

Правила оформления домашних заданий

1. Домашние задания выполняются строго на отдельных листах (тетрадных или формата А4), которые обязательно должны быть скреплены степлером или канцелярской скрепкой. Лучше всего выполнять работу на тонких листах, исписанных с обеих сторон и скрепленных скрепкой. Разрозненные листы, а также листы, скрепленные путем загибания уголка, не принимаются;
2. каждая работа должна иметь титульный лист, на котором указаны название работы, фамилия автора, индекс его группы и номер выполненного варианта.

Задача №1 (проверка параметрических гипотез)

Вариант 1. При поверке вольтметра были произведены $n = 16$ измерений напряжения синхронно с эталонным вольтметром, в результате чего были получены значения $S(\vec{x}) = 1.8$ В для проверяемого прибора и $S(\vec{y}) = 1.2$ В для эталонного. Считая, что ошибки обоих приборов распределены нормально, при уровне значимости 0.05 с использованием одностороннего критерия проверить гипотезу о том, что оба прибора принадлежат одному классу точности.

Вариант 2. Точность наладки станка-автомата, производящего некоторые детали, характеризуется дисперсией длины готовых деталей. Если эта величина превышает 400 мкм^2 , то станок останавливается для наладки. После проверки $n = 15$ деталей получено значение $S^2(\vec{x}_n) = 680 \text{ мкм}^2$. При уровне значимости $\alpha = 0.01$ установить, нужно ли проводить наладку станка, если контролируемый признак имеет нормальное распределение.

Вариант 3. До наладки станка была проверена точность изготовления $n = 10$ втулок и получено значение исправленной выборочной дисперсии их диаметра, равное 5.7 мкм^2 . После наладки станка были измерены диаметры еще 25 втулок и получено соответствующее значение дисперсии, равное 9.6 мкм^2 . Есть ли основания считать, что в результате наладки станка точность изготовления на нем деталей не изменилась? Проверку гипотезы провести при уровне значимости $\alpha = 0.1$ в предположении, что ошибка изготовления распределена по нормальному закону.

Вариант 4. В соответствии с техническими условиями среднее время безотказной работы однотипных приборов из большой партии должно составлять 1000 ч. После проверки $n = 25$ случайно отобранных приборов было получено среднее значение времени их работы $\bar{x}_n = 970$ ч. Предполагая распределение контролируемого признака нормальным, при уровне значимости $\alpha = 0.01$ проверить гипотезу о том, что вся партия удовлетворяет техническим условиям, если $S(\vec{x}_n) = 10$ ч.

Вариант 5. Из большой партии резисторов одного типа и номинала случайным образом были отобраны $n = 36$ штук. После проверки было установлено, что среднее значение величины их сопротивления составляет $\bar{x}_n = 9.3 \text{ кОм}$. С использованием двустороннего критерия при уровне значимости $\alpha = 0.05$ проверить гипотезу о том, что выборка взята из партии с номинальным значением сопротивления 10 кОм , если распределение контролируемого признака нормальное, а дисперсия значения сопротивления известна и равна 4 кОм^2 .

Вариант 6. Стабильность работы станка-автомата, обрабатывающего втулки, характеризуется дисперсией внутреннего диаметра готовых изделий. Для контроля стабильности работы

через определенные промежутки времени проводятся измерения (в миллиметрах) внутреннего диаметра $n = 10$ обработанных втулок. С использованием двух выборок

$$\vec{x}_n = (12.060, 12.063, 12.068, 12.060, 12.067, 12.063, 12.059, 12.062, 12.062, 12.060),$$

$$\vec{y}_n = (12.063, 12.060, 12.057, 12.056, 12.059, 12.058, 12.062, 12.059, 12.059, 12.057)$$

при уровне значимости $\alpha = 0.01$ проверить гипотезу о том, что в течение последнего контрольного промежутка времени станок работал стабильно. Распределение контролируемого признака считать нормальным.

Вариант 7. До замены кварца в радиопередатчике было произведено $n_1 = 10$ замеров несущей частоты, в результате чего была получена оценка среднего квадратичного отклонения ее значения $S(\vec{x}_{n_1}) = 0.045 \text{ кГц}$. После замены кварца произведено еще $n_2 = 8$ замеров частоты и получена оценка среднего квадратичного отклонения $S(\vec{y}_{n_2}) = 0.02 \text{ кГц}$. Предполагая распределение контролируемого признака нормальным, при уровне значимости $\alpha = 0.01$ проверить гипотезу о том, что замена кварца не привела к уменьшению разброса несущей частоты.

