

## Εκφώνηση:

Παρασκευάζονται περισσότερα κόκκινα smarties (χρωματιστά σοκολατένια κουφετάκια) από ότι μπλε; Αγοράζετε μια συσκευασία από το περίπτερο όπου βρίσκετε 22 καφέ, 19 κόκκινα, 16 κίτρινα, 15 μπλε και 8 πράσινα κουφέτα.

- Απαντήστε στο παραπάνω ερώτημα εφαρμόζοντας ένα έλεγχο σημαντικότητας.
- Το 2009 είχε μετρηθεί με μεγάλη ακρίβεια το ποσοστό εμφάνισης των χρωμάτων καφέ, κόκκινο, κίτρινο, μπλε και πράσινο, το οποίο βρέθηκε ότι ήταν 19.8%, 17.8%, 17.6%, 19.6%, 25.2% αντίστοιχα. Έχει αλλάξει η κατανομή αυτή από τότε;
- Η αναλογία χρωμάτων στα smarties είναι ίδια με αυτή στα M&Ms (άλλο προϊόν χρωματιστών σοκολατένιων κουφέτων); Ανοίγοντας μια συσκευασία M&Ms βρίσκετε 10 καφέ, 12 κόκκινα, 20 κίτρινα, 9 μπλε και 5 πράσινα

### A)

Θεωρώντας πως η συσκευασία από το περίπτερο αποτελεί ένα απλό τυχαίο δείγμα δηλαδή πως τα χρώματα αναμιγνύονται με τυχαίο τρόπο κατά τη συσκευασία τους κάνουμε την υπόθεση, πως η συσκευασία περιέχει κόκκινα με  $p$  πιθανότητα και μπλε με  $p-1$  αφού μας ενδιαφέρουν μόνο αυτά τα 2 χρώματα σε αυτή την περίπτωση.

Άρα για  $H_0: p = 1/2$

Και για  $H_a: p > 1/2$

Από την εκφώνηση έχουμε  $n = 19+15 = 34$

και  $p = 19/34 = 0.5588$

Ο έλεγχος σημαντικότητας  $z = \frac{p - p'}{\sqrt{\frac{p' * (1 - p')}{n}}}$  δίνει σαν αποτέλεσμα το  $z = 0.686$

Στην R αυτό μας δίνει ως αποτέλεσμα του `pvalue` παρακάτω:

```
> 2*pnorm(-0.686)
[1] 0.4927131
```

Έτσι συμπεραίνουμε πως η διαφορά στον αριθμό των κόκκινων και μπλέ smarties δεν είναι σημαντική.

### B)

Από τα δεδομένα προκύπτει πως αν ίσχυε η αναλογία του 2009 στη συσκευασία 'θα έπρεπε να υπάρχουν:

Χρώμα	Δεδομένα	Αναμενόμενες τιμές
Καφέ	22	$80 * 0.198 = 15.84$
Κόκκινο	19	$80 * 0.178 = 14.24$
Κίτρινο	16	$80 * 0.176 = 14.08$
Μπλέ	15	$80 * 0.196 = 15.68$
Πράσινο	8	$80 * 0.252 = 20.16$

Έτσι καταλήγουμε να κάνουμε 2 υποθέσεις έστω  $H_0$  πως η κατανομή είναι ίδια και  $H_a$  πως η κατανομή έχει αλλάξει. Για τον έλεγχο των υποθέσεων, την R και την χρήση του `chisq.test` για την κατανομή του 2009 παίρνουμε:

```
> c(22,19,16,15,8)->x1
> x1
[1] 22 19 16 15 8
> chisq.test(x1, p = c(0.198, 0.178, 0.176,0.196,0.252))
```

Chi-squared test for given probabilities

```
data: x1
X-squared = 11.613, df = 4, p-value = 0.02048
```

Άρα για p value 0.02 θεωρούμε πως η υπόθεση  $H_0$ , μάλλον δεν ισχύει και καταλήγουμε πως η κατανομή μάλλον έχει αλλάξει.

Γ)

Θεωρώντας και πάλι πως η συσκευασία των smarties είναι ένα τυχαίο δείγμα θα εκτελέσουμε έλεγχο ομοιογένειας με την χρήση της R και της `chisq.test` για να καταλήξουμε ποια από τις παρακάτω υποθέσεις είναι αληθής.

Έστω  $H_0$ : οι 2 κατανομές των χρωμάτων είναι ομοιογενείς

και  $H_a$ : οι 2 κατανομές των χρωμάτων είναι ετερογενείς

```
> matrix=c(c(22,10,19,12,16,20,15,9,8,5),nrow=2)
> prop.table(matrix,2)
      [,1]      [,2]      [,3]      [,4]      [,5]
[1,] 0.6875 0.6129032 0.4444444 0.625 0.6153846
[2,] 0.3125 0.3870968 0.5555556 0.375 0.3846154
> addmargins(matrix)
              Sum
      22 19 16 15  8 80
      10 12 20  9  5 56
Sum 32 31 36 24 13 136
> chisq.test(matrix)
```

Pearson's Chi-squared test

```
data: matrix
X-squared = 4.6262, df = 4, p-value = 0.3278
```

Βάση του αποτελέσματος

p value=0.3278 και  $\chi^2=4.6262$  καταλήγουμε πως το pvalue είναι αρκετά μεγάλο για να απορρίψουμε την  $H_0$ , άρα θεωρούμε πως οι κατανομές είναι μάλλον ομοιογενείς.