

Giriş

- Genel olarak, bir ürün müşteri ihtiyaçlarını karşılıyor hatta aşıyor ise bu durumda bu ürünü üreten sürecin stabil olduğu ve tekrar edilebileceği söylenebilir.
- Daha hassas bir ifadeyle proses (süreç), ürünün kalite özellikleri veya hedefi etrafında sadece küçük değişikliklere sebep olacak şekilde işlemelidir.
- İstatistiksel Süreç Kontrolü (SPC) bu amaçları sağlayan güçlü bir araç olarak karşımıza çıkar.

Giriş

- SPC'nin yedi önemli aracı aşağıda sıralanmıştır: (Muhteşem 7)
 1. Histogram veya Dal Yaprak Grafiği
 2. Kontrol (Check) Tablosu
 3. Pareto Grafiği
 4. Sebep ve sonuç diyagramları
 5. Hata Konstantrasyon Diyagramı
 6. Scatter Diyagramı
 7. Kontrol Diyagramları
- Bu yedi araç içerisinde Shewhard Kontrol Diyagramlarının (Shewhard, W., S., 1920'ler, Bell Tel.Com.) özel bir yeri vardır.

Kalite Değişkenliğinin Şans ve Açıklanabilir Sebepleri

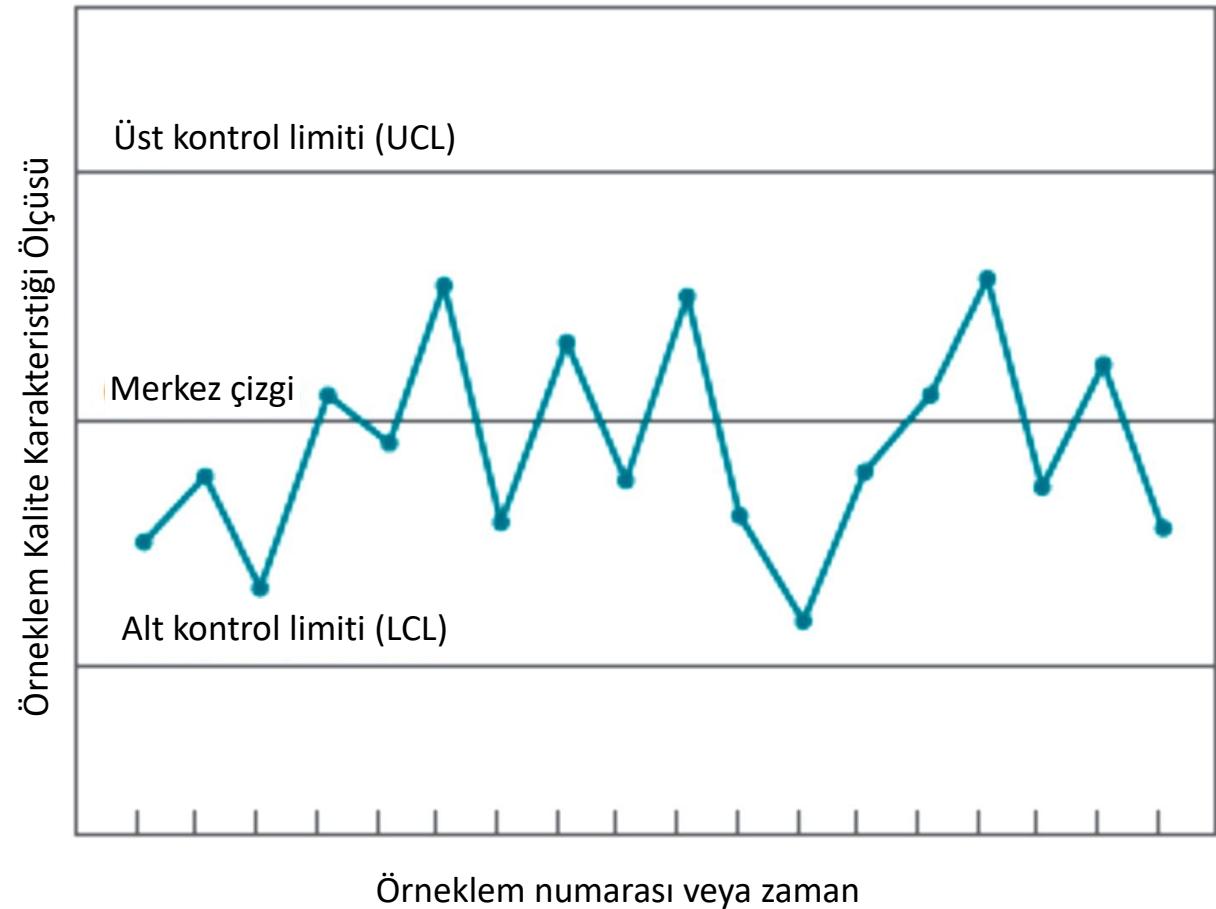
- Bir süreç ne kadar kusursuz tasarlanırsa tasarlansın veya işletilsin, mutlaka belirli bir oranda doğal bir değişkenlikle karşılaşılır. (Geri plan gürültüsü).
- Bunun sebebi, kaçınılmaz olan küçük sebeplerin toplam etkisidir.
- Sadece bu tür şans kaynaklı değişkenlik olan süreçler istatistik anlamda kontrol altındadır.
- Diğer değişkenlikler ise genellikle sürecin dışındaki bileşenlerden kaynaklanır. Aşağıda başlıca üç sebep sıralanmıştır.
 1. İyi hazırlanmamış tezgahlar
 2. Operatör hataları
 3. Bozuk hammadde
- Bu sebeplerle ortaya çıkan değişkenlik geri plan gürültüsüne göre daha çok büyütür. Genellikle süreç performansının yetersizliğini gösterir.

Kalite Değişkenliğinin Şans ve Açıklanabilir Sebepleri

- Şans etkisi ile belirlenen sebep paterni haricinde, iyi hazırlanmamış tezgahlar, operatör hataları, bozuk hammadde vb. sebeplerden dolayı oluşan değişkenlik kaynaklarına, açıklanabilir değişkenlik kaynakları adı verilir.
- Bu kaynaklarla çalışan süreç ise kontrol altında olmayan bir süreçtir.
- İstatistiksel Süreç Kontrolünün en önemli amacı ise bu tür bir durumun hızlı bir şekilde tespit edilerek, fazla miktarda hatalı ürün üretilmeden, gereken önlemlerin alınmasını sağlamaktır.

Kontrol Diyagramlarının İstatistik Temeli

