Διακριτά μαθηματικά

Ύλη

finite, countable, non countable

(A) Σύνολα (πεπερασμένα, αριθμήσιμα, μη αριθμήσιμα)

πράξεις με σύνολα, Απαρίθμηση, η θεμελιώδης αρχή της απαρίθμησης (FCP)

η έννοια του συναρτησιακού (Function),

Συνδυαστική Ανάλυση

Συνδυασμοί

Μεταθέσεις

(B) Θεωρία Γραφημάτων

Ενότητα 1

Σύνολα (Sets, ορισμοί και συμβολισμοί)

A πεπερασμένο σύνολο $A = \{a_1, a_2, a_3 \dots a_n\}$ $n \in \mathbb{N}$

$A = \{\ \} = \varnothing =$ κενό σύνολο (empty set)

αριθμήσιμο σύνολο A

~~ορισ~~

<u>ορισμός</u>

Το A είναι αριθμήσιμο αν και μόνο αν υπάρχει μια συνάρτηση F αμφιμονοσήμαντη (1-1) και επί $F: A \to N$

<u>παράδειγμα</u>

Το $\mathbb{Q}$ (: ρητός $= m/n$ $\quad m, n \in \mathbb{Z}$) είναι αριθμήσιμο γιατί ηδο

Παρατήρηση (2ος)

Το $N \times N$ σύνολο ($= (n, m)$ $n, m \in N$) είναι αριθμήσιμο (καρτεσιανό)

Αν $m, n \in N$ $\quad F(m/n) = (m, n)$

και μετά για m ή $n < 0$ έχουμε $\mathbb{Q} = \mathbb{Q}^{+} \cup \mathbb{Q}^{-} \cup \{0\}$

Αυτονόητο ότι πεπερασμένη ένωση αριθμησίμων είναι αριθμήσιμο.

2ος) ορισμός

<u>"Αξίωμα"</u>

Το $\mathbb{R}$ (οι πραγματικοί) δεν είναι αριθμήσιμοι $\Pi \to N$

② Ισοδύναμα τα διαστήματα $[a,b]$, (a,b)

$[a,b)$, $(a,b]$ με $a<b$ δεν είναι αριθμήσιμα γιατί, διότι υπάρχει μια $F: I \to \mathbb{R}$ που είναι 1-1 επί

Η υπόθεση στη μέση της δεκαετίας του 60 ότι δεν αποδεικνύεται.

δεν μπορεί να αποδειχθεί ότι δεν υπάρχει σύνολο A υπεραριθμήσιμο αλλά με λιγότερο πλήθος στοιχείων γενικά μικρότερο του R

~~Ορι~~ Ορισμός: ο πληθάριθμος τυχόντων ~~δυο~~ συνόλων αν δεν είναι ~~...~~ πεπερασμένο ονομάζεται ισχύς του συνόλου

Ενότητα 2

Πράξεις μεταξύ

Ένωση (union) συνόλων (ή) $A \cup B$
Τομή (intersection) συνόλων (και) $A \cap B$
Συμπληρωματικό σύνολο $A^c = \Omega \setminus A = ?$
Ω — υπερσυνολο αναφοράς

Ξένα σύνολα A, B
όταν $A \cap B = \emptyset$

Νόμοι του De Morgan

$(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$

$(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$

$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

$\boxed{\text{Ενότητα 3}}$

The pigeon hole principle (PHP)

Αν έχω n "φωλιές" και m περιστέρια και m > n τότε σε κάποιες φωλιές θα υπάρχουν τουλάχιστον 2 περιστέρια (!?)
Στο επόμενο μάθημα λεπτομέρειες.

HW1 Αν σε ένα ισόπλευρο τρίγωνο πλευράς 1 m πάρουμε στο εσωτερικό του 10 σημεία τότε υπάρχουν τουλάχιστον 2 σημεία του απέχουν λιγότερο από 1/3 m

(λύθηκε)

HW2. Σε ένα ορθογώνιο οικόπεδο 9x16 m έχω 13 δέντρα, πασσάλους υπάρχουν τουλάχιστον 2 πάσσαλοι ~~μικρότεροι~~ σε απόσταση μικρότερη των 5 μέτρων.

Την Τρίτη 4/3/2021

Θα ολοκληρώσουμε τα περί του CHP και στη συνέχεια θα κάνουμε συνοπτική παρουσίαση των principles of counting και στην ενότητα 5 τα περί γεννητριών ~~συναρ~~ παραγοντικών και ~~εκθετικών~~ εκθετικών

~~[illegible]~~ το nCr

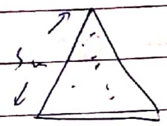
Έχω 2 παραδείγματα αλλά πιο cool

(1) ~~[illegible]~~ Απλά παραδείγματα

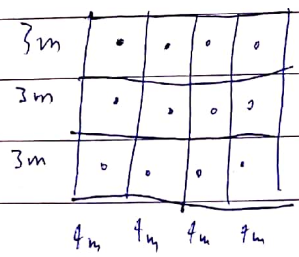
Αν έχουμε 3 φύλα τραπουλας τότε υπάρχουν τουλάχιστον 2 με τα ίδια χρώματα. Αν έχω 5 φύλα υπάρχουν τουλάχιστον 2 ίδιες κατηγορίες.

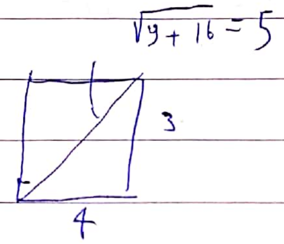
a) Αν έχω ένα σύνολο n ανθρώπων n>2 και ~~[illegible]~~ όλοι έχουν κάποιο ~~σύνολο~~ φίλο μέσα εκεί τότε υπάρχουν τουλάχιστον 2 άτομα που έχουν το ίδιο αριθμό φίλων (θα λυθεί προσεχώς)

Λύση HW1



① HW2





DISCRETE MATH

ορχθι ορισμοί δυνα