

ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Ελεύθερη χρήση βιβλίων και. Σημειώσεων. Το κάθε θέμα αντιστοιχεί σε **25** μονάδες

ΠΡΟΣΟΧΗ

Στα Θέματα 1, 2, 3 το τ παριστάνει το μεγαλύτερο ψηφίο του ΑΜ σας και πρέπει να το αντικαταστήσετε εξ αρχής πριν αρχίσετε να απαντάτε!

ΑΠΑΝΤΗΣΤΕ ΣΕ 4 ΑΠΟ ΤΑ 8 ΘΕΜΑΤΑ

Θέμα 1.

Λύστε αποκλειστικά με χρήση του μετασχηματισμού **Laplace** την Δ.Ε. $y'' + y' - 2y = e^{-x}$, με τις αρχικές συνθήκες $y(0) = \tau$ και $y'(0) = 1 + \tau$.

Θέμα 2

Με Π.Ο. το $[0, +\infty)$, δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x - 1$ για $0 \leq x \leq \tau$ και $= 0$ στο $(\tau, +\infty)$.

(α) Πόσες ασυνέχειες-πριν καν την βρείτε!- θα έχει η κατά Laplace συνέλιξη $f * f$; (**5** μονάδες)

(β) Βρείτε μέχρι τέλους την εν λόγω συνέλιξη.

Θέμα 3

Με βάση το δικό μας τυπολόγιο και τις ιδιότητες του μετασχηματισμού Laplace από την θεωρία του

μαθήματος, βρείτε τον αντίστροφο μετασχηματισμό Laplace της $g(s) = \frac{\tau}{s^2 + 100} + \frac{1}{s^2 - 12s + 100}$..

Θέμα 4

Αν $f(t) = |t|$ στο $[-6, 6]$ και $= 0$ παντού αλλού εξηγήστε λεπτομερώς αν και γιατί η $f(t)$ ανήκει στο

Πεδίο Ορισμού του μετασχηματισμού **Fourier**, βρίσκοντας και την L^1 -νόρμα της $f(t)$.

Bonus ερώτηση: εξηγήστε λεπτομερώς αν και γιατί έχουμε σήμα.