

## Aufgabenblatt 11 (Labor 4)

letzte Änderung: 03.07.2017

### Thema: Tief- und Hochpass

#### Einleitung:

Filter sind Elektronische Schaltungen, die einen frequenzabhängigen Dämpfungs- oder Verstärkungsfaktor haben. Sie werden in passive und aktive Schaltungen unterteilt. Aktive Filter können verstärken und abschwächen, passive Filter können nur abschwächen. Ein Tiefpass-Filter hat die Aufgabe tiefe Frequenzen (Durchlassbereich) passieren zu lassen und die hohen Frequenzen (Sperrbereich) zu unterdrücken. Beim Hochpass ist es umgekehrt. In diesem Labor werden die Eigenschaften von passiven Filtern, als Hoch- und Tiefpass untersucht. Sie bestehen aus einer Reihenschaltung mit einem Widerstand  $R$  und einer Kapazität  $C$ . Die Grenze zwischen Durchlassbereich und Sperrbereich heißt „Grenzfrequenz“ und wird durch die Werte von  $R$  und  $C$  bestimmt. Bei den Hoch- und Tiefpassfiltern ist die Grenzfrequenz von der Zeitkonstante  $\tau$ , welche sich aus  $R$  und  $C$  zusammensetzt, abhängig. Je größer die Zeitkonstante ist, desto kleiner ist die Grenzfrequenz:

$$\omega_g = \frac{1}{RC} = \frac{1}{\tau} \quad (1)$$

Das Verhalten eines Filters lässt sich mit einer komplexen Übertragungsfunktion:

$$\underline{V}(\omega) = \frac{\underline{U}_a}{\underline{U}_e} = V(\omega) \cdot e^{j\varphi(\omega)} \quad (2)$$

vollständig beschreiben. Die Gleichung (2) zeigt, dass eine Übertragungsfunktion  $\underline{V}(\omega)$  allgemein einen frequenzabhängigen *Verstärkungs- bzw. Dämpfungsfaktor*  $V(\omega)$  und eine frequenzabhängige *Phasenverschiebung*  $\varphi(\omega)$  beinhaltet. Wir nehmen an, dass das Eingangssignal  $\underline{U}_e$  eine periodische Sinusschwingung ist, die in komplexer Darstellung einen Betrag  $U_e$  und eine Phase  $\varphi_e$  hat. Die Ausgangsspannung  $\underline{U}_a$  ergibt sich dann:

$$\underline{U}_a = \underline{V}(\omega_e) \cdot \underline{U}_e = V(\omega_e) \cdot U_e \cdot e^{j(\varphi(\omega_e) + \varphi_e)} = U_a \cdot e^{j\varphi_a} \quad (3)$$

Gleichung (3) besagt, dass ein sinusförmiges Eingangssignal  $\underline{U}_e$  mit einer bestimmten Frequenz  $\omega_e$  durch den Filter eine Verstärkung bzw. Dämpfung  $V(\omega_e)$  und eine Phasenverschiebung  $\varphi(\omega_e)$  hat. Die grafische Darstellung des Verstärkungsfaktors und der Phasenverschiebung der Frequenz nennt man das Bodediagramm. Bild 1 zeigt *qualitativ* ein Bodediagramm.

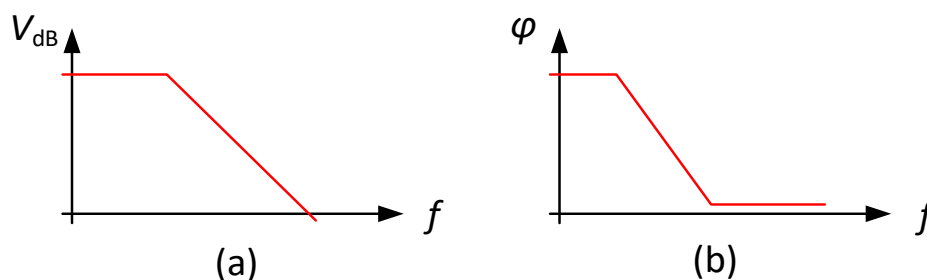


Bild 1 Bodediagramm: (a) Amplitudengang und (b) Phasengang

Bodediagramme beinhalten immer zwei Diagramme, den Amplitudengang und den Phasengang. Der Amplitudengang stellt den Verstärkungsfaktor  $V(\omega)$  dar und der Phasengang die Phasenverschiebung  $\varphi(\omega)$ . Der Verstärkungsfaktor im Amplitudengang wird üblicherweise in dB dargestellt:

