Олимпиада школьников «Надежда энергетики». Отборочный этап. Заочная форма.

ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ ВАРИАНТ 12991 для 9 класса

- 1. В спортивно-оздоровительном лагере каждый оздоравливающийся съедает на завтрак от трех до семи тарелок пшенки с тушенкой (каждый день одинаковое количество). Возможно ли, что 30% оздоравливающихся съедает 60% всех порций?
- 2. Современная алгебра изучает свойства различных операций над числами. Пусть операция F(x,y) над положительными числами каждой паре положительных чисел x,y ставит в соответствие ровно одно число, определяемое формулой

$$F(x,y) = \frac{xy+1}{x+y}.$$

Решите уравнение

$$F\left(\sqrt{x^2}, \ \frac{1}{\sqrt{|x|}}\right) = \sqrt{|x|}.$$

- 3. В окружность вписан четырехугольник ABCD, у которого стороны BC и CD равны. Диагональ AC равна 3 м, а площадь четырехугольника ABCD равна 4 м 2 . Найдите тангенс угла BAD.
- 4. В ряд выписано 2021 положительное число. Произведение всех чисел равно 2021, а произведение любых десяти подряд стоящих чисел равно 1. Чему равно 1011-ое по счету число?
- 5. С некоторых пор каждый, кто желает посетить деревню скрытого трубопровода, должен дать ответ на вопрос о том, существуют ли такие натуральные числа x, для которых величина $\sqrt{x+\sqrt{2}}$ может быть представлена в виде $a+b\sqrt{2}$ с некоторыми положительными рациональными a и b.
 - А) Найдите все такие натуральные x или обоснуйте их отсутствие.
- Б) Приведите пример хотя бы одного рационального числа x, обладающего указанным свойством.