

# Übung zur Vorlesung

## BERECHENBARKEIT UND KOMPLEXITÄT

### Blatt 10

---

#### Tutoriumsaufgabe 10.1

Zeigen sie für das BIN PACKING PROBLEM (BPP), dass falls die Entscheidungsvariante in P ist, so kann auch die Optimierungsvariante in polynomialer Zeit gelöst werden.

#### Tutoriumsaufgabe 10.2

Betrachten Sie folgendes Entscheidungsproblem:

INDEPENDENT SET

**Eingabe:** Ein Graph  $G = (V, E)$  und eine Zahl  $k \in \mathbb{N}$ .

**Frage:** Gibt es unabhängige Knotenmenge  $I \subseteq V$  mit  $|I| \geq k$ , d.h. für alle  $u, v \in I$  gilt  $\{u, v\} \notin E$ .

Zeigen Sie, dass INDEPENDENT SET NP-vollständig ist.

#### Tutoriumsaufgabe 10.3

Betrachten Sie folgendes Entscheidungsproblem:

DOUBLE SAT

**Eingabe:** Eine aussagenlogische Formel  $\varphi$  in KNF.

**Frage:** Gibt es mindestens **zwei** erfüllende Belegungen für  $\varphi$ ?

Zeigen Sie, dass DOUBLE SAT NP-vollständig ist.

### Hausaufgabe 10.1

(5 Punkte)

Ziegen sie für das TRAVELING SALESMAN PROBLEM (TSP), dass falls die Entscheidungsvariante in P ist, so kann auch die Optimierungsvariante in polynomialer Zeit gelöst werden.

### Hausaufgabe 10.2

(5 Punkte)

Wir betrachten die folgenden beiden Entscheidungsprobleme ODD PATH und EVEN PATH.

EVEN PATH

**Eingabe:** Ein ungerichteter Graph  $G_1 = (V_1, E_1)$ ; zwei Knoten  $s_1, t_1 \in V_1$

**Frage:** Gibt es einen Pfad von  $s_1$  nach  $t_1$ , der eine **gerade** Anzahl von Kanten verwendet?

ODD PATH

**Eingabe:** Ein ungerichteter Graph  $G_2 = (V_2, E_2)$ ; zwei Knoten  $s_2, t_2 \in V_2$

**Frage:** Gibt es einen Pfad von  $s_1$  nach  $t_1$ , der eine **ungerade** Anzahl von Kanten verwendet?

Beweisen Sie:  $\text{EVEN PATH} \leq_p \text{ODD PATH}$  und  $\text{ODD PATH} \leq_p \text{EVEN PATH}$ .

### Hausaufgabe 10.3

(5 Punkte)

Beweisen Sie, dass das Problem  $\{0, 1\}$  RESTRICTED INTEGER PROGRAMING NP-vollständig ist.

$\{0, 1\}$  RESTRICTED INTEGER PROGRAMING

**Eingabe:** Eine Matrix  $A \in \{-1, 0, 1\}^{n \times m}$  und ein Vektor  $b \in \{0, 1\}^m$ .

**Frage:** Gibt es einen Vektor  $x \in \{0, 1\}^n$  mit  $Ax = b$ ?

**Hinweis:** Es ist hilfreich sich zunächst eine Reduktion auf dieses Problem zu überlegen, wobei auch Ungleichungen, etwa der Form  $x + y + z \geq 1$  oder  $x + y + z \leq 1$ , erlaubt sind. Daraufhin kann man sich überlegen, wie man eine solche Ungleichung in eine Gleichung übersetzen kann.

Abgabe bis Dienstag, den 16.01.2018 um 16:15 Uhr  
im Sammelkasten am Lehrstuhl i1 oder in Ihrem Tutorium.