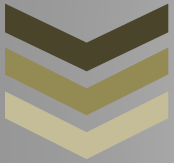


# YÖNEYLEM ARAŞTIRMASI



**9.DERS**

### ULAŞTIRMA PROBLEMLERİNDE DUYARLILIK ÇÖZÜMLEMESİ

Ulaştırma problemlerin üç tür değişim ve bu değişimlere karşılık duyarlılık çözümlemesinden söz edilebilir.

1. Temel dışı değişkenlere ilişkin amaç fonksiyonu katsayılarının değişimi.
2. Temeldeki değişkenlerin fiyatlarındaki değişim.
3. İstem ve sunumdaki değişim.

### Değişim 1: Temel dışı değişkenlere ilişkin fiyatlardaki ( $C_{ij}$ ) değişim

Aşağıda, amaç fonksiyonu en küçükleme biçiminde olan bir ulaştırma probleminin en iyi çözümüne ilişkin ulaştırma tablosu yer almaktadır.

	1	2	3	4	$a_i$	$v_i$
A	8	6	10	9	35	0
B	9	12	13	7	50	3
C	14	9	16	5	40	3
$b_j$	45	20	30	30		
$w_j$	6	6	10	2		

Temeldeki  $C_{ij}$  ler değişmediği için  $v_i$  ve  $w_j$  ler de değişiklik meydana gelmez. Çünkü bu değerler temeldeki değişkenlerin  $C_{ij}$  leri kullanılarak hesaplanmaktadır.

Temel uygun çözüm bozulmadan birinci kaynaktan birinci hedefe gönderilen bir birim malın ulaştırma giderindeki değişim ne kadar olabilir?

Birinci kaynaktan birinci hedefe 1 birim malın gönderilme maliyeti  $C_{11}$  deki değişim;

$\hat{C}_{11} = 8 + \Omega$  biçimindedir. Optimalliğin bozulmaması için;

$Z_{11} - \hat{C}_{11} \leq 0$  olmalıdır. Buradan,

$$v_1 + w_1 - \hat{C}_{11} \leq 0$$

$$0 + 6 - (8 + \Omega) \leq 0$$

$\Omega \geq -2$  olmalı buna bağlı olarak da  $\hat{C}_{11} \geq 6$  olmalıdır.

Değişim -2 den büyük olduğu sürece optimallik bozulmaz.

Bir başka örnek;

$C_{14}$  deki değişim ne kadar olmalı ki optimallik bozulmasın?

$\hat{C}_{14} = 9 + \Omega$  biçimindedir. Optimalliğin bozulmaması için;

$Z_{14} - \hat{C}_{14} \leq 0$  olmalıdır. Buradan,

$$v_1 + w_4 - \hat{C}_{14} \leq 0$$

$$0 + 2 - (9 + \Omega) \leq 0$$

$\Omega \geq -7$  olmalı buna bağlı olarak da  $\hat{C}_{14} \geq 2$  olmalıdır.

## YÖNEYLEM ARAŞTIRMASI

### Değişim 2: Temeldeki değişkenlerin fiyatlarındaki değişim

Temeldeki  $C_{ij}$  ler değiştiği için  $v_i$  ve  $w_j$  ler de değişiklik meydana gelir. Temeldeki bir değişken olan  $C_{13}$  e ilişkin değişimi incelemek istersek.

$$C_{13} = 10 \rightarrow \hat{C}_{13} = 10 + \Omega$$

$$Z_{13} - C_{13} = 0 \text{ (Temelde olduğu için)} \rightarrow Z_{13} = C_{13}$$

$$\hat{C}_{13} = v_1 + w_3 = 10 + \Omega$$

	1	2	3	4	$a_i$	$v_i$
A	8	6 10	10+ $\Omega$ 25	9	35	0
B	9 45	12	13 5	7	50	3- $\Omega$
C	14	9 10	16	5 30	40	3
$b_j$	45	20	30	30		
$w_j$	6+ $\Omega$	6	10+ $\Omega$	2		

## YÖNEYLEM ARAŞTIRMASI

---

Temel dışı değişkenlere ilişkin tüm  $Z_{ij} - C_{ij} \leq 0$  olmalı.

$$Z_{11} - C_{11} = v_1 - w_1 - C_{11} = 0 + 6 + \Omega - 8 \leq 0 \rightarrow \Omega \leq 2$$

$$Z_{14} - C_{14} = v_1 - w_4 - C_{14} = -7 \leq 0$$

$$Z_{22} - C_{22} = v_2 - w_2 - C_{22} = 3 - \Omega + 6 - 12 \leq 0 \rightarrow \Omega \geq -3$$

$$Z_{24} - C_{24} = v_2 - w_4 - C_{24} = 3 - \Omega + 2 - 7 \leq 0 \rightarrow \Omega \geq -2$$

$$Z_{31} - C_{31} = v_3 - w_1 - C_{31} = 3 + 6 + \Omega - 14 \leq 0 \rightarrow \Omega \leq 5$$

$$Z_{33} - C_{33} = v_3 - w_3 - C_{33} = 3 + 10 + \Omega - 16 \leq 0 \rightarrow \Omega \leq 3$$

Tüm belirlenen aralıklar kullanılarak  $\Omega$  için;  $-2 \leq \Omega \leq +2$

Aralığı elde edilir. Buradan;

$$-2 + 10 \leq C_{13} \leq 2 + 10$$

$$\mathbf{-8 \leq C_{13} \leq 12}$$

Olursa optimallik bozulmaz.

### Değişim 3: Sunum ve istemdeki değişim

İki durum düşünülebilir:

1. Eğer  $x_{ij}$  temel değişken ise;

$x_{ij}$ ,  $\Omega$  kadar artar ve maliyet üzerindeki etkisi

$\hat{Z} = \text{Eski Değer} + \Omega v_i + \Omega w_j$  biçimindedir.

