# Задачи для 7-го класса

1. Для того, чтобы использовать энергию текущей воды, в старину на реке или ручье строили плотины и сооружали водяное колесо, которое приводило в действие мельницу или кузнечный молот. Такое водяное колесо получило название наливное (верхнебойное). Верхнебойные колеса использовались при небольшом расходе воды, но при значительном напоре (до 10 м). Пусть средняя площадь поперечного сечения реки равна 8 м², а колесо состоит из 20 ковшей. На колесо попадает только 10% общего расхода воды в реке. В одном ковше колеса помещается 100 л воды,



одновременно заполнены только 5 ковшей. Верхний ковш заполняется полностью и вода не переливается через него, второй ковш заполнен уже на 80% из-за постепенного вытекания воды из него, третий — на 60%, четвертый — на 40% и пятый - на 20%. Вода перетекает из ковша в ковш и окончательно выливается уже из пятого ковша. Колесо совершает полный оборот за 12,5 с. Определите скорость течения реки вдали от плотины. Ускорение свободного падения  $g = 10 \text{ м/c}^2$ .

#### Решение:

Одновременно в 5 ковшах находится  $V_0 = 300$  литров воды, что дает массу 300 кг.

За один оборот колеса последовательно наполняются все 20 ковшей суммарным объемом V = 2000 литров. Этот объем составляет 10% от общего расхода воды в реке: V = kutS. Здесь k = 0,1 — часть воды, текущая через колесо, u — скорость течения реки, t = 12,5 с — время одного оборота колеса, S — площадь поперечного сечения реки. Отсюда следует, что скорость

течения реки равна 
$$u = \frac{V}{ktS} = \frac{2000 \cdot 10^{-3}}{0.1 \cdot 12.5 \cdot 8} = 0, 2 = 20 \text{ см/c}$$

**Ответ**: скорость течения реки равна 20 см/с.

2. Улитка начинает спускаться вниз по прямому стволу дерева в 19 часов 30 минут. Первые 40 минут каждого часа она ползет вниз с постоянной скоростью 4 см/мин, потом отдыхает неподвижно 10 минут, а затем 10 минут ползет назад со скоростью 2 см/мин. Успеет ли она спуститься на землю до захода солнца, если длина ствола 3,6 метра? Заход солнца в 21 час 52 минуты.

## Решение:

За час улитка проползает 40 мин \* 4 см/мин — 10 мин \* 2 см/мин = 140 см. Таким образом, улитка на пути в 3,6 метра совершит 2 полных часовых цикла и проползет 2,8 м. Оставшиеся 80 см улитка преодолеет за 20 мин.

Итак.t= 2 часа 20 минут, т.е. успеет!.

Ответ: успеет

3. Отец отправил своих сыновей Ратибора и Добромысла пахать прямоугольное поле ABCD, где AB = 500 м, AD = 351,6 м. Во время вспашки конь Ратибора движется со скоростью в 1,5 раза большей, чем конь Добромысла, но плуг у Добромысла в 2 раза шире, чем у Ратибора. Ратибор начинает вспашку поля в точке A, а Добромысл – в точке C. Братья все время пашут параллельно стороне AB. Доходя до края поля, они мгновенно разворачиваются, передвигают свой плуг и продолжают перепахивать поле. Работа прекратится, когда плуг Ратибора заденет плуг Добромысла. Часть поля окажется невспаханной. Найдите невспаханную площадь, если у Добромысла ширина плуга 1 м, а при вспашке плуги не выходят за границы поля.

Обозначим t — время, за которое Ратибор пройдет поле трижды, а Добромысл, соответственно — дважды. После этого они будут находиться по одну сторону поля (а не с противоположных, как в начале). За это время они вспашут полосу шириной 3,5 метра. В вариантах 1,2 и 3 ширина поля 351,6 метров, то есть спустя время 100t крестьяне будут находиться на расстоянии 1,6 метров друг от друга на стороне BC. При этом Ратибор вспашет полосу толщиной 150 метров, а Добромысл — 200 метров.

После этого Ратибор начнет вспахивать вспашет полосу шириной 0,5 метра, а Добромысл – 1 метр. Между ними останется полоска шириной 10 сантиметров.

