

1. Aufgabe

(a) Zeige $\overline{A \vee B} \Leftrightarrow \overline{A} \wedge \overline{B}$ mittels Wahrheitstabellen

A	B	\overline{A}	\overline{B}	$A \vee B$	$\overline{A \vee B}$	$\overline{A} \wedge \overline{B}$
w	w	f	f	w	f	f
w	f	f	w	w	f	f
f	w	w	f	w	f	f
f	f	w	w	f	w	w

$$\Rightarrow (\overline{A \vee B} \Leftrightarrow \overline{A} \wedge \overline{B})$$

(b) Zeige $A \vee (B \wedge C) \Leftrightarrow (A \vee B) \wedge (A \vee C)$ mittels Wahrheitstabellen

A	B	C	$B \wedge C$	$A \vee B$	$A \vee C$	$A \vee (B \wedge C)$	$(A \vee B) \wedge (A \vee C)$
w	w	w	w	w	w	w	w
w	w	f	f	w	w	w	w
w	f	w	f	w	w	w	w
w	f	f	f	w	w	w	w
f	w	w	w	w	w	w	w
f	w	f	f	w	f	f	f
f	f	w	f	f	w	f	f
f	f	f	f	f	f	f	f

$$\Rightarrow (A \vee (B \wedge C) \Leftrightarrow (A \vee B) \wedge (A \vee C))$$

(c) Zeige $(A \Rightarrow B) \Leftrightarrow (\overline{A} \vee B)$ mittels Wahrheitstabellen

A	B	\overline{A}	$A \Rightarrow B$	$\overline{A} \vee B$
w	w	f	w	w
w	f	f	f	f
f	w	w	w	w
f	f	w	w	w

$$\Rightarrow ((A \Rightarrow B) \Leftrightarrow (\overline{A} \vee B))$$

(d) Zeige $(A \Rightarrow B) \Leftrightarrow (\overline{B} \Rightarrow \overline{A})$ mittels Wahrheitstabellen

A	B	\overline{A}	\overline{B}	$A \Rightarrow B$	$\overline{B} \Rightarrow \overline{A}$
w	w	f	f	w	w
w	f	f	w	f	f
f	w	w	f	w	w
f	f	w	w	w	w

$$\Rightarrow ((A \Rightarrow B) \Leftrightarrow (\overline{B} \Rightarrow \overline{A}))$$

2. Aufgabe

(a) Prüfe ob $A \wedge (B \Rightarrow C) \Leftrightarrow (A \wedge \overline{B}) \vee (A \wedge C)$ mittels Wahrheitstabellen

A	B	C	\overline{B}	$B \Rightarrow C$	$A \wedge \overline{B}$	$A \wedge C$	$A \wedge (B \Rightarrow C)$	$(A \wedge \overline{B}) \vee (A \wedge C)$
w	w	w	f	w	f	w	w	w
w	w	f	f	f	f	f	f	f
w	f	w	w	w	w	w	w	w
w	f	f	w	w	w	f	w	w
f	w	w	f	w	f	f	f	f
f	w	f	f	f	f	f	f	f
f	f	w	w	w	w	f	f	f
f	f	f	w	w	w	f	f	f

$\Rightarrow (A \vee (B \wedge C)) \Leftrightarrow (A \vee B) \wedge (A \vee C)$

(b) Prüfe ob $A \Rightarrow \overline{B} \Leftrightarrow \overline{A \wedge B}$ mittels Wahrheitstabellen

A	B	\overline{B}	$A \wedge B$	$A \Rightarrow \overline{B}$	$\overline{A \wedge B}$
w	w	f	w	f	f
w	f	w	f	w	w
f	w	f	f	w	w
f	f	w	f	w	w

$\Rightarrow (A \Rightarrow \overline{B} \Leftrightarrow \overline{A \wedge B})$

3. Aufgabe

(a) Prüfe ob $((A \Rightarrow B) \wedge A) \Rightarrow B \Leftrightarrow \mathbb{1}$ mittels Wahrheitstabellen

A	B	$A \Rightarrow B$	$(A \Rightarrow B) \wedge A$	$((A \Rightarrow B) \wedge A) \Rightarrow B$	$\mathbb{1}$
w	w	w	w	w	w
w	f	f	f	w	w
f	w	w	f	w	w
f	f	w	f	w	w

$\Rightarrow (((A \Rightarrow B) \wedge A) \Rightarrow B) \Leftrightarrow \mathbb{1}$

(b) Prüfe ob $((A \Rightarrow B) \wedge \overline{B}) \Rightarrow \overline{A} \Leftrightarrow \mathbb{1}$ mittels Wahrheitstabellen