$$V_{\text{dB}} = 20 \cdot \log V \quad (4)$$

Durch diese Umformung wird bei der Dämpfung statt einem Bruch eine negative Zahl in dem Amplitudengang aufgetragen. Die Phasenverschiebung wird unverändert in den Phasengang aufgetragen. Die Frequenzachse  $\omega = 2\pi f$  wird üblich logarithmisch dargestellt.

Die Filtereigenschaft *Grenzfrequenz* ist als jene Frequenz definiert, bei der die Verstärkung der Übertragungsfunktion um den Faktor  $1/\sqrt{2}$  bzw.  $-3\text{dB}$  sinkt.

Zum Labor sind die Schaltung eines Tiefpasses und die eines Hochpasses aus Reihenschaltung von einem Widerstand und einer Kapazität in Bild 2 gegeben:

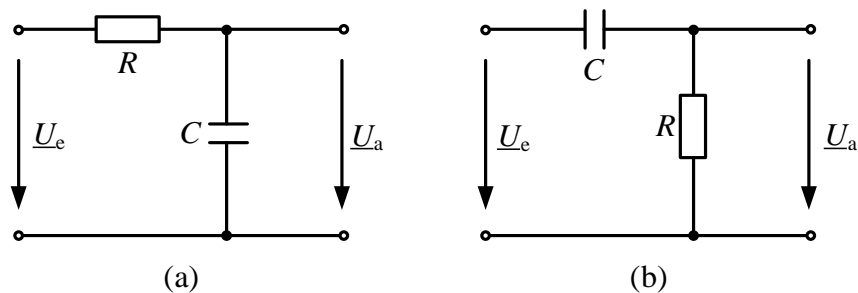


Bild 2 Schaltung (a) eines Tiefpasses und (b) Hochpasses erster Ordnung.

## 1. Aufgabe: Vorbereitung

- a) Bestimmen Sie sowohl die Übertragungsfunktion des Tiefpasses als auch die des Hochpasses, wenn an ihrem Ausgang ein Widerstand  $R_L$  geschaltet wird (Bild 3: das Tief- und Hochpassfilter werden belastet). *Hinweis: Der Lastwiderstand  $R_L$  bildet mit  $C$  (bei Tiefpass) und  $R$  (bei Hochpass) eine neue Impedanz, die den Spannungsteiler beeinflusst.*

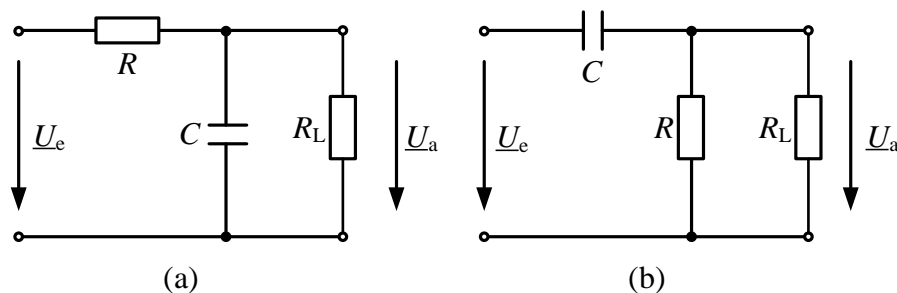


Bild 3 Belasteter (a) Tief- und (b) Hochpass erster Ordnung.

