

## Aufgabe 1.1

### Aufgabe 1.1

Im Speicher eines Pixels eines Kamerasensors wird pro absorbiertem Lichtteilchen ein Elektron gespeichert. Wieviele Lichtteilchen wurden absorbiert, wenn bei der Auslesung des Pixels für eine Zeit von  $0,1 \mu\text{s}$  ein Strom von  $1,6 \text{ nA}$  fließt?

$$Q = I t = 1,6 \text{ nA} \cdot 0,1 \mu\text{s} = 1,6 \cdot 10^{-16} \text{ As}$$

$$\text{Anzahl: } N = \frac{Q}{e} = \frac{1,6 \cdot 10^{-16} \text{ As}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ As}} = 1000$$

Der Kamerasensor nimmt pro absorbiertem Lichtteilchen ein Elektron auf. Es fließt ein Strom von  $1,6 \text{ nA}$  über eine Zeit von  $0,1 \mu\text{s}$ .

Wie viele Lichtteilchen wurden absorbiert?

Elementarladung  $e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ As}$

Damit errechnen wir:

$$\begin{aligned}
 I &= \frac{Q}{t} \\
 \text{bzw.} \quad I &= \frac{n \cdot e}{t} \\
 \Leftrightarrow n &= \frac{e}{I \cdot t} \\
 \text{durch einsetzen von } e, I \text{ und } t \quad n &= \frac{1,602 \cdot 10^{-19} \text{ As}}{1,6 \cdot 10^{-9} \text{ A} \cdot 0,1 \cdot 10^{-6} \text{ s}} \\
 &= \frac{1,602 \cdot 10^{-19} \cancel{\text{As}}}{0,16 \cdot 10^{-15} \cancel{\text{As}}} \\
 &= \frac{1,602}{1600} \\
 &\approx 1000
 \end{aligned}$$

## Aufgabe 1.2

### Aufgabe 1.2

$$A = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot \frac{d^2}{4} = \pi \cdot \frac{(1,38 \text{ mm})^2}{4} = 1,5 \text{ mm}^2$$

$$J = \frac{I}{F} = \frac{19,5 \text{ A}}{1,5 \text{ mm}^2} = 13 \frac{\text{A}}{\text{mm}^2}$$

Eine Ader hat einen Durchmesser von  $d = 1,38 \text{ mm}$ .

Der maximal erlaubte Strom beträgt  $I = 19,5 \text{ A}$ .

Damit beträgt die Durchschnittsfläche einer Ader  $A = \pi \left( \frac{1,38 \text{ mm}}{2} \right)^2 \approx 1,5 \text{ mm}^2$

Und damit die maximale Stromdichte

$$J = \frac{I}{A} = \frac{19,5\text{A}}{1,5\text{mm}^2} = 13 \frac{\text{A}}{\text{mm}^2}$$

### Aufgabe 1.3

#### Aufgabe 1.3

Eine Person lässt zum Zeitpunkt  $t = 0 \text{ s}$  einen kleinen, schweren Gegenstand los, der daraufhin mit einer konstanten Beschleunigung von  $9,81 \text{ m/s}^2$  in einen Brunnenschacht fällt. Nach genau  $3 \text{ s}$  hört die Person ein Aufschlageräusch. Die Schallgeschwindigkeit von  $343 \text{ m/s}$  soll zunächst nicht mit berücksichtigt werden.

a) Mit welcher Geschwindigkeit ist der Gegenstand am Boden des Brunnens aufgeschlagen?

$$v = a \cdot t = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 3 \text{ s} = 29,4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

b) Wie tief ist der Gegenstand gefallen?

$$s = \int_0^{3\text{s}} v \cdot dt = \int_0^{3\text{s}} a \cdot t \cdot dt = a \cdot \int_0^{3\text{s}} t \cdot dt = \frac{1}{2} a t^2 \Big|_0^{3\text{s}} = \frac{9,81 \text{ m}}{2 \text{ s}^2} \cdot 9 \text{ s}^2 = 44,1 \text{ m}$$

c) Wie lange benötigt der Schall, um die in Unterpunkt b) berechnete Strecke zurückzulegen?

$$t = \frac{s}{v_{\text{Schall}}} = \frac{44,1 \text{ m}}{343 \text{ m/s}} = 0,129 \text{ s}$$

d) Unter der Annahme, dass der Schall die in c) berechnete Zeit benötigt hat: Wie tief ist der Brunnen? 🍷

$$s = \frac{1}{2} a t^2 \Big|_0^{(3-0,129)\text{s}} = \frac{9,81 \text{ m}}{2 \text{ s}^2} \cdot 8,24 \text{ s}^2 = 40,4 \text{ m}$$

(a)

Der Gegenstand wurde zum Aufschlagszeitpunkt für  $t = 3 \text{ s}$  mit  $a = 9,81 \text{ m/s}^2$  beschleunigt. Das bedeutet mit einer Anfangsgeschwindigkeit von  $0 \text{ m/s}$ :

$$v = \int a \, dt = \int_{t=0\text{s}}^{3\text{s}} 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \, dt = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 3 \text{ s} = 29,43 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(b)

Zuzüglich der Anfangsposition von  $0 \text{ m}$  ergibt sich:

$$d = \int \int a \, dt \, dt = \int a t \, dt = \frac{1}{2} a t^2 = \frac{1}{2} 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (3 \text{ s})^2 = 44,145 \text{ m}$$

(c)

Für eine Distanz von  $d = 44,145 \text{ m}$  würde Schall mit einer Geschwindigkeit von  $v = 343 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  die so errechnete Zeit benötigen:

$$v = \frac{d}{t} \Leftrightarrow t = \frac{d}{v} = \frac{44,145 \text{ m}}{343 \frac{\text{m}}{\text{s}}} \approx \frac{1}{8} \text{ s}$$

(d)

