

Übung zur Vorlesung

BERECHENBARKEIT UND KOMPLEXITÄT

Blatt 6

Tutoriumsaufgabe 6.1

(a) Entscheiden Sie die folgenden PCP Instanzen:

$$K_1 = \left\{ \left[\frac{a}{abb} \right], \left[\frac{ab}{b} \right], \left[\frac{ab}{ba} \right], \left[\frac{aba}{ba} \right] \right\}$$
$$K_2 = \left\{ \left[\frac{a}{b} \right], \left[\frac{b}{aa} \right], \left[\frac{b}{ba} \right], \left[\frac{bb}{ba} \right], \left[\frac{aab}{b} \right] \right\}$$

- (b) Beweisen oder widerlegen Sie: Das PCP über dem Alphabet $\{0, 1\}$ ist unentscheidbar.
(c) Beweisen oder widerlegen Sie: Das PCP über dem unären Alphabet $\{0\}$ ist entscheidbar.

Tutoriumsaufgabe 6.2

Ein schlauer Fuchs hat eine neue Familie von Grammatiken entdeckt, die nun Fuchs-Grammatiken genannt werden. Das Problem, ob zwei gegebene Fuchs-Grammatiken G_1 und G_2 die selbe Sprache erzeugen, ist unentscheidbar.

- (a) Beweisen Sie: Es ist unentscheidbar, ob zwei gegebene Fuchs-Grammatiken G_1 und G_2 die Beziehung $L(G_1) \subseteq L(G_2)$ erfüllen.
(b) Kann man aus den vorhandenen Informationen folgern, dass das Leerheitsproblem für Fuchs-Grammatiken ("Gilt $L(G) = \emptyset$ für eine gegebene Fuchs-Grammatik G ?") ebenfalls unentscheidbar ist?

Hausaufgabe 6.1**(5 Punkte)**

Sei $\text{Dioph}(M)$ das Problem zu entscheiden, ob eine gegebene diophantische Gleichung mit ganzzahligen Koeffizienten über M lösbar ist.

Zeigen Sie, dass $\text{Dioph}(\mathbb{Z}) \leq \text{Dioph}(\mathbb{N})$ gilt. Beweisen Sie insbesondere die Korrektheit der Reduktion.

Hausaufgabe 6.2**(5 Punkte)**

Zeigen Sie **ohne einen der Sätze aus der Vorlesung zu benutzen** und unter Verwendung der Unterprogrammtechnik: “Wenn das PCP unentscheidbar ist, so ist auch das MPCP unentscheidbar.” Impliziert Ihr Argument auch $\text{PCP} \leq \text{MPCP}$?

Hausaufgabe 6.3**(5 Punkte)**

Für eine gegebene CFG $G = (N, \Sigma, P, S)$ soll entschieden werden, ob $L(G)$ ein Palindrom enthält. Zeigen Sie, dass dieses Problem unentscheidbar ist.

Abgabe bis Dienstag, den 05.12.2017 um 16:15 Uhr im Sammelkasten am Lehrstuhl i1 oder in Ihrem Tutorium.