К тому моменту, когда Ратибор дойдет до конца поля (пройдет 500 м), Добромысл пройдет только часть своей борозды. Емельян развернется и пройдет навстречу х метров.. При встрече они зацепятся плугами и прекратят работу. Встреча, очевидно, произойдет, если

$$\frac{AB+x}{1,5V} = \frac{AB-x}{V}$$
$$x = \frac{AB}{5} = 0,2AB = 100M.$$

При этом не вспаханными останутся две полоски поля:

- перед Ратибором шириной 10 см и длиной 400м.
- перед Добромыслом шириной 60 см и длиной 100 м.

Невспаханная площадь:  $S = 100 M^2$ .

### Задачи для 8-го класса

4. В цилиндрическом сосуде с площадью дна  $S=0.01~\text{m}^2$  в состоянии теплового равновесия находятся M=1~кг воды и плавающий в ней лёд массой m=100~г. Воду со льдом начинают равномерно нагревать, и через время t=1~мин уровень воды в сосуде начинает заметно изменяться. На сколько опустится уровень воды через  $\tau=3~\text{мин}$  после начала нагревания? Удельная теплота плавления льда  $\lambda=3.3\cdot10^5~\text{Дж/кг}$ , удельная теплота парообразования воды  $r=2.3\cdot10^6~\text{Дж/кг}$ , удельная теплоемкость воды  $c=4200~\text{Дж·кг}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ , плотность воды  $\rho=1000~\text{кг/m}^3$ . Теплообменом с окружающей средой и теплоемкостью сосуда можно пренебречь.

<u>Решение</u>: В исходном состоянии вода и лед находятся в сосуде при температуре  $0^{\circ}$ С. Уровень воды в сосуде начал заметно изменяться, когда лед растаял и вся вода нагрелась до температуры кипения и закипела. Если обозначить мощность нагревателя как N, то

$$Nt = m\lambda + c(M + m)(t_{\kappa un} - 0)$$
 (1)

За время  $(\tau - t)$  испарилась масса воды  $\rho Sl$ , где l — толщина слоя выкипевшей воды:

$$N(\tau - t) = r\rho S l \tag{2}$$

Из этих уравнений получаем, что  $N=\frac{m\lambda+c\left(M+m\right)\left(t_{\kappa un}-0\right)}{t}$  и  $l=\frac{N\left(\tau-t\right)}{r\rho S}$ . Тогда

$$l = \frac{(\tau - t)}{t} \cdot \frac{m\lambda + c(M + m)(t_{\kappa un} - 0)}{r\rho S}.$$

Тогла

$$l = \frac{3-1}{1} \cdot \frac{0.1 \cdot 3.3 \cdot 10^5 + 4200 \cdot 1.1 \cdot 100}{2.3 \cdot 10^6 \cdot 1000 \cdot 0.01} = 2 \cdot \frac{\left(0.33 + 4.62\right) \cdot 10^5}{230 \cdot 10^5} = 0.043 \text{ m} = 4.3 \text{ cm}.$$

5. В первый день морозов вода в забытой на улице металлической бочке не превратилась в лед, а осталась переохлажденной жидкостью. После резкого удара по бочке 4% воды

кристаллизовалось. Определите температуру переохлажденной воды. Удельная теплоемкость воды  $c = 4200 \text{ Дж/(кг}^{\circ}\text{C})$ , удельная теплота плавления льда  $\lambda = 0.34 \text{ МДж/кг}$ .

### *Решение*:

 $cm_0\Delta T = \lambda m$ ,

$$\Delta T = \frac{\lambda m}{cm_0} = \frac{0.34 \cdot 10^6}{4200} \cdot 0.04 = 3.24$$

Ответ:  $m_0 = 700 \text{ кг}$ 

**Ответ**: Вода была переохлаждена на  $3.2^{\circ}$ С.

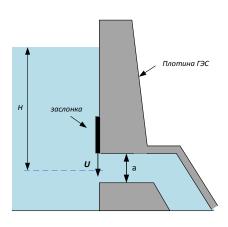
# Задачи для 9-го класса

6. Инженеры сконструировали дископлан для перевозки грузов. Он может передвигаться как в воздухе, так и под водой. При этом по воздуху он может перевозить груз максимальной массой M = 500 кг, а под водой -m = 3000 кг. Его скорость с максимальной загрузкой в воздухе в 20 раз больше, чем под водой. Определите массу устройства. Считайте, что его средняя плотность равна плотности воды, а плотность воздуха в 1000 раз меньше плотности воды. Подъемная сила дископлана прямо пропорциональна плотности окружающей среды и квадрату его скорости.