Angenommen das Objekt benötigt  $\frac{23}{8}$  s der 3s um den Grund des Brunnens zu erreichen, können wir die Rechnung aus (b) wiederholen:

$$d = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2}9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \left(\frac{23}{8}\text{s}\right)^2 \approx 40,5\text{m}$$

## Aufgabe 1.4

b) Der PKW wird mit einer Kraft von konstant 12500 N abgebremst. Welche Strecke legt der PKW während der Bremsung zurück bis er zum Stillstand gekommen ist?

$$F = m \cdot a \quad v = a \cdot t \quad s = v \cdot t$$

v nicht konstant:  $ds = v \cdot dt$

$$s = \int v \cdot dt = \int (v_{\text{Anfang}} - a \cdot t) \cdot dt = \int v_{\text{Anfang}} \cdot dt - \int a \cdot t \cdot dt$$

$$s = \int_0^{t_{\text{Ende}}} v_{\text{Anfang}} \cdot dt - \int_0^{t_{\text{Ende}}} a \cdot t \cdot dt = v_{\text{Anfang}} \cdot t_{\text{Ende}} - \frac{1}{2}a \cdot t_{\text{Ende}}^2$$

$$t_{\text{Ende}} = \frac{v_{\text{Anfang}}}{a} = \frac{v_{\text{Anfang}}}{\frac{F}{m}} = \frac{100000 \text{ m}}{3600 \text{ s} \cdot 12500 \text{ N}} \cdot 1500 \text{ kg} = 3,33 \text{ s}$$

$$s = v_{\text{Anfang}} \cdot t_{\text{Ende}} - \frac{1}{2} \frac{F}{m} \cdot t_{\text{Ende}}^2 = \frac{100000 \text{ m}}{3600 \text{ s}} \cdot 3,33 \text{ s} - \frac{12500 \text{ N}}{2 \cdot 1500 \text{ kg}} \cdot (3,33 \text{ s})^2 = 46 \text{ m}$$

(a)

Der PKW fährt mit einer Geschwindigkeit von 100km/h (ca. 27,8m/s). Somit legt das Fahrzeug 13,9m innerhalb einer halben Sekunde zurück.

(b)

Mit einer Masse von  $m = 1500\text{kg}$  und einer Anfangsgeschwindigkeit von  $v_0 = 27,8\text{m/s}$ . Wird der PKW nun mit einer konstanten Kraft  $F = 12500\text{N}$  abgebremst, das bedeutet:

$$F = m \cdot a \Leftrightarrow a = \frac{F}{m} = \frac{12500\text{N}}{1500\text{kg}} = \frac{25}{3} \frac{\text{kg m}}{\text{kg s}^2} = \frac{25}{3} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Sei  $v(t)$  die Funktion, welche die momentane Geschwindigkeit des PKW während des Bremsprozesses darstellt. Diese ist gegeben durch:

$$v(t) = \int -a \, dt = -at + v_0 = -\frac{25}{3} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot t + 27,8\text{m/s}$$

Und  $s(t)$  die Funktion, welche die zurückgelegte Strecke seit Beginn des Bremsprozesses angibt:

$$s(t) = \int v(t) \, dt = \int -at + v_0 \, dt = -\frac{1}{2}at^2 + v_0 t = -\frac{25}{6} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot t^2 + 27,8\text{m/s} \cdot t$$

Gesucht ist der Zeitpunkt zu welchem der PKW 0m/s erreicht, und die Strecke die zu diesem Zeitpunkt zurückgelegt wurde:

$$v(t) = 0\text{m/s} \Leftrightarrow -\frac{25}{3} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot t + 27,8\text{m/s} = 0\text{m/s}$$

$$\Leftrightarrow t = \frac{-27,8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{-\frac{25}{3} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} \approx \frac{10}{3} \text{s}$$

$$s\left(\frac{10}{3}\text{s}\right) = -\frac{25}{6}\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \left(\frac{10}{3}\text{s}\right)^2 + 27,8\text{m/s} \cdot \frac{10}{3}\text{s} = 46,4\text{m}$$

(c)

Aus den 13,9m vor Beginn des Bremsprozesses und den 46,4m innerhalb dessen ergibt sich eine insgesamt zurückgelegte Strecke von 60,3m.

(d)

Mit Änderung der Anfangsgeschwindigkeit auf  $v_0 = 130\text{km/h} \approx 36\text{m/s}$  legt der PKW in der ersten halben Sekunde also zunächst 18m zurück und für den Bremsweg ergibt sich:

$$v(t) = -\frac{25}{3}\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot t + 36\text{m/s}$$

$$s(t) = -\frac{25}{6}\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot t^2 + 36\text{m/s} \cdot t$$

$$\Rightarrow t = \frac{-36\frac{\text{m}}{\text{s}}}{-\frac{25}{3}\frac{\text{m}}{\text{s}^2}} \approx \frac{22}{5}\text{s}$$

$$s\left(\frac{22}{5}\text{s}\right) = -\frac{25}{6}\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \left(\frac{22}{5}\text{s}\right)^2 + 36\text{m/s} \cdot \frac{22}{5}\text{s} \approx 77,7\text{m}$$

Insgesamt legt der PKW bei einer Anfangsgeschwindigkeit von 130km/h also 95,7m zurück.

