Олимпиада школьников «Надежда энергетики». Отборочный этап. Заочная форма.

ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ ВАРИАНТ 11111 для 11 класса

1. Проектируя новую ЛЭП, инженер Бычков-Запарамский столкнулся с необходимостью вычислить значение величины

$$Q = \frac{2\cos\frac{5\pi}{18} - 4\sin\frac{7\pi}{9}}{\cos\frac{13\pi}{18}}.$$

Найдите значение Q и объясните, как это можно сделать без использования специальных вычислительных средств.

- 2. Жюри в полном составе может проверить все поступившие работы за 10 дней. Если бы состав жюри был на 2 человека больше и каждый работал бы на 2 часа в день дольше, то проверка заняла бы 6 дней, а если бы состав жюри был еще на 2 человека больше и каждый работал бы еще на 2 часа в день дольше, то проверка заняла бы 4 дня. Сколько работ поступило на проверку? Сколько человек может быть в изначальном составе жюри?
 - 3. Докажите, что число $(3^{2023}+1)^{2023}-2$ делится на $3^{2023}-2$.
- 4. На стене веломастерской остались следы ободов двух колес, стоявших вплотную к стене и друг к другу. Веломастер измерил расстояния от точки их соприкосновения до точек касания пола колесами и получил значения a и b. Можно ли по этим двум величинам восстановить радиусы колес? (Либо найдите эти радиусы, либо докажите невозможность.)
 - 5. Найдите все решения системы уравнений

$$\begin{cases} |x| + y = 1, \\ x^{2022} + y^{2022} = 1. \end{cases}$$