#### Решение:

Дископлан в воздухе: 
$$(M+m_0)g = \alpha v_{sos}^2 \rho_{sos}$$
 Дископлан в воде:  $(m+m_0)g = \alpha v_{soo}^2 \rho_{soo} + \rho_{soo} g V_{ducka}$   $(m+\rho V_{ducka})g = \alpha v_{soo}^2 \rho_{soo} + \rho_{soo} g V_{ducka}$   $mg = \alpha v_{soo}^2 \rho_{soo}$   $\int (M+m_0)g = \alpha v_{soo}^2 \rho_{soo}$   $\int (mg+m_0)g = \alpha v_{soo}^2 \rho_{soo}$ 

7. В плотинах гидроэлектростанций отверстия для подвода воды к гидротурбине имеют специальные заслонки, которые опускаются во время технических работ или аварийных ситуаций. Оцените объем воды, который пройдет через водозаборное отверстие квадратного сечения со стороной  $a=5\,$  м после начала опускания заслонки. Заслонка опускается равномерно со скоростью  $U=10\,$  см/с. Водозаборное отверстие находится на глубине  $H=60\,$  м. Изменением гидростатического давления в пределах отверстия пренебречь. Воду считать идеальной жидкостью.



Решение:

Скорость водяного потока на входе в водозаборное отверстие можно оценить, исходя из закона сохранения энергии

$$mgH = \frac{mV^2}{2},$$

откуда

$$V = \sqrt{2gH}$$
.

При этом мы пренебрегаем изменением скорости в пределах отверстия.

Поток воды, проходящий через отверстие при полностью открытой заслонке, записывается как

$$Q_0 = SV = a^2V$$
.

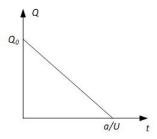
Опускание заслонки приводит к уменьшению водяного потока со временем. Такая зависимость может быть выражена как

$$Q = a(a - Ut)V.$$

Время полного перекрытия водозаборного отверстия равно

$$t = \frac{a}{U}.$$

График зависимости величины водяного потока от времени имеет вид, показанный на рисунке.



Площадь под графиком имеет смысл полного объема воды, прошедшей через отверстие с начала опускания заслонки

$$V = \frac{1}{2}Q_0t = \frac{1}{2}a^2V\frac{a}{U} = \frac{a^3\sqrt{2gH}}{2U} = \frac{125\cdot\sqrt{2\cdot10\cdot60}}{0.2}\approx21651~\text{m}^3.$$

Ответ:  $V \approx 21651 \text{ м}^3$ .

# Задачи для 10-го класса

8. Два шара с массами  $m_1 = 1$  кг и  $m_2 = 4$  кг двигаются равномерно и прямолинейно по гладкой горизонтальной координатной плоскости (*XOY*). В точке (2; -1) между ними происходит абсолютно неупругий удар. За секунду до удара первый шар находился в точке (-5; 3), а второй шар находился в точке (3; -3). Определите скорость шаров после столкновения, если их координаты заданы в метрах. Запишите ответ в единицах СИ. *Решение*:

Обозначим точку удара как C, точку расположения 1 тела A, точку расположения 2 тела B. За секунду каждое тело совершило перемещение, проекции которого на оси координат можно опрелелить так:

$$\Delta r_{1x} = x_C - x_A = (2) - (-5) = 7$$
;  $\Delta r_{1y} = y_C - y_A = (-1) - (3) = -4$   
 $\Delta r_{2x} = x_C - x_B = (2) - (3) = -1$ ;  $\Delta r_{2y} = y_C - y_B = (-1) - (-3) = 2$ .

Эти перемещения тела совершили за 1 с, поэтому проекции скоростей тел равны соответственно

$$v_{1x} = 7 \text{ m/c}$$
;  $v_{1y} = -4 \text{ m/c}$ ;  $v_{2x} = -1 \text{ m/c}$ ;  $v_{2y} = 2 \text{ m/c}$ 

Из закона сохранения импульса получим:

$$u_x = \frac{m_1 v_{1x} + m_2 v_{2x}}{m_1 + m_2} = \frac{1 \cdot 7 + 4 \cdot (-1)}{1 + 4} = 0,6 \text{ m/c}; \quad u_y = \frac{m_1 v_{1y} + m_2 v_{2y}}{m_1 + m_2} = \frac{1 \cdot (-4) + 4 \cdot 2}{1 + 4} = 0,8 \text{ m/c}$$

Тогда 
$$u = \sqrt{u_x^2 + u_y^2} = \sqrt{0.36 + 0.64} = 1 \text{ м/c}$$

**Ответ:** 1 м/с

9. Маленький тяжёлый шарик, подвешенный на лёгкой нерастяжимой нити, совершает колебания в вертикальной плоскости. В момент наибольшего отклонения шарика от положения равновесия его ускорение составляет a=3g/5, а максимальная высота, на которую поднимается шарик (если её отсчитывать от положения равновесия), составляет h=20 см. Определите длину нити.

