Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

ФАКУЛЬТЕТ ИУ «Информатика и системы управления»

КАФЕДРА ИУ-7 «Программное обеспечение ЭВМ и информационные технологии»

Отчет

по лабораторной работе № 2

Дисциплина: Моделирование

Студент группы ИУ7-73Б ________________ Паламарчук А.Н.

(Подпись, дата) (Фамилия И.О.)

Преподаватель ________________ Рудаков И.В.

(Подпись, дата) (Фамилия И.О.)

2025 г.

Задание

Разработать программное обеспечение для расчёта предельных вероятностей, среднего времени пребывания в состояниях. Необходимо реализовать для расчета сложной системы S, с количеством состояний [2, 10]. Пользователь должен иметь возможность осуществить ввод матрицы интенсивностей переходов состояний (валидация необходима). Необходимо определить время нахождения системы в каждом состоянии при установившемся режиме работы. Результаты расчетов должны выводится пользователю в табличном виде.

Теоретическая часть

Случайный процесс протекает в некоторой сложной системе называется марковским, если для каждого момента времени вероятность любого состояния системы в будущем зависит только от его состояния в настоящем и не зависит от того, когда и каким образом система пришла в это состояние (т.е. не зависит от того как процесс развивался в прошлом).

Для анализа марковского процесса с непрерывным временем составляют систему дифференциальных уравнений Колмогорова. В левой части каждого уравнения находится производная функции вероятности $p_i(t)$, а в правой — сумма произведений вероятностей всех состояний, переводящих систему в данное состояние i, на интенсивности соответствующих переходов, минус суммарная интенсивность всех переходов, выводящих систему из состояния i, умноженная на вероятность $p_i(t)$. Уравнение Колмогорова для состояния i имеет следующий вид:

$$p'_{\mathrm{i}}(t) = \Sigma\left(\lambda_{\mathrm{ji}} * p_{\mathrm{j}}(t)\right) - p_{\mathrm{i}}(t) * \Sigma(\lambda_{\mathrm{ij}}) \tag{1}$$

По условию задачи рассматриваемый марковский процесс является стационарным, его вероятностные характеристики не изменяются со временем. Тогда производные вероятностей равны нулю $p'_{\mathrm{i}}(t) = 0$, что приводит к системе линейных алгебраических уравнений. Однако такая система является линейно зависимой. Для получения единственного решения одно из уравнений заменяется уравнением нормировки — сумма вероятностей нахождения системы во всех состояниях равна единице $\Sigma\, p_{\mathrm{i}}(t) \,=\, 1$.

Для нахождения среднего времени пребывания системы в состоянии $j\,(t_j)$ используется уравнение баланса, которое в стационарном режиме утверждает равенство частоты входа в состояние и частоты выхода из него:

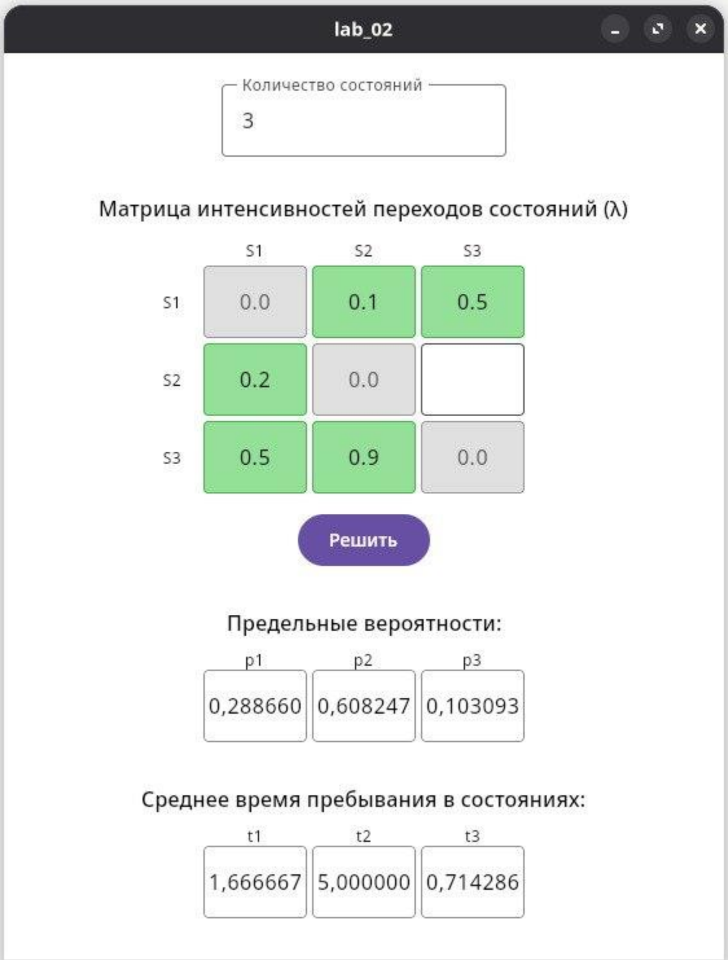
$$frequencyInput_j = \ frequencyOutput_j \tag{2}$$

Частота выхода определяется: $frequencyOutput_j = probability_j * sumOutputIntensity_j$, где $sumOutputIntensity_j \,=\, \Sigma\big(\lambda_{ji}\big)$.

Частота входа определяется: $frequencyInput_j = \Sigma\big(probability_i \,*\, \lambda_{ij}\big)$. Среднее время пребывания в состоянии по определению обратно суммарной интенсивности выхода: $t_j = \frac{1}{sumOutputIntensity_j}$. Выразив $sumOutputIntensity_j$ из уравнения баланса и подставив в определение времени, получаем

$$t_j = \frac{probability_j}{\Sigma\big(probability_i * \lambda_{ij}\big)} \tag{3}$$

Результат работы



Вывод

Поставленная задача была выполнена в полном объеме. Разработанное программное обеспечение позволяет производить расчёт предельных вероятностей, среднего времени пребывания в состояниях для сложной системы S.