Örneğin; Birinci kaynaktan, ikinci hedefe taşınacak mal miktarında 2 birim artış olsun.  $x_{12}$  temeldeki bir değişken ve iki birimlik değişimin maliyete etkisi

$$\hat{Z} = \text{Eski Değer} + \Omega v_i + \Omega w_j$$

$$= 1020 + 2*(0) + 2*(6) = 1032$$

Maliyette 12 birimlik bir artış olmuştur.



## YÖNEYLEM ARAŞTIRMASI

2. Eğer  $x_{ij}$  temel dışı değişken ise;  $x_{ij}$  yi içeren bir döngü çizilir.

Örneğin; birinci kaynaktan birinci hedefe taşınacak mal miktarında 1 birim artış olsun.  $x_{11}$  de değişim olacak. Optimal çözümü bulma sürecinde kullanılan döngü ile aynı özelliklere sahip bir döngü kurulur.

	1	2	3	4	$a_i$
A	8 <sup>+</sup>	6 <sup>10</sup>	10 <sup>- 25</sup>	9	35
B	9 <sup>45</sup>	12 <sup>-</sup>	13 <sup>5</sup>	7	50
C	14	9 <sup>10</sup>	16	5 <sup>30</sup>	40
$b_j$	45	20	30	30	

(-) ile işaretlenmiş gözelerle  $\Omega = 1$  eklenir

(+) ile işaretlenmiş gözelerden  $\Omega = 1$  çıkartılır.

	1	2	3	4	$a_i$
A	8	6 <sup>10</sup>	10 <sup>25</sup>	9	35+1=36
B	9 <sup>46</sup>	12	13 <sup>4</sup>	7	50
C	14	9 <sup>10</sup>	16	5 <sup>30</sup>	40
$b_j$	45+1=46	20	30	30	

$$Z = 60 + 260 + (9 * 45) + (9 * 10) + (5 * 30) = 1026$$

## Örnek:

	1	2	3	4	5	$a_i$
A	9	3	6	7 30	3 70	100
B	7	5 60	2 80	10 20	6	160
C	5 90	4	9	8 50	10	140
$b_j$	90	60	80	100	70	

a)  $x_{13}$  ün fiyatında ne kadarlık değişim olursa optimal çözüm değişmez?

$x_{13}$  temel dışı bir değişken;

$$\hat{C}_{13} = 6 + \Omega$$

$$Z_{13} - \hat{C}_{13} \leq 0 \text{ olmalı}$$

$$v_1 + w_3 - \hat{C}_{13} \leq 0$$

$$v_1 + w_3 - \hat{C}_{13} = 0 + (-1) - (6 + \Omega) = -7 - \Omega \leq 0 \rightarrow \Omega \geq -7 \text{ olmalı.}$$

## YÖNEYLEM ARAŞTIRMASI

b)  $x_{24}$  ün fiyatında ne kadarlık değişim olursa optimal çözüm değişmez?

$x_{24}$  temeldeki bir değişken;

$$C_{24} = 10$$

$$\hat{C}_{24} = 10 + \Omega$$

$$Z_{24} - \hat{C}_{24} = 0 \text{ (Temeldeki bir değişken olduğu için)}$$

$$Z_{24} = \hat{C}_{24}$$

	1	2	3	4	5	$a_i$	$v_i$
A	9	3	6	7 30	3 70	100	0
B	7	5 60	2 80	10+ 20	6	160	3+ $\Omega$
C	5 90	4	9	8 50	10	140	1
$b_j$	90	60	80	100	70		
$w_j$	4	2- $\Omega$	-1- $\Omega$	7	3		

Temel dışı değişkenlere ilişkin tüm  $Z_{ij} - C_{ij} \leq 0$  olmalı.

## YÖNEYLEM ARAŞTIRMASI

---

$$Z_{11} - C_{11} = v_1 - w_1 - C_{11} \leq 0 ; 0 + 4 - 9 \leq 0 \rightarrow -5 \leq 0$$

$$Z_{12} - C_{12} = v_1 - w_2 - C_{12} \leq 0 ; 0 + (2 - \Omega) - 3 \leq 0 \rightarrow \Omega \geq -1$$

$$Z_{21} - C_{21} = v_2 - w_1 - C_{21} \leq 0 ; 3 + \Omega + 4 - 7 \leq 0 \rightarrow \Omega \leq 0$$

$$Z_{32} - C_{32} = v_3 - w_2 - C_{32} \leq 0 ; 1 + 2 - \Omega - 4 \leq 0 \rightarrow \Omega \geq -2$$

$$Z_{35} - C_{35} = v_3 - w_5 - C_{35} \leq 0 ; 1 + 3 - 10 \leq 0 \rightarrow -7 \leq 0$$

$$Z_{13} - C_{13} = v_1 - w_3 - C_{13} \leq 0 ; 0 + (-1 - \Omega) - 6 \leq 0 \rightarrow \Omega \geq -7$$

$$Z_{25} - C_{25} = v_2 - w_5 - C_{25} \leq 0 ; 3 + \Omega + 3 - 6 \leq 0 \rightarrow \Omega \leq 0$$

$$Z_{33} - C_{33} = v_3 - w_3 - C_{33} \leq 0 ; 1 + (-1 - \Omega) - 9 \leq 0 \rightarrow \Omega \geq -9$$

Tüm belirlenen aralıklar kullanılarak  $\Omega$  için;  $-1 \leq \Omega \leq 0$

Aralığı elde edilir. Buradan;  $-1 + 10 \leq C_{24} \leq 0 + 10$

$$-9 \leq C_{24} \leq 10$$

Olursa optimallik bozulmaz.