В точке максимального отклонения ускорение только тангенциальное, поэтому

$$a = g sin\alpha; \quad cos\alpha = \sqrt{1 - \left(\frac{a}{g}\right)^2} \\ h = l \cdot (1 - cos\alpha) \\ l = \frac{h}{1 - \sqrt{1 - \left(\frac{a}{g}\right)^2}} = \frac{20}{1 - \sqrt{1 - \frac{9}{25}}} = 20 \cdot 2 = 100 \text{ cm} = 1 \text{ m}$$

10. Вольтметр подключён к батарее с некоторым внутренним сопротивлением. Если в цепь последовательно вольтметру подключить резистор, то показание вольтметра  $U_{\rm v}$  уменьшится в 4 раза. Во сколько раз изменится показание вольтметра, если величину сопротивления резистора уменьшить в три раза?

### Решение

$$B$$
 исходной цепи: 
$$U_V = \frac{ER_V}{r + R_V} \quad (1)$$

После подключения резистора:  $\frac{1}{4}U_V = \frac{ER_V}{r+R+R_V}$  (2)

$$B$$
 окончательном виде: 
$$XU_V = \frac{ER_V}{r + \frac{R}{3} + R_V} = \frac{3ER_V}{3(r + R_V) + R}$$
 (3)

Eсли поделить (2) на (1), то получим  $\dfrac{1}{4}=\dfrac{r+R_{_{\! V}}}{r+R_{_{\! V}}+R}$ , откуда  $r+R_{_{\! V}}=\dfrac{R}{3}$  .

Тогда, поделив (3) на (1), получаем: 
$$X = \frac{r + R_V}{r + R_V + \frac{R}{3}} = \frac{\frac{R}{3}}{\frac{R}{3} + \frac{R}{3}} = \frac{1}{2}$$
.

**Ответ:** показания вольтметра по сравнению с первоначальными уменьшатся в 2 раза.

# Задачи для 11-го класса

11. Баскетболист выполняет трёхочковый бросок с расстояния (по горизонтали) от кольца 7 метров. Минимальная начальная скорость мяча для успешного проведения броска составляет 9 м/с. Найдите разность высот кольца и точки отрыва мяча от пальцев баскетболиста. Сопротивлением воздуха, размерами мяча и кольца пренебрегите. Примите  $g=10 \text{ м/c}^2$ .

Решение

$$\begin{cases} v_0 sin\alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2} = h \\ v_0 cos\alpha \cdot t = S \end{cases}$$

$$S \cdot tg\alpha - \frac{g}{2} \cdot \frac{S^2}{v_0^2 \cdot cos^2\alpha} = h$$

$$S \cdot tg\alpha - \frac{gS^2}{2v_0^2} (1 + tg^2\alpha) = h$$

$$\frac{gS^2}{2v_0^2} tg^2\alpha - S \cdot tg\alpha + \frac{gS^2}{2v_0^2} + h = 0$$

$$\frac{gS^2}{2v_0^2}tg^2\alpha - S \cdot tg\alpha + \frac{gS^2}{2v_0^2} + h = S^2 - 4 \cdot \frac{gS^2}{2v_0^2} \cdot \left(\frac{gS^2}{2v_0^2} + h\right) = 0$$

$$(v_0^2)^2 - 4ghv_0^2 - g^2S^2 = 0$$

$$h = \frac{v_0^2}{2g} - \frac{gS^2}{2v_0^2} = 4 - 3 = 1 \text{ M}$$

12. Две маленькие одинаковые одноименно заряженные бусинки (q = 2 мкКл, m = 9 г) связаны непроводящей нерастяжимой нитью и помещены внутрь непроводящей неподвижной незакрепленной сферы (масса сферы равна суммарной массе бусинок). Бусинки и центр сферы образуют правильный треугольник. После мгновенного обрыва нити, соединяющей бусинки сфера скорость бусинки достигла максимального значения 0,5 м/с. Определите длину нити. Силами тяготения, трения и сопротивления пренебречь.

