

Τμήμα: Μηχανικών Πληροφορικής
Μάθημα: Λογικός Προγραμματισμός
Διδάσκων: Δρ. Μανόλης Μαρακάκης
 Διάρκεια: 1 ώρα και 20 λεπτά
 Χειμερινό εξάμηνο 2020-21

Ηράκλειο, 28 Ιανουαρίου 2021

Διαγώνισμα Θεωρίας

Σημείωση: Όσοι φοιτητές που πέρασαν το διαγώνισμα προόδου του ΑΠ να γράψουν στη κόλλα τους ότι πέρασαν το διαγώνισμα, να μην κάνουν τις ερωτήσεις 1,2,3 και να επιλέξουν 5 μονάδες από τις 6 μονάδες των ερωτήσεων 4, 5 και 6. Οι υπόλοιποι να κάνουν όλες τις ερωτήσεις.

Ερώτηση 1

Να αποδείξετε εφαρμόζοντας τον κανόνα της επίλυσης και στρατηγική απόδειξης την απαγωγή σε άτοπο ότι

$$\{\neg p \vee q, \neg q \vee \neg r, \neg s \vee r, r \vee s\} \vdash \neg p$$

Η απόδειξη σας να έχει τις εξής τρεις στήλες: 1) Α/Α, 2) πρόταση και 3) αιτιολόγηση. **1.2 μονάδες**

Ερώτηση 2

Να εφαρμόσετε τον αλγόριθμο 14.1 από το βιβλίο σας (ή τον αλγόριθμο 2.1 από τις σημειώσεις που έχουν αναρτηθεί στο eclass του μαθήματος) και να αποδείξετε ότι το σύνολο των προτάσεων (clauses) Π , όπου $\Pi = \{p \vee \neg q \vee r \vee \neg s, p \vee \neg r, \neg p \vee q \vee \neg s, s, \neg q\}$ είναι μη επαληθεύσιμο (unsatisfiable). Θεωρήσατε ότι $\Pi_0 = \Pi$. Στην εφαρμογή του αλγορίθμου να φαίνεται ποιες προτάσεις αποτελούν τα σύνολα $\Pi_0, \Pi_1, \Pi_2, \Pi_3, \dots$ Η απόδειξη σας να έχει τις εξής τέσσερις στήλες: 1) Α/Α, 2) πρόταση, 3) αιτιολόγηση και 4) σύνολο προτάσεων βήματος επίλυσης. **1.3 μονάδες**

Ερώτηση 3

Θεωρήσατε τον εξής τύπο

$$(p \rightarrow q) \wedge (\neg(q \rightarrow r) \rightarrow p) \wedge (\neg(p \rightarrow q))$$

Να τον μετατρέψετε σε συζευκτική κανονική μορφή (ΣΚΜ). Η παρουσίαση των μετασχηματισμών του τύπου να έχει τη μορφή πίνακα με τις εξής τρεις στήλες: 1) Α/Α, 2) τύπος και 3) αιτιολόγηση μετασχηματισμού.

Στη συνέχεια, να εφαρμόσετε τον αλγόριθμο 14.1 από το βιβλίο σας και να αποδείξετε ότι το σύνολο των προτάσεων (clauses) Π της ΣΚΜ που παρήχθησαν είναι μη επαληθεύσιμο (unsatisfiable). Θεωρήσατε ότι $\Pi_0 = \Pi$. Στην εφαρμογή του αλγορίθμου να φαίνεται ποιες προτάσεις αποτελούν τα σύνολα $\Pi_0, \Pi_1, \Pi_2, \Pi_3, \dots$ Η απόδειξη σας να έχει τις εξής τέσσερις στήλες: 1) Α/Α, 2) πρόταση, 3) αιτιολόγηση και 4) σύνολο προτάσεων βήματος επίλυσης. **1.5 μονάδες**

Ερώτηση 4

1. Να μετατρέψετε τον τύπο σε δεσμευμένη εμπρός κανονική μορφή (prenex normal form) $\exists X \exists Y p(X, Y) \rightarrow \forall Y \exists Z q(Y, Z)$. Ο τύπος που θα προκύψει να τον μετατρέψετε σε μορφή Skolem. **0.6 μονάδες.**
2. Να κάνετε την σύνθεση των αντικαταστάσεων θ_1 ο θ_2 όπου $\theta_1 = \{X/Y, Y/f(Z)\}$ και $\theta_2 = \{X/a, Y/X, Z/f(a)\}$. **0.6 μονάδες.**
3. Έστω η αντικατάσταση $\theta = \{X/f(b), Y/a, Z/Y\}$ και η έκφραση $E = p(f(X), g(Y), Y) \vee \neg q(X, f(Z))$. Να υπολογίσετε το $E\theta$. **0.6 μονάδες.**
4. Να μετατρέψετε τις επόμενες προτάσεις Π_1 και Π_2 στην ισοδύναμη μορφή τους με τους λογικούς συνδέσμους \vee (or) και \neg (not). $\Pi_1: p(X, Y) \leftarrow q(X, Y)$ και $\Pi_2: p(X, Y) \leftarrow q(X, Z) \wedge p(Z, Y)$. **0.6 μονάδες.**

Ερώτηση 5

1. Έστω οι ατομικοί τύποι $A_1 = p(X, Z, g(X, Y, f(Z)))$ και $A_2 = p(Y, f(X), W)$. Να βρείτε τον πλέον γενικό ενοποιητή θ των A_1 και A_2 , $\theta = \text{mgu}(A_1, A_2)$, εφαρμόζοντας τον αλγόριθμο του συνόλου ασυμφωνίας, αλγόριθμος 14.3 από το βιβλίο σας. Σε κάθε βήμα εφαρμογής του αλγορίθμου να φαίνονται α) η αντικατάσταση και β) το σύνολο ασυμφωνίας. Να εφαρμόσετε την αντικατάσταση θ που βρήκατε στους δύο ατομικούς τύπους A_1 και A_2 και να σχολιάσετε το αποτέλεσμα. **1.0 μονάδες**
2. Να εφαρμόσετε τον αλγόριθμο 14.4 από το βιβλίο σας (ή τον αλγόριθμο 3.3 από τις σημειώσεις που έχουν αναρτηθεί στο eclass του μαθήματος) και να αποδείξετε ότι το σύνολο των προτάσεων (clauses) Π , όπου $\Pi = \{p1(X) \vee p2(X) \vee q1(X, f(X)), \neg p1(X) \vee p2(X) \vee q2(f(X)), q3(a), p1(a), q1(a, Y) \vee q3(Y), \neg q3(X) \vee \neg p2(X), \neg q3(X) \vee \neg q2(X)\}$ είναι μη επαληθεύσιμο (unsatisfiable). Θεωρήσατε ότι $\Pi_0 = \Pi$. Στην εφαρμογή του αλγορίθμου να φαίνεται ποιες προτάσεις αποτελούν τα σύνολα $\Pi_0, \Pi_1, \Pi_2, \Pi_3, \dots$ Η απόδειξή σας να έχει τις εξής τέσσερις στήλες: 1) Α/Α, 2) πρόταση, 3) αιτιολόγηση και 4) σύνολο προτάσεων βήματος επίλυσης. **1.0 μονάδες**

Ερώτηση 6

1. Έστω το παρακάτω πρόγραμμα Π και ο στόχος Σ_1 . Στο πρόγραμμα Π το κατηγορήμα $\text{con}(X, Y)$ είναι αληθές εάν σ' ένα γράφο η κορυφή X συνδέεται με την κορυφή Y και το κατηγορήμα $\text{path}(X, Y)$ είναι αληθές εάν υπάρχει μονοπάτι από την κορυφή X στη κορυφή Y ενός γράφου.

Πρόγραμμα Π :

$\pi_1: \text{con}(a, b).$

$\pi_2: \text{con}(a, c).$

$\pi_3: \text{con}(b, c).$

$\pi_4: \text{con}(c, d).$

$\pi_5: \text{path}(X, Y) \vee \neg \text{con}(X, Y)$

$\pi_6: \text{path}(X, Y) \vee \neg \text{con}(X, Z) \vee \neg \text{path}(Z, Y)$

Στόχος Σ_1 : $\neg \text{path}(a, d).$

Για το στόχο Σ_1 να εκτελέσετε με λεπτομέρεια όλα τα βήματα εξαγωγής συμπεράσματος (deduction) με επίλυση (resolution) τα οποία χρειάζονται να εκτελεστούν μέχρι την ικανοποίηση του αρχικού στόχου. Σε κάθε βήμα επίλυσης να φαίνονται με λεπτομέρεια τα εξής: 1) Η κεντρική πρόταση. 2) Η μετονομασμένη πρόταση του προγράμματος Π που συμμετέχει στο βήμα της επίλυσης ως πλευρική

πρόταση. 3) Οι στοιχειώδεις τύποι (literals) οι οποίοι ενοποιούνται, η εφαρμογή της ενοποίησης και η αντικατάσταση θ_i που θα προκύψει. 4) Η εφαρμογή της αντικατάστασης θ_i στη κεντρική πρόταση (central clause) και στη πλευρική πρόταση (side clause). 5) Αναλυτικά η νέα κεντρική (central) πρόταση που θα προκύψει από την εφαρμογή του συμπερασματικού κανόνα της επίλυσης. Ο κανόνας υπολογισμών (computation rule) που θα χρησιμοποιήσετε είναι «επιλογή του πλέον αριστερού στοιχειώδη τύπου». Η επιλογή των προτάσεων από το πρόγραμμα να γίνεται με τη σειρά από την 1^η πρόταση π_1 προς τη τελευταία πρόταση π_7 όπως γίνεται και στη Prolog. **1.6 μονάδες.**