

# Übung zur Vorlesung

## BERECHENBARKEIT UND KOMPLEXITÄT

### Blatt 7

---

#### Tutoriumsaufgabe 7.1

Zeigen Sie, dass folgende arithmetische Befehle durch ein LOOP-Programm simuliert werden können:

- (a)  $x_i := x_j - x_k$ ; (modifizierte Subtraktion mit Ergebnis 0 falls  $x_j < x_k$ )
- (b)  $x_i := \min\{x_j, x_k\}$ ;

#### Tutoriumsaufgabe 7.2

Wenn ein WHILE Programm  $P$  nur  $k$  Variablen ( $k \geq 1$ ) verwendet, so gehört  $P$  zur Familie der  $k$ -VARIABLE-WHILE Programme

- (a) Beweisen Sie: 1-VARIABLE-WHILE Programme sind nicht Turing-mächtig. (Hinweis: Zeigen Sie, dass kein 1-VARIABLE-WHILE Programm die Funktion  $f(x) = 2x$  berechnen kann.)
- (b) Beweisen oder widerlegen Sie mit einem skizzierten Beweis: 100-VARIABLE-WHILE Programme sind Turing-mächtig.

**Hausaufgabe 7.1****(5 Punkte)**

Zeigen Sie, dass folgende arithmetische Befehle durch ein LOOP-Programm simuliert werden können:

- (a)  $x_i := \lfloor x_j / x_k \rfloor$ ; (gegeben  $x_k > 0$ )
- (b)  $x_i := x_j \bmod x_k$

**Hausaufgabe 7.2****(5 Punkte)**

Skizzieren Sie einen Beweis, dass das folgende Problem LOOP-berechenbar ist.

Eingabe: Eine TM  $M$ ; ein Wort  $w$ ; eine natürliche Zahl  $k$ .

Frage: Terminiert  $M$  nach höchstens  $k$  Schritten, wenn  $M$  auf dem Eingabewort  $w$  gestartet wird?

**Hausaufgabe 7.3****(5 Punkte)**

- (a) Beweisen Sie, dass das folgende Problem entscheidbar ist.

Eingabe: Ein LOOP Programm  $P$  und eine Eingabe  $x_1, \dots, x_n$  für  $P$ .

Frage: Hat nach Terminierung von  $P$  die Variable  $x_1$  den Wert 0?

- (b) Beweisen Sie, dass das folgende Problem nicht entscheidbar ist.

Eingabe: Ein LOOP Programm  $P$ .

Frage: Existiert eine Eingabe für  $P$ , sodass bei Terminierung von  $P$  die Variable  $x_1$  den Wert 0 hat?

Abgabe bis Dienstag, den 12.12.2017 um 16:15 Uhr im Sammelkasten am Lehrstuhl i1 oder in Ihrem Tutorium.
---