

Λογικός Προγραμματισμός

Μανόλης Μαρακάκης, Καθηγητής
mmarak@cs.hmu.gr

Τμήμα Ηλεκτρολόγων Μηχανικών & Μηχανικών Υπολογιστών
Σχολή Μηχανικών
Ελληνικό Μεσογειακό Πανεπιστήμιο

Λογικός Προγραμματισμός

Μάθημα 6

- **Αναπαράσταση Γνώσης και Συλλογιστική στον Κατηγορηματικό Λογισμό.**

Αναπαράσταση Γνώσης και Συλλογιστική στον Κατηγορ. Λογισμό (Μέρος Β)

- ✓ 4.1 Εισαγωγή. (Μέρος Α)
- ✓ 4.2 Σύνταξη της Κατηγορηματικής Λογικής. (Μέρος Α)
- ✓ 4.3 Ερμηνείες. (Μέρος Α)
- ✓ 4.4α. Λογικές ισοδυναμίες & Σημασιολογική Συνέπεια Τύπων. (Μέρος Β)
- ✓ 4.4β. Λογικές ισοδυναμίες & μετασχ. τύπων. (Μέρος Β)
- ✓ 4.5 Τυπικά συστήματα & εξαγωγή συμπερ. (Μέρος Β)
- ✓ 4.6 Κανονικές μορφές τύπων. (Μέρος Β)
 - a) Δεσμευμένη Εμπρός Κανονική Μορφή. b) Συναρτήσεις Skolem. c) Προτάσεις (Clauses). d) Προτάσεις Horn.
- ✓ 4.7 Αντικατάσταση. (Μέρος Γ)
- ✓ 4.8 Ενοποίηση. (Μέρος Γ)
- ✓ 4.9 Η Μέθοδος της (Διαδικής) Επίλυσης. (Μέρος Δ)
- ✓ 4.10 Επίλυση & Στρατηγικές απόδειξης. (Μέρος Δ)
- ✓ 4.11 Η στρατηγική της γραμμικής επίλυσης. (Μέρος Ε)
- ✓ 4.12 Μετασχηματισμοί Λογικών Προγραμμάτων (Μέρος ΣΤ)

4. ΑΓ και Συλλογιστική στο Κατηγορηματικό Λογισμό (ΛΠΤ).

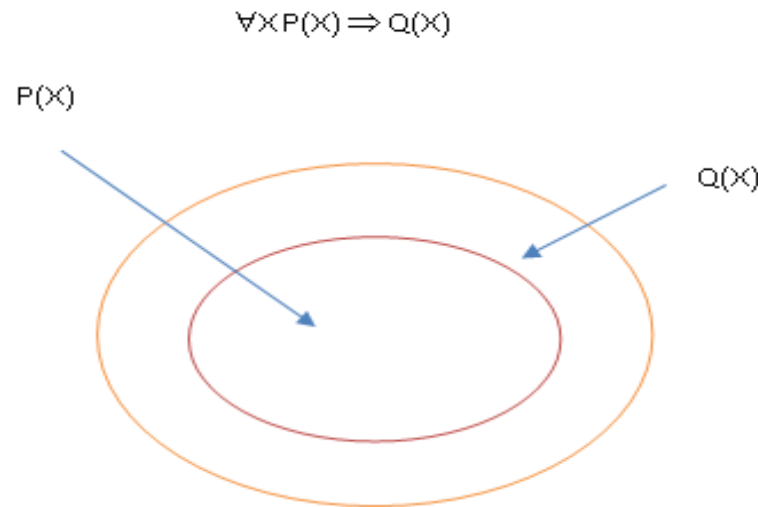
4.4α Λογικές Ισοδυναμίες & Σημασιολογική Συνέπεια Τύπων.

