Τμήμα: ~~Μηχανικών Πληροφορικής~~ ΗΜΜΥ
Μάθημα: Λογικός Προγραμματισμός
Διδάσκων: Δρ. Μανόλης Μαρακάκης
Διάρκεια: 2 ώρες
Χειμερινό εξάμηνο 2019-20

Ηράκλειο, 23 Ιανουαρίου 2020

Διαγώνισμα Θεωρίας

Σημείωση: *Όσοι φοιτητές που πέρασαν το διαγώνισμα προόδου του ΛΠ να γράψουν στη κόλλα τους ότι πέρασαν το διαγώνισμα και να μην κάνουν τις ερωτήσεις 1,2,3. Οι υπόλοιποι να κάνουν όλες τις ερωτήσεις.*

Ερώτηση 1

1. Θεωρήσετε τη λογική έκφραση
   ∀X ∀Y πατέρας(X ,Y) ***εάν*** *γονέας(X ,Y)* ***και*** *άρρεν(X).*
   Να τη γράψετε σε Prolog και να δώσετε τη δηλωτική και τη διαδικαστική ερμηνεία της έκφρασης. **0.5 μονάδες.**
2. Να φτιάξετε τον πίνακα αληθείας για όλους τους προτασιακούς συνδέσμους $\wedge, \vee, \neg, \rightarrow, \leftrightarrow$. **0.5 μονάδες.**
3. Αποδείξετε χρησιμοποιώντας πίνακες αληθείας ότι η πρόταση $(\neg p \rightarrow \neg q) \vee q$ είναι ταυτολογία και η πρόταση $(p \rightarrow q) \wedge \neg(p \rightarrow q)$ είναι αντίφαση. **0.5 μονάδες.**
4. Πότε ένας τύπος Φ του προτασιακού λογισμού είναι σε διαζευκτική κανονική μορφή και πότε σε συζευκτική κανονική μορφή; Δώστε από ένα παράδειγμα για κάθε περίπτωση; **0.5 μονάδες.**
5. Να μετατρέψετε τον τύπο $q1 \wedge q2 \rightarrow p1 \vee p2$ σε διαζευκτική κανονική μορφή. **0.5 μονάδες.**

Ερώτηση 2

1. Έστω Π ένα σύνολο προτάσεων του προτασιακού λογισμού το οποίο ονομάζεται *προτάσεις εισόδου*. Γράψετε μια γενική διαδικασία *απαγωγής σε άτοπο* η οποία να στηρίζεται στον *κανόνα της επίλυσης (resolution)*. **0.5 μονάδες**
2. α) Ποιές μορφές μπορεί να έχει μια πρόταση Horn (Horn clause) στον προτασιακό λογισμό; β) Ποιές από τις παρακάτω προτάσεις είναι προτάσεις Horn, όπου τα p, p_1, p_2 και q_1, q_2, q_3 είναι προτασιακές μεταβλητές.
   - $p_1 \vee p_2 \vee (\neg q_1) \vee (\neg q_2) \vee (\neg q_3)$ (ή ισοδύναμα $q_1 \wedge q_2 \wedge q_3 \rightarrow p_1 \vee p_2$)
   - $p \vee (\neg q_1) \vee (\neg q_2) \vee (\neg q_3)$ (ή ισοδύναμα $q_1 \wedge q_2 \wedge q_3 \rightarrow p$)
   - $(\neg q_1) \vee (\neg q_2)$ (ή ισοδύναμα $\neg (q_1 \wedge q_2)$)
   - p

   0.5 μονάδες
3. Ποιά είναι τα χαρακτηριστικά (μορφή τύπων, στρατηγική απόδειξης και κανόνας/ες εξαγωγής συμπερασμάτων) της μεθόδου εξαγωγής συμπερασμάτων «επίλυσης (resolution)»; **0.5 μονάδες**

4. Να ορίσετε τον συμπερασματικό κανόνα της επίλυσης (resolution) στον προτασιακό λογισμό και μετά να τον εφαρμόσετε στις παρακάτω προτάσεις του προτασιακού λογισμού.
   a. $\neg p \vee q \vee r$
   b. $q \vee \neg r \vee \neg s$

   0.5 μονάδες

Ερώτηση 3

Να αποδείξετε με τον κανόνα της επίλυσης και στρατηγική απόδειξης την απαγωγή σε άτοπο το εξής: $q \vee r,\ q \vee \neg r,\ \neg q \vee r \vdash q \wedge r$. **0.5 μονάδες**

Ερώτηση 4

1. Τι ονομάζουμε στοιχειώδη (literal) τύπο; Δώστε 3 παραδείγματα στοιχειωδών τύπων. **0.5 μονάδες.**
2. Τι ονομάζουμε πρόταση (clause); Ποιοι από τους παρακάτω τύπους είναι προτάσεις; α) $\forall X \forall Y\ (p(X) \vee \neg q(X,Y))$. β) $\forall X \forall Y \forall Z\ (p(X,Z) \vee \neg q(Z) \vee \neg r(X,Y))$. γ) $\forall X \exists Y \forall Z\ (p(X,Z) \vee \neg q(Z) \vee \neg r(Y))$. δ) $\forall X \forall Y \forall Z\ (p(X,Z) \wedge \neg q(Y,Z) \wedge r(Z))$. ε) $\forall X \forall Y \forall Z\ (p(X,Z) \wedge \neg q(Y,Z) \vee \neg r(Z))$. **0.5 μονάδες.**
3. α) Ποιές μορφές μπορεί να έχει μια πρόταση Horn (Horn clause) στον κατηγορηματικό λογισμό; β) Ποιές από τις παρακάτω προτάσεις δεν είναι προτάσεις Horn και γιατί;
   $\forall X_1,\ldots,X_K\ (\neg\varphi_1 \vee \ldots \vee \neg\varphi_m \vee \psi \vee \varphi)$ (ή ισοδύναμα $\forall X_1,\ldots,X_K (\psi \wedge \varphi \leftarrow (\varphi_1 \wedge \ldots \wedge \varphi_m))$)
   $\forall X_1,\ldots,X_K\ (\neg\varphi_1 \vee \ldots \vee \neg\varphi_m \vee \psi)$ (ή ισοδύναμα $\forall X_1,\ldots,X_K (\psi \leftarrow (\varphi_1 \wedge \ldots \wedge \varphi_m))$)
   $\forall X_1,\ldots,X_K\ \psi$ (ή ισοδύναμα $\forall X_1,\ldots,X_K\ (\psi \leftarrow true)$)
   $\forall X_1,\ldots,X_K\ (\neg\varphi_1 \vee \ldots \vee \neg\varphi_m)$ (ή ισοδύναμα $\neg\exists X_1,\ldots,X_K\ (\varphi_1 \wedge \ldots \wedge \varphi_m)$) όπου $X_1,\ldots,X_K$ είναι μεταβλητές και $\varphi,\varphi_1,\ldots,\varphi_m$, ψ είναι ατομικοί τύποι.

   0.5 μονάδες.

Ερώτηση 5

1. Έστω η παράσταση $E = p(a, f(Y), X) \vee \neg q(g(X, Y), b)$ και $\theta = \{X/Z, Y/f(b)\}$. Να υπολογίσετε το στιγμιότυπο $E\theta$. Δηλαδή να βρείτε το $E\theta =$;.

   0.5 μονάδες.
2. Για τις παραστάσεις $E_1 = p(f(X), Y)$ και $E_2 = p(Z,a)$ να βρείτε τρεις ενοποιητές ένας από τους οποίους θα είναι ο πλέον γενικός ενοποιητής. **0.5 μονάδες**
3. Έστω οι δύο ατομικοί τύποι $p(g(a),g(X))$ και $p(Y,g(b))$. Εφαρμόσετε ένα αλγόριθμο ενοποίησης για να βρείτε τον πλέον γενικό ενοποιητή τους θ. Εφαρμόσετε την αντικατάσταση θ που βρήκατε στους δύο ατομικούς τύπους και να σχολιάσετε το αποτέλεσμα.

   0.6 μονάδες

Ερώτηση 6

1. Να ορίσετε τον συμπερασματικό κανόνα της «επίλυσης» στον κατηγορηματικό λογισμό και να τον εφαρμόσετε στις προτάσεις (τύπους) $\neg p(X,Y) \vee q(a,b)$, $r(X,Y) \vee \neg q(a,Y)$. Ποια θα είναι η νέα πρόταση που θα δημιουργηθεί;
   $\neg p(X,Y) \vee q(a,b),\ r(X,Y) \vee \neg q(a,Y) \vdash$;

   0.6 μονάδες.

1. Έστω το παρακάτω πρόγραμμα **Π** και ο στόχος $\boldsymbol{\Sigma_1}$. Στο πρόγραμμα **Π** το κατηγόρημα g(X, Y) είναι αληθές εάν ο X είναι γονιός του Y και το κατηγόρημα pr(X, Y) είναι αληθές εάν ο X είναι πρόγονος του Y.

   Πρόγραμμα Π:

   π_1: g(yannis, kostas).
   π_2: g(yannis, eleni).
   π_3: g(kostas, manos).
   π_4: g(kostas, anna).
   π_5: g(manos, nikos).
   π_6: pr(X, Y) :- g(X, Y). ή pr(X, Y) $\vee \neg$ g(X, Y)
   π_7: pr(X, Y) :- g(X, Z), pr(Z, Y). ή pr(X, Y) $\vee \neg$ g(X, Z) $\vee \neg$ pr(Z, Y).

   Στόχος $\boldsymbol{\Sigma_1}$***:*** ?- pr(yannis,eleni). ή $\neg$ pr(yannis,eleni).

   Για το στόχο $\boldsymbol{\Sigma_1}$ να εκτελέσετε με λεπτομέρεια όλα τα βήματα εξαγωγής συμπεράσματος (deduction) με επίλυση (resolution) τα οποία χρειάζονται να εκτελεστούν μέχρι την ικανοποίηση του αρχικού στόχου. Σε κάθε βήμα επίλυσης να φαίνονται με λεπτομέρεια τα εξής: 1) Η κεντρική πρόταση. 2) Η μετονομασμένη πρόταση του προγράμματος **Π** που συμμετέχει στο βήμα της επίλυσης ως πλευρική πρόταση. 3) Οι στοιχειώδεις τύποι (literals) οι οποίοι ενοποιούνται, η εφαρμογή της ενοποίησης και η αντικατάσταση θ_i που θα προκύψει. 4) Η εφαρμογή της αντικατάστασης θ_i στη κεντρική πρόταση (central clause) και στη πλευρική πρόταση (side clause). 5) Αναλυτικά η νέα κεντρική (central) πρόταση που θα προκύψει από την εφαρμογή του συμπερασματικού κανόνα της επίλυσης. Να σημειωθεί ότι ο στόχος «?- pr(yannis,eleni).» είναι ισοδύναμος με τη πρόταση « ¬pr(yannis,eleni). ». Ο ***κανόνας υπολογισμών*** {***computation rule***} που θα χρησιμοποιήσετε είναι «*επιλογή πάντα του πρώτου στοιχειώδη τύπου (literal), δηλαδή του πλέον αριστερού στοιχειώδη τύπου*». Η επιλογή των προτάσεων από το πρόγραμμα να γίνεται με τη σειρά από την $1^{η}$ πρόταση π_1 προς τη τελευταία πρόταση π_7 όπως γίνεται και στη Prolog. **0.7 μονάδες.**

2. Έστω το πρόγραμμα $\Pi=\{\pi_1, \pi_2, \pi_3, \pi_4, \pi_5, \pi_6\}$ και ο στόχος $G = \{\neg p(a,X)\}$

   π_1 : $p\{X, Y\} \leftarrow q\{X, Z\} \wedge q\{Z, Y\}$
   π_2 : $q\{X, Y\} \leftarrow r\{X, Y\}$
   π_3 : $q\{X, Y\} \leftarrow s\{X, Y\}$
   π_4 : $r\{a,b\}$
   π_5 : $r\{b,c\}$
   π_6 : $s\{b,d\}$

   Δώστε την SLD-εξαγωγή για τον στόχο G και το πρόγραμμα Π χρησιμοποιώντας τον εξής κανόνα υπολογισμών «Επιλογή του πλέον <u>αριστερού</u> στοιχειώδους τύπου» μέχρι να βρείτε μια λύση. Δηλαδή, θα παράγετε μια πεπερασμένη SLD–εξαγωγή $G_0,\ldots,G_n$ όπου το G_n είναι η άδεια πρόταση $\{\square\}$. **0.6 μονάδες**