

## 1. Aufgabe

(a) Zeige  $\overline{A \vee B} \Leftrightarrow \overline{A} \wedge \overline{B}$  mittels Wahrheitstabellen

$A$	$B$	$\overline{A}$	$\overline{B}$	$A \vee B$	$\overline{A \vee B}$	$\overline{A} \wedge \overline{B}$
$w$	$w$	$f$	$f$	$w$	$f$	$f$
$w$	$f$	$f$	$w$	$w$	$f$	$f$
$f$	$w$	$w$	$f$	$w$	$f$	$f$
$f$	$f$	$w$	$w$	$f$	$w$	$w$

$$\Rightarrow (\overline{A \vee B} \Leftrightarrow \overline{A} \wedge \overline{B})$$

(b) Zeige  $A \vee (B \wedge C) \Leftrightarrow (A \vee B) \wedge (A \vee C)$  mittels Wahrheitstabellen

$A$	$B$	$C$	$B \wedge C$	$A \vee B$	$A \vee C$	$A \vee (B \wedge C)$	$(A \vee B) \wedge (A \vee C)$
$w$	$w$	$w$	$w$	$w$	$w$	$w$	$w$
$w$	$w$	$f$	$f$	$w$	$w$	$w$	$w$
$w$	$f$	$w$	$f$	$w$	$w$	$w$	$w$
$w$	$f$	$f$	$f$	$w$	$w$	$w$	$w$
$f$	$w$	$w$	$w$	$w$	$w$	$w$	$w$
$f$	$w$	$f$	$f$	$w$	$f$	$f$	$f$
$f$	$f$	$w$	$f$	$f$	$w$	$f$	$f$
$f$	$f$	$f$	$f$	$f$	$f$	$f$	$f$

$$\Rightarrow (A \vee (B \wedge C) \Leftrightarrow (A \vee B) \wedge (A \vee C))$$

(c) Zeige  $(A \Rightarrow B) \Leftrightarrow (\overline{A} \vee B)$  mittels Wahrheitstabellen

$A$	$B$	$\overline{A}$	$A \Rightarrow B$	$\overline{A} \vee B$
$w$	$w$	$f$	$w$	$w$
$w$	$f$	$f$	$f$	$f$
$f$	$w$	$w$	$w$	$w$
$f$	$f$	$w$	$w$	$w$

$$\Rightarrow ((A \Rightarrow B) \Leftrightarrow (\overline{A} \vee B))$$

(d) Zeige  $(A \Rightarrow B) \Leftrightarrow (\overline{B} \Rightarrow \overline{A})$  mittels Wahrheitstabellen

$A$	$B$	$\overline{A}$	$\overline{B}$	$A \Rightarrow B$	$\overline{B} \Rightarrow \overline{A}$
$w$	$w$	$f$	$f$	$w$	$w$
$w$	$f$	$f$	$w$	$f$	$f$
$f$	$w$	$w$	$f$	$w$	$w$
$f$	$f$	$w$	$w$	$w$	$w$

$$\Rightarrow ((A \Rightarrow B) \Leftrightarrow (\overline{B} \Rightarrow \overline{A}))$$

## 2. Aufgabe

(a) Prüfe ob  $A \wedge (B \Rightarrow C) \Leftrightarrow (A \wedge \overline{B}) \vee (A \wedge C)$  mittels Wahrheitstabellen

$A$	$B$	$C$	$\overline{B}$	$B \Rightarrow C$	$A \wedge \overline{B}$	$A \wedge C$	$A \wedge (B \Rightarrow C)$	$(A \wedge \overline{B}) \vee (A \wedge C)$
$w$	$w$	$w$	$f$	$w$	$f$	$w$	$w$	$w$
$w$	$w$	$f$	$f$	$f$	$f$	$f$	$f$	$f$
$w$	$f$	$w$	$w$	$w$	$w$	$w$	$w$	$w$
$w$	$f$	$f$	$w$	$w$	$w$	$f$	$w$	$w$
$f$	$w$	$w$	$f$	$w$	$f$	$w$	$f$	$w$
$f$	$w$	$f$	$f$	$f$	$f$	$f$	$f$	$f$
$f$	$f$	$w$	$w$	$w$	$w$	$w$	$f$	$w$
$f$	$f$	$f$	$w$	$w$	$w$	$f$	$f$	$w$