- Ο ορισμοί της λογικής ισοδυναμίας και της σημασιολογικής συνέπειας (*logical consequence* ή *entailment*) στο κατηγορηματικό λογισμό είναι ίδιοι όπως στο προτασιακό λογισμό απλά οι προτάσεις είναι προτάσεις του κατηγορηματικού λογισμού.
- **Ορισμός:** Δύο τύποι ϕ και ψ οι οποίοι **έχουν την ίδια τιμή αληθείας σε όλες τις ερμηνείες** λέγονται **λογικά ισοδύναμοι**. Η λογική ισοδυναμία συμβολίζεται $\phi \Leftrightarrow \psi$ ή $\phi \equiv \psi$.
- **Ορισμός:** Έστω ϕ_1, \dots, ϕ_k ένα σύνολο τύπων του κατηγορηματικού λογισμού, ο τύπος ψ είναι **λογική συνέπεια** ή **σημασιολογική συνέπεια** (*logical consequence* ή *entailment*) ή απλώς **συνέπεια** των τύπων ϕ_1, \dots, ϕ_k **εάν και μόνο εάν** για κάθε ερμηνεία E στην οποία ο τύπος $\phi_1 \wedge \dots \wedge \phi_k$ είναι αληθής, ο τύπος ψ είναι επίσης αληθής. Η συνέπεια συμβολίζεται $\phi_1, \dots, \phi_k \models \psi$. Οι τύποι ϕ_1, \dots, ϕ_k ονομάζονται **υποθέσεις** και ο τύπος ψ ονομάζεται **συμπέρασμα**.

4. ΑΓ και Συλλογιστική στο Κατηγορηματικό Λογισμό (ΛΠΤ).

4.4α Λογικές Ισοδυναμίες & Σημασιολογική Συνέπεια Τύπων.

- Έστω $P(X)$ και $Q(X)$ δύο τύποι του κατηγορηματικού λογισμού. Η **(λογική) σημασιολογική συνέπεια** (*logical consequence ή entailment*) και η **λογική ισοδυναμία** μπορούν να παρασταθούν γραφικά ως σχέσεις μεταξύ συνόλων. Αυτά τα σύνολα είναι τα στοιχεία του πεδίου στα οποία οι τύποι $P(X)$ και $Q(X)$ είναι αληθείς. Τα Σχήματα **Σχήμα 14.2**, **Σχήμα 14.3** και **Σχήμα 14.4** δείχνουν παραστατικά τις σχέσεις σημασιολογικής συνέπειας και ισοδυναμίας των τύπων $P(X)$ και $Q(X)$.

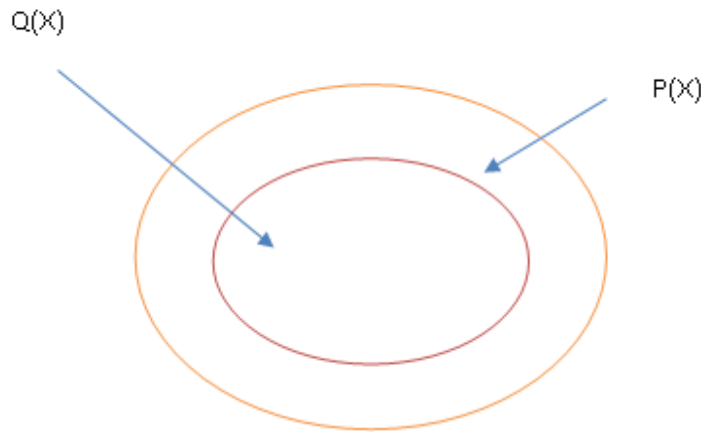


- **Σχήμα 14.2 Το $Q(X)$ είναι αναγκαία συνθήκη του $P(X)$.**

4. ΑΓ και Συλλογιστική στο Κατηγορηματικό Λογισμό (ΛΠΤ).

4.4α Λογικές Ισοδυναμίες & Σημασιολογική Συνέπεια Τύπων.

