ΠΑΠΑΔΟΠΟΥΛΟΣ ΝΙΚΟΛΑΟΣ 4140

# 3ο ΣΕΤ ΑΣΚΗΣΕΩΝ ΣΤΗΝ ΕΞΟΡΥΞΗ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ

## ΕΡΩΤΗΣΗ 3

1.

$p_v^T = (1 - a) * p_v^T * P + a * v^T \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow p_v^T + (a - 1) * p_v^T * P = a * v^T \Leftrightarrow$(το (α−1) είναι βαθμωτό μέγεθος)
$\Leftrightarrow p_v^T + p_v^T (a - 1) * P = a * v^T \Leftrightarrow$(ιδιότητες πινάκων)
$\Leftrightarrow p_v^T * (\mathrm{I}_n - (a - 1) * P) = a * v^T \Leftrightarrow$(ιδιότητες πινάκων)
$\Leftrightarrow p_v^T = v^T * \alpha * (\mathrm{I}_n - (a - 1) * P)^{-1} \Leftrightarrow$(πολλαπλασιασμός και στα δύο μέλη από την δεξιά πλευρά)
$\Leftrightarrow Q = a * (\mathrm{I}_n - (a - 1) * P)^{-1} \Leftrightarrow$(πολλαπλασιασμός και στα δύο μέλη από την δεξιά πλευρά)

2.

Έχουμε $p_v^T = v^T * Q \Leftrightarrow$ . Ο πίνακας $v^T$ έχει διαστάσεις 1xn. Για να υφίσταται πολλαπλασιασμός πινάκων, θα πρέπει οι εσωτερικές διαστάσεις των $v^T$ και Q να είναι ίδιες, δηλαδή ο πίνακας Q θα πρέπει να έχει n γραμμές σε πλήθος.

3.

Έστω ότι ο πίνακας Q έχει m στήλες.

$p_u = u^T * Q \Rightarrow$
$\Rightarrow p_u = (\frac{1}{n}, \frac{1}{n}, \dots, \frac{1}{n}) * Q \Rightarrow$
$\Rightarrow p_u = [\frac{1}{n} * (q_{11} + q_{21} + \dots + q_{n1}), \dots, \frac{1}{n} * (q_{1m} + q_{2m} + \dots + q_{nm})]$ (1)

$p_1 = (1, 0, 0, \dots, 0) * Q =$
$= [(q_{11} * 1 + q_{21} * 0 + \dots + q_{n1} * 0), \dots, (q_{1m} * 1 + q_{2m} * 0 + \dots + q_{nm} * 0) =$
$= [q_{11}, q_{12} + \dots + q_{1m}]$

$p_2 = (0, 1, 0, \dots, 0) * Q =$

$= [(q_{11} * 0 + q_{21} * 1 + ... + q_{n1} * 0), ..., (q_{1m} * 0 + q_{2m} * 1 + ... + q_{nm} * 0) =$
$= [q_{21}, q_{22} + ... + q_{2m}]$

....

$p_n = (0, 0, 0, ..., 1) * Q =$
$= [(q_{11} * 0 + q_{21} * 0 + ... + q_{n1} * 1), ..., (q_{1m} * 0 + q_{2m} * 0 + ... + q_{nm} * 1) =$
$= [q_{n1}, q_{n2} + ... + q_{nm}]$

$\frac{1}{n} * \sum_{i=1}^{n} p_i = \frac{1}{n} * p_1 + \frac{1}{n} * p_2 + ... + \frac{1}{n} * p_n =$
$= \frac{1}{n} * [q_{11}, q_{12} + ... + q_{1m}] + \frac{1}{n} * [q_{21}, q_{22} + ... + q_{2m}] + ... + \frac{1}{n} * [q_{n1}, q_{n2} + ... + q_{nm}] =$
$= [\frac{1}{n} * (q_{11} + q_{21} + ... + q_{n1}), ..., \frac{1}{n} * (q_{1m} + q_{2m} + ... + q_{nm})] \Rightarrow^{(1)}$
$\Rightarrow p_u = \frac{1}{n} * \sum_{i=1}^{n} p_i$

4.

$p_v = v^T * Q \Rightarrow$
$\Rightarrow p_v = (v_1, v_2, ..., v_n) * Q \Rightarrow$
$\Rightarrow p_v = [v_1 * (q_{11} + q_{21} + ... + q_{n1}), ..., v_n * (q_{1m} + q_{2m} + ... + q_{nm})] \ (1)$

$p_1 = (1, 0, 0, ..., 0) * Q =$
$= [(q_{11} * 1 + q_{21} * 0 + ... + q_{n1} * 0), ..., (q_{1m} * 1 + q_{2m} * 0 + ... + q_{nm} * 0) =$
$= [q_{11}, q_{12} + ... + q_{1m}]$

$p_2 = (0, 1, 0, ..., 0) * Q =$
$= [(q_{11} * 0 + q_{21} * 1 + ... + q_{n1} * 0), ..., (q_{1m} * 0 + q_{2m} * 1 + ... + q_{nm} * 0) =$
$= [q_{21}, q_{22} + ... + q_{2m}]$

....

$p_n = (0, 0, 0, ..., 1) * Q =$
$= [(q_{11} * 0 + q_{21} * 0 + ... + q_{n1} * 1), ..., (q_{1m} * 0 + q_{2m} * 0 + ... + q_{nm} * 1) =$
$= [q_{n1}, q_{n2} + ... + q_{nm}]$

$$\sum_{i=1}^{n} v_i \ * \ p_i = v_1 * p_1 + v_2 * p_2 + \ldots + v_n * p_n =$$

$$= v_1 * [q_{11} \ , \ q_{12} \ + \ldots + q_{1m}] \ + \ v_2 * [q_{21} \ , \ q_{22} \ + \ldots + q_{2m}] + \ldots + v_n * [q_{n1} \ , \ q_{n2} \ + \ldots + q_{nm}] =$$

$$= [ \ v_1 * (q_{11} + \ q_{21} + \ldots \ + \ q_{n1}) \ , \ldots , \ v_n * (q_{1m} + \ q_{2m} + \ldots \ + \ q_{nm})] \Rightarrow^{(1)}$$

$$\Rightarrow p_v = \sum_{i=1}^{n} v_i \ * \ p_i$$