Вариант 8. По выборке из $n_1 = 50$ электроламп завода А получено значение средней продолжительности работы ламп $\bar{x} = 1288$ ч и ее среднее квадратичное отклонение $S(\vec{x}) = 80$ ч. По выборке из $n_2 = 25$ ламп того же типа, произведенных на заводе Б, получены соответствующие значения $\bar{y} = 1208$ ч и $S(\vec{y}) = 84$ ч. Считая, что время работы ламп с каждого завода распределено по нормальному закону, а значения дисперсии обоих распределений одинаковы, при уровне значимости $\alpha = 0.05$ проверить гипотезу о том, средняя продолжительность работы ламп, произведенных на этих заводах, совпадает.

Вариант 9. Ожидается, что добавление специальных веществ должно уменьшить жесткость воды. По результатам измерений жесткости воды до и после добавления этих веществ были получены соответственно значения $\bar{x}_{n_1} = 4.0$, $\bar{y}_{n_2} = 0.8$ (стандартных единиц). Считая, что распределение контролируемого признака является нормальным с дисперсией $\sigma^2 = 2.25$ для обеих генеральных совокупностей, при уровне значимости $\alpha = 0.05$ проверить гипотезу о том, что результаты эксперимента подтверждают ожидания, если $n_1 = 40$, $n_2 = 50$.

Вариант 10. На двух токарных станках-автоматах изготавливают детали по одному чертежу. Из продукции первого станка было отобрано $n_1 = 9$ деталей, а из продукции второго — $n_2 = 11$ деталей. Выборочные дисперсии контрольного размера, определенные по этим выборкам, составляют $S^2(\vec{x}_{n_1}) = 5.9 \text{ мкм}^2$ и $S^2(\vec{y}_{n_2}) = 6.2 \text{ мкм}^2$ соответственно. С использованием двустороннего критерия при уровне значимости $\alpha = 0.05$ проверить гипотезу о равенстве дисперсий контрольного размера деталей, изготовленных на разных станках.

Вариант 11. На автоматической линии рыбоперерабатывающего завода производится разделка и фасовка малосолёной семги в вакуумные упаковки номинальной массой 300 г с использованием аппаратного-программного комплекса на основе электронного сканера. Во избежание исковых претензий комплекс настраивается таким образом, чтобы масса продукта в каждой упаковке была гарантированно не ниже номинала. При этом руководство завода также требует, чтобы предельная величина среднеквадратичного отклонения массы нетто готовых упаковок составляла 25 г. После проверки $n = 26$ сошедших с линии упаковок было получено значение $S = 28$ г. Предполагая распределение контролируемого признака нормальным, при уровне значимости $\alpha = 0.1$ проверить гипотезу о том, что работа комплекса удовлетворяет требованию руководства к СКО.

Вариант 12. Для исследования стабильности температуры в термостате с кварцевым генератором были проведены две серии замеров температуры (в $^{\circ}\text{C}$) с интервалом в 15 часов:

$$\vec{x} = (17.85, 17.98, 18.01, 18.2, 17.9, 18.0),$$

$$\vec{y} = (18.01, 17.98, 18.05, 17.9, 18.0).$$

Считая распределение контролируемого признака нормальным со среднеквадратичным отклонением $\sigma = 0.1^{\circ}\text{C}$, при уровне значимости $\alpha = 0.05$ проверить гипотезу о неизменности температуры в термостате.

Вариант 13. Две партии стальной проволоки изготовлены в разные смены. По результатам испытаний на разрыв $n_1 = 10$ образцов 1-ой партии и $n_2 = 6$ образцов 2-ой партии получены следующие выборочные значения средней прочности $\bar{x}_{n_1} = 234$ Н и $\bar{y}_{n_2} = 247$ Н. С использованием одностороннего критерия при уровне значимости $\alpha = 0.1$ проверить гипотезу о том, что средняя прочность проволоки в обеих партиях одинакова. Принять закон распределения значения прочности проволоки обеих партий нормальным со средним квадратичным отклонением $\sigma = 10$ Н.

Вариант 14. Для классификации электроизмерительного прибора произведено $n_1 = 9$ замеров эталонного источника напряжения, в результате чего получено значение $S(\bar{x}_{n_1}) = 0.1$ В. После $n_2 = 15$ измерений этого же напряжения стандартным прибором было получено значение $S(\bar{y}_{n_2}) = 0.09$ В. Считая, что систематические ошибки измерения отсутствуют, а случайные ошибки подчинены нормальному закону, при уровне значимости $\alpha = 0.1$ проверить гипотезу о принадлежности обоих приборов к одному классу точности.

