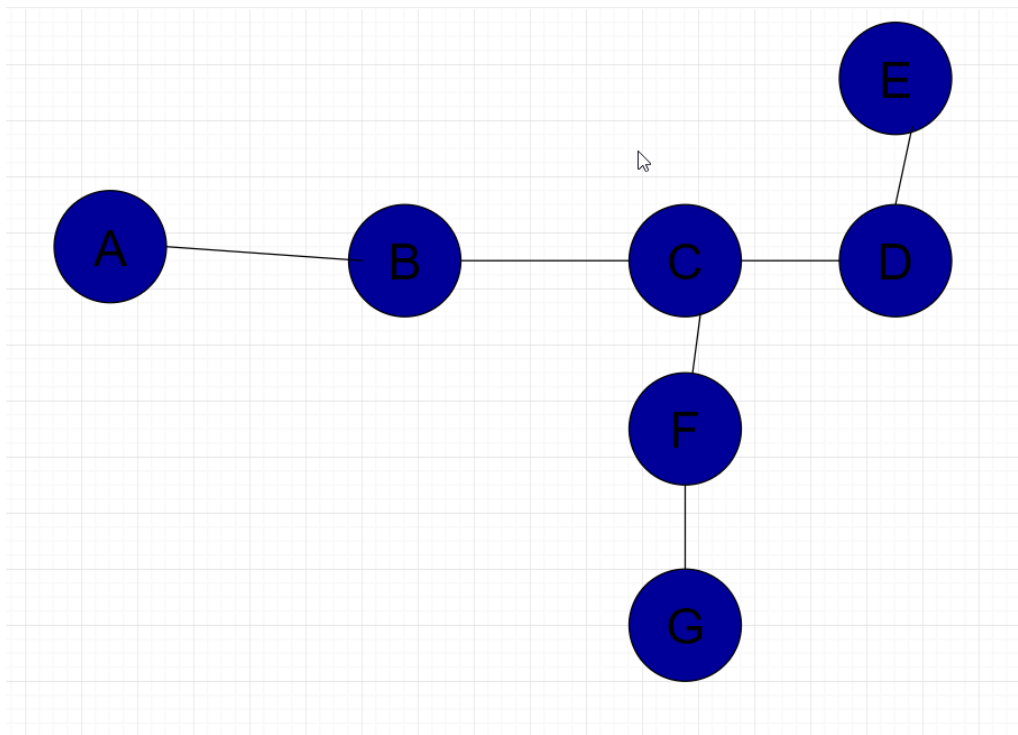
Το n αναφέρεται στο πλήθος των φοιτητών.

- Greedy: $\mathcal{O}(n^3)$
- BruteForce: $\mathcal{O}(2^n * n^2)$

1.3 Σχέση χρόνου εκτέλεσης-ποιότητας αποτελέσματος

Παρατηρούμε ότι ο greedy τρέχει πολύ πιο γρήγορα από τον bruteForce ειδικά όσο το πλήθος των φοιτητών αυξάνεται. Ωστόσο ο greedy δεν δίνει πάντα το βέλτιστο αποτέλεσμα, ενώ με τον brute force το αποτέλεσμα είναι πάντα βέλτιστο!

Παρακάτω δίνεται παράδειγμα που ο greedy δεν δίνει βέλτιστο αποτέλεσμα.



Στην παραπάνω εικόνα που έφτιαξα μέσω του drawIO, ο Greedy έχει σαν λύση τα vertices C, A, E, G, ενώ ο BruteForce έχει βέλτιστη λύση B, D, F. Επομένως αν και ο greedy κερδίζει σε ταχύτητα χάνει σε ποιότητα.

2 Άσκηση 3.4

Το πρόβλημα Dominating Set είναι NP , αρκεί να αποδείξουμε ότι υπάρχει ένα $NP - Complete$ πρόβλημα που ανάγεται σ αυτό και θα καταλήξουμε στο ότι είναι $NP - Complete$!

Θα κάνουμε την εξής αναγωγή(reduction): $VertexCover \leq_P DominatingSet$

(Θέλω να δείξω ότι \mathcal{G} έχει Vertex Cover αν και μόνο αν \mathcal{G}' έχει dominating Set)

Δεδομένου ενός γράφου $\mathcal{G} = (V, E)$ και ενός k που δηλώνει ένα τόσο μεγάλο Vertex Cover, μετατρέπουμε αυτό σε στιγμιότυπο του Dominating Set. Όπως

είδαμε και στο μάθημα μπορούμε να πάρουμε ένα στιγμιότυπο I του Vertex Cover και μέσω μιας συνάρτησης μετασχηματισμού f να έχουμε πλέον ένα στιγμιότυπο $f(I)$ του Dominating Set. Απο τον γράφο \mathcal{G} μπορούμε να φτιάξουμε ένα νέο γράφο $\mathcal{G}' = (V', E')$ ο οποίος για κάθε ακμή (u, v) του \mathcal{G} θα προσθέτει έναν νέο κόμβο(vertex) t ο οποίος θα έχει ακμή με τους κόμβους u, v .

Είναι προφανές ότι ένα Vertex Cover του \mathcal{G} είναι Dominating Set του \mathcal{G}' , αυτό μπορούμε να το κατλάβουμε ευκολά αν σκεφτούμε το minimum Vertex Cover ενός δυαδικού δέντρου.// Για να δείξουμε τώρα ότι ένα dominating set του \mathcal{G}' είναι και vertex cover του \mathcal{G} λέμε το εξής: Αν DS το dominating set του \mathcal{G}' τότε αν αυτό περιέχει μία από τις νέες ακμές(αυτές δλδ που δεν υπάρχουν στον \mathcal{G}) αυτές επειδή συνδέονται η κάθε μια μόνο με δύο κόμβους που έχουν ακμή μεταξύ τους, μπορούμε να τις αγνοήσουμε και έτσι έχουμε ακόμη dominating set. Απο αυτό γίνεται κατανοητό ότι το DS περιέχει μόνο κόμβους από τον \mathcal{G} . Και το DS είναι και vertex cover του \mathcal{G} επειδή για κάθε ακμή (u, v) πρέπει ένας απο τους δύο κόμβους να ανήκει στο dominating set έτσι ώστε να καλύπτεται και ο νέος κόμβος που προσθέσαμε(ο κόμβος t).

Επομένως καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι ο \mathcal{G} έχει vertex cover μεγέθους κ αν και μόνο αν ο \mathcal{G}' έχει dominating set μεγέθους κ .

Αρα το πρόβλημα Dominating Set είναι NP-Complete!