## Aufgabe 1.5

### Aufgabe 1.5

Die Cu-Bahnen auf einer 40 cm langen flexiblen Leiterplatte in einem Tintenstrahldrucker sind  $35\text{ }\mu\text{m}$  dick. Wie breit müssen sie ausgeführt werden, damit der Widerstand einer Leiterbahn  $1\text{ }\Omega$  beträgt?

$$(\rho_{\text{Cu}} = 0,0176 \cdot 10^{-6} \text{ }\Omega\text{m})$$

$$R = \frac{\rho l}{A} = \frac{\rho l}{d b}$$

$$b = \frac{\rho l}{R d} = \frac{0,0176 \cdot 10^{-6} \text{ }\Omega\text{m} \cdot 0,4 \text{ m}}{1 \text{ }\Omega \cdot 35 \text{ }\mu\text{m}} = 201 \text{ }\mu\text{m}$$

$$\rho_{\text{Cu}} = 0,0176 \cdot 10^{-6} \text{ }\Omega\text{m}$$

$$l = 40\text{cm} = 0,4\text{m}$$

$$A = a \cdot b = 35\text{ }\mu\text{m} \cdot b = 35 \cdot 10^{-6} \text{ m} \cdot b$$

$$R = 1\text{ }\Omega = \frac{\rho l}{A} = \frac{\rho_{\text{Cu}} \cdot l}{a \cdot b}$$

$$\Rightarrow b = \frac{\rho_{\text{Cu}} \cdot l}{a \cdot R} = \frac{0,0176 \cdot 10^{-6} \text{ }\Omega\text{m} \cdot 0,4 \text{ m}}{35 \cdot 10^{-6} \text{ m} \cdot 1 \text{ }\Omega} = 2,01 \cdot 10^{-4} \text{ m} = 0,201 \text{ mm}$$

## Aufgabe 1.6

### Aufgabe 1.6

Auf einer 1 mm dicken Platine aus FR4 Material ( $\rho = 10^{12} \Omega\text{cm}$ ) befinden sich zwei  $100 \text{ cm}^2$  große Metallflächen einander gegenüber. Wie groß ist der Widerstand zwischen den beiden Metallflächen?

$$R = \frac{\rho l}{A} = 1 \cdot 10^9 \Omega$$

$$\rho = 10^{12} \Omega\text{cm}$$

$$l = 1 \text{ mm} = 10^{-1} \text{ cm}$$

$$A = 100 \text{ cm}^2 = 10^2 \text{ cm}^2$$

$$R = \frac{\rho \cdot l}{A} = \frac{10^{12} \Omega\text{cm} \cdot 10^{-1} \text{ cm}}{10^2 \text{ cm}^2} = 10^9 \Omega$$

## Aufgabe 1.7

### Aufgabe 1.7

Der Widerstandsdraht ( $\alpha_{20} = 0,0001 \text{ K}^{-1}$ ) (Ni/Cr 80%/20%) eines Heizelementes hat bei  $20^\circ\text{C}$  einen Widerstand von  $27,6 \Omega$ . Welchen Widerstand hat er im Betrieb bei  $400^\circ\text{C}$ ?

$$R = R_{20}(1 + \alpha_{20} \Delta T) = 28,649 \Omega$$

Gegeben ist ein Widerstand ( $\alpha_{20} = 0,0001 \text{ K}^{-1}$ ), welcher bei  $20^\circ\text{C}$   $R_{20} = 27,6 \Omega$  beträgt. Welchen Widerstand hat dieser bei  $400^\circ\text{C}$ ?

$$\Delta T = 400^\circ\text{C} - 20^\circ\text{C} = 380^\circ\text{C} = 380 \text{ K}$$

$$R_{400} = R_{20}(1 + \alpha_{20} \cdot \Delta T) = 27,6 \Omega (1 + 0,0001 \text{ K}^{-1} \cdot 380 \text{ K}) = 27,6 \Omega (1,038) \approx 28,65 \Omega$$

## Aufgabe 1.8

$$\frac{R}{R_{20}} = 1 + \alpha \cdot \Delta T + \beta \cdot (\Delta T)^2$$

$$\Delta T = \sqrt{\frac{R - R_{20}}{\beta R_{20}} + \left(\frac{\alpha}{2\beta}\right)^2} - \frac{\alpha}{2\beta} = \sqrt{\frac{530 - 28}{10^{-6} \cdot 28} + \left(\frac{4,8 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 10^{-6}}\right)^2} \text{ K} - \frac{4,8 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 10^{-6}} \text{ K} = 2467 \text{ K}$$

$$T = 293 \text{ K} + 2467 \text{ K} = 2760 \text{ K}$$

Gegeben ist eine Wolframglühlampe mit folgenden Attributen:

$$\alpha = 0,0048\text{K}^{-1}$$

$$\beta = 0,000001\text{K}^{-2}$$

$$R_{20} = 28\Omega$$

Wie hoch ist die Temperatur des Fadens, wenn dieser einen Widerstand von  $R = 530\Omega$  darstellt?

$$R = R_{20}(1 + \alpha \cdot \Delta T + \beta \cdot (\Delta T)^2)$$

$$\Leftrightarrow \begin{aligned} 0 &= R_{20} - R + R_{20} \cdot \alpha \cdot \Delta T + R_{20} \cdot \beta \cdot (\Delta T)^2 \\ &= 28\Omega - 530\Omega + 28\Omega \cdot 0,0048\text{K}^{-1} \cdot \Delta T + 28\Omega \cdot 0,000001\text{K}^{-2} \cdot (\Delta T)^2 \end{aligned}$$

$$\text{nach pq-Formel : mit } p = \frac{28\Omega \cdot 0,0048\text{K}^{-1}}{28\Omega \cdot 0,000001\text{K}^{-2}} = 4800\text{K}$$

$$\text{und } q = \frac{28\Omega - 530\Omega}{28\Omega \cdot 0,000001\text{K}^{-2}} = \frac{-502}{28} * 10^6\text{K}^2$$

$$\Delta T = \frac{-4800\text{K}}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{4800\text{K}}{2}\right)^2 - \frac{-502}{28} * 10^6\text{K}^2}$$

$$\Delta T = -2400\text{K} \pm \sqrt{\frac{161,28}{28} * 10^6\text{K}^2 + \frac{502}{28} * 10^6\text{K}^2}$$

