تکلیف سری سوم کنترل خطی   نیلوفر مملا ۴۰۱۲۲۹۰۵۳

۱- a و b و K به طوری که سیستم پایدار باشد

$$GH = \frac{K(s+a)}{(s+b)(s+2)^2(s+4)}$$

یک فیدبک منفی می‌دهیم

$$\frac{G}{1+KG} = \frac{\frac{(s+a)}{(s+b)(s+2)^2(s+4)}}{1+\frac{K(s+a)}{(s+b)(s+2)^2(s+4)}} = \frac{(s+a)}{(s+b)(s+2)^2(s+4)+K(s+a)}$$

معادله مشخصه

$$\rightarrow \Delta(s) = (s^2+(4+b)s+4b)(s^2+4s+4) + Ks + Ka$$

$$= s^4 + \cancel{4s^3} + \cancel{4s^2} + \cancel{(4+b)s^3} + \cancel{(16+4b)s^2} + \cancel{(16+4b)s} + \cancel{4bs^2} + \cancel{16bs} + 16b + Ks + Ka$$

$$= s^4 + (8+b)s^3 + (20+8b)s^2 + (16+20b+K)s + 16b + Ka = 0$$

جدول راث هرویتز

برای پایداری ستون اول باید هم‌علامت باشند

$1 > 0$

پس بقیه هم باید مثبت باشند

s^4	1	$20+8b$	$16b+Ka$
s^3	$8+b$	$16+20b+K$	0
s^2	$\frac{(8+b)(20+8b)-(16+20b+K)}{8+b} = \frac{8b^2+64b+144-K}{8+b}$	$16b+Ka$	
s^1	C	0	
s^0	D		

$8+b>0 \rightarrow b>-8$

$8b^2+64b+144-K>0$

$\rightarrow K < 8b^2+64b+144$

$$C = \frac{\left(\frac{8b^2+64b+144-K}{8+b}\right)(16+20b+K) - (8+b)(16b+Ka)}{\frac{8b^2+64b+144-K}{8+b}} > 0$$

$$D = \frac{C(16b+Ka) - 0}{C} = 16b+Ka > 0$$

۲- مکان هندسی ریشه ها $K>۰$ $G(s)=\frac{K(s+۱)}{s^۳+۴s^۲+۵s} \rightarrow s=-۱$

$s(s^۲+۴s+۵)=۰ \rightarrow s=۰ \; , \; s=-۲\pm j$

$m=۱$ صفر $\quad$ قطب $n=۳$

تعداد شاخه های مکان ریشه = درجه معادله مشخصه = ۳

رسم مجانب ها: $\sigma=\frac{\Sigma p_i-\Sigma z_j}{n-m}=\frac{-۴+۱}{۲}=\frac{-۳}{۲}$: تقاطع مجانب با محور حقیقی

$\theta=\frac{(۱+۲K)۱۸۰^\circ}{n-m}=\frac{(۱+۲K)۱۸۰^\circ}{۲}=۹۰^\circ , ۲۷۰^\circ$ RL

$\theta=\frac{۲K\,۱۸۰^\circ}{n-m}=\frac{۲K\,۱۸۰^\circ}{۲}=۰^\circ , ۱۸۰^\circ$ CRL

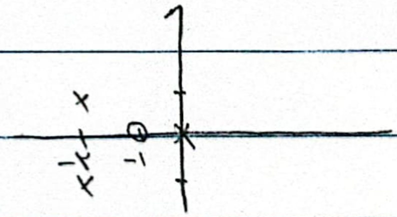
نقاط شکست: $۱+KG(s)=۰ \rightarrow K=\frac{-۱}{G(s)} \rightarrow \frac{dK}{ds}=۰$

$\rightarrow \frac{۱}{ds}\left(\frac{-(s+۱)}{s^۳+۴s^۲+۵s}\right)=\frac{-۱(s^۳+۴s^۲+۵s)+(s+۱)(۳s^۲+۸s+۵)}{(s^۳+۴s^۲+۵s)^۲}$

$=\frac{\cancel{-s^۳}\cancel{-۴s^۲}-۵s\cancel{+۳s^۳}\cancel{+۱۱s^۲}+۱۳s+۵}{(s^۳+۴s^۲+۵s)^۲}=۰ \rightarrow ۲s^۳+۷s^۲+۸s+۵=۰$

$\rightarrow s_۱\simeq-۲,۲ \quad s_{۲,۳}=-۰/۶۵۱\pm۰/۸۴۵j$

قطعا $\underline{s_۱}$



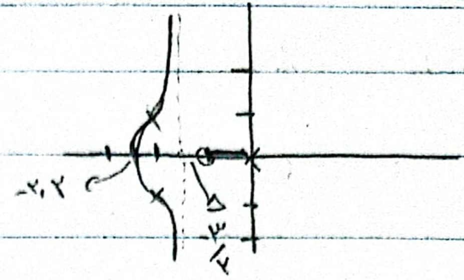
زاویه خروج از قطب، ورود به صفر $\sum^{m}\theta_{z_i}-\sum^{n}\theta_{p_j}=-۱۸۰$