A	B	\overline{A}	\overline{B}	$A \Rightarrow B$	$(A \Rightarrow B) \wedge \overline{B}$	$((A \Rightarrow B) \wedge \overline{B}) \Rightarrow \overline{A}$	$\mathbb{1}$
w	w	f	f	w	f	w	w
w	f	f	w	f	f	w	w
f	w	w	f	w	f	w	w
f	f	w	w	w	w	f	w

$\Rightarrow (((A \Rightarrow B) \wedge \overline{B}) \Rightarrow \overline{A}) \Leftrightarrow \mathbb{1}$

4. Aufgabe

(a) Zeige $((A \wedge B) \vee (\bar{A} \wedge \bar{B})) \Leftrightarrow A \star B$ mittels Wahrheitstabellen

A	B	\bar{A}	\bar{B}	$A \wedge B$	$\bar{A} \wedge \bar{B}$	$(A \wedge B) \vee (\bar{A} \wedge \bar{B})$	$A \star B$
w	w	f	f	w	f	w	w
w	f	f	w	f	f	f	f
f	w	w	f	f	f	f	f
f	f	w	w	f	w	w	w

$\Rightarrow (((A \wedge B) \vee (\bar{A} \wedge \bar{B})) \Leftrightarrow A \star B)$

(b-1) Prüfe ob $((A \vee B) \Leftrightarrow (\bar{B} \Rightarrow A)) \Leftrightarrow 1$ mittels Wahrheitstabellen

A	B	\bar{B}	$A \vee B$	$\bar{B} \Rightarrow A$	$(A \vee B) \Leftrightarrow (\bar{B} \Rightarrow A)$	1
w	w	f	w	w	w	w
w	f	w	w	w	w	w
f	w	f	w	w	w	w
f	f	w	f	f	w	w

$\Rightarrow (((A \vee B) \Leftrightarrow (\bar{B} \Rightarrow A)) \Leftrightarrow 1)$

(b-2) Prüfe ob $((B \wedge \bar{A}) \Leftrightarrow (\bar{B} \vee A)) \Leftrightarrow 1$ mittels Wahrheitstabellen

A	B	\bar{A}	\bar{B}	$B \wedge \bar{A}$	$\bar{B} \vee A$	$(B \wedge \bar{A}) \Leftrightarrow (\bar{B} \vee A)$	1
w	w	f	f	f	w	f	w
w	f	f	w	f	w	f	w
f	w	w	f	w	f	f	w
f	f	w	w	f	w	f	w

$\Rightarrow (((B \wedge \bar{A}) \Leftrightarrow (\bar{B} \vee A)) \not\Leftrightarrow 1)$

5. Aufgabe

Bestimme die folgenden kartesischen Produkte zwischen

$A = \{-2, -1, 0\}$, $B = \{1, 2, 3\}$ und $C = \{-1, 0, 2\}$:

(a-1) $A \times B$:

$$A \times B = \left\{ \begin{array}{l} (-2, 1), (-2, 2), (-2, 3), \\ (-1, 1), (-1, 2), (-1, 3), \\ (0, 1), (0, 2), (0, 3) \end{array} \right\}$$

(a-2) $A \times C$:

$$A \times C = \left\{ \begin{array}{l} (-2, -1), (-2, 0), (-2, 2), \\ (-1, -1), (-1, 0), (-1, 2), \\ (0, -1), (0, 0), (0, 2) \end{array} \right\}$$

(a-3) $B \times C$:

$$B \times C = \left\{ \begin{array}{l} (1, -1), (1, 0), (1, 2), \\ (2, -1), (2, 0), (2, 2), \\ (3, -1), (3, 0), (3, 2) \end{array} \right\}$$

(b-1) $B \times A$:

$$B \times A = \left\{ \begin{array}{l} (1, -2), (1, -1), (1, 0), \\ (2, -2), (2, -1), (2, 0), \\ (3, -2), (3, -1), (3, 0) \end{array} \right\}$$

(b-2) $C \times A$:

$$C \times A = \left\{ \begin{array}{l} (-1, -2), (-1, -1), (-1, 0), \\ (0, -2), (0, -1), (0, 0), \\ (2, -2), (2, -1), (2, 0) \end{array} \right\}$$

6. Aufgabe

Gegeben ist die Aussage A Auf jeden Topf passt ein Deckel, die Menge der Töpfe T und die Menge der Deckel D .

(a) Formuliere A mithilfe der Quantoren \forall und \exists :

Sei $P \subseteq (T \times D)$ die Menge aller Topf-Deckel-Paare, in welchem der Deckel auf den Topf passt. Dann gilt:

$$A \Leftrightarrow \forall t \in T : \exists d \in D : (t, d) \in P$$

(a) Bilde die Verneinung von A umgangssprachlich und mittels Quantoren:

$\overline{A} \hat{=}$ Es gibt mindestens einen Topf ohne passenden Deckel.

$$\overline{A} \Leftrightarrow \exists t \in T : \forall d \in D : (t, d) \notin P$$