$$\Delta T = -2400\text{K} \pm \sqrt{\frac{663,28}{28} * 10^6\text{K}^2}$$

## Aufgabe 1.9

### Aufgabe 1.9

$$R_{\text{Leitung}} = \rho l/A = 11,73 \Omega$$

$$\text{zu a) } I_{\text{Verbraucher}} = P_{\text{Verbraucher}}/U_{\text{Verbraucher}} = 9,09 \text{ A}$$

$$P_{\text{Leitung}} = I^2 * R_{\text{Leitung}} = 969 \text{ W}$$

$969 \text{ W}/2969 \text{ W} = 0,326 \Rightarrow 32,6 \%$  der eingespeisten Leistung gehen in der Leitung verloren

$$\text{zu b) } I_{\text{Verbraucher}} = P_{\text{Verbraucher}}/U_{\text{Verbraucher}} = 0,909 \text{ A}$$

$$P_{\text{Leitung}} = I^2 * R_{\text{Leitung}} = 9,69 \text{ W}$$

$9,69 \text{ W}/2009,69 \text{ W} \approx 0,005 \Rightarrow 0,5 \%$  der eingespeisten Leistung gehen in der Leitung verloren

Mit einer Leistungsaufnahme von  $P_V = 2000\text{W}$  bei einer Spannung von  $U = 220\text{V}$ , lässt sich mittels  $U = R \cdot I$  und  $P = U \cdot I$  der Widerstand des Verbrauchers errechnen:

$$(a) R_V = \frac{U}{I} = \frac{U^2}{P} = \frac{(220V)^2}{2000W} = 24,2 \frac{V^2}{VA} = 24,2\Omega$$

$$(b) R_V = \frac{(2200V)^2}{2000W} = 2420\Omega$$

Gebündelt haben die beiden Adern eine Länge  $l = 1000m$ , einen Querschnitt von  $A = 1,5mm^2 = 1,5 * 10^{-6}m^2$  und einen spezifischen elektrischen Widerstand von  $\rho = 0,0176 * 10^{-6}\Omega m$ . Somit einen Widerstand von  $R_A = \frac{\rho \cdot l}{A} = \frac{0,0176 * 10^{-6}\Omega m \cdot 1000m}{1,5 * 10^{-6}m^2} = 11,7\Omega$

Also mit  $I = \frac{U}{R}$  bilden sich folgende Leistungsaufnahmen:

$$(a) \text{ ohne die Adern: } I_V = \frac{220A}{24,2\Omega} = 9,1A$$

$$\text{mit den Adern: } I_A = \frac{220A}{24,2\Omega + 11,7\Omega} = 6,1A$$

$$(b) I_V$$

## Aufgabe 1.10

c) Welche mittlere Leistung pro Chipfläche muss nach außen als Wärme abgegeben werden?

$$\frac{P}{A} = \frac{35W}{81mm^2} = 0,43 \frac{W}{mm^2} = 430 \frac{W}{m^2} \quad \text{☞}$$

d) Zum Vergleich: Welche Leistung pro Fläche tritt bei einer Kochplatte (18 cm Durchmesser, 1500 W) auf?

$$\frac{P}{A} = \frac{1500W}{\pi(9cm)^2} = 5,9 \frac{W}{cm^2} = 59 \frac{W}{m^2}$$

(a)

Angenommen der Stromversorgung ist gleichmäßig auf alle Anschlusskontakte verteilt, können wir annehmen, das 220 Kontakte benötigt werden, um maximal  $I = 55A$  versorgen zu können. (für einspeisung und entnahme)

(b)

Bei einer Spannung von  $U = 1,8V$  und einer Stromstärke von  $55A$  würde eine Leistung von  $P_{max} = U \cdot I = 1,8V \cdot 55A = 99VA = 99W$ .

(c)

Da jegliche eingespeiste Leistung in Wärme umgewandelt wird, gibt der gesamte Chip eine Wärmeleistung von  $P_{avg} = 35W$  ab, über eine Fläche von  $A = 81mm^2$ . Also:

$$\frac{P_{avg}}{A} = \frac{35W}{81mm^2} = \frac{35W}{81 * 10^{-6}m^2} = 0,43 * 10^6 \frac{W}{m^2}$$

(d)

$$d = 18cm$$

$$P = 1500W$$

$$A = \pi \cdot (0,5d)^2 = \pi \cdot (9\text{cm})^2 = \pi \cdot 81\text{cm}^2 = 254,47 * 10^{-4}\text{m}^2$$

$$\frac{P}{A} = \frac{1500\text{W}}{254,47 * 10^{-4}\text{m}^2} = 5,89 * 10^4 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

## Aufgabe 1.11

Energieinhalt des geladenen Akkus:  $5200 \text{ mAh} * 14,6 \text{ V} = 75,9 \text{ Wh}$

Laufzeit:  $t = \frac{W_{\text{Akku}}}{P_{\text{Notebook}}} * 0,92 = 1,7 \text{ h} = 100 \text{ min}$

$$Q = 5200\text{mAh}$$

$$U = 14,6\text{V}$$

$$\mu = 92\% = \frac{P_{ab}}{P_{zu}}$$

$$P_{ab} = 42\text{W} \text{ (die an den Laptop abgegebene Leistung)}$$

$$P_{zu} = \frac{P_{ab}}{\mu} = 45,65\text{W} \text{ (die vom Akkumulator gegebene Leistung)}$$

mit  $Q = I \cdot t$  und  $P = U \cdot I$  ergibt sich:

$$t = \frac{Q}{I} = \frac{Q}{\frac{P}{U}} = \frac{Q \cdot U}{P}$$

$$t = \frac{5200\text{mAh} \cdot 14,6\text{V}}{45,65\text{W}} = 1663 \frac{\text{mAh V}}{\text{W}} = 1663\text{mh} = 1,663\text{h}$$



## Aufgabe 1.12

### Aufgabe 1.12

Nach Herstellerangaben sind eine 20 W Energiesparlampe und eine 100 W Glühlampe gleich hell. Es soll die Primärenergieeinsparung in Prozent ausgerechnet werden, die durch den Einsatz der Energiesparlampe erreicht werden kann. Die Wirkungsgrade des Kraftwerks (einschließlich der Energieübertragung) bzw. der Heizungsanlage im Haushalt sind mit 40% bzw. 85% gegeben. Die Nutzung der Beleuchtung erfolgt zu 70% während der Heizperiode.

