M a t h e m a t i k 1 f ü r I n f o r m a t i k

Kleingruppenübung

Blatt 03

Kampmann/Meyer HS Osnabrück, Fakultät I.u.I.

★

Erinnern Sie sich an folgende Begriffe, Sachverhalte und Sätze: Binomialkoeffizienten, Fakultät, Binomische Formeln, Zahldarstellungen, Rechenregeln in $\mathbb{R}$, Kombinatorik.

★

1. Aufgabe: Binomialkoeffizienten, Fakultät, elementare Kombinatorik
Berechnen Sie:

(a) $\sum\limits_{n=4}^{7} \binom{n}{n-2}$.

(b) $\sum\limits_{k=3}^{5} \frac{\binom{k}{3}}{k!}$.

(c) $\sum\limits_{i=0}^{10} \binom{10}{i}$.

(d) $\sum\limits_{k=0}^{n} (-1)^k \cdot \binom{n}{k}$.

(e) $\binom{2n}{n} - \binom{2n}{n+1} = \frac{1}{n+1} \cdot \binom{2n}{n}$.

(f) Wieveile Möglichkeiten gibt es, aus 15 Personen 9 Personen auszuwählen?

(g) Wieviele Möglichkeiten gibt es, die Buchstaben des Namens „Heinz“ anzuordnen?

(h) Die Pin einer normalen Bank-Karte besteht aus vier Ziffern der Menge $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. An jeder Stelle sind alle Ziffern zulässig. Wieviele Pin-Nummern existieren insgesamt, wenn nur „0000“ als Pin-Nummer ausgeschlossen wird?

2. Aufgabe: Binomische Formeln

(a) Berechnen Sie $p(x)$, so dass gilt: $8^2 - x^6 = (2 - x) \cdot p(x)$.

(b) Berechnen Sie $q(x)$, so dass gilt: $x^{12} - 4096 = (x^6 - 64) \cdot q(x)$.

3. Aufgabe: Dezimalsystem
Ein Freund verrät Ihnen folgenden „Trick“:
Bei Dezimalzahlen, die als letzte Ziffer eine 5 haben, kann man das Quadrat dieser

Zahl sehr einfach berechnen. Man nimmt die Ziffern vor der 5 als Zahl n, rechnet $n \cdot (n+1)$ und hängt an diese Ziffernfolge einfach 25 an.

Beispiel: 125^2, mit $n = 12$ erhält man $n \cdot (n+1) = 12 \cdot 13 = 156$ und durch „Anhängen" von 25: $125^2 = 15625$.

Beweisen Sie, dass Ihr Freund die Wahrheit sagt!

Dazu gibt es folgende „Anleitung":

a) Die Zahl im Dezimalsystem ist $a_n a_{n-1} \dots a_1 5 = \underbrace{(a_n a_{n-1} \dots a_1)}_{=n} \cdot 10 + 5$.

b) Berechnen Sie damit $(n \cdot 10 + 5)^2$ und interpretieren Sie das Ergebnis korrekt im Dezimalsystem.

4. Aufgabe: Für welche $x \in \mathbb{R}$ gilt:

a) $\frac{x-1}{x+4} > 0$

b) $\frac{x+1}{2-2x} \leq 4$

c) $|\dfrac{x-1}{2x+1}| \leq 2$

d) $|x+2| = |x-3|$

Geben Sie für jede Ungleichung/Gleichung den Definitionsbereich an.

5. Aufgabe: Zahldarstellungen/Zahlsysteme

(a) Geben sie die Darstellung der Brüche $\dfrac{13}{5}$, $\dfrac{7}{4}$ und $\dfrac{8}{3}$ im Dezimalsystem an.

(b) Gegeben ist die Zahl $654321,123\overline{567}$ als periodische Dezimalzahl. Schreiben Sie diese Zahl als Bruch $\dfrac{z}{n} \in \mathbb{Q}$.

(c) Gegeben ist die Zahl $1001001,1101$ im Dualsystem. Stellen Sie diese Zahl im Dezimalsystem dar.

6. Aufgabe: Rechnen in $\mathbb{R}$

a) Finden Sie Binome bzw. berechnen Sie mit geeigneten Binomen

(a1) $36a^2 - 36a + 9$

(a2) $81x^4 + 36x^2y + 4y^2$

(a3) $81x^2y^4 - 64a^2b^4$

(a4) $25r^2 - 40rs + 16s^2 + 49t^2 - 70tq + 25q^2$

(a5) 99^2

(a6) 81^2

b) Kürzen Sie die folgenden Terme so weit wie möglich.

(b1) $\frac{39a^3-39a^2}{13a^2-13a}$

(b2) $\frac{15ab-30b^2}{5a^2b-20ab^2+20b^3}$

c) Fassen Sie folgende Ausdrücke zusammen:

(c1) $(-a^5)^6 \cdot (-a^6)^{-5}$

(c2) $(\frac{a}{3})^2 \cdot (\frac{3}{a})^{-5}$

(c3) $(a^{12} - \frac{5}{(2a^4)^3}) \cdot \frac{1}{3a^{-1}}$

d) Bestimmen Sie Definitionsbereich und Lösungsmenge der folgenden Gleichungen.

d1) $3x^2 + 10x = -7$

d2) $2x^2 = 2x - 3$

d3) $x(2x - 3) = 0$

d4) $3 - 4\sqrt{3}x + 4x^2 = 0$

d5) $(x - 2)(x - 5) + 2 = 0$

d6) $\sqrt[3]{8x - 3} = -3$