Вариант 15. До наладки станка была проверена точность изготовления $n_1 = 10$ втулок, в результате чего получено значение $S^2(\bar{x}_{n_1}) = 9.6$ мкм². После наладки была проверена партия из $n_2 = 15$ втулок и получено значение $S^2(\bar{y}_{n_2}) = 5.7$ мкм². Считая распределение контролируемого признака нормальным, при уровне значимости $\alpha = 0.05$ проверить гипотезу о том, что после наладки станка точность изготовления втулок не увеличилась.

Вариант 16. После запуска $n_1 = 5$ однотипных ракет были получены следующие значения дальности их полета (в км):

692.9, 695.7, 691.3, 693.6, 649.4.

После доработки одного из блоков двигательной установки ракет этого типа были запущены еще $n_2 = 4$ ракеты, в результате чего получены следующие значения дальности полета (в км):

691.2, 696.2, 693.7, 695.4.

Считая распределение контролируемого признака в обоих случаях нормальным с одинаковым среднеквадратичным отклонением, при уровне значимости $\alpha = 0.1$ проверить гипотезу о том, что доработка двигательной установки не привела к увеличению средней дальности полета ракет.

Вариант 17. Расстояние между двумя подвижными объектами определяется с помощью гамма-дальномера, точность которого характеризуется средним квадратичным отклонением $\sigma = 10$ м. С интервалом 12 минут проведено 2 серии измерений, в результате чего получены значения $\bar{x}_{n_1} = 832$ м, $n_1 = 5$, $\bar{y}_{n_2} = 840$ м, $n_2 = 3$. Предполагая, что ошибка измерений подчиняется нормальному закону, при уровне значимости $\alpha = 0.05$ проверить гипотезу о том, что за указанное время расстояние между объектами не увеличилось.

Вариант 18. В соответствии с техническими условиями среднее время безотказной работы для приборов должно составлять 1000 ч. После проверки $n = 25$ случайно выбранных из партии приборов было получено среднее значение $\bar{x}_n = 970$ ч. Считая распределение контролируемого признака нормальным со средним квадратичным отклонением 100 ч, при уровне значимости $\alpha = 0.01$ проверить гипотезу о том, что вся партия удовлетворяет техническим условиям.

Вариант 19. Партия ракет, среднее квадратичное отклонение дальности полета которых должно составлять 1.6 км, длительное время хранилась в полевых условиях. Для проверки их пригодности из партии были отобраны $n = 10$ ракет, по результатам измерения дальности полета которых получено значение $S(\bar{x}_n) = 3.4$ км. Считая распределение контролируемого признака нормальным, при уровне значимости $\alpha = 0.05$ проверить гипотезу о том, что после хранения рассеяние дальности полета ракет в партии не увеличилось.

Вариант 20. Локальные вычислительные сети центрального офиса некоторого предприятия и его филиала объединены с использованием vpn-соединения по протоколу OpenVPN. Для повышения скорости обмена данными была предпринята попытка перенастроить оборудование

для использования протокола WireGuard. Предполагая, что закон распределения скорости соединения каждого типа является нормальным, а значения дисперсии совпадают, при уровне значимости $\alpha = 0.1$ проверить гипотезу о том, что в результате перенастройки средняя скорость соединения не увеличилась, если по результатам $n = 10$ тестов скорости были получены значения $\bar{x} = 57.5$ Мбит/с, $S(\bar{x}) = 5.8$ Мбит/с для протокола OpenVPN и $\bar{y} = 64.9$ Мбит/с, $S(\bar{y}) = 7.2$ Мбит/с для протокола WireGuard.

Вариант 21. Общий уровень физической подготовки спортсмена оценивается интегральным показателем, выраженным числом баллов. В первый день после прибытия в спортивный лагерь команды из $n = 16$ спортсменов были получены следующие значения баллов, записанные в выборку

$\vec{x} = (65, 72, 64, 60, 59, 71, 77, 83, 73, 61, 78, 65, 70, 61, 72, 65)$.

После завершения месячной смены уровень физической подготовки команды был проверен повторно, в результате чего была получена выборка

$\vec{y} = (67, 75, 62, 65, 63, 73, 77, 81, 78, 67, 80, 66, 75, 65, 77, 69)$.

Считая распределение баллов нормальным с неизменной в течение смены дисперсией, при уровне значимости 0.05 проверить гипотезу о том, что общий уровень подготовки команды остался прежним.

Вариант 22. Давление в камере измеряется двумя манометрами. Для сравнения точности этих приборов через некоторые промежутки времени были $n = 10$ раз синхронно сняты их показания, в результате чего получены значения (в единицах шкалы приборов) $\bar{x}_n = 1583$ Па, $S(\bar{x}_n) = 7.2$ Па (для первого прибора) и $\bar{y}_n = 1601$ Па, $S(\bar{y}_n) = 5.4$ Па (для второго прибора). Считая распределение ошибок нормальным, с использованием одностороннего критерия при уровне значимости $\alpha = 0.01$ проверить гипотезу о равенстве дисперсий.

