

Einführung in die angewandte Stochastik

6. Präsenzübung

Aufgabe P 20

Ein Unternehmen erhält mit Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{3}$ die Genehmigung für ein neues Produktionsverfahren. Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein bereits angenommener Auftrag von dem Unternehmen *rechtzeitig* ausgeführt werden kann, beträgt $\frac{4}{5}$ unter Verwendung dieses neuen Verfahrens und $\frac{2}{5}$ ohne dessen Nutzung.

- (a) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass das Unternehmen den Auftrag rechtzeitig ausführen kann.
- (b) Dem Unternehmen gelingt es, den Auftrag rechtzeitig zu erfüllen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass das Unternehmen die Genehmigung *nicht* erhalten hat?
- (c) Die Konkurrenz hat erfahren, dass es dem Unternehmen *nicht* gelungen ist, den Auftrag rechtzeitig zu erfüllen, und möchte hieraus die Wahrscheinlichkeit dafür ermitteln, dass die Firma die Genehmigung erhalten hat. Wie groß ist diese Wahrscheinlichkeit?

Aufgabe P 21

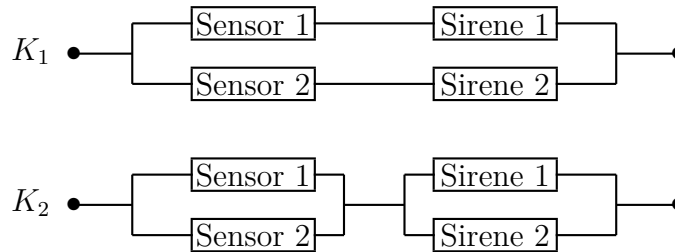
Gegeben seien ein Wahrscheinlichkeitsraum $(\Omega, \mathfrak{A}, P)$ und drei Ereignisse $A, B, C \in \mathfrak{A}$ mit $P(B \cap C) > 0$ und $P(B) < 1$. Betrachten Sie hierzu die folgenden Aussagen:

- (1) Es gilt $P(A | B^c) + P(A | B) = 1$.
- (2) Es gilt $P(A^c | B) + P(A | B) = 1$.
- (3) Es gilt $P(A \cap B | C) = P(A | B \cap C) P(B | C)$.
- (4) Falls $P(C) = 1$ gilt, folgt $P(A \cap C) = P(A)$.
- (5) Aus $P(C) = 1$ folgt $C = \Omega$.

Weisen Sie jeweils die Gültigkeit der betreffenden Aussage nach, oder widerlegen Sie die Aussage durch Angabe eines geeigneten Gegenbeispiels.

Aufgabe P 22

Eine Firma möchte zur Sicherung ihres Produktionsgeländes eine Alarmanlage installieren lassen, die aus einem Sensor und einer Sirene bestehen soll. Die zuständige Technikerin rät, jeweils zwei Sensoren und zwei Sirenen einzubauen, da diese Komponenten nicht hundertprozentig ausfallsicher sind. Sie schlägt folgende beiden Konfigurationen vor:



Die Konfigurationen K_1 bzw. K_2 sind funktionstüchtig, wenn zwischen den betreffenden Knotenpunkten eine Verbindung aus intakten Komponenten besteht.

Es sei vorausgesetzt, dass die vier Komponenten in jeder Konfiguration unabhängig voneinander ausfallen. Die Ausfallwahrscheinlichkeit für die Sensoren betrage jeweils $q_1 \in (0, 1)$ und die Ausfallwahrscheinlichkeit für die Sirenen jeweils $q_2 \in (0, 1)$ (für den Ausfall innerhalb eines festen Zeitraums).

- (a) Welche der beiden Konfigurationen K_1, K_2 besitzt eine höhere Zuverlässigkeit, d.h. eine höhere Intaktwahrscheinlichkeit? Gilt dies für alle Werte $q_1, q_2 \in (0, 1)$?
- (b) Berechnen Sie zu beiden Konfigurationen K_1, K_2 jeweils die Intaktwahrscheinlichkeiten für $q_1 = 0.2$ und $q_2 = 0.1$.

Hinweis: Sind Ereignisse A, B, C, D (gemeinsam) stochastisch unabhängig, so sind auch die beiden Ereignisse $A \cup B$ und $C \cup D$ stochastisch unabhängig.

Aufgabe 23

Laura, Inge und Klara sind bei ihrer Freundin Lisa zum Abendessen eingeladen. Da man in Aachen gelegentlich mit Regen rechnen muss, bringen die drei jeweils ihren Schirm mit und stellen ihn in den dafür vorgesehenen Schirmständer.

Als sich Laura, Inge und Klara nach einem langen, feuchtfröhlichen Abend schließlich auf den Heimweg begeben wollen, gelingt es den dreien nicht mehr, ihre Schirme richtig zuzuordnen. Sie wählen daher jeweils zufällig einen der drei im Schirmständer vorhandenen Schirme aus.

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass bei dieser zufälligen Auswahl mindestens eine der drei Freundinnen den richtigen Schirm erhält.

Hinweis: Betrachten Sie geeignete Ereignisse, und verwenden Sie hierfür die Siebformel.