Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

ФАКУЛЬТЕТ ИУ «Информатика и системы управления»

КАФЕДРА ИУ-7 «Программное обеспечение ЭВМ и информационные технологии»

Отчет

по лабораторной работе № 3

Дисциплина: Моделирование

Студент группы ИУ7-73Б ________________ Паламарчук А.Н.

(Подпись, дата) (Фамилия И.О.)

Преподаватель ________________ Рудаков И.В.

(Подпись, дата) (Фамилия И.О.)

2025 г.

Задание

Разработать программное обеспечение для визуализации основных законов распределения случайных величин. Программа должна реализовывать построение графиков для следующих распределений:

1. Равномерное распределение на интервале [A, B];
2. Пуассоновское распределение;
3. Экспоненциальное (показательное) распределение;
4. Нормальное (гауссовское) распределение;
5. k-распределение Эрланга.

Для каждого распределения необходимо предоставить пользователю возможность задавать параметры распределения через поля ввода с валидацией. Необходимо рассчитывать значения математического ожидания и дисперсии. Необходимо строить два графика: функцию плотности или массы вероятности, функцию распределения вероятности.

Теоретическая часть

Равномерное распределение

Параметры: a – нижняя граница, b – верхняя граница (b > a).

Функция плотности вероятности:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{b-a}, & \text{если } a \le x \le b \\ 0, & \text{иначе} \end{cases} \tag{1}$$

Функция распределения:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x < a \\ \dfrac{1}{b-a}, & \text{если } a \le x < b \\ 1, & \text{иначе} \end{cases} \tag{2}$$

Математическое ожидание: $\mathrm{E}[\mathrm{X}] = (\mathrm{a}+\mathrm{b})/2$

Дисперсия: $\mathrm{Var}[\mathrm{X}] = (\mathrm{b}-\mathrm{a})^2/12$

Распределение Пуассона

Параметр: λ > 0 – интенсивность (среднее число событий за промежуток времени).

Функция массы вероятности:

$$\mathrm{P(X = k)} = \frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!}, \qquad k = 0, 1, 2, \dots \tag{3}$$

Функция распределения:

$$\mathrm{F(k)} = e^{-\lambda} \sum_{i=0}^{k} \frac{\lambda^i}{i!}, \qquad k = 0, 1, 2, \dots \tag{4}$$

Математическое ожидание: $E[X] = \lambda$

Дисперсия: $Var[X] = \lambda$

Экспоненциальное распределение

Параметр: λ > 0 – параметр скорости.

Функция плотности вероятности:

$$\mathrm{f}(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x}, & \text{если } x \geq 0 \\ 0, & \text{иначе} \end{cases} \tag{5}$$

Функция распределения:

$$\mathrm{F}(x) = \begin{cases} 1 - e^{-\lambda x}, & \text{если } x \geq 0 \\ 0, & \text{иначе} \end{cases} \tag{6}$$

Математическое ожидание: $E[X] = 1/\lambda$

Дисперсия: $Var[X] = 1/\lambda^2$

Нормальное распределение

Параметры: μ – математическое ожидание, σ > 0 – стандартное отклонение.

Функция плотности вероятности:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} \tag{7}$$

Функция распределения:

$$F(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{t-\mu}{\sigma}\right)^2} dt \qquad (8)$$

Для расчётов:

$$F(x) = \frac{1}{2}\left(1 + \operatorname{errf}\left(\frac{x-\mu}{\sigma\sqrt{2}}\right)\right) \qquad (9)$$

Где $errf(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^x e^{-t^2} dt$ – функция вероятности ошибок.

Математическое ожидание: $E[X] = \mu$

Дисперсия: $Var[X] = \sigma^2$

К-распределение Эрланга

Параметры: k – целое положительное число (количество событий), λ > 0 – интенсивность (среднее число событий за промежуток времени).

Функция плотности вероятности:

$$\mathrm{f}(x) = \begin{cases} \dfrac{\lambda^k x^{k-1} e^{-\lambda x}}{(k-1)!}, & \text{если } x \geq 0 \\ 0, & \text{иначе} \end{cases} \qquad (10)$$

Функция распределения:

$$\mathrm{F}(x) = \begin{cases} 1 - e^{-\lambda x} \sum\limits_{n=0}^{k-1} \dfrac{(\lambda x)^n}{n!}, & \text{если } x \geq 0 \\ 0, & \text{иначе} \end{cases} \qquad (11)$$

Математическое ожидание: $E[X] = k/\lambda$

Дисперсия: $Var[X] = k/\lambda^2$

Вывод

Поставленная задача была выполнена в полном объеме. Разработанное программное обеспечение позволяет пользователю задавать параметры распределения, строит графики: функции плотности или массы вероятности, функции распределения вероятности, рассчитывает значения математического ожидания и дисперсии.