

Übung zur Vorlesung BERECHENBARKEIT UND KOMPLEXITÄT

Blatt 2

Tutoriumsaufgabe 2.1

Gegeben sei die Turingmaschine $M = (\{q_1, q_2, q_3\}, \{0, 1\}, \{0, 1, B\}, B, q_1, q_2, \delta)$ mit δ wie folgt:

	0	1	B
q_1	$(q_3, 1, N)$	$(q_1, 0, R)$	(q_2, B, L)
q_3	$(q_1, 0, L)$	$(q_3, 1, L)$	(q_1, B, R)

Berechnen Sie die Gödelnummer $\langle M \rangle$ von M wie in der Vorlesung definiert.

In den folgenden Tutoriumsaufgaben ist es **nicht** notwendig, die Turingmaschinen explizit anzugeben. Eine Beschreibung ihrer Arbeitsweise und Laufzeit in den einzelnen Arbeitsschritten genügt.

Tutoriumsaufgabe 2.2

Sei $L = \{w\#w^R \mid w \in \{0, 1\}^*\}$ (über dem Alphabet $\Sigma = \{0, 1, \#\}$), wobei w^R das Wort w in umgekehrter Reihenfolge der Zeichen ist.

Beschreiben Sie eine möglichst effiziente 1-Band-TM, die L entscheidet. Analysieren Sie den Zeit- und den Speicherplatzbedarf der von Ihnen entworfenen Maschine.

Tutoriumsaufgabe 2.3

Beschreiben Sie eine 1-Band-TM, die die Sprache $L = \{0^n 1^n \mid n \in \mathbb{N}\}$ mit einem Zeitbedarf in $O(m \log m)$ entscheidet, wobei m die Länge der Eingabe bezeichnet.

Hausaufgabe 2.1

(5 Punkte)

Sei $M = (Q, \Sigma, \Gamma, B, q_0, \bar{q}, \delta)$ eine 1-Band-TM, welche nur Bandzellen zwischen einschließlich Positionen $-s(n)$ und $s(n) - 1$ besucht. Zeigen Sie: Wenn M auf einer Eingabe w der Länge n hält, dann hält M auf w nach spätestens $(|Q| - 1) \cdot |\Gamma|^{2s(n)} \cdot 2s(n) + 1$ Schritten.

In den folgenden Hausaufgaben ist es **nicht** notwendig, die Turingmaschinen explizit anzugeben. Eine Beschreibung ihrer Arbeitsweise und Laufzeit in den einzelnen Arbeitsschritten genügt.

Hausaufgabe 2.2

(4 Punkte)

Sei $L = \{w\#w^R \mid w \in \{0, 1\}^*\}$ (über dem Alphabet $\Sigma = \{0, 1, \#\}$), wobei w^R das Wort w in umgekehrter Reihenfolge beschreibt.

Beschreiben Sie eine möglichst effiziente 2-Band-TM, die L entscheidet. Analysieren Sie den Zeit- und den Speicherplatzbedarf der von Ihnen entworfenen Maschine.

Hinweis: Überlegen Sie sich zuerst, wie ein zweites Band die Erkennung eines Wortes in L schneller machen kann.

Hausaufgabe 2.3

(6 Punkte)

Zeigen Sie, dass jede 1-Band-TM durch eine 1-Band-TM mit einseitig unendlichem Band, d.h., durch eine Turingmaschine, die die Positionen $p < 0$ nie benutzt, simuliert werden kann. Wie groß ist der Zeitverlust?

Abgabe bis Dienstag, den 07.11.2017 um 16:15 Uhr im Sammelkasten am Lehrstuhl i1 oder in Ihrem Tutorium.
