Олимпиада школьников «Надежда энергетики». Отборочный этап. Заочная форма.

ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ ВАРИАНТ 11993 для 9 класса

- 1. Обозначим через x_1, x_2, x_3 корни многочлена $P(x) = x^3 + 3x^2 + 3x + 6$. Найдите значение выражения $(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2) / \left(\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3}\right)$.
- 2. Трудясь непрерывно, Пончик и Сиропчик в течение суток съели месячный запас вкусняшек, при этом их прожорливость ночью составляла 70% от их прожорливости днем. Выясните, во сколько раз должна измениться длительность дня, чтобы съесть тот же запас за то же время, если их дневная прожорливость понизится на 10% (при неизменной ночной)?
- 3. Целой частью [x] числа x называется наибольшее целое m такое, что $m \le x$. Например, [-4/3] = -2, $[\pi] = 3$, [2] = 2. Решите в целых числах уравнение

$$2\left[\frac{x}{2}\right] + \left[\frac{x-1}{2}\right] = x - 1.$$

4. Нарисуйте (и обоснуйте) множество всех точек на декартовой плоскости XOY, координаты которых удовлетворяют неравенствам

$$\begin{cases} |x+y+1| \le 5 - |x-y+1|, \\ |x+y+1| \le 4, \\ |x-y+1| \le 4. \end{cases}$$

5. Коротая время перед рассветом, суперагенты Алов и Вертов играют в такую игру: Алов выбирает произвольное целое число a_1 , Вертов увеличивает или уменьшает его на 2, получая число b_1 . Затем каждый по очереди вычисляет свое следующее число по формулам:

$$\begin{cases}
 a_{n+1} = n(n-1) - 5a_n - 7b_n, \\
 b_{n+1} = 2 + n^2 - n - 5b_n - 7a_n, & n = 1, 2, \dots
\end{cases}$$

Могут ли агенты на каком-то шаге n>1 получить равные числа?