ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Διδάσκων Γεώργιος Τζανετόπουλος *Τελικό Διαγώνισμα*

1. Ποια από τις ακόλουθες συναρτήσεις αποτελεί ειδική λύση της διαφορικής εξίσωσης: $y'' + y = \frac{1}{\cos x}$;

α) $y(x) = \frac{1}{2}e^x \int \frac{e^{-x}}{\cos x}dx - \frac{1}{2}e^{-x}\int \frac{e^x}{\cos x}dx$ **β)** $y(x) = cos^2x + xsinx$ **γ)** $y(x) = ln|cosx| + xsinx$

δ) $y(x) = cosx\ ln|cosx| + xsinx$ **ε)** καμία από τις προηγούμενες

2. Έστω η διαφορική εξίσωση: $y'' - y' - 2 = 1 - 2x$. Ποιες από τις ακόλουθες συναρτήσεις είναι η γενική λύση της δοσμένης εξίσωσης;

α) $y(x) = (1 - x) + c_1e^{2x} + c_2e^{-x}$ **β)** $y(x) = (1 - x) + c_1e^{-2x} - c_2e^x$ **γ)** $y(x) = (x - 1) + c_1e^{-2x} + c_2e^x$

δ) $y(x) = (x - 1) + c_1e^{2x} + c_2e^{-x}$ **ε)** καμία από τις προηγούμενες

3. Στη διαφορική εξίσωση: $y'' - y' - 2y = 1 - 2x$ προσθέτουμε τις αρχικές συνθήκες $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$. Προσδιορίστε τις σταθερές c_1 και c_2της γενικής λύσης του προβλήματος αρχικών τιμών.

α) $c_1 = \frac{-1}{3}, c_2 = \frac{2}{3}$ **β)** $c_1 = 1, c_2 = -2$ **γ)** $c_1 = \frac{1}{3}, c_2 = \frac{2}{3}$ **δ)** $c_1 = -1, c_2 = 2$ **ε)** $c_1 = -1, c_2 = -2$

4. Ηλεκτρικό κύκλωμα αποτελείται από πηνίο, αντιστάτη, πυκνωτή και διακόπτη σε σειρά. Αρχικά ο διακόπτη είναι ανοικτός και ο πυκνωτής φορτισμένος με 2 *C*. Τη στιγμή που κλείνουμε το διακόπτη εγκαθίσταται στο κύκλωμα τάση *E(t) = 20 cos(t)* και διέρχεται ρεύμα 3 *A*. Αριθμητικά, η πτώση τάσης πάνω στον αντιστάτη είναι τετραπλάσια του ρυθμού μεταβολής του φορτίου, πάνω στον πυκνωτή είναι δεκαπλάσια του φορτίου, ενώ πάνω στο πηνίο είναι διπλάσια του ρυθμού μεταβολής του ρεύματος (όλα σε μονάδες *S.I.*). Ποιο από τα ακόλουθα προβλήματα αρχικών τιμών περιγράφει το κύκλωμα αυτό;

α) $4q'' + 2q' + 10q = 20\cos t, q(0) = 3, q'(0) = 2$ **β)** $2q'' + 4q' + 10q = 20\cos t, q(0) = 2, q'(0) = 3$

γ) $2q'' + 4q' - 10q = 20\cos t, q(0) = 3, q'(0) = 2$ **δ)** $4q'' + 2q' - 10q = 20\cos t, q(0) = 2, q'(0) = 3$

ε) κανένα από τα παραπάνω.

