

**НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ ИТМО**  
**Факультет программной инженерии и компьютерной  
техники**

**Дисциплина: Информатика**  
**Лабораторная работа № 6**  
**«Работа с системой компьютерной вёрстки TEX»**

**Выполнил студент**  
Григорьев Никита Александрович  
Группа № Р3124

**Преподаватель:**  
Болдырева Елена Александровна

Санкт-Петербург  
2023

**Ф214.** В схеме, изображенной на рисунке 11,  $R_1 = 10 \text{ ком}$ ,  $R_2 = R_3 = 5 \text{ ком}$ , а к клеммам 1–2 приложено переменное напряжение ( $U = 127$ ) в. Диоды можно считать идеальными — при одном направлении тока их сопротивление бесконечно мало, при другом — бесконечно велико. Найти, какая мощность выделяется на сопротивлении  $R_1$ .

Так как диоды идеальные, можно считать что половину периода изменения напряжения на клеммах участки цепи АВ и CD накоротко замкнуты, а другую половину периода — разомкнуты. Это означает, что в первом случае данная схема эквивалентна схеме приведенной на рисунке 12, а, а во втором — схеме, приведенной на рисунке 12, б

Количество теплоты, выделяемой на сопротивлении  $R_1$  в течении первой половины периода, равно

$$Q_1 = \frac{U^2 T}{R_1 2}$$

( $T$  — период изменения напряжения в цепи  $U = 127$  — действующее значение напряжения).

В течении второй половины периода через сопротивление  $R_1$  идет ток

$$I = \frac{U}{R_1 + R_2 + R_3}$$

и на нём выделяется количество теплоты

$$Q_2 = I^2 R_1 \frac{T}{2} = \frac{U^2}{(R_1 + R_2 + R_3)^2} R_1 \frac{T}{2}.$$

За период  $T$  на сопротивлении  $R_1$  выделяется количество теплоты

$$Q = Q_1 + Q_2 = \frac{T}{2} U^2 \left[ \frac{1}{R_1} + \frac{R_1}{(R_1 + R_2 + R_3)^2} \right]$$

Это означает, что в среднем (по периоду) на сопротивлении  $R_1$  выделяется мощность

$$P = \frac{Q}{T} = \frac{U^2}{2} \left[ \frac{1}{R_1} + \frac{R_1}{(R_1 + R_2 + R_3)^2} \right] \approx 1 \text{ вт.}$$

**Ф215.** Два мыльных пузыря радиусов  $R_1$  и  $R_2$  сливаются в один пузырь радиуса  $R_3$ . Найти атмосферное давление если коэффициент поверхностного натяжения мыльной пленки равен  $\sigma$ .

При решении этой задачи будем исходить из того, что после слияния двух

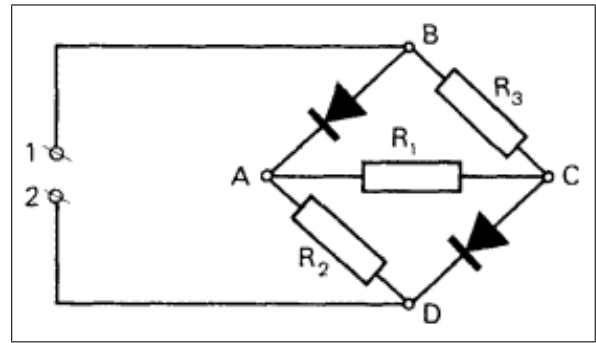


Рис. 11.

мыльных пузырей в один суммарная масса воздуха в них не изменится:

$$m_3 = m_1 = m_2 \quad (1)$$

Согласно уравнение Менделеева—Клапейрона, масса воздуха в пузыре равна

$$m = \frac{pV\mu}{RT}, \quad (2)$$

где  $V = \frac{4}{3}\pi R^3$  — объем пузыря,  $\mu$  — молекулярная масса воздуха,  $T$  — температура окружающего воздуха и одинакова для всех пузырей) и  $R$  — универсальная газовая постоянная.

Запишем условие равновесия пузыря:

$$p = p_a + p_{\text{доб}} = p_a + \frac{2\sigma}{R_\pi}, \quad (3)$$

где  $p_{\text{доб}} = \frac{2\sigma}{R_\pi}$  — добавочное давление под сферической поверхностью мыльной пленки радиуса  $R_\pi$  (\*), а  $p_a$  — атмосферное давление.

\*) Заметим, что в данном случае  $\sigma$  — коэффициент поверхностного натяжения мыльной пленки (заданный в условии), численно равный удвоенному значению коэффициента поверхностного натяжения мыльного раствора, приводимого в таблицах.

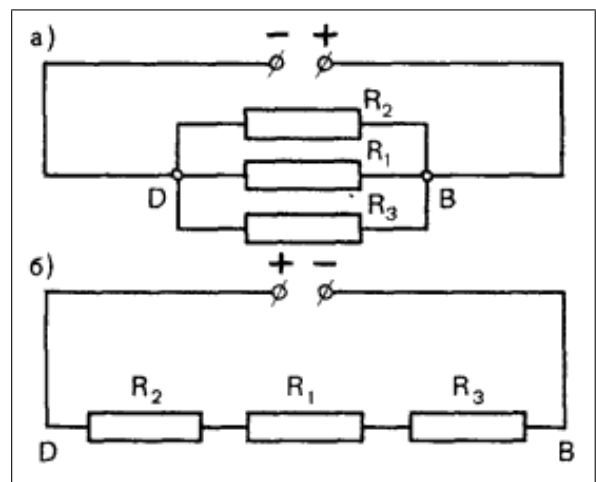


Рис. 12.

12	13	14	15	23
24	25	34	35	45
123	124	125	134	135
145	234	235	245	345

Рис. 1.

этому

$$-\frac{1}{3} \sum M_{ijkl} + \frac{2}{3} \sum M_{12345} \leq 0.$$

Теперь уже легко получить требуемый ответ. Из (7) следует, что

$$\sum M_{ij} \geq 2 \sum M_i - 3M \geq 2(5 \cdot \frac{1}{2}) - 3 = 2$$

### Формулировка общей задачи;

#### случай двух заплат

На кафтане  $M$  площади 1 имеется  $n$  заплат  $M_1, M_2, \dots, M_n$ , площадь каждой из которых не меньше известного нам числа  $a$ ; требуется оценить площадь наибольшего из пересечений  $M_{ij}$  заплат.

Другими словами, для каждой конфигурации из  $n$  заплат на кафтане мы находим **максимальное** по площади пересечение  $M_{ij}$ , а потом отыскиваем **минимум** этого максимума  $M_{ij}$  по всем возможным конфигурациям заплат\*). Такого рода «минимаксные» (то есть связанные с нахождением минимума некоторых максимумов) задачи играют в современной математике очень большую роль.

Искомое число  $\min \max M_{ij}$  зависит, разумеется от заданного числа  $a$ , то есть является функцией от  $a$ ; так как оно зависит также и от числа  $n$  заплат, то мы обозначим эту функцию через  $f_n(a)$  (где, очевидно,  $0 \leq a \leq 1$ , а  $n \geq 2$ ). Решение задачи М185 сводится к доказательству равенства