- b) Wie verändern sich die Verstärkung des Tiefpasses unterhalb der Grenzfrequenz und die Verstärkung des Hochpasses oberhalb der Grenzfrequenz im Vergleich zum unbelasteten Fall? *Hinweis: Untersuchen Sie die Verstärkung unterhalb der Grenzfrequenz mit  $\omega=0$  und oberhalb der Grenzfrequenz mit  $\omega \rightarrow \infty$ .*

- c) Die Formel  $\omega_g = 1/RC$  gilt nicht für den belasteten Tief- und Hochpass. Leiten Sie die neue Formel der Grenzfrequenz für den belasteten Tief- und Hochpass her. *Hinweis: die Grenzfrequenz ist jene Frequenz, bei der die Verstärkung der Übertragungsfunktion um den Faktor  $1/\sqrt{2}$  ( $-3\text{dB}$ ) sinkt. Benutzen Sie die hergeleitete Verstärkung aus Aufgabe b.*
- d) Wie verändert sich die Grenzfrequenz vom Tief- und Hochpass, wenn  $R_L = R$  und  $R_L = 20 \times R$  sind?
- e) Bestimmen Sie die vier Grenzfrequenzen für Tief- und Hochpass, im belasteten und unbelasteten Fall. Nutzen Sie die im Versuch benutzten Bauteilwerte (siehe 1f).
- f) Zeichnen Sie mit MS Excel o.ä. Programmen ein Bodediagramm des unbelasteten und belasteten Tiefpass und ein Bodediagramm des unbelasteten und belasteten Hochpasses (insgesamt zwei Bodediagramme).

Benutzen Sie die Werte  $C = 100\text{nF}$ ,  $R = 510\ \Omega$ ,  $R_L = 510\ \Omega$ .

## 2. Aufgabe: Durchführung

Der Versuchsaufbau besteht aus einem Steckbrett, einem Funktionsgenerator, einem Oszilloskop und der Kombination aus Widerständen und einem Kondensator zur Bildung eines Tiefpasses oder Hochpasses.

- Verbinden Sie den  $50\ \Omega$  Ausgang des Funktionsgenerators per BNC Kabel mit dem CH1 des Oszilloskops und per BNC-Laborstecker-Adapter und Laborleitungen mit dem Steckbrett
- Verbinden Sie die Bauteile auf dem Steckbrett je nach Versuchsaufbau nach den Schaltungen in Bild 2 (a), (b) und Bild 3 (a), (b)
- Verbinden Sie die Ausgangsspannung mit CH2 des Oszilloskops

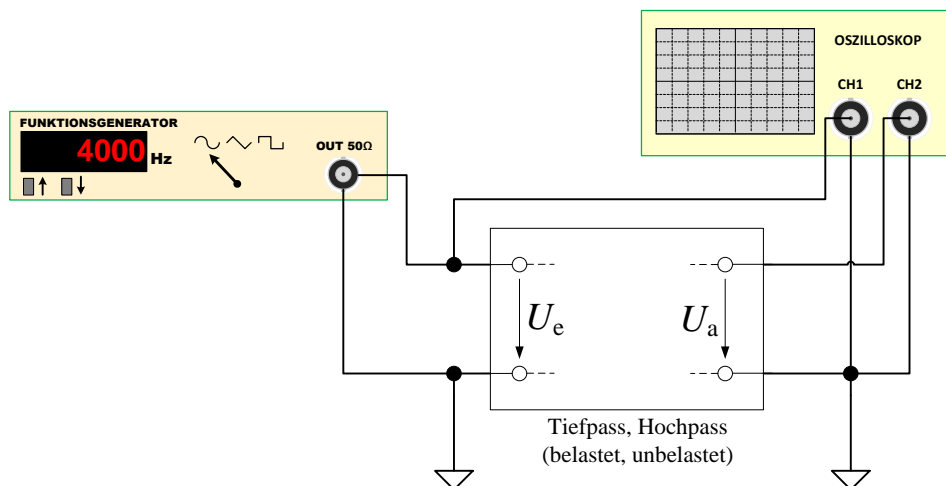


Bild 4 Versuchsaufbau

- a) Vermessung des unbelasteten Tiefpasses
- Bauen Sie die Tiefpass-Schaltung auf
  - Als Eingangssignal geben Sie das Sinussignal  $u_e(t) = 10\text{V} \cdot \sin(2\pi f t)$ . Verändern Sie die Signalfrequenz  $f$  und messen Sie jedes Mal die Amplitude der

Eingangs- und Ausgangsspannung sowie ihre Zeitverschiebung zueinander. Berechnen Sie das Dämpfungsmaß  $V_{dB}$  und die Phasenverschiebung  $\varphi$  aus den ermittelten Messwerten.

