Олимпиада школьников «Надежда энергетики». Отборочный этап. Заочная форма.

ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ ВАРИАНТ 11101 для 10 класса

- 1. Гражданин К решил с первого числа нового месяца каждый день упражняться в надувании щек. При этом каждый следующий день он изменял количество надуваний одинаковым образом (на одну и ту же величину). На десятый день занятий оказалось, что суммарное количество надуваний за первые пять нечетных чисел месяца в 1,2 раза превышает суммарное количество надуваний за первые пять четных чисел месяца. Сколько раз надувал щеки гражданин К одиннадцатого числа того же месяца?
- 2. Жюри состоит из трех человек (включая председателя), которые за один час совместной деятельности проверяют 20 работ. В 7:00 утра к проверке приступил один председатель. Когда он проверил 20 работ было уже более 10 часов утра. В этот момент его сменили два других члена жюри, которые проверили еще 60 работ и закончили свою деятельность ровно в 15:00. Сколько времени длилась бы проверка, если бы председатель не участвовал в проверке этих 80-ти работ?
 - 3. Докажите, что число $(2^{2022}+1)^{2022}-1$ делится на $2^{2022}-1$.
- 4. На стене веломастерской остались следы ободов двух колес, стоявших вплотную к стене и друг к другу. Веломастер измерил расстояния от точки их соприкосновения до точек касания пола колесами и получил значения a и b. Можно ли по этим двум величинам восстановить радиусы колес? (Либо найдите эти радиусы, либо докажите невозможность.)
 - 5. Найдите все решения системы уравнений

$$\begin{cases} x+y = 1, \\ x^{2022} + y^{2022} = 1. \end{cases}$$