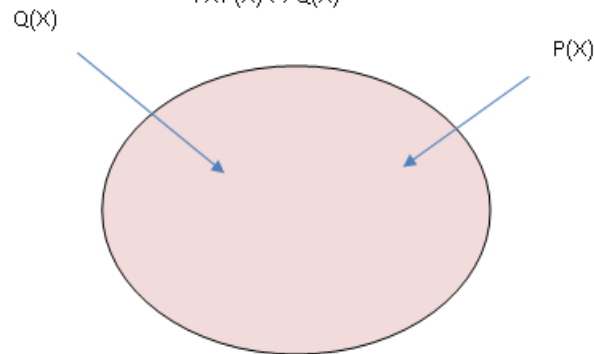
$$\forall x P(x) \Leftarrow Q(x)$$



❑ Σχήμα 14.3: Το $Q(X)$ είναι **ικανή συνθήκη** του $P(X)$.

❑ Ισοδυναμία (Equivalence)

$$\forall x P(x) \Leftrightarrow Q(x)$$

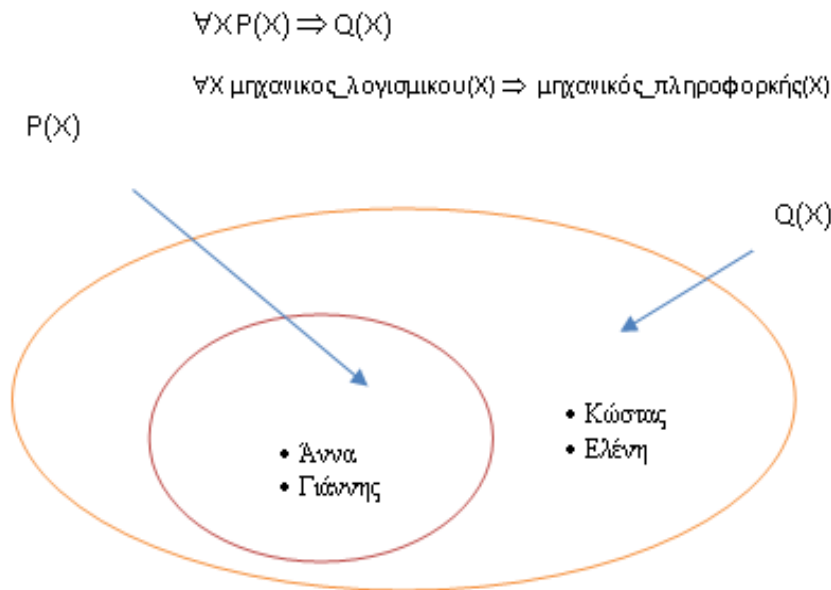


❑ Σχήμα 14.4: Το $Q(X)$ είναι **ικανή και αναγκαία συνθήκη** του $P(X)$.

4. ΑΓ και Συλλογιστική στο Κατηγορηματικό Λογισμό (ΛΠΤ).

4.4α Λογικές Ισοδυναμίες & Σημασιολογική Συνέπεια Τύπων.

- Για παράδειγμα, έστω ότι $P(X)$ είναι ένας τύπος ο οποίος αποτελείται από ένα κατηγορήμα, τη σχέση «μηχανικός_λογισμικού(X)» με $X=Αννα$ και $X=Γιάννης$ και $Q(X)$ είναι ένας τύπος ο οποίος επίσης αποτελείται από ένα κατηγορήμα, τη σχέση «μηχανικός_πληροφορικής(X)» με $X=Αννα$, $X=Γιάννης$, $X=Κώστας$ και $X=Ελένη$. Ο τύπος $Q(X)$ είναι σημασιολογική συνέπεια του τύπου $P(X)$, $\forall X P(X) \Rightarrow Q(X)$. Αυτή η σχέση αναπαριστάται σχηματικά από το Σχήμα 14.5.