Вариант 23. Известно, что точность манометра характеризуется средним квадратичным отклонением $\sigma = 1$ Па. В результате $n_1 = 5$ измерений давления в пневмосистеме ракеты было получено среднее значение $\bar{x}_{n_1} = 150$ Па. После шестимесячного хранения ракеты давление в пневмосистеме было измерено $n_2 = 3$ раза, в результате чего было получено значение $\bar{y}_{n_2} = 148$ Па. Считая, что случайные погрешности измерений подчинены нормальному закону, при уровне значимости $\alpha = 0.05$ проверить гипотезу о том, что за время хранения давление в пневмосистеме ракеты не изменилось.

Вариант 24. Максимально допустимая температура работы двигателя дизельной электростанции составляет 97°C. После $n = 6$ измерений его температуры получены значения $\bar{x} = 98.3^\circ\text{C}$ и $S(\bar{x}) = 1.1^\circ\text{C}$. При уровне значимости $\alpha = 0.05$ проверить гипотезу о том, что двигатель можно не останавливать.

Вариант 25. Для контроля качества работы молокоперерабатывающего завода были проверены $n = 5$ пачек молока номинальной жирности 3.2%, в результате чего были получены значения $\bar{x}_n = 3.0\%$ и $S(\bar{x}_n) = 0.1\%$ жирности. Считая распределение контролируемого признака нормальным, при уровне значимости $\alpha = 0.01$ с использованием одностороннего критерия проверить гипотезу о том, что средняя жирность молока удовлетворяет заявленному показателю.

Вариант 26. В однотипных теплицах выращиваются семена некоторой культуры. Для повышения всхожести семян в $n_1 = 5$ теплицах создаются особые условия, а в остальных $n_2 = 10$ теплицах условия оставляют стандартными. Считая распределение контролируемого признака нормальным, при уровне значимости $\alpha = 0.05$ проверить гипотезу о том, что особые условия не повышают всхожесть семян, если по результатам посевной получены следующие значения: $\bar{x}_{n_1} = 70\%$, $S(\bar{x}_{n_1}) = 5\%$, $\bar{y}_{n_2} = 60\%$, $S(\bar{y}_{n_2}) = 7\%$.

Вариант 27. До осуществления планового обслуживания станка-автомата по розливу сока в литровые пакеты был проконтролирован объем продукта в $n_1 = 5$ пакетах, в результате чего получено значение среднего квадратичного отклонения $S(\bar{x}_{n_1}) = 0.05$ л. После проведения обслуживания станка было проконтролировано содержимое $n_2 = 3$ пакетов и получено значение

$S(\vec{y}_{n_2}) = 0.15$ л. Считая распределение контролируемого признака нормальным, при уровне значимости $\alpha = 0.01$ проверить гипотезу о том, что мастер, выполнявший обслуживание, сможет объяснить трехкратное ухудшение показателя точности малым объемом выборки.

Вариант 28. Величина максимально допустимого внутреннего давления в шине автомобиля "Белаз" 7540А при ее температуре, равной температуре окружающей среды, составляет 5.43 атм. После проведения $n = 10$ измерений одним и тем же манометром получено значение $\bar{x}_n = 5.5$ атм. Считая, что ошибки измерений подчинены нормальному распределению со средним квадратичным отклонением $\sigma = 0.01$ атм, при уровне значимости $\alpha = 0.01$ с использованием одностороннего критерия проверить гипотезу о том, что давление в шине равно максимально допустимому.

Вариант 29. В стене разрушающегося здания по обе стороны от трещины были установлены маячки. По результатам $n_1 = 5$ измерений сразу после установки было получено значение $\bar{x}_{n_1} = 90$ мм расстояния между ними. Через неделю было проведено еще $n_2 = 4$ измерения, в результате чего получено значение расстояния $\bar{y}_{n_2} = 93.3$ мм. Считая распределение ошибок измерения нормальным со среднеквадратичным отклонением $\sigma = 0.5$ мм (систематические ошибки отсутствуют), при уровне значимости $\alpha = 0.01$ с использованием одностороннего критерия проверить гипотезу о том, что за неделю расстояние между маячками не изменилось.

Вариант 30. После проверки 11 пол-литровых бутылок с вишневым сиропом, сошедших с конвейера, получено среднее значение 0.487 л объема сиропа в них при исправленной выборочной дисперсии 0.011^2 л². При уровне значимости 0.01 проверить гипотезу о том, что средний объем сиропа в сошедших с конвейера бутылках равен номинальному.