Олимпиада школьников «Надежда энергетики». Отборочный этап. Заочная форма.

## ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ ВАРИАНТ 12991 для 9 класса

1. Пусть функция  $P(x) = ax^2 + bx + c \ (a \neq 0)$  такова, что P(0) = P(2). Верно ли, что тогда P(-2020) = P(2022)?

Ответ: верно.

2. Винни Пух решил подарить Иа-Иа горшочек меду. Его запасы хранятся в семи одинаковых шкафах, в каждом из которых по пять полок, а на каждой полке стоит по одному горшочку, доверху заполненному медом. Сначала Винни в каждом шкафу приметил самый большой горшочек, но среди них выбрал наименьший. Им оказался горшочек с солнышком. Затем он в каждом ряду полок приметил самый маленький горшочек и среди таковых выбрал наибольший. Им оказался горшочек в горошек. Какой из них нужно подарить Иа, чтобы тот получил больше меду?

Ответ: больше меда в горшочке с солнышком.

3. Пусть десятичная запись некоторого числа  $a\ (0 < a < 1)$  в своей дробной части начинается с 2022-х девяток. Найдите первые 2000 цифр дробной части числа  $a^2$ .

**Ответ:** первые 2000 цифры дробной части числа  $a^2$  все являются девятками.

- 4. В прямоугольный треугольник, один из катетов которого в k раз длиннее другого, вписан квадрат.
  - А) Во сколько раз периметр треугольника больше периметра квадрата?
  - Б) При каком значении k указанное отношение периметров минимально?

**Ответ:** А) Периметр треугольника больше периметра квадрата в  $\frac{1}{4} \cdot \left(1 + \frac{1}{k}\right) \cdot (k + 1 + \sqrt{k^2 + 1})$  раз.

- (B) минимум при k=1.
- 5. Каждый день во время обеденного перерыва студент Горыныч съедает одно и то же количество пирожков с русским духом, затрачивая на это все время от начала перерыва до его окончания. Однажды профессор Баюн задержал студентов, сократив обеденный перерыв на 20 минут. Чтобы успеть пообедать, Горыныч сначала съел 4/5 своей стандартной порции, увеличив свою прожорливость (скорость поедания) на 20%, а затем оставшуюся часть, увеличив прожорливость в 1,5 раза по сравнению с ежедневной. Таким образом он успел закончить обед к концу перерыва. Сколько времени длится обеденный перерыв в учебном заведении Горыныча?

**Ответ**: перерыв длится 1 час и 20 минут (= 100 минут).