<u>Решение</u>. В начальный момент бусины и сфера неподвижны. В исходном положении бусинки находятся на расстоянии, равном радиусу сферы. Скорость сферы максимальна, когда скорость бусин максимальна и бусины находятся на расстоянии, равно диаметру сферы. В этот момент скорость каждой бусинки равна v, скорость сферы равна u, причем  $\vec{u} \uparrow \downarrow \vec{v}$ . В системе действуют только внутренние силы.

ЗСИ: Mu = 2mv; 2mu = 2mv; u = v (1) <u>Необходимо обоснование применения ЗСИ!!!</u>

3СЭ: 
$$\frac{kq^2}{R} = \frac{Mu^2}{2} + \frac{mv^2}{2} \cdot 2 + \frac{kq^2}{2R}$$
 (2)   
Из 1 и 2 получаем 
$$\frac{kq^2}{2R} = 2mu^2, \text{ откуда } R = l = \frac{kq^2}{4mu^2} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 4 \cdot 10^{-12}}{4 \cdot 9 \cdot 10^{-3} \cdot 0.25 \cdot 10^{-6}} = 4_{\rm M}.$$

13. Корабль совершил морской переход из точки с координатами 48°20′ северной широты и 4°30′ западной долготы в точку с координатами 4°30′ северной широты и 51°30′ западной долготы по кратчайшему пути. Время перехода составило 219 часов. Определите среднюю скорость корабля. В ответе приведите выражение для средней скорости и численное значение в единицах СИ, округлив его до целого. Длину метра принять в соответствии с решением Французской академии наук 1791 года. Землю удобно считать шаром, в соответствии с еще более древней традицией.

<u>Решение:</u> Обозначим  $\theta$  - широта,  $\phi$  - долгота. Выразим радиусы-векторы начальной и конечной точек маршрута, записав их координаты в декартовой системе (начало координат – в центре Земли):

$$\vec{r}_1 = (R\cos\theta_1\cos\phi_1; R\cos\theta_1\sin\phi_1; R\sin\theta_1), \quad \vec{r}_2 = (R\cos\theta_2\cos\phi_2; R\cos\theta_2\sin\phi_2; R\sin\theta_2)$$

Для заданных точек имеем:  $\theta_1 = 48^{\circ}20' = 48,33^{\circ}; \quad \phi_1 = 4^{\circ}30' = 4,5^{\circ}$ 

$$\theta_2 = 4^{\circ}30' = 4.5^{\circ}; \quad \varphi_2 = 51^{\circ}30' = 51.5^{\circ}$$

Угол между радиусами-векторами:

$$cos\alpha = \frac{\vec{r_1} \cdot \vec{r_2}}{\left|\vec{r_1}\right| \cdot \left|\vec{r_2}\right|} = \frac{R^2 \left(cos\theta_1 \cdot cos\theta_2 \left(cos\phi_1 \cdot cos\phi_2 + sin\phi_1 \cdot sin\phi_2\right) + sin\theta_1 \cdot sin\theta_2\right)}{R^2} = \frac{R^2 \left(cos\theta_1 \cdot cos\theta_2 \left(cos\phi_1 \cdot cos\phi_2 + sin\phi_1 \cdot sin\phi_2\right) + sin\theta_1 \cdot sin\theta_2\right)}{R^2} = \frac{R^2 \left(cos\theta_1 \cdot cos\theta_2 \left(cos\phi_1 \cdot cos\phi_2 + sin\phi_1 \cdot sin\phi_2\right) + sin\theta_1 \cdot sin\theta_2\right)}{R^2} = \frac{R^2 \left(cos\theta_1 \cdot cos\theta_2 \left(cos\phi_1 \cdot cos\phi_2 + sin\phi_1 \cdot sin\phi_2\right) + sin\theta_1 \cdot sin\theta_2\right)}{R^2} = \frac{R^2 \left(cos\theta_1 \cdot cos\theta_2 \left(cos\phi_1 \cdot cos\phi_2 + sin\phi_1 \cdot sin\phi_2\right) + sin\theta_1 \cdot sin\theta_2\right)}{R^2} = \frac{R^2 \left(cos\theta_1 \cdot cos\theta_2 \left(cos\phi_1 \cdot cos\phi_2 + sin\phi_1 \cdot sin\phi_2\right) + sin\theta_1 \cdot sin\theta_2\right)}{R^2} = \frac{R^2 \left(cos\theta_1 \cdot cos\theta_2 \left(cos\phi_1 \cdot cos\phi_2 + sin\phi_1 \cdot sin\phi_2\right) + sin\theta_1 \cdot sin\theta_2\right)}{R^2} = \frac{R^2 \left(cos\theta_1 \cdot cos\theta_2 \left(cos\phi_1 \cdot cos\phi_2 + sin\phi_1 \cdot sin\phi_2\right) + sin\theta_1 \cdot sin\theta_2\right)}{R^2} = \frac{R^2 \left(cos\theta_1 \cdot cos\theta_2 \left(cos\phi_1 \cdot cos\phi_2 + sin\phi_1 \cdot sin\phi_2\right) + sin\theta_1 \cdot sin\phi_2\right)}{R^2} = \frac{R^2 \left(cos\theta_1 \cdot cos\phi_2 \left(cos\phi_1 \cdot cos\phi_2 + sin\phi_1\right) + sin\theta_1 \cdot sin\phi_2\right)}{R^2} = \frac{R^2 \left(cos\theta_1 \cdot cos\phi_2 \left(cos\phi_1 \cdot cos\phi_2 + sin\phi_1\right) + sin\phi_1 \cdot sin\phi_2\right)}{R^2} = \frac{R^2 \left(cos\theta_1 \cdot cos\phi_1 \cdot cos\phi_2 + sin\phi_1\right)}{R^2} = \frac{R^2 \left(cos\theta_1 \cdot cos\phi_1 \cdot cos\phi_2 + sin\phi_1\right)}{R^2} = \frac{R^2 \left(cos\theta_1 \cdot cos\phi_1 \cdot cos\phi_2 + sin\phi_1\right)}{R^2} = \frac{R^2 \left(cos\theta_1 \cdot cos\phi_1 \cdot cos\phi_1 \cdot cos\phi_2\right)}{R^2} = \frac{R^2 \left(cos\phi_1 \cdot cos\phi_1 \cdot cos\phi_1\right)}{R^2} = \frac{R^2 \left(cos\phi_1 \cdot cos\phi_1 \cdot cos\phi_1\right)}{R^2} = \frac{R^2 \left(cos\phi_1 \cdot cos\phi_1 \cdot cos\phi_1\right)}{R^2} = \frac{R^2 \left(cos\phi_1 \cdot cos\phi_1\right)}{R^2} = \frac{$$

$$=\cos\theta_1\cdot\cos\theta_2\cdot\cos(\varphi_1-\varphi_2)+\sin\theta_1\cdot\sin\theta_2$$
.

Поскольку корабль идет по дуге большого круга (окружность, проходящая через две точки, центр которой находится в центре Земли), то  $L = R \cdot \alpha$ .

Решение Французской академии состояло в том, что 1 метр = 1/40000000 часть Парижского меридиана, т.е.  $2\pi R = 40 \cdot 10^6$  м , поэтому

$$L = \frac{2 \cdot 10^7}{\pi} \cdot \alpha = \frac{2 \cdot 10^7}{\pi} \arccos \left[ \cos \theta_1 \cdot \cos \theta_2 \cdot \cos \left( \phi_1 - \phi_2 \right) + \sin \theta_1 \cdot \sin \theta_2 \right].$$
 Тогда средняя скорость 
$$\left\langle v \right\rangle = \frac{2 \cdot 10^7}{\tau \cdot \pi} \cdot \arccos \left[ \cos \theta_1 \cdot \cos \theta_2 \cdot \cos \left( \phi_1 - \phi_2 \right) + \sin \theta_1 \cdot \sin \theta_2 \right]$$