(Hinweis: In geschlossenem Raum wird die gesamte abgestrahlte Energie (auch Licht) in Wärme umgesetzt.)

Für 100 W Heizleistung (entspricht Glühlampe):

( $\eta_{\text{Nutzung}}$  bezeichnet den Nutzungsgrad)

Gesamter Energieeinsatz bei Glühlampe: ☞

$$W_{\text{Glühlampe}} = \frac{100 \text{ W}}{\eta_{\text{Kraftwerk}}} * t_{\text{ein}} = \frac{100 \text{ W}}{0,4} * t_{\text{ein}} = 250 \text{ W} * t_{\text{ein}}$$

☞

Gesamter Energieeinsatz bei Energiesparlampe und Heizung:

$$W_{\text{Energiespar}} = \frac{20 \text{ W}}{\eta_{\text{Kraftwerk}}} * t_{\text{ein}} + \frac{80 \text{ W}}{\eta_{\text{Heizung}}} * \eta_{\text{Nutzung}} * t_{\text{ein}} = \frac{20 \text{ W}}{0,4} * t_{\text{ein}} + \frac{80 \text{ W}}{0,85} * 0,7 * t_{\text{ein}} = 116 \text{ W} * t_{\text{ein}}$$

Einsparung durch Energiesparlampe:

$$\frac{(250 - 116) * t_{\text{ein}}}{250 * t_{\text{ein}}} * 100\% = 54\%$$

In einem geschlossenen Raum würde jegliche Leistung, die an beide Lampen abgegeben werden in Wärme umgewandelt. Somit produziert die Energiesparlampe eine Wärme von  $P_E = 20\text{W}$  und die Glühlampe  $P_G = 100\text{W}$ . Dementsprechend müsste die verlorene Wärmeleistung  $P_W = 80\text{W}$  (nach auswechseln der Glühlampe) durch die Heizungsanlage ersetzt werden. Wir wollen also den Prozentsatz

## Aufgabe 1.13

a) Wie hoch ist der Benzin-Verbrauch je 100 km für diese 50 Rechner?

Gesamtwirkungsgrad:  $\eta = \eta_{Motor} * \eta_{Generator} = 0,35 * 0,75 = 0,263$

Gesamte Leistungsaufnahme:  $50 * 20 \text{ W} = 1000 \text{ W}$

Bei 50 km/h folgt 2 Stunden Fahrzeit für 100 km

2 h \* 1 kW = 2 kWh Energieaufnahme durch Rechner und Monitore

Primärenergieaufnahme:  $E_{primär} = \frac{E_{Lampen}}{\eta} = \frac{2 \text{ kWh}}{0,263} = 7,60 \text{ kWh}$

Benzinverbrauch  $V = \frac{7,60 \text{ kWh}}{8,8 \text{ kWh/l}} = 0,86 \text{ l auf 100 km}$

b) Wie hoch ist der Strom, der der Autobatterie (12 V) zur Versorgung der Rechner entnommen wird?

$I = \frac{P}{U} = \frac{1000 \text{ W}}{12 \text{ V}} = 83 \text{ A}$

$A = \frac{I}{J_{max}} = \frac{83 \text{ A mm}^2}{13 \text{ A}} = 6,4 \text{ mm}^2$

## Aufgabe 1.14

### Aufgabe 1.14

Ein von einem Elektromotor angetriebener Kran soll die Masse  $m = 100 \text{ kg}$  mit der Geschwindigkeit  $v = 1,0 \text{ m/s}$  gegen die Erdanziehung anheben (Erdbeschleunigung  $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ ). Der Wirkungsgrad der mechanischen Übertragungseinrichtung beträgt 75%. Der Elektromotor weist einen Wirkungsgrad von 80% auf. Zur Bereitstellung der elektrischen Energie dient ein Notstromaggregat mit 30% Wirkungsgrad. Wie hoch ist die am Notstromaggregat abzuführende Wärmeleistung?

Kraft:  $F = m * g$

potentielle Energie:  $W = m * g * h$

$1 \text{ kg m}^2/\text{s}^3 = 1 \text{ Nm/s} = 1 \text{ W}$

Leistung  $P = dW/dt = m * g * v = 1000 \text{ kg} * 9,81 \text{ m/s}^2 * 1,0 \text{ m/s} = 0,98 \text{ kW}$

$\eta_{gesamt} = 0,75 * 0,80 * 0,3 = 0,18$

Leistung aus Brennstoff:

$P_{Brennstoff} = \frac{0,98 \text{ kW}}{0,18} = 5,44 \text{ kW}$

$P_{Wärme} = 5,44 \text{ kW} * 0,7 = 3,81 \text{ kW}$

$d = v \cdot t$

$W = \int U \cdot I dt = \int P dt = P \cdot t$

$W = F \cdot d = m \cdot a \cdot v \cdot t$

$\Rightarrow P \cdot t = m \cdot a \cdot v \cdot t$

$\Rightarrow P_{lift} = m \cdot a \cdot v = 100 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 1 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 981 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^3} = 981 \text{ W}$

Nach Einrechnung der Wirkungsgraden erhält man also am Elektromotor einen Energiebedarf von:

$$P_{motor} = \frac{P_{lift}}{\mu} = \frac{P_{lift}}{\mu_{mech} \cdot \mu_{motor}} = \frac{981W}{75\% \cdot 80\%} = 1635W$$

Wir suchen allerdings nach der in Wärme verlorenen Energie des Stromaggregats:

$$P_{wärme} = \frac{P_{motor}}{\mu_{aggr}} \cdot (1 - \mu_{aggr}) = \frac{1635W}{30\%} \cdot 70\% = 3815W$$