5. Ο μετασχηματισμός *Laplace* της $f(t) = e^{2t}\sin(3t)$ είναι $\mathcal{L}\{e^{2t}\sin(3t)\} =$

α) $\frac{3}{(s-2)^2+9}$ **β)** $\frac{s}{(s-2)^2+9}$ **γ)** $\frac{e^{(s-2)}}{(s-2)^2+9}$ **δ)** $\frac{e^{2s}}{(s-2)^2+9}$ **ε)** $\frac{2}{(s-3)^2+4}$

6. Ο αντίστροφος μετασχηματισμός *Laplace* $\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{s}{s^2+4s+8}\right\}$ ισούται με:

α) $\cos(2t)$ **β)** $e^{-2t}\cos(2t)$ **γ)** $e^{-2t}\sin(2t)$ **δ)** $\sin(2t)$ **ε)** $e^{-2t}\cos(2t) - e^{-2t}\sin(2t)$

7. Η σειρά *Fourier* της συνάρτησης $f(x) = \begin{cases} -1, x\epsilon(-\pi, 0) \\ 1, x\epsilon(0, \pi) \end{cases}$ είναι η

$$\frac{\alpha_0}{2} + \sum_{n=1}^{+\infty}[\alpha_n\cos(nx) + \beta_n sin(nx)]$$

α) $\alpha_n = \frac{2}{n\pi}(1 - \sin(n\pi)), \beta_n = \frac{2}{n\pi}(1 - \cos(n\pi))$ **β)** $\alpha_n = 0, \beta_n = \frac{2}{n\pi}(1 - \cos(n\pi))$ **γ)** $\alpha_n = \frac{2}{n\pi}(1 - \sin(n\pi)), \beta_n = 0$

δ) $\alpha_n = \frac{2}{n\pi}(1 - \cos(n\pi)), \beta_n = \frac{2}{n\pi}(1 - \sin(n\pi))$ **ε)** κανένα από τα παραπάνω

8. Αν $\bar{x}$ το μοναδικό σταθερό σημείο της $f(x) = 2 + lnx$ στο διάστημα $[2, 4]$, Ο ελάχιστος αριθμός επαναλήψεων της μεθόδου του σταθερού σημείου ώστε $|x_n - \bar{x}| \leq 10^{-3}$ είναι:

α) 10 **β)** 3 **γ)** 4 **δ)** 8 **ε)** 12.

1. Ποια από τις ακόλουθες συναρτήσεις αποτελεί ειδική λύση της διαφορικής εξίσωσης: $y'' + y = \frac{1}{\cos x}$;

α) $y(x) = \frac{1}{2}e^x \int \frac{e^{-x}}{\cos x}dx - \frac{1}{2}e^{-x}\int \frac{e^x}{\cos x}dx$ **β)** $y(x) = cos^2x + xsinx$ **γ)** $y(x) = ln|cosx| + xsinx$

δ) $y(x) = cosx\ ln|cosx| + xsinx$ **ε)** καμία από τις προηγούμενες

2. Έστω η διαφορική εξίσωση: $y'' - y' - 2y = 1 - 2x$. Ποιες από τις ακόλουθες συναρτήσεις είναι η γενική λύση της δοσμένης εξίσωσης;

α) $y(x) = (1 - x) + c_1e^{2x} + c_2e^{-x}$ **β)** $y(x) = (1 - x) + c_1e^{-2x} - c_2e^x$ **γ)** $y(x) = (x - 1) + c_1e^{-2x} + c_2e^x$

δ) $y(x) = (x - 1) + c_1e^{2x} + c_2e^{-x}$ **ε)** καμία από τις προηγούμενες

3. Στη διαφορική εξίσωση: $y'' - y' - 2 = 1 - 2x$ προσθέτουμε τις αρχικές συνθήκες $y(0) = 0,\ y'(0) = 1$. Προσδιορίστε τις σταθερές c_1 και c_2της γενικής λύσης του προβλήματος αρχικών τιμών.