$\Rightarrow (A \vee (B \wedge C)) \not\Leftrightarrow (A \vee B) \wedge (A \vee C)$

(b) Prüfe ob  $A \Rightarrow \overline{B} \Leftrightarrow \overline{A \wedge B}$  mittels Wahrheitstabellen

$A$	$B$	$\overline{B}$	$A \wedge B$	$A \Rightarrow \overline{B}$	$\overline{A \wedge B}$
$w$	$w$	$f$	$w$	$f$	$f$
$w$	$f$	$w$	$f$	$w$	$w$
$f$	$w$	$f$	$f$	$w$	$w$
$f$	$f$	$w$	$f$	$w$	$w$

$\Rightarrow (A \Rightarrow \overline{B} \Leftrightarrow \overline{A \wedge B})$

## 3. Aufgabe

(a) Prüfe ob  $((A \Rightarrow B) \wedge A) \Rightarrow B \Leftrightarrow \mathbb{1}$  mittels Wahrheitstabellen

$A$	$B$	$A \Rightarrow B$	$(A \Rightarrow B) \wedge A$	$((A \Rightarrow B) \wedge A) \Rightarrow B$	$\mathbb{1}$
$w$	$w$	$w$	$w$	$w$	$w$
$w$	$f$	$f$	$f$	$w$	$w$
$f$	$w$	$w$	$f$	$w$	$w$
$f$	$f$	$w$	$f$	$w$	$w$

$w \Rightarrow (((A \Rightarrow B) \wedge A) \Rightarrow B) \Leftrightarrow \mathbb{1}$

(b) Prüfe ob  $((A \Rightarrow B) \wedge \overline{B}) \Rightarrow \overline{A} \Leftrightarrow \mathbb{1}$  mittels Wahrheitstabellen

$A$	$B$	$\overline{A}$	$\overline{B}$	$A \Rightarrow B$	$(A \Rightarrow B) \wedge \overline{B}$	$((A \Rightarrow B) \wedge \overline{B}) \Rightarrow \overline{A}$	$\mathbb{1}$
$w$	$w$	$f$	$f$	$w$	$f$	$w$	$w$
$w$	$f$	$f$	$w$	$f$	$f$	$w$	$w$
$f$	$w$	$w$	$f$	$w$	$f$	$w$	$w$
$f$	$f$	$w$	$w$	$w$	$w$	$w$	$w$

$w \Rightarrow (((A \Rightarrow B) \wedge \overline{B}) \Rightarrow \overline{A}) \Leftrightarrow \mathbb{1}$

## 4. Aufgabe

(a) Zeige  $((A \wedge B) \vee (\bar{A} \wedge \bar{B})) \Leftrightarrow A \star B$  mittels Wahrheitstabellen

$A$	$B$	$\bar{A}$	$\bar{B}$	$A \wedge B$	$\bar{A} \wedge \bar{B}$	$(A \wedge B) \vee (\bar{A} \wedge \bar{B})$	$A \star B$
$w$	$w$	$f$	$f$	$w$	$f$	$w$	$w$
$w$	$f$	$f$	$w$	$f$	$f$	$f$	$f$
$f$	$w$	$w$	$f$	$f$	$f$	$f$	$f$
$f$	$f$	$w$	$w$	$f$	$w$	$w$	$w$

$\Rightarrow (((A \wedge B) \vee (\bar{A} \wedge \bar{B})) \Leftrightarrow A \star B)$

(b-1) Prüfe ob  $((A \vee B) \Leftrightarrow (\bar{B} \Rightarrow A)) \Leftrightarrow 1$  mittels Wahrheitstabellen