## Aufgabe 1.15

### Aufgabe 1.15

Beim Abbremsen eines Elektrofahrzeuges ( $m = 1200 \text{ kg}$ ) von einer Anfangsgeschwindigkeit von  $100 \text{ km/h}$  zum Stillstand wird die freiwerdende Bremsenergie zu  $80\%$  in elektrische Energie gewandelt und in einem Akkumulator gespeichert. Sie kann anschließend zu  $80\%$  wieder für die Beschleunigung genutzt werden.

a) Welche Energiemenge wird während des Abbremsens dem Akkumulator zugeführt?

$$W_{Akku} = 0,8 W_{kin} = 0,8 * \frac{1}{2} m v^2 = 0,8 * \frac{1}{2} 1200 \text{ kg} \left( 100 \frac{\text{km}}{\text{h}} * \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} \right)^2 = 3,70 * 10^5 \text{ Js}$$

b) Wie schnell fährt das Fahrzeug am Ende des Beschleunigungsvorganges, der mit der Bremsenergie durchgeführt wurde?

$$W_{kin} = \frac{1}{2} m v^2$$

$$v = \sqrt{\frac{2 W_{kin}}{m}} = \sqrt{\frac{2 * 0,8 * 0,8 * W_{kin, \text{Anfang}}}{m}} = \sqrt{\frac{2 * 0,8 * 0,8 * \frac{1}{2} m v_{\text{Anfang}}^2}{m}}$$

$$v = \sqrt{0,64 v_{\text{Anfang}}^2} = 0,8 v_{\text{Anfang}} = 80 \text{ km/h}$$

Bewegungsenergie in der klassischen Mechanik:  $W = m \int v dv = \frac{1}{2} m v^2$

$$m = 1200 \text{ kg}$$

$$v = 100 \text{ km/h} = 27,8 \text{ m/s}$$

(a)

$$W = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} 1200 \text{ kg} \cdot (27,8 \text{ m/s})^2 = 463.704 \text{ Js} = 128,8 \text{ Wh}$$

Nach umwandeln dieser Bewegungsenergie in Akkumulator-Ladung:

$$Q = \mu_{Akku} \cdot W = 80\% \cdot 128,8 \text{ Wh} = 103,04 \text{ Wh}$$

(b)

Nun wird mit  $80\%$  dieser Ladung wieder beschleunigt:

$$Q = \frac{1}{2} m v^2$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{2 \cdot \frac{Q}{m}} = \sqrt{2 \cdot \frac{80\% \cdot 103,04 \text{ Wh}}{1200 \text{ kg}}} = \sqrt{2 \cdot \frac{296.755 \text{ kg m}^2}{1200 \text{ kg s}^2}} = \sqrt{494,6 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}} = 22,24 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 80 \text{ km/h}$$

## Aufgabe 1.16

### Aufgabe 1.16

Bei einem PKW, der konstant mit der Geschwindigkeit 100 km/h fährt, soll der Kraftstoffverbrauch praktisch vollständig zur Überwindung des Luftwiderstandes dienen. Der PKW hat eine Frontfläche von 2,22 m<sup>2</sup> und einen Luftwiderstandsbeiwert von 0,32.

a) Welche Leistung wird zum Fahren benötigt ( $\rho_{\text{Luft}} = 1,20 \text{ kg/m}^3$ )?

$$P = \frac{1}{2} \rho A c_w v^3 = \frac{1}{2} * 1,2 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} * 2,22 \text{ m}^2 * 0,32 * \left( \frac{100000 \text{ m}}{3600 \text{ s}} \right)^3 = 9,14 \text{ kW} (=12,2 \text{ PS})$$

b) Der Benzinmotor hat einen Wirkungsgrad von 35% und das Benzin einen spezifischen Energieinhalt von 8,8 kWh pro Liter. Wieviele Liter Benzin werden für 100 km Fahrstrecke verbraucht?

$$W = \int_0^{1 \text{ h}} P dt = P t = 9,14 \text{ kW} * 3600 \text{ s} = 32,9 * 10^6 \text{ Ws} = 9,14 \text{ kWh}$$

Unter Berücksichtigung des Wirkungsgrades:

$$W_{\text{Benzin}} = \frac{W}{\eta}$$

$$V_{\text{Benzin}} = \frac{W_{\text{Benzin}}}{W_{\text{spezBenzin}} / V_{\text{spez}}} = \frac{W}{W_{\text{spezBenzin}} / V_{\text{spez}}} \frac{1}{\eta} = \frac{9,14 \text{ kWh}}{8,8 \text{ kWh / l}} \frac{1}{0,35} = 3,01$$

c) Welche Leistung wird zum Fahren mit einer Geschwindigkeit von 200 km/h benötigt?

$$P_2 = P_1 \left( \frac{v_2}{v_1} \right)^3 = 9,14 \text{ kW} * \left( \frac{200}{100} \right)^3 = 73,1 \text{ kW} (=97,5 \text{ PS})$$

d) Wieviele Liter Benzin werden für 100 km Fahrstrecke bei einer Geschwindigkeit von 200 km/h verbraucht?

$$V_2 = V_1 \left( \frac{v_2}{v_1} \right)^2 = 3,01 * \left( \frac{200}{100} \right)^2 = 12,04$$

Die zur Überwindung des Luftwiderstandes notwendige Kraft ist:  $F = \frac{1}{2} \rho A c_w v^2$

$\rho = 1,20 \text{ kg/m}^3$  'Luftsdichte'

