Lehrstuhl für Informatik 1
Prof. Dr. Gerhard Woeginger
Tim Hartmann, Daniel Neuen

WS 2017/18
16.10.2017

Übung zur Vorlesung
Berechenbarkeit und Komplexität

Blatt 1

Tutoriumsaufgabe 1.1

(a) Wiederhole die Definitionen der O-, Ω- und Θ-Notation.

(b) Sortiere die folgenden Funktionen nach wachsender Größenordnung. Wenn in deiner Sortierung f vor g steht, dann ist $f = O(g)$. Begründe dabei jeweils, warum f vor g steht.

$$\sqrt{n}, \quad n^n, \quad \log n, \quad \frac{n}{\log n}, \quad n, \quad \frac{1}{n}, \quad n^2, \quad 3^n, \quad n \log n, \quad 2^n$$

Tutoriumsaufgabe 1.2

Geben Sie je eine formale Darstellung für die Sprachen der folgenden Entscheidungsprobleme an. Machen Sie sich dabei insbesondere Gedanken zur Kodierung der Eingabe und zum Eingabealphabet.

(a) Das Teilsummenproblem besteht darin, für eine gegebene Menge M von natürlichen Zahlen und eine natürliche Zahl b zu entscheiden, ob es eine Teilmenge von M gibt, sodass die Summe der Elemente dieser Teilmenge b ist. Die Sprache $L_{\text{Teilsumme}}$ enthalte die Kodierungen der Paare (M, b) mit dieser Eigenschaft.

(b) Eine Clique in einem Graphen $G = (V, E)$ ist eine Menge $K \subseteq V$ von paarweise benachbarten Knoten. Die Sprache des Cliquenproblems L_{Clique} enthalte die Kodierungen aller Paare (G, b) mit $b \in \mathbb{N}$, so dass G eine Clique der Größe mindestens b besitzt.

Tutoriumsaufgabe 1.3

Geben Sie formal eine Turingmaschine M über $\Sigma = \{0, 1\}$ an, die für eine auf dem Eingabeband befindliche Binärzahl $w \in \Sigma^*$ (das höchstwertige Bit stehe jeweils links) die Binärzahl $w + 2$ berechnet. Wenn $w = \epsilon$, soll M auch ϵ ausgeben.

Beschreiben Sie kurz die Funktionsweise Ihrer Turingmaschine.

— BITTE WENDEN —

Hausaufgabe 1.1 **(2 + 2 Punkte)**

Geben Sie je eine formale Darstellung für die Sprachen der folgenden Entscheidungsprobleme an. Machen Sie sich dabei insbesondere Gedanken zur Kodierung der Eingabe und zum Eingabealphabet.

(a) Das Partition-Problem besteht darin, zu entscheiden, ob eine gegebene Menge von natürlichen Zahlen so in zwei Teile partitioniert werden kann, dass die Summen über die jeweiligen Elemente der einzelnen Teile gleich groß sind. Die Sprache $L_{\text{Partition}}$ enthalte genau jene Zahlmengen, für die die genannte Eigenschaft gilt.

(b) Ein Hamiltonkreis in einem Graphen $G = (V, E)$ ist ein Kreis, indem jeder Knoten des Graphen genau einmal vorkommt. Die Sprache des Hamiltonkreisproblems L_{HC} enthalte die Kodierungen aller Graphen G, so dass G einen Hamiltonkreis besitzt.

Hausaufgabe 1.2 **(5 Punkte)**

Geben Sie zu der folgenden Turingmaschine M an, welche Konfigurationen auf der Eingabe $w = 110$ erreicht werden.

$$M = (\{q_0, q_1, \bar{q}\}, \{0, 1\}, \{0, 1, B\}, B, q_0, \bar{q}, \delta)$$

δ	0	1	B
q_0	$(q_0, 0, R)$	$(q_0, 1, R)$	(q_1, B, L)
q_1	$(\bar{q}, 0, R)$	$(q_1, 1, L)$	(q_0, B, R)

Hausaufgabe 1.3 **(6 Punkte)**

Geben Sie eine Beschreibung des Verhaltens der folgenden Turingmaschine M an. Geben Sie die von M berechnete Funktion an.

$$M = (\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, \bar{q}\}, \{0, 1\}, \{0, 1, B\}, B, q_0, \bar{q}, \delta)$$

δ	0	1	B
q_0	$(q_1, 0, R)$	$(q_2, 1, R)$	$(\bar{q}, 0, N)$
q_1	$(q_1, 0, R)$	$(q_1, 1, R)$	(q_3, B, L)
q_2	$(q_2, 0, R)$	$(q_2, 1, R)$	(q_4, B, L)
q_3	$(\bar{q}, 1, N)$	$(\bar{q}, 0, N)$	$(\bar{q}, 0, N)$
q_4	$(\bar{q}, 0, N)$	$(\bar{q}, 1, N)$	$(\bar{q}, 0, N)$

Abgabe bis Dienstag, den 24.10.2017 um 16:15 Uhr
im Sammelkasten am Lehrstuhl i1 oder in Ihrem Tutorium.