$A$	$B$	$\bar{B}$	$A \vee B$	$\bar{B} \Rightarrow A$	$(A \vee B) \Leftrightarrow (\bar{B} \Rightarrow A)$	$1$
$w$	$w$	$f$	$w$	$w$	$w$	$w$
$w$	$f$	$w$	$w$	$w$	$w$	$w$
$f$	$w$	$f$	$w$	$w$	$w$	$w$
$f$	$f$	$w$	$f$	$f$	$w$	$w$

$\Rightarrow (((A \vee B) \Leftrightarrow (\bar{B} \Rightarrow A)) \Leftrightarrow 1)$

(b-2) Prüfe ob  $((B \wedge \bar{A}) \Leftrightarrow (\bar{B} \vee A)) \Leftrightarrow 1$  mittels Wahrheitstabellen

$A$	$B$	$\bar{A}$	$\bar{B}$	$B \wedge \bar{A}$	$\bar{B} \vee A$	$(B \wedge \bar{A}) \Leftrightarrow (\bar{B} \vee A)$	$1$
$w$	$w$	$f$	$f$	$f$	$w$	$f$	$w$
$w$	$f$	$f$	$w$	$f$	$w$	$f$	$w$
$f$	$w$	$w$	$f$	$w$	$f$	$f$	$w$
$f$	$f$	$w$	$w$	$f$	$w$	$f$	$w$

$\Rightarrow (((B \wedge \bar{A}) \Leftrightarrow (\bar{B} \vee A)) \not\Leftrightarrow 1)$

## 5. Aufgabe

Bestimme die folgenden kartesischen Produkte zwischen

$A = \{-2, -1, 0\}$ ,  $B = \{1, 2, 3\}$  und  $C = \{-1, 0, 2\}$ :

(a-1)  $A \times B$ :

$$A \times B = \left\{ \begin{array}{l} (-2, 1), (-2, 2), (-2, 3), \\ (-1, 1), (-1, 2), (-1, 3), \\ (0, 1), (0, 2), (0, 3) \end{array} \right\}$$

(a-2)  $A \times C$ :

$$A \times C = \left\{ \begin{array}{l} (-2, -1), (-2, 0), (-2, 2), \\ (-1, -1), (-1, 0), (-1, 2), \\ (0, -1), (0, 0), (0, 2) \end{array} \right\}$$

**(a-3)**  $B \times C$ :

$$B \times C = \left\{ \begin{array}{l} (1, -1), (1, 0), (1, 2), \\ (2, -1), (2, 0), (2, 2), \\ (3, -1), (3, 0), (3, 2) \end{array} \right\}$$

**(b-1)**  $B \times A$ :

$$B \times A = \left\{ \begin{array}{l} (1, -2), (1, -1), (1, 0), \\ (2, -2), (2, -1), (2, 0), \\ (3, -2), (3, -1), (3, 0) \end{array} \right\}$$

**(b-2)**  $C \times A$ :

$$C \times A = \left\{ \begin{array}{l} (-1, -2), (-1, -1), (-1, 0), \\ (0, -2), (0, -1), (0, 0), \\ (2, -2), (2, -1), (2, 0) \end{array} \right\}$$

## 6. Aufgabe

Gegeben ist die Aussage  $A$  Auf jeden Topf passt ein Deckel, die Menge der Töpfe  $T$  und die Menge der Deckel  $D$ .

**(a)** Formuliere  $A$  mithilfe der Quantoren  $\forall$  und  $\exists$ :

Sei  $P \subseteq (T \times D)$  die Menge aller Topf-Deckel-Paare, in welchem der Deckel auf den Topf passt. Dann gilt:

$$A \Leftrightarrow \forall t \in T : \exists d \in D : (t, d) \in P$$

**(a)** Bilde die Verneinung von  $A$  umgangssprachlich und mittels Quantoren:

$$\begin{aligned} \overline{A} &\hat{=} \text{Es gibt Töpfe ohne passenden Deckel.} \\ \overline{A} &\Leftrightarrow \exists t \in T : \forall d \in D : (t, d) \notin P \end{aligned}$$