$A = 2,22 \text{ m}^2$  Frontfläche des PKW

$c_w = 0,32$  Luftwiderstandsbeiwert

$v = 100 \text{ km/h} = 27,8 \text{ m/s}$  Geschwindigkeit des PKW

(a)

$$F = \frac{1}{2} \rho A c_w v^2 = \frac{1}{2} 1,20 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 2,22 \text{ m}^2 \cdot 0,32 \cdot (27,8 \frac{\text{m}}{\text{s}})^2 = 329,4 \frac{\text{kg m}}{\text{s}^2} = 329,4 \text{ N}$$

mit  $W = F \cdot d = F \cdot v \cdot t$  und  $W = P \cdot t$  gibt sich:

$$P = F \cdot v = 329,4 \frac{\text{kg m}}{\text{s}^2} \cdot 27,8 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 9.157,7 \frac{\text{kg m}^2}{\text{s}^3} = 9.157,7 \text{ W}$$

(b)

Aus dem der benötigten Kraft  $F = 329,4\text{N}$  und der Formel  $W = F \cdot d$  gibt sich eine benötigte Energie von:  
 $W = F \cdot d = 329,4 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} \cdot 100.000\text{m} = 32.940.000\text{Ws} = 9,150\text{kWh}$

Bei einem Wirkungsgrad von 35%, benötigt der Benzinmotor also eine Energie von  $W_{Motor} = \frac{9,150\text{kWh}}{35\%} = 26,143\text{kWh}$  und somit ein Benzinvolumen  $V = \frac{26,143\text{kWh}}{8,8\text{kWh/L}} = 2,97\text{L}$  über eine Strecke von 100km.

(c)

Mit einer Geschwindigkeit  $v' = 200\text{km/h} = 55,6\text{m/s}$  ergibt sich dann (wie in (a))

$$F' = \frac{1}{2} \rho A c_w v'^2 = \frac{1}{2} 1,20 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 2,22\text{m}^2 \cdot 0,32 \cdot (55,6\text{m/s})^2 = 1.317,7\text{N}$$

$$P' = F' \cdot v' = 1.317,7 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} \cdot 55,6 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 9.157,7 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^3} = 73.262\text{W}$$

(d)

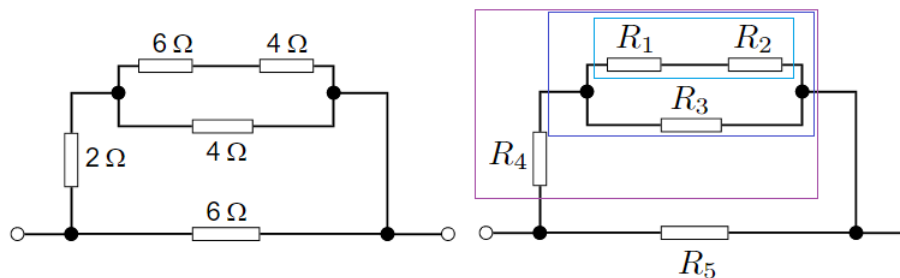
Wie in (b):

$$W' = F' \cdot d = 1.317,7 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} \cdot 100.000\text{m} = 131.770.000\text{Ws} = 36,6\text{kWh}$$

$$W'_{Motor} = \frac{36,6\text{kWh}}{35\%} = 104,6\text{kWh}$$

$$V' = \frac{104,6\text{kWh}}{8,8\text{kWh/L}} = 11,88\text{L}$$

## Aufgabe 1.17



$$\frac{1}{R_{par}} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i} \quad \text{Gesamtwiderstand von Widerständen in Parallelschaltung}$$

$$R_{rei} = \sum_{i=1}^n R_i \quad \text{Gesamtwiderstand von Widerständen in Reihenschaltung}$$

$$R_{12} = R_1 + R_2 = 6\Omega + 4\Omega = 10\Omega$$

$$\frac{1}{R_{123}} = \frac{1}{R_{12}} + \frac{1}{R_3} = \frac{1}{10\Omega} + \frac{1}{4\Omega} = \frac{7}{20\Omega} = \frac{1}{20/7\Omega}$$

$$R_{1234} = R_{123} + R_4 = 20/7\Omega + 2\Omega = 34/7\Omega$$

$$\frac{1}{R_{12345}} = \frac{1}{R_{1234}} + \frac{1}{R_5} = \frac{1}{34/7\Omega} + \frac{1}{6\Omega} = \frac{42}{210\Omega} + \frac{35}{210\Omega} = \frac{77}{210\Omega} = \frac{1}{30/11\Omega}$$

$$R = 2,73\Omega$$

## Aufgabe 1.18

Sei:

$U_{AB}$  die Spannung zwischen A und B

$I_{AB}$  der Stromfluss zwischen A und B

$R_{AB}$  der Gesamtwiderstand zwischen A und B

$R_1, I_1$  der Widerstand und der fließende Strom durch selbigen

$R_i, I_i$  der Widerstand und der fließende Strom durch die Messeinheit

mit  $U = R \cdot I$  und  $I_{AB} = I_1 + I_i$  ergibt sich:

$$R_1 = \frac{U_{AB}}{I_1} = \frac{R_i \cdot I_i}{I_{AB} - I_i} = \frac{1000\Omega \cdot 100 \cdot 10^{-6}\text{A}}{10 \cdot 10^{-3}\text{A} - 100 \cdot 10^{-6}\text{A}} = \frac{100.000\Omega \cdot 10^{-6}\text{A}}{9900 \cdot 10^{-6}\text{A}} = 10,1\Omega$$

