

1. Aufgabe

a)

$$\begin{aligned} |3r - 6| &= r + 2 \\ |3(r - 2)| &= r + 2 \\ 3|r - 2| &= r + 2 \end{aligned}$$

1. Fall: $r \geq 2 \Leftrightarrow r \in [2, +\infty)$

$$\begin{aligned} 3|r - 2| &= r + 2 \\ \Leftrightarrow 3(r - 2) &= r + 2 \\ \Leftrightarrow 3r - 6 &= r + 2 & | -r + 6 \\ \Leftrightarrow 2r &= 8 & | : 2 \\ \Leftrightarrow r &= 4 \\ \Rightarrow \mathbb{L}_1 &= \{4\} \end{aligned}$$

2. Fall: $r < 2 \Leftrightarrow r \in (-\infty, 2)$

$$\begin{aligned} 3|r - 2| &= r + 2 \\ \Leftrightarrow -3(r - 2) &= r + 2 \\ \Leftrightarrow -3r + 6 &= r + 2 & | -r - 6 \\ \Leftrightarrow -4r &= -4 & | : (-4) \\ \Leftrightarrow r &= -1 \\ \Rightarrow \mathbb{L}_2 &= \{-1\} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \mathbb{L} = \mathbb{L}_1 \cup \mathbb{L}_2 = \{-1, 4\}$$

2. Aufgabe

a)

KEINEAHNUNG

3. Aufgabe

(1)

\star ist kommutativ, denn hier ist in der Verknüpfungstabelle eine Spiegelsymmetrie über die Diagonale zu beobachten.

\circ hingegen ist nicht kommutativ, denn z.B. $a \circ b \neq b \circ a$.

4. Aufgabe

(1)

Zu zeigen ist: a) $\forall a \in \mathbb{N}_0 : a \circ 0 = a$ und b) $\forall a \in \mathbb{N}_0 : a \circ a = 0$

a)

$$\begin{aligned} \text{da } a \in \mathbb{N}_0 \quad a \circ 0 &= |a - 0| \\ &= |a| - |0| \\ &= a - 0 \\ &= a \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned} a \circ a &= |a - a| \\ &= |0| \\ &= 0 \end{aligned}$$

5. Aufgabe

a)

Assoziativgesetz der Addition:

$$\begin{aligned} \bar{1} + (\bar{2} + \bar{4}) &= \bar{1} + \bar{1} \\ &= \bar{2} \\ (\bar{1} + \bar{2}) + \bar{4} &= \bar{3} + \bar{4} \\ &= \bar{2} \\ \Rightarrow \bar{1} + (\bar{2} + \bar{4}) &= (\bar{1} + \bar{2}) + \bar{4} \end{aligned}$$

Kommutativgesetz der Multiplikation:

$$\begin{aligned} \bar{2} \bullet \bar{4} &= \bar{3} \\ \bar{4} \bullet \bar{2} &= \bar{3} \\ \Rightarrow \bar{2} \bullet \bar{4} &= \bar{4} \bullet \bar{2} \end{aligned}$$

Distributivgesetz:

$$\begin{aligned} \bar{2} \bullet (\bar{3} + \bar{4}) &= \bar{2} \bullet \bar{2} \\ &= \bar{4} \\ (\bar{2} \bullet \bar{3}) + (\bar{2} \bullet \bar{4}) &= \bar{1} + \bar{3} \\ &= \bar{4} \\ \Rightarrow \bar{2} \bullet (\bar{3} + \bar{4}) &= (\bar{2} \bullet \bar{3}) + (\bar{2} \bullet \bar{4}) \end{aligned}$$

6. Aufgabe**a)**

$$\begin{aligned}(\overline{12} + \overline{9})^2 &= (\overline{12 + 9})^2 \\&= (\overline{21})^2 \\&= (\overline{4})^2 \\&= \overline{4^2} \\&= \overline{16}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\overline{12}^2 + \overline{2} \cdot \overline{12} \cdot \overline{9} + \overline{9}^2 &= \overline{12^2} + \overline{2 \cdot 9 \cdot 12} + \overline{9^2} \\&= \overline{144} + \overline{18 \cdot 12} + \overline{81} \\&= \overline{8} + \overline{1 \cdot 12} + \overline{13} \\&= \overline{8} + \overline{12} + \overline{13} \\&= \overline{8 + 12 + 13} \\&= \overline{33} \\&= \overline{16}\end{aligned}$$

$$\Rightarrow (\overline{12} + \overline{9})^2 = \overline{12}^2 + \overline{2} \cdot \overline{12} \cdot \overline{9} + \overline{9}^2$$