

## Einführung in die angewandte Stochastik

---

### 8. Präsenzübung

---

#### Aufgabe P 28

Die Verteilungsfunktion  $F^X$  einer stetigen Zufallsvariablen  $X$  sei gegeben durch

$$F^X(x) = \begin{cases} 1 - \frac{1}{2} e^{-\frac{x}{2}} (x + 2), & x > 0, \\ 0, & x \leq 0. \end{cases}$$

Bestimmen Sie eine Dichtefunktion  $f^X$  von  $X$ .

**Hinweis:** Beachten Sie Bemerkung C 2.4, 5. der Vorlesung. Diese Bemerkung beinhaltet auch die Fälle  $a = -\infty$  und  $b = \infty$ .

#### Aufgabe P 29

Das Abwassersystem einer Gemeinde, an das 1 332 Haushalte angeschlossen sind, ist für eine maximale Last von 13 500 Litern pro Stunde ausgelegt.

Nehmen Sie an, dass die einzelnen Abwassermengen (pro Stunde) von  $n$  angeschlossenen Haushalten beschrieben werden können durch stochastisch unabhängige Zufallsvariablen  $X_1, \dots, X_n$ , wobei  $X_i$  für  $i \in \{1, \dots, n\}$  normalverteilt ist mit Parametern  $\mu = 10$  (Liter/Stunde) und  $\sigma^2 = 4$  ((Liter/Stunde)<sup>2</sup>).

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit einer Überlastung des Abwassersystems

- (i) für die angeschlossenen 1 332 Haushalte,
- (ii) für den Fall, dass 8 weitere Haushalte an das Abwassersystem angeschlossen werden.

**Hinweis:** Beachten Sie, dass unter den gegebenen Voraussetzungen gemäß Vorlesung gilt (vgl. C 1.16):

$$\sum_{i=1}^n X_i \sim N(n\mu, n\sigma^2).$$

## Aufgabe P 30

Gegeben sei die folgende (unvollständige) Wahrscheinlichkeitstabelle eines diskreten Zufallsvektors  $(X, Y)$ , der auf einem Wahrscheinlichkeitsraum  $(\Omega, \mathfrak{A}, P)$  definiert ist. Hierbei nehmen  $X$  die Werte 1 und 2 und  $Y$  die Werte 1, 2 und 3 an.

$P(X = i, Y = j)$		$j$			$P(X = i)$
		1	2	3	
$i$	1	0,2	?	?	0,4
	2	?	?	?	?
$P(Y = j)$		?	0,3	?	

- Vervollständigen Sie die gegebene Tabelle so, dass die Zufallsvariablen  $X$  und  $Y$  stochastisch unabhängig sind.
- Bestimmen Sie die Erwartungswerte der Zufallsvariablen  $X$  und  $Y$ .

## Aufgabe P 31

Gegeben seien die folgenden, jeweils auf  $\mathbb{R}$  definierten Funktionen:

$$F_1(x) = \begin{cases} 0, & x < 2, \\ x - 2, & 2 \leq x < 4, \\ 1, & x \geq 4, \end{cases}$$

$$F_2(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ e^{-x}, & x \geq 0, \end{cases}$$

$$F_3(x) = e^{-e^{-x}}, \quad x \in \mathbb{R}.$$

Welche dieser Funktionen können *nicht* Verteilungsfunktion einer Zufallsvariablen sein?