

۱- مدل تجزیه غیرمنفی ماتریس‌ها را به صورت زیر در نظر بگیرید:

$$A = BC + E, A \in \mathbb{R}_+^{n \times m}, B \in \mathbb{R}_+^{n \times j}, C \in \mathbb{R}_+^{j \times m}, E \in \mathbb{R}_+^{n \times m}$$

که در این تجزیه هدف تعیین ماتریس‌های غیرمنفی B و C با داشتن ماتریس A و تعداد مولفه‌ها j است به گونه‌ای که خطای $\|E\|_F$ مینیموم شود. اکثر الگوریتم‌هایی که برای این تجزیه ارائه شده‌اند به مقدار اولیه برای ماتریس‌های B و C نیاز دارند که آنها را با B_0 و C_0 نشان می‌دهیم.

الف) الگوریتم ALS برای تجزیه غیرمنفی ماتریس ورودی A را شبیه‌سازی کنید. (ورودی‌ها: A, j, B_0, C_0 ، خروجی‌ها: (B, C))

ب) الگوریتم Multiplicative برای تجزیه غیرمنفی ماتریس ورودی A را شبیه‌سازی کنید. (ورودی‌ها: A, j, B_0, C_0 ، خروجی‌ها: (B, C))

ج) برای بررسی درستی الگوریتم‌های شبیه‌سازی شده، مراحل زیر را اجرا کنید. به طور مشابه کدهای NMF متلب را نیز اجرا کرده و نتایج را با یکدیگر مقایسه کنید:

$$[B, C] = \text{nnmf}(A, j, 'algorithm', 'als', 'w0', B_0, 'h0', C_0);$$

$$[B, C] = \text{nnmf}(A, j, 'algorithm', 'mult', 'w0', B_0, 'h0', C_0);$$

ج-۱) ماتریس‌های $A \in \mathbb{R}_+^{6 \times 3}$, $B \in \mathbb{R}_+^{3 \times 4}$, $C \in \mathbb{R}_+^{6 \times 4}$ را به صورت تصادفی از توزیع یکنواخت تولید کنید.

ج-۲) با توجه به تعریف SNR به صورت زیر:

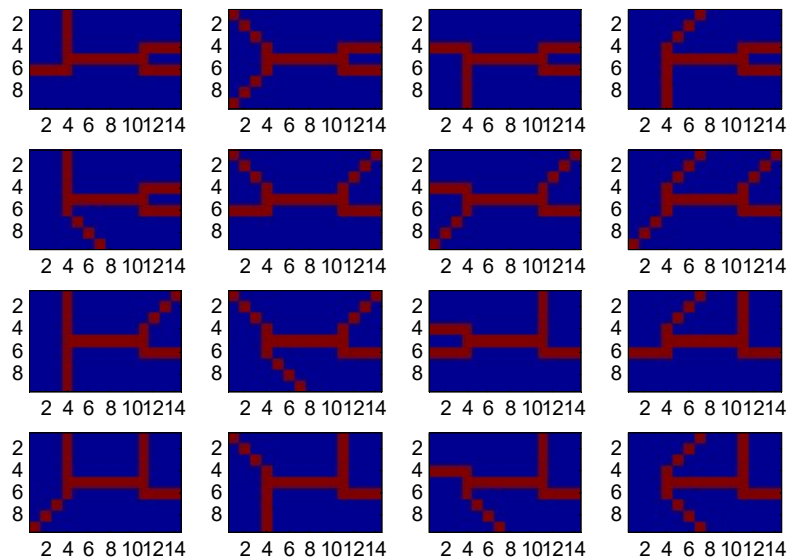
$$SNR = 20 \log_{10} \left(\frac{\|BC\|_F}{\alpha \|E\|_F} \right)$$

به ازای SNRهای مختلف (-10, 0, 10, 30, 50 dB)، ضریب α را تعیین کنید و ماتریس $A = BC + \alpha E$ را تولید کنید.

ج-۳) تجزیه NMF را با چهار الگوریتم بالا انجام داده و نرم خطا را به دست آورید. مقدار اولیه ماتریس‌های B و C را به صورت تصادفی از توزیع یکنواخت قرار دهید. توجه کنید برای همه الگوریتم‌ها مقدار اولیه یکسانی استفاده شود.

ج-۴) مراحل بالا را به ازای تعداد مولفه‌های $j = 2, 3, 4$ اجرا کنید. برای هر SNR، ۱۰ ماتریس تصادفی ایجاد کرده و میانگین خطا را به دست آورید. نمودار خطا بر حسب SNR را به ازای هر یک از حالت‌های $j = 2, 3, 4$ رسم کنید.

۲- ۲۵۶ ماتریس با اندازه 9×14 داده شده‌اند که هر یک معادل با تصویر باینری جهت قرارگیری دست‌ها و پاها یک شناگر در حین شنا هستند (swimmer.mat). با استفاده از تجزیه NMF تمام حالت‌های قرارگیری دست‌ها و پاها را به دست آورید. اثر تغییر تعداد مولفه‌ها و نوع الگوریتم را بررسی کنید.



نمایش چند نمونه از ماتریس‌ها