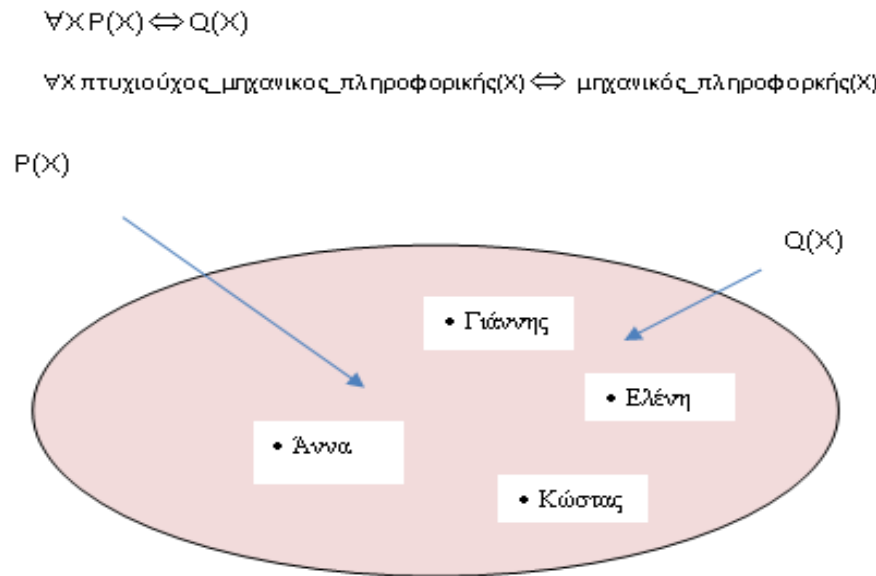


□ **Σχήμα 14.5: Σημασιολογική συνέπεια προτάσεων.**

4. ΑΓ και Συλλογιστική στο Κατηγορηματικό Λογισμό (ΛΠΤ).

4.4α Λογικές Ισοδυναμίες & Σημασιολογική Συνέπεια Τύπων.

- Για παράδειγμα, έστω ότι $P(X)$ είναι ένας τύπος ο οποίος αποτελείται από ένα κατηγορήμα, τη σχέση «πτυχιούχος_μηχανικός_πληροφορικής(X)» με $X = \text{Αννα}$, $X = \text{Γιάννης}$, $X = \text{Κώστας}$ και $X = \text{Ελένη}$ και $Q(X)$ είναι ένας τύπος ο οποίος επίσης αποτελείται από ένα κατηγορήμα, τη σχέση «μηχανικός_πληροφορικής(X)» με $X = \text{Αννα}$, $X = \text{Γιάννης}$, $X = \text{Κώστας}$ και $X = \text{Ελένη}$. Ο τύπος $Q(X)$ είναι ισοδύναμος με το τύπο $P(X)$, $\forall X P(X) \Leftrightarrow Q(X)$. Αυτή η σχέση αναπαριστάται σχηματικά από το Σχήμα 14.6.



□ Σχήμα 14.6: Σημασιολογικά ισοδύναμες προτάσεις.

4. ΑΓ και Συλλογιστική στο Κατηγορηματικό Λογισμό (ΛΠΤ).

4.4α Λογικές Ισοδυναμίες & Σημασιολογική Συνέπεια Τύπων.

- Λογικές ισοδυναμίες μπορούν να χρησιμοποιηθούν για τον μετασχηματισμό λογικών τύπων όπως στον προτασιακό λογισμό. Εάν ψ είναι ένας τύπος που περιέχει τον τύπο ϕ και $\phi \Leftrightarrow \phi'$ τότε $\psi \Leftrightarrow \psi \{ \phi / \phi' \}$. Δηλαδή εάν στον τύπο ψ αντικαταστήσουμε τον τύπο ϕ με τον λογικά ισοδύναμό του ϕ' τότε θα πάρουμε ένα τύπο ισοδύναμο με τον τύπο ψ .

Ευχαριστώ!

Ερωτήσεις;