

۱- الگوریتم HOOI برای تجزیه Tucker یک تانسور مرتبه ۳ را پیاده‌سازی کنید. ورودی‌ها تانسور  $\underline{T}$  و  $rank - (R_1, R_2, R_3)$  بوده و خروجی آن بایستی مقادیر به دست آمده ماتریس‌های عامل  $(U_1, U_2, U_3)$  و تانسور هسته  $\underline{G}$  باشد. برای مقداردهی اولیه ماتریس‌های عامل از الگوریتم HOSVD استفاده کنید.

۲- مجموعه داده ORL شامل تصویر صورت ۵ نفر هر یک از ۱۰ زاویه مختلف ضمیمه شده است. داده‌ها به فرمت pgm هستند و با دستور imread و imshow در متلب قابل خواندن و نمایش هستند. ابعاد هر تصویر  $112 \times 92$  بوده و مقادیر پیکسل‌ها در محدوده ۰ تا ۲۵۵ است.

با استفاده از تصویر ۵ نفر هر یک در ۱۰ جهت مختلف یک تانسور به ابعاد  $112 \times 92 \times 50$  بسازید و مشابه آنچه در صفحه ۱۱ مجموعه اسلایدهای آخر (Tensor Factorizations) نشان داده شد، با استفاده از تجزیه Tucker تصاویر پنج نفر را خوشه‌بندی کنید. از تابع شبیه‌سازی شده و توابع ارائه شده در توابع‌های تانسوری استفاده کنید. نتایج الگوریتم‌های Tucker و Non-negative Tucker را با هم مقایسه کنید. (مشابه پژوهش انجام شده در کتاب مرجع تانسور "Nonnegative Matrix And Tensor Factorizations" صفحه ۳۹۱، مثال ۷.۱۳)

۳- مجموعه داده yale شامل تصویر صورت ۱۰ نفر هر یک با ۹ جهت تابش نور مختلف ضمیمه شده است. داده‌ها به فرمت pgm هستند و با دستور imread و imshow در متلب قابل خواندن و نمایش هستند. ابعاد هر تصویر  $192 \times 168$  بوده و مقادیر پیکسل‌ها در محدوده ۰ تا ۲۵۵ است.

الف) یک تانسور به ابعاد  $10 \times 9 \times 32256$  (people  $\times$  illumination  $\times$  pixels) بسازید. مشابه آنچه در صفحه ۲۳-۲۵ مجموعه اسلاید کاربرد Tucker توضیح داده شد، با استفاده از تجزیه Tucker کاهش یافته بعد فضای illumination را به ۱، ۳ و ۵ کاهش دهید (رتبه تجزیه Tucker در دو مد دیگر را حداکثر مقدار قرار دهید یعنی  $R_{people} = 10$  و  $R_{pixels} = 90$ ). با استفاده از بردارهای عامل به دست آمده از تجزیه Truncated Tucker تصاویر را بازسازی کنید و با تصاویر اولیه مقایسه کنید.

ب) ۹۰ تصویر صورت را در ستون‌های ماتریسی به ابعاد  $32256 \times 90$  قرار دهید و با اعمال تجزیه truncated svd با رتبه ۱۰، ۳۰ و ۵۰ تصاویر را بازسازی کنید و با تصاویر اولیه مقایسه کنید.

ج) نتایج قسمت (الف) و (ب) را مقایسه کنید.

نکته: در صورت داشتن مشکل حافظه، ابتدا تصاویر را down-sample کنید و سپس مراحل (الف) تا (ج) را انجام دهید.