## Aufgabe 1.19

$$R = \frac{U}{I} = \frac{5\text{V}}{100\mu\text{A}} = \frac{5\text{V}}{100 \cdot 10^{-6}\text{A}} = \frac{5 \cdot 10^4\text{V}}{1\text{A}} = 50\text{k}\Omega$$

$$\Rightarrow R_1 = 50\text{k}\Omega - R_i = 49\text{k}\Omega$$

$$R = \frac{U}{I} = \frac{50\text{V}}{100\mu\text{A}} = \frac{50\text{V}}{100 \cdot 10^{-6}\text{A}} = \frac{50 \cdot 10^4\text{V}}{1\text{A}} = 500\text{k}\Omega$$

$$\Rightarrow R_2 = 500\text{k}\Omega - R_1 - R_i = 450\text{k}\Omega$$

## Aufgabe 1.20

Annahme: Batterie ist eine Spannungsquelle.  $U_0 = 1,57\text{V}$

$$U_{R_x} = 1,42\text{V}$$

$$R_x = 1,5\Omega$$

Der Strom, welcher durch beide Widerstände fließt (also auch durch  $R_x$ ), ist damit:

$$I = \frac{U_{R_x}}{R_x} = \frac{1,42\text{V}}{1,5\Omega} = 0,95\text{A}$$

Aus der Maschenregel (2. Kirchhoffsches Gesetz) lässt sich zudem folgern, dass:

$$U_0 = U_{R_i} + U_{R_x} \Rightarrow U_{R_i} = U_0 - U_{R_x} = 1,57\text{V} - 1,42\text{V} = 0,15\text{V}$$

Und aus Stromfluss durch und Spannungabfall über  $R_i$  lässt sich nun dessen Widerstand bestimmen:

$$R_i = \frac{U_{R_i}}{I} = \frac{0,15\text{V}}{0,95\text{A}} = 0,158\Omega$$

## Aufgabe 1.21

$$R_i = 2\Omega$$

$$\frac{\Delta U}{U_0} = \frac{U_0 - U}{U_0} = 0,1\%$$

mit  $U = R \cdot I$ , also  $U_0 = (R_i + R_x) \cdot I$  und  $U = R_x \cdot I$  folgt:

$$0,1\% = \frac{(R_i + R_x) \cdot \cancel{I} - R_x \cdot \cancel{I}}{(R_i + R_x) \cdot \cancel{I}} = \frac{R_i}{R_i + R_x} \Rightarrow R_x = 10^3 R_i - R_i = 1998\Omega$$

## Aufgabe 1.22

$$R_i = 20\Omega$$

$$R_B = 400\Omega$$

$$U = 30\text{V}$$

$$U = R \cdot I$$

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_i} + \frac{1}{R_B} = \frac{1}{20\Omega} + \frac{1}{400\Omega} = \frac{21}{400\Omega} = \frac{1}{400/21\Omega}$$

$$R = \frac{400}{21}\Omega$$

$$I = \frac{U}{R} = \frac{30\text{V}}{400/21\Omega} = 1,575 \frac{\text{V}}{\Omega} = 1,575\text{A}$$

## Aufgabe 1.23

Aus der Maschenregel folgen diese Gleichungen: (2. Kirchhoffsches Gesetz)

$$U_1 = U_{R_a} + U_2 \Rightarrow U_{R_a} = U_1 - U_2 = 12\text{V} - 6\text{V} = 6\text{V}$$

$$U_1 = U_{R_a} + U_{R_b} \Rightarrow U_{R_b} = U_1 - U_{R_a} = 12\text{V} - 6\text{V} = 6\text{V}$$

Mit  $U = R \cdot I$  ergibt sich dann:

$$I_{R_a} = \frac{U_{R_a}}{R_a} = \frac{6\text{V}}{6\Omega} = 1\text{A}$$

$$I_{R_b} = \frac{U_{R_b}}{R_b} = \frac{6\text{V}}{3\Omega} = 2\text{A}$$

Aus der Knotenregel folgt zudem: (1. Kirchhoffsches Gesetz)

$$I_3 = I_1 + I_2 \Leftrightarrow I_{R_b} = I_{R_a} + I_2$$

$$\Rightarrow I_2 = 2\text{A} - 1\text{A} = 1\text{A}$$

Also:  $I_1 = 1\text{A}$  und  $I_2 = 1\text{A}$ .

## Aufgabe 1.24

(a)

Aus der Knotenregel (1. Kirchhoffsches Gesetz) lässt sich folgern, dass:

$$I_1 + I_2 = I_R = 100\text{A}$$

Mit der Maschenregel (2. Kirchhoffsches Gesetz) können wir auch festlegen, dass:

$$U_1 + U_{R_{i1}} = U_2 + U_{R_{i2}}, \text{ da } U_1 = U_2 = 14\text{V} \Rightarrow U_{R_{i1}} = U_{R_{i2}} = U_{R_i}$$

Damit folgt: (zusammen mit  $U = R \cdot I$ )

$$I_R = I_1 + I_2 = \frac{U_{R_{i1}}}{R_{i1}} + \frac{U_{R_{i2}}}{R_{i2}} = \frac{U_{R_i}}{10\text{m}\Omega} + \frac{U_{R_i}}{20\text{m}\Omega} = \frac{3U_{R_i}}{20\text{m}\Omega}$$

$$\Rightarrow 100\text{A} = \frac{3U_{R_i}}{20\text{m}\Omega} \Rightarrow U_{R_i} = \frac{2000}{3}\text{mV} = \frac{2}{3}\text{V}$$

Mit der Maschenregel (2. Kirchhoffsches Gesetz) können wir nun folgern:

$$U_2 = U + U_{R_{i2}} \Rightarrow U = U_2 - U_{R_{i2}} = 14\text{V} - \frac{2}{3}\text{V} = 13,33\text{V}$$

(b)

Durch umformen der oben bereitgestellten Gleichungen kommen wir zu folgenden Ergebnissen:

$$I_2 = \frac{U_{R_{i2}}}{R_{i2}} = \frac{U_{R_{i1}}}{20\text{m}\Omega} = \frac{U_{R_{i1}}}{2 \cdot R_{i1}} = \frac{1}{2}I_1 \Rightarrow I_1 = 2I_2$$

$$I_R = I_1 + I_2 = 2I_2 + I_2$$

$$\Rightarrow I_2 = \frac{I_R}{3} = 33,3\text{A}$$

$$\Rightarrow I_1 = 2I_2 = 66,7\text{A}$$