

Einführung in die angewandte Stochastik

10. Präsenzübung

Aufgabe P 36

Es seien $n \in \mathbb{N}$, $p \in (0, 1)$ und X eine Zufallsvariable auf einem Wahrscheinlichkeitsraum $(\Omega, \mathfrak{A}, P)$ mit $X \sim \text{bin}(n, p)$ (d.h. X ist binomialverteilt mit Parametern n und p).

Berechnen Sie mit Hilfe der wahrscheinlichkeitserzeugenden Funktion g_X von X den Erwartungswert $E(X)$ und die Varianz $\text{Var}(X)$ der Zufallsvariablen X .

Aufgabe P 37

Es seien $\lambda > 0$ und X eine Zufallsvariable auf einem Wahrscheinlichkeitsraum $(\Omega, \mathfrak{A}, P)$ mit $X \sim \text{Exp}(\lambda)$ (d.h. X ist exponentialverteilt mit Parameter λ).

- (a) Bestimmen Sie die **momenterzeugende** Funktion h_X der Zufallsvariablen X .
- (b) Berechnen Sie mit Hilfe der momenterzeugenden Funktion h_X von X den Erwartungswert $E(X)$ und die Varianz $\text{Var}(X)$ der Zufallsvariablen X .

Aufgabe P 38

Der Betreiber eines Getränkestands auf einem alljährlich stattfindenden Frühjahrsfest setzt morgens 200 l Bowle an, die er in 0.2-l-Bechern verkauft.

Aus langjähriger Erfahrung weiß er, dass die Anzahl der Bowle-Becher, die ein Kunde an seinem Stand trinkt, als (diskrete) Zufallsvariable mit Erwartungswert $\mu = 2.6$ und Varianz $\sigma^2 = 3$ aufgefasst werden kann. („Im Mittel“ sollte der Vorrat also für $1000/2.6 \approx 384$ Personen reichen.)

- (a) Wie groß ist (approximativ) die Wahrscheinlichkeit dafür, dass der Vorrat sogar für 420 Personen ausreicht?
- (b) Wie groß ist (approximativ) die Wahrscheinlichkeit dafür, dass, obwohl nur 350 Personen den Stand besuchen, der Vorrat *nicht* ausreicht?

Aufgabe P 39

Ein Gerät enthält ein elektronisches Bauteil, dessen Funktionstüchtigkeit für die einwandfreie Funktion des Geräts erforderlich ist. Fällt das Bauteil aus, wird es unmittelbar durch ein gleichwertiges Reserveelement ersetzt. Die erwartete Lebensdauer eines derartigen elektronischen Bauteils betrage $\mu = 1\,000$ (Std.), die zugehörige Standardabweichung $\sigma = 600$ (Std.).

(Die Reparaturzeiten können hierbei als vernachlässigbar klein angesehen werden und daher unberücksichtigt bleiben.)

Bestimmen Sie (approximativ) die Mindestanzahl m von Reserveelementen, die gelagert werden müssen, um eine ununterbrochene, einwandfreie Funktion des Geräts für mehr als $t = 8\,000$ Stunden mit einer Sicherheitswahrscheinlichkeit von mindestens 95% zu garantieren.