*Hinweis: Achten Sie dabei auf den Messbereich des Oszilloskops und Regeln sie diesen ggf. bei jeder Messung nach.*

- iii. Ermitteln Sie mit dem Oszilloskop die Grenzfrequenz des Tiefpasses, indem Sie die Frequenz verändern bis die Amplitude des Eingangssignals um den Faktor  $1/\sqrt{2}$  ( $-3dB$ ) sinkt.

$f$ (Hz)	50	250	1000	3000	6000	18k	72k	360k	$f_g =$ _____
$U_e$ (V)									
$U_a$ (V)									
$\Delta t$ (ms)									
$U_a / U_e$									
$V_{dB}$									
$\varphi$ (°)									

Frequenz bei der  $V_{dB} = -3$  dB: \_\_\_\_\_

b) Vermessung des belasteten Tiefpasses

- Belasten Sie die Schaltung in a mit einem Widerstand  $R_L = 510\Omega$  und wiederholen Sie für den belasteten Tiefpass den Schritt ii und iii aus Aufgabe a.

$f$ (Hz)	50	250	1000	3000	6000	18k	72k	360k	$f_g =$ _____
$U_e$ (V)									
$U_a$ (V)									
$\Delta t$ (ms)									
$U_a / U_e$									
$V_{dB}$									
$\varphi$ (°)									

Frequenz bei der  $V_{dB} = -3$  dB: \_\_\_\_\_

c) Vermessung des unbelasteten Hochpasses

Durch Vertauschen von  $R$  und  $C$  erhält man nun einen Hochpass.

- Wiederholen Sie den Schritt ii und iii aus Aufgabe a für den Hochpass.

$f$ (Hz)	50	250	1000	3000	6000	18k	72k	360k	$f_g =$ _____
$U_e$ (V)									
$U_a$ (V)									
$\Delta t$ (ms)									
$U_a / U_e$									
$V_{dB}$									
$\varphi$ (°)									

Frequenz bei der  $V_{dB} = -3$  dB: \_\_\_\_\_

d) Vermessung des belasteten Hochpasses

- Belasten Sie die Schaltung in c mit einem Widerstand  $R_L = 510\Omega$  und wiederholen Sie für den belasteten Hochpass den Schritt ii und iii aus Aufgabe a.

$f$ (Hz)	50	250	1000	3000	6000	18k	72k	360k	$f_g =$ _____
$U_e$ (V)									
$U_a$ (V)									
$\Delta t$ (ms)									
$U_a / U_e$									
$V_{dB}$									
$\varphi$ (°)									

Frequenz bei der  $V_{dB} = -3$  dB: \_\_\_\_\_

e) Notieren Sie schließlich die Bauteiltoleranzen von dem Widerstand und dem Kondensator.

### 3. Aufgabe: Auswertung

- a) Zeichnen Sie mit MS Excel o.ä. Programmen die Bodediagramme für die Schaltungen aus Aufgaben 2a-2d. Vergleichen Sie die gemessenen und theoretischen Bodediagramme jeweils in einem Diagramm für vier verschiedene Fälle: Tiefpass unbelastet, Tiefpass belastet, Hochpass unbelastet und Hochpass belastet.
- b) Wie groß ist die Abweichung der Dämpfung und der Phasenverschiebung von der Theorie bei der Grenzfrequenz? Lassen sich die Abweichungen durch die Bauteiltoleranzen erklären?
- c) Worauf muss man beim passiven Tief- und Hochpass achten, damit ihr Frequenzverhalten durch die Belastung nicht verändert wird?
- d) Der Frequenzgenerator hat intern einen Innenwiderstand von  $R_i=50\Omega$ . Was bedeutet dieser Innenwiderstand für das Frequenzverhalten des Tief- und Hochpasses mit den ausgewählten Werten von  $C$  und  $R$ ? Zeichnen Sie das Ersatzschaltbild des belasteten Tiefpasses mit dem Frequenzgenerator und erklären Sie die Wirkung des Innenwiderstandes  $R_i$  für den belasteten Tiefpass.

### 4. Aufgabe: Fazit

Treffen Sie eine kurze Aussage über die Übereinstimmung der theoretischen Kennlinien mit den Messwerten. Erklären Sie außerdem wozu sich Filter in der Signalverarbeitung eignen.