

**ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ**

Διδάσκων: Γιώργος Τζανετόπουλος

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΑΚΗ ΑΣΚΗΣΗ 1

**ΛΥΝΕΤΕ ΤΙΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΑΝΑΛΥΤΙΚΑ. ΨΗΦΙΟΠΟΙΕΙΤΕ ΤΙΣ ΛΥΣΕΙΣ ΣΑΣ. ΑΝΕΒΑΖΕΤΕ ΕΝΑ ΑΡΧΕΙΟ PDF ΜΕΧΡΙ ΠΕΜΠΤΗ 11/03/2021 ΚΑΙ ΩΡΑ 22:00 μ.μ. ΑΠΟΦΥΓΕΤΕ ΤΗ ΛΗΨΗ ΦΩΤΟΓΡΑΦΙΩΝ ΠΟΛΥ ΥΨΗΛΗΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΓΙΑ ΤΗΝ ΨΗΦΙΟΠΟΙΗΣΗ ΤΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ ΚΑΘΩΣ ΘΑ ΕΧΕΤΕ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΜΕ ΤΗΝ ΑΠΟΘΗΚΕΥΣΗ ΤΟΥ ΑΡΧΕΙΟΥ ΣΤΟ e class.**

**Άσκηση 1** (2,5 μονάδες) ΠΙΝΑΚΕΣ – ΠΡΑΞΕΙΣ - ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΟΣ

- α)** Γράψτε τους  $3 \times 3$  πίνακες  $U = [u_{ij}]$  και  $V = [v_{ij}]$  με στοιχεία  $u_{ij} = i + j$  και  $v_{ij} = (-1)^{i+j}$ . Υπολογίστε τα γινόμενα:  $U \cdot V, V \cdot U$ . Ποια σχέση τα συνδέει; Βρείτε το άθροισμα  $U \cdot V + V \cdot U$ .
- β)** Έστω  $A$  και  $B$  δύο πίνακες  $n \times n$  και έστω ότι υπάρχει ο  $A^{-1}$ . Να δείξετε ότι:  $(A + B)A^{-1}(A - B) = (A - B)A^{-1}(A + B)$ .

**Άσκηση 2** (2,5 μονάδες) ΑΝΤΙΣΤΡΕΨΙΜΟΙ ΠΙΝΑΚΕΣ - ΟΡΙΖΟΥΣΕΣΔίνεται ο  $2 \times 2$  πίνακας:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}.$$

- α)** Να βρεθεί η ορίζουσα του  $A$ ,  $\det(A)$ .
- β)** Είναι ο  $A$  αντιστρέψιμος πίνακας; Αν ναι βρείτε τον αντίστροφό του.
- γ)** Βρείτε το πίνακα  $A^2$  και υπολογίστε την ορίζουσά του. Τι σχέση έχουν  $\det(A)$  και  $\det(A^2)$ ;

**Άσκηση 3** (2,5 μονάδες) ΣΥΜΜΕΤΡΙΚΟΙ & ΑΝΤΙΣΥΜΜΕΤΡΙΚΟΙ ΠΙΝΑΚΕΣΔίνεται ο  $3 \times 3$  πίνακας:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 4 & -7 & -5 \\ 0 & 6 & 2 \end{bmatrix}.$$

Να αναλυθεί σε άθροισμα ενός συμμετρικού και ενός αντισυμμετρικού πίνακα.

**Άσκηση 4** (2,5 μονάδες) ΕΙΔΙΚΕΣ ΜΟΡΦΕΣ ΤΕΤΡΑΓΩΝΙΚΩΝ ΠΙΝΑΚΩΝ ΟΡΙΣΜΟΙΈνας τετραγωνικός πίνακας  $A$   $n \times n$  λέγεται:

1. **ταυτοδύναμος** αν και μόνο αν  $A^2 = A$ .
2. **μηδενοδύναμος τάξης  $k$**  αν και μόνο αν  $A^k = \mathbb{O}$ .
3. **ενελικτικός** αν και μόνο αν  $A^2 = \mathbb{I}_n$ .

Αποδείξτε τις ακόλουθες προτάσεις:

- α)** Ο πίνακας  $A$   $n \times n$  είναι ενελικτικός αν και μόνο αν  $(\mathbb{I}_n - A)(\mathbb{I}_n + A) = \mathbb{O}$ .
- β)** Αν ο πίνακας  $A$   $n \times n$  είναι ενελικτικός τότε οι πίνακες  $\frac{1}{2}(\mathbb{I}_n + A)$  και  $\frac{1}{2}(\mathbb{I}_n - A)$  είναι ταυτοδύναμοι.