α) $c_1 = \frac{-1}{3}, c_2 = \frac{2}{3}$ **β)** $c_1 = 1, c_2 = -2$ **γ)** $c_1 = \frac{1}{3}, c_2 = \frac{2}{3}$ **δ)** $c_1 = -1, c_2 = 2$ **ε)** $c_1 = -1, c_2 = -2$

4. Ηλεκτρικό κύκλωμα αποτελείται από πηνίο, αντιστάτη, πυκνωτή και διακόπτη σε σειρά. Αρχικά ο διακόπτη είναι ανοικτός και ο πυκνωτής φορτισμένος με 2 *C*. Τη στιγμή που κλείνουμε το διακόπτη εγκαθίσταται στο κύκλωμα τάση *E(t) = 20 cos(t)* και διέρχεται ρεύμα 3 *A*. Αριθμητικά, η πτώση τάσης πάνω στον αντιστάτη είναι τετραπλάσια του ρυθμού μεταβολής του φορτίου, πάνω στον πυκνωτή είναι δεκαπλάσια του φορτίου, ενώ πάνω στο πηνίο είναι διπλάσια του ρυθμού μεταβολής του ρεύματος (όλα σε μονάδες *S.I.*). Ποιο από τα ακόλουθα προβλήματα αρχικών τιμών περιγράφει το κύκλωμα αυτό;

α) $4q'' + 2q' + 10q = 20\cos t, q(0) = 3, q'(0) = 2$ **β)** $2q'' + 4q' + 10q = 20\cos t, q(0) = 2, q'(0) = 3$

γ) $2q'' + 4q' - 10q = 20\cos t, q(0) = 3, q'(0) = 2$ **δ)** $4q'' + 2q' - 10q = 20\cos t, q(0) = 2, q'(0) = 3$

ε) κανένα από τα παραπάνω.

5. Ο μετασχηματισμός *Laplace* της $f(t) = e^{2t}\sin(3t)$ είναι $\mathcal{L}\{e^{2t}\sin(3t)\} =$

α) $\frac{3}{(s-2)^2+9}$ **β)** $\frac{s}{(s-2)^2+9}$ **γ)** $\frac{e^{(s-2)}}{(s-2)^2+9}$ **δ)** $\frac{e^{2s}}{(s-2)^2+9}$ **ε)** $\frac{2}{(s-3)^2+4}$

6. Ο αντίστροφος μετασχηματισμός *Laplace* $\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{s}{s^2+4s+8}\right\}$ ισούται με:

α) $\cos(2t)$ **β)** $\boldsymbol{e^{-2t}}\cos(2t)$ **γ)** $\boldsymbol{e^{-2t}}\sin(2t)$ **δ)** $\sin(2t)$ **ε)** $e^{-2t}\cos(2t) - e^{-2t}\sin(2t)$

7. Η σειρά *Fourier* της συνάρτησης $f(x) = \begin{cases} -1, x\epsilon(-\pi, 0) \\ 1, x\epsilon(0, \pi) \end{cases}$ είναι η

$$\frac{\alpha_0}{2} + \sum_{n=1}^{+\infty}[\alpha_n\cos(nx) + \beta_n sin(nx)]$$

α) $\alpha_n = \frac{2}{n\pi}(1 - \sin(n\pi)),\ \beta_n = \frac{2}{n\pi}(1 - \cos(n\pi))$ **β)** $\alpha_n = 0,\ \beta_n = \frac{2}{n\pi}(1 - \cos(n\pi))$ **γ)** $\alpha_n = \frac{2}{n\pi}(1 - \sin(n\pi)),\ \beta_n = 0$

δ) $\alpha_n = \frac{2}{n\pi}(1 - \cos(n\pi)),\ \beta_n = \frac{2}{n\pi}(1 - \sin(n\pi))$ **ε)** κανένα από τα παραπάνω

8. Η πιθανότητα να έρθει τουλάχιστον ένα 4 σε δύο ρίψεις ενός ζαριού είναι:

α) $\frac{1}{4}$ **β)** $\frac{2}{6}$ **γ)** $\frac{11}{36}$ **δ)** $\frac{4}{36}$ **ε)** καμία από τις προηγούμενες.