# Calcul de la transformée de Fourier avec formule de Black-Scholes

Comme vous nous avez conseill de faire, nous essayons de calculer la valeur $C_t$ dfinie par

$$C_T(k) = \frac{\exp(-\alpha k)}{\pi} \int_{0\infty} \exp(-ivk)\psi(v)dv \tag{1}$$

En suite, on utilise le fait que:

$$\psi(v) = \frac{e^{-rT}\phi_T(v-(\alpha+1)i)}{\alpha^2+\alpha-v^2+i(2\alpha+1)v} \tag{2}$$

et que pour le modle de black-scholes on a:

$$S_T = S_0 \exp((r-\frac{\sigma^2}{2})T+\sigma W_T) \tag{3}$$

et donc:

$$\phi_T(u) = E(e^{iu\ln(S_T)}) = e^{iu\ln(S_0)+(r-\frac{\sigma^2}{2})T}e^{-\frac{1}{2}u^2\sigma^2 T} \tag{4}$$

D'ou:

$$C_T(k) = \frac{S_o^{\alpha+1}}{\pi} \exp\left(-\alpha k + \frac{1}{2}\sigma^2(\alpha+1)^2 T\right) \int_0^\infty \frac{e^{iv(\ln(S_0) - k + (\alpha+1)\sigma^2 T) - \frac{1}{2}v^2\sigma^2 T}}{\alpha^2 + \alpha - v^2 + i(2\alpha+1)v} dv \tag{5}$$