Окончательно подставим численные значения:

$$\langle v \rangle = \frac{2 \cdot 10^4}{219 \cdot \pi} \cdot \arccos \left[ \cos 48,33^\circ \cdot \cos 4,5^\circ \cdot \cos 47^\circ + \sin 48,33^\circ \cdot \sin 4,5^\circ \right] =$$

$$= \frac{20000}{688} \cdot \arccos \left[ 0,6648 \cdot 0,9969 \cdot 0,682 + 0,767 \cdot 0,0785 \right] = 29,0698 \cdot \arccos 0,5122 =$$

$$= 29,0698 \cdot 1,033 = 30,029 \approx 30 \text{ km/y}$$

**Ответ:** 30 км/ч

14. Учащиеся школы №1502 "Энергия" во время своей летней учебной практики в НИУ «МЭИ» изготовили модель плоского конденсатора. Она представляла собой два больших гладких алюминиевых диска, расположенных горизонтально на расстоянии d=1 см друг от друга. Школьники обнаружили, что заряженный конденсатор быстро разряжается, предположительно из-за наличия ионов в воздухе. После того, как модель конденсатора поместили в герметичный сосуд, откачали воздух и зарядили до разности потенциалов между пластинами U=1000 В, сила тока разрядки заметно уменьшилась и стала равна I=0,275 нА. Ученики выдвинули предположение, что в зазоре конденсатора осталась пылинка, которая и приводила к разрядке конденсатора. Определите плотность материала пылинки, считая её очень маленьким металлическим шариком. Столкновение пылинки с обкладкой конденсатора считать абсолютно неупругим ударом. Действием силы тяжести пренебречь.

Решение.

При соударении с обкладкой конденсатора пылинка приобретает заряд  $q=C \phi$ , где  $C=4\pi \epsilon_0 r$  (градиус пылинки), а  $\phi$  - потенциал обкладки (  $\phi=\frac{U}{2}$  ).

Движение пылинки между обкладками можно считать равноускоренным:

$$d = \frac{at^2}{2} = \frac{qEt^2}{2m} \,.$$

Учитывая, что U = Ed, получим

$$t = d \cdot \sqrt{\frac{2m}{qU}} \ .$$

Поскольку по условию задачи ток утечки мал, то изменением разности потенциалов между обкладками конденсатора можно пренебречь.

Ток утечки определим как

$$I = \frac{q}{t} = \frac{q}{d} \sqrt{\frac{qU}{2m}} \ .$$

Поскольку  $m = \rho \frac{4}{3} \pi r^3$ , то

$$ho = rac{3{\epsilon_0}^3 \pi^2}{d^2 I^2} U^4 \cong 2700 \, {
m kg/m}^3.$$

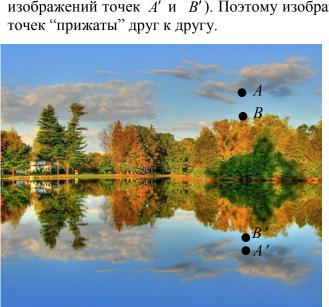
15. Каждый год студенты НИУ «МЭИ», участники туристическо-поискового клуба "Горизонт", отправляются в походы по разным местам нашей страны. Свои фоторепортажи они показывают выставках в фойе главного **учебного** корпуса. На этом снимке изображен лес, сфотографированный с берега озера. Как определить, где расположено отражение леса в воде: на верхней или на нижней части фотоснимка? Объясните свой ответ при помощи графических построений световых лучей. Яркость, четкость и

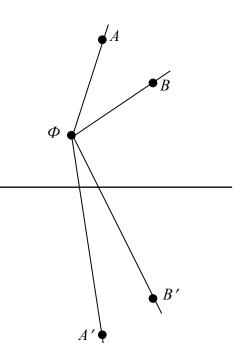


контрастность верхней и нижней половины фотографии одинаковы.

#### Решение.

Поверхность озера представляет собой плоское зеркало. Рассмотрим сначала расположение двух точечных объектов A и B, расположенных на разной высоте от поверхности зеркала, и их отражений, A' и B', которые видны в фотоаппарат  $\Phi$ . Лишний раз отметим, что точки A и A', B и B' симметричны относительно зеркала. Поскольку фотоаппарат расположен выше поверхности воды, то в прямых лучах (идущих в фотоаппарат от точек A и B) эти объекты находятся на бо́льшем угловом расстоянии, чем в отраженных (идущих в фотоаппарат от изображений точек A' и B'). Поэтому изображения точек "прижаты" друг к другу.





Выберем в качестве точки B верхушки пожелтевших берез, а в качестве точки A – край облака над ними. На левой фотографии точки A и B располагаются дальше друг от друга, чем точки A' и B'. Поэтому сверху – предмет, а внизу — его изображение (отражение). Если посмотреть на фотографию в условии задачи и найти на ней эти точки, то увидим, что облако на верхней части снимка расположено ближе к

верхушкам деревьев, чем на нижней части снимка. Поэтому на фотографии в условии задачи *отражение леса расположено в верхней части*.