قطب اول: $۰-(\theta_{p_۱}+۱۵۳,۴۳-۱۵۳,۴۳)=-۱۸۰ \rightarrow \theta_{p_۱}=۱۸۰$

قطب دوم: $۱۳۵-(۱۵۳,۴۳+\theta_{p_۲}+۹۰)=-۱۸۰ \rightarrow \theta_{p_۲}=۷۱,۵۷$

قطب سوم: $-۱۳۵-(-۱۵۳,۴۳-۹۰+\theta_{p_۳})=-۱۸۰ \rightarrow \theta_{p_۳}=-۷۱,۵۷$

خروج از صفر: $\theta_{z_۱}-(\pi+۱۵۳,۴۳-۱۵۳,۴۳)=-۱۸۰ \rightarrow \theta_{z_۱}=۰$



۳ـ $s(s+۵)(s+۶)(s^۲+۲s+۲)+K(s+۳)=۰$

$$1+KG(s)=1+\frac{K(s+۳)}{s(s+۵)(s+۶)(s^۲+۲s+۲)}$$

$$\rightarrow G(s)=\frac{s+۳}{s(s+۵)(s+۶)(s^۲+۲s+۲)}$$

$K=۰ \rightarrow s=۰,\ -۵,\ -۶,\ -۱\pm j۱$ $K=\pm\infty,\ s=-۳$ 4 branches $\rightarrow \infty$

تا نسبت به محور حقیقی تقارن وجود دارد

$n-m=۴ \rightarrow$ ۴ مجانب در RL و ۴ مجانب در CRL

$$K>۰ \rightarrow \theta_K=\frac{(۲K+۱)\pi}{۴}=\begin{cases}\theta_{۱,۲}=\pm\pi/۴\\ \theta_{۳,۴}=\pm ۳\pi/۴\end{cases}$$

$$K<۰ \rightarrow \theta_K=\frac{۲K\pi}{۴}=\begin{cases}\theta_۰=۰ & \theta_۱=\pi/۲\\ \theta_۳=\pi & \theta_۴=۳\pi/۲\end{cases}$$

$$\sigma=\frac{(۰-۵-۶+(-۱+j)+(-۱-j))-۳}{۴}=\frac{-۵}{۲}$$

$$\frac{dG(s)}{ds}=-۲\,\frac{۲s^۵+۲۷s^۴+۱۳۲s^۳+۲۸۴s^۲+۲۶۴s+۹۰}{s^۲(s^۴+۱۳s^۳+۵۴s^۲+۸۲s+۶۰)^۲}=۰ \rightarrow s_۱=-۵,۵۲۴$$

$s_{۲,۳}=-۳,۳۳\pm j۱,۲$

$s_{۴,۵}=-۰/۶۶\pm ۰/۴۷j$

جواب حقیقی قابل قبول $\rightarrow s_۱$

$\theta_{z_۱} - (\theta_{p_۱} + \theta_{p_۲} + \theta_{p_۳} + \theta_{p_۴} + \theta_{p_۵}) = (۲K+۱)\pi$ زاویه خروج از قطب

$\theta_{z_۱} - (\theta_{p_۱} + ۱۳۵ - ۱۳۵ + ۰ + ۰) = -\pi \rightarrow \theta_{p_۱} = \pi$

$\theta_{z_۱} - (\theta_{p_۱} + \theta_{p_۲} + ۹۰ + ۱۴٫۰۴ + ۱۱٫۳۱) = -۳\pi \rightarrow \theta_{p_۲} = -۴۳٫۸^\circ$

$\theta_{z_۱} - (-۱۳۵ - ۹۰ + \theta_{p_۳} - ۱۴٫۰۴ - ۱۱٫۳۱) = -\pi \rightarrow \theta_{p_۳} = ۴۳٫۸^\circ$

$\theta_{z_۱} - (۱۸۰ + ۱۴٫۰۴ - ۱۴٫۰۴ + \theta_{p_۴} + ۰) = -\pi \rightarrow \theta_{p_۴} = \pi$

$\theta_{z_۱} - (۱۸۰ + ۱۱٫۳۱ - ۱۱٫۳۱ + ۱۸۰ + \theta_{p_۵}) = -\pi \rightarrow \theta_{p_۵} = ۰$

$\theta_{z_۱} - (\pi + ۲۶٫۵۶ - ۲۶٫۵۶ + ۰ + ۰) = \pi \rightarrow \theta_{z_۱} = ۰$

حالت نوسانات دائمی ← راث هرویتز

$\Delta(s) = s^۵ + ۱۳s^۴ + ۵۴s^۳ + ۸۲s^۲ + (۶۰+K)s + ۳K = ۰$

$s^۵$	۱	۵۴	۶۰+K
$s^۴$	۱۳	۸۲	۳K
$s^۳$	۴۷٫۷	۰/۷۹۶K	۰
$s^۲$	A=۶۵٫۶−۰/۲۱۲K	۳K	۰
$s^۱$	۳۹۴۰−۱۰۵K −۰/۱۳۶۳K^۲/A	۰	۰
$s^۰$	۳K	۰	۰

$۳K > ۰ \rightarrow K > ۰$

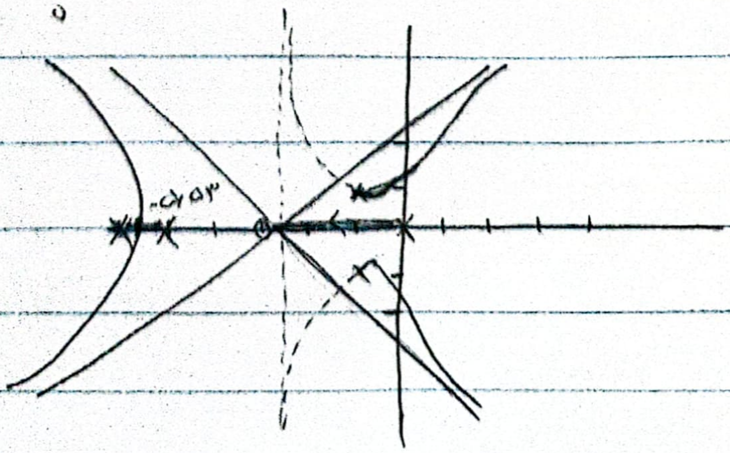
$۶۵٫۶ - ۰/۲۱۲K > ۰ \rightarrow K < ۳۰۹$

$۳۹۴۰ - ۱۰۵K - ۰/۱۳۶۳K^۲ > ۰ \rightarrow K < ۳۵$

$۰ < K < ۳۵$ محدوده پایداری

$K = ۳۵ \rightarrow A(s) = ۵۸٫۲s^۲ + ۱۰۵ = ۰$

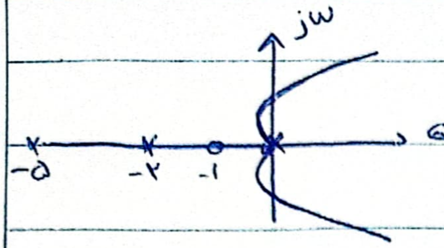
$\rightarrow s = \pm j۱٫۳۴$



Subject :

Year. Month. Date. ( )

۵-



$$GH(s)=\frac{K(s+1)}{s^{۲}(s+۲)(s+۵)}$$

$$e_{ss}=\frac{1}{K_a}=\frac{1}{\lim\limits_{s\to0}s^{۲}GH(s)}=\frac{۱۰}{K}$$

$e_{ss}=۰/۱$ ← $K=۱۰۰$ ← ولی سیستم ناپایدار می‌باشد

$$\Delta(s)=s^{۴}+۷s^{۳}+۱۰s^{۲}+Ks+K=0$$

$s^{۴}$	۱	۱۰	K
$s^{۳}$	۷	K	
$s^{۲}$	$۷۰-K$	$۷K$	
s^{1}	$\frac{K(۲۱-K)}{۷۰-K}$		
s^{0}	$۷K$		

$$\left.\begin{array}{l}۷۰-K>۰\\K(۲۱-K)>۰\end{array}\right\}\longrightarrow ۰<K<۲۱$$

$K=۱۰۰$ ← سیستم ناپایدار است حداقل خطای ماندگار $\frac{۱۰}{۲۱}$

۶-

$$H(s)=\frac{KG(s)}{1+KG(s)}=\frac{۰/۲K}{s(s+1)+۰/۲K}=\frac{۰/۲K}{\underbrace{s^{۲}+s+۰/۲K}_{s^{۲}+۲\zeta\omega_n s+\omega_n^{۲}}}$$

$$۲\zeta\omega_n=۱\xrightarrow{\zeta=۰/۴۵}\omega_n=\frac{۱}{۰/۹}\to\omega_n=\frac{۱۰}{۹}$$

$$۰/۲K=\omega_n^{۲}\to K=۶/۱۷\qquad L(s)=KG(s)$$

$$K_v=\lim_{s\to0}sL(s)=\lim_{s\to0}\frac{۰/۲K}{s+1}=\lim_{s\to0}\frac{۱/۲۳۴}{s+1}=۱/۲۳۴$$

مطلوب مثبت که از کنترلر پیش‌فاز استفاده می‌کنیم.

$$\frac{K_v\ \text{مطلوب}}{K_v\ \text{فعلی}}=\frac{z}{p}\to\frac{۱۰}{۱/۲۳۴}=\frac{z}{p}\to\frac{z}{p}=۸$$

$$\left.\begin{array}{l}K_v\ \text{مطلوب}=\lim\limits_{s\to0}sL(s)=\lim s\left(\frac{۱/۲۳۴}{s(s+1)}\right)\left(\frac{s+z}{s+p}\right)=۱/۲۳۴\frac{z}{p}\end{array}\right\}\to K_v=۱۰$$