Lehrstuhl für Informatik 1
Prof. Dr. Gerhard Woeginger
Tim Hartmann, Daniel Neuen

WS 2017/18
12.01.2018

Übung zur Vorlesung
Berechenbarkeit und Komplexität

Blatt 11

Tutoriumsaufgabe 11.1

Das Makespan-Scheduling Problem ist das folgende Optimierungsproblem:

> Makespan-Scheduling
>
> **Eingabe:** m Maschinen, n Jobs mit Laufzeiten $p_1, \dots, p_n$.
>
> **zulässige Lösungen:** Jede Zuteilung $s \colon \{1, \dots, n\} \to \{1, \dots, m\}$ der Jobs auf die Maschinen.
>
> **Zielfunktion:** Minimiere den Makespan, d.h. minimiere $\max_{1 \le i \le m} \sum_{j : s(j) = i} p_j$.

(a) Definieren Sie die Entscheidungsvariante des Makespan-Scheduling Problems.

(b) Beschreiben Sie eine polynomielle Reduktion von Subset-Sum auf die Entscheidungsvariante von Makespan-Scheduling und beweisen Sie ihre Korrektheit.

Tutoriumsaufgabe 11.2

Wir betrachten den folgenden Spezialfall von VertexCover.

> EvenDegreeVertexCover
>
> **Eingabe:** Ein Graph $G = (V, E)$, sodass jeder Knoten in G geraden Grad hat, und eine Zahl $k \in \mathbb{N}$.
>
> **Ausgabe:** Ja genau dann, wenn es eine Knotenmenge $C \subseteq V$ mit $|C| \le k$ gibt, so dass jede Kante durch C abgedeckt wird.

Zeigen Sie, dass das EvenDegreeVertexCover-Problem NP-vollständig ist.

Hausaufgabe 11.1 **(5 Punkte)**

PARTITION-INTO-THREE-SETS ist das folgende Entscheidungsproblem:

> PARTITION-INTO-THREE-SETS
>
> **Eingabe:** Zahlen $a_1, \ldots, a_n \in \mathbb{N}$.
>
> **Ausgabe:** Ja genau dann, wenn es paarweise disjunkte Mengen $I, J, K \subseteq \{1, \ldots, n\}$ mit $I \cup J \cup K = \{1, \ldots, n\}$ gibt, so dass
>
> $$\sum_{i \in I} a_i = \sum_{j \in J} a_j = \sum_{k \in K} a_k \ .$$

Zeigen Sie, dass PARTITION-INTO-THREE-SETS NP-vollständig ist.

Hausaufgabe 11.2 **(5 Punkte)**

Wir betrachten das folgende Entscheidungsproblem.

> DOMINATINGSET
>
> **Eingabe:** Ein Graph $G = (V, E)$ und eine Zahl $k \in \mathbb{N}$.
>
> **Ausgabe:** Ja genau dann, wenn es eine Knotenmenge $D \subseteq V$ mit $|D| \leq k$ gibt, so dass für jeden Knoten $v \in V \setminus D$ ein Knoten $w \in D$ mit $(v, w) \in E$ existiert.

Zeigen Sie, dass das DOMINATINGSET-Problem NP-schwer ist.

Hinweis: Zeigen Sie, dass 3-SAT $\leq_p$ DOMINATINGSET.

Hausaufgabe 11.3 **(5 Punkte)**

Wir betrachten das folgende Entscheidungsproblem.

> HAMILTONPATH
>
> **Eingabe:** Ein Graph $G = (V, E)$ und zwei Knoten s, t.
>
> **Ausgabe:** Ja, gdw. es einen Pfad und s nach t gibt, der jeden Knoten in V genau einmal besucht.

Zeigen Sie folgende Aussage: Wenn HAMILTONPATH in P liegt, dann liegt auch HC in P (und damit P = NP).

(Man kann auch zeigen, dass HAMILTONPATH NP-vollständig ist. Dies ist allerdings schwieriger. Wie kann das sein?)

Abgabe bis Dienstag, den 23.01.2018 um 16:15 Uhr
im Sammelkasten am Lehrstuhl i1 oder in Ihrem Tutorium.