

ΑΡΙΘΜ. ΓΡΑΜ. ΑΛΓΕΒΡΑ (Εξέταση Σεπτεμβρίου 2018)
(ΑΝΟΙΚΤΑ ΒΙΒΛΙΑ & ΣΗΜΕΙΩΣΕΙΣ!)

ΠΡΟΣΟΧΗ ΣΤΙΣ ΟΔΗΓΙΕΣ

1. ΣΤΑ ΘΕΜΑΤΑ 2 & 4 ΤΟ **n** ΣΥΜΒΟΛΙΖΕΙ ΤΟΝ **AM** ΣΑΤΣ .ΠΡΕΠΕΙ ΝΑ ΤΑ ΑΝΤΙΚΑΤΑΣΤΗΣΕΤΕ **ΕΞ** ΑΡΧΗΣ,

Θέμα 1 (Κάθε ερώτηση αντιστοιχεί σε 0.5 μονάδες. Για κάθε λάθος θα αφαιρείται 0.25)

Σ(ωστό) ή Λ(άθος) ; απαντήστε χωρίς καμία εξήγηση!

(α) Αν η **ορίζουσα** πίνακα A είναι $\det A = 0$, τότε ο A **δεν** διαγωνιοποιείται

(β) Όταν ένας (τετραγωνικός) πίνακας έχει κάποια ιδιοτιμή $\lambda = 0$ τότε **δεν** αντιστρέφεται.

(γ) Κάθε πίνακας **αναστρέφεται**.

(δ) Κάθε τετραγωνικός πίνακας έχει και ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα

Θέμα 2

Δίνεται ο πίνακας $A = \begin{pmatrix} 1 & 1-i \\ 1+i & -1 \end{pmatrix}$. όπου i η φανταστική μονάδα ($=\sqrt{-1}$).

Αποκλειστικά με το **Θεώρημα Cayley-Hamilton** υπολογίστε (μέχρι τέλους!) τον A^n .

Θέμα 3

Για τον $A = \begin{pmatrix} 1 & \sqrt{2}-i \\ \sqrt{2}+i & -1 \end{pmatrix}$ βρείτε έναν **αντιστρέψιμο** πίνακα E και ένα **διαγώνιο** πίνακα D, έτσι ώστε

$A = EDE^{-1}$ και **επαληθεύστε** την εν λόγω ισότητα.

Θέμα 4

Αν ο **άγνωστος** 3×3 πίνακας A έχει **φάσμα** $\text{sp}A = \{-i, 0, i\}$, όπου i η φανταστική μονάδα ($=\sqrt{-1}$), βρείτε (μέχρι τέλους!) το **ίχνος** και την **ορίζουσα** του $B = 2A^n - 2A + 2I$, όπου I ο ταυτοτικός 3×3 πίνακας .

Θέμα 5

Λύστε (μέχρι τέλους!) το πιο κάτω **σύστημα** με τη **μέθοδο του αντιστρόφου πίνακα**:

$$x+2y+3z = -1, \quad 2x+3y+z = 3, \quad 3x+y+2z = 4$$