

به نام خدا

تاریخ تحویل: سه‌شنبه ۱۸ اردیبهشت ۱۴۰۳

تجزیه‌های ماتریسی و تانسوری: تمرین کامپیوتری سری دوم

۱- یک تصویر grayscale به ابعاد 256×256 (مانند تصویر cameraman.tif در MATLAB) انتخاب کرده و تجزیه SVD را بر ماتریس تصویر اعمال کنید. مراحل زیر را یک بار با نرمالیزاسیون داده‌ها و یک بار با استفاده از داده‌ها به صورت خام انجام دهید.

الف) با در نظر گرفتن رتبه (rank)های مختلف برای تجزیه truncated SVD، تصویر بازسازی شده را رسم نمایید و مقدار خطا را در هر حالت محاسبه کنید.

ب) نمودار خطا بر حسب رتبه را رسم کنید.

ج) نمودار خطا بر حسب مقدار فشرده‌شدن تصویر $\left(\frac{(256 \times 2 + 1)k}{256 \times 256}\right)$ را رسم کنید.

۲- سیگنال مغزی (EEG) صرعی شبیه‌سازی شده در دو حالت نویزی و بدون نویز داده شده است (Xnoise و Xorg). در فایل EEGdata.mat، تعداد کانال‌ها ۳۲ بوده و تعداد نمونه‌های زمانی ۵۰۰۰ نمونه است. تجزیه SVD را بر سیگنال نویزی اعمال کرده و با حذف منابع نویزی سیگنال بدون نویز را بازسازی کنید. با مقایسه سیگنال بازسازی شده با سیگنال بدون نویز اولیه خطا را محاسبه کنید. تعداد منابع غیرنویزی (که در بازسازی استفاده می‌شوند) و نحوه انتخاب آنها را به گونه‌ای تنظیم کنید که کمترین خطا به دست آید.

(نکته: خطا را به صورت نرم فروبینیوس تفاضل ماتریس شامل سیگنال بدون نویز اولیه و ماتریس شامل سیگنال بازسازی شده محاسبه کنید.)

۳- الف) مشاهدات سه‌بعدی در فایل PCAdat.mat داده شده‌اند. با استفاده از دستور scatter3 داده‌های سه‌بعدی را رسم کنید. کشیدگی داده‌ها را در جهت‌های مختلف بررسی کنید.

ب) تجزیه SVD را بر روی داده‌ها اعمال کرده و ماتریس‌های تکین چپ و راست و مقادیر تکین را بررسی کرده و مفاهیم مرتبط با تجزیه PCA (کشیدگی و واریانس داده‌ها، جهت‌های جدید و داده‌های سفیدسازی شده) را از آنها استخراج کنید.

ج) قسمت (ب) را با استفاده از دستور PCA متلب تکرار کنید.

۴- مجموعه داده house_dataset.mat به شما داده شده است که شامل ۱۳ ویژگی مربوط به ۵۰۶ خانه (به صورت زیر) و قیمت هر خانه است. سعی کنید با استفاده از تجزیه SVD اطلاعات آماری مفیدی از این داده‌ها به دست آورید.

1. Per capita crime rate per town
2. Proportion of residential land zoned for lots over 25,000 sq. ft.
3. proportion of non-retail business acres per town
4. 1 if tract bounds Charles river, 0 otherwise
5. Nitric oxides concentration (parts per 10 million)
6. Average number of rooms per dwelling
7. Proportion of owner-occupied units built prior to 1940
8. Weighted distances to five Boston employment centres
9. Index of accessibility to radial highways
10. Full-value property-tax rate per \$10,000
11. Pupil-teacher ratio by town
12. $1000(B_k - 0.63)^2$, where B_k is the proportion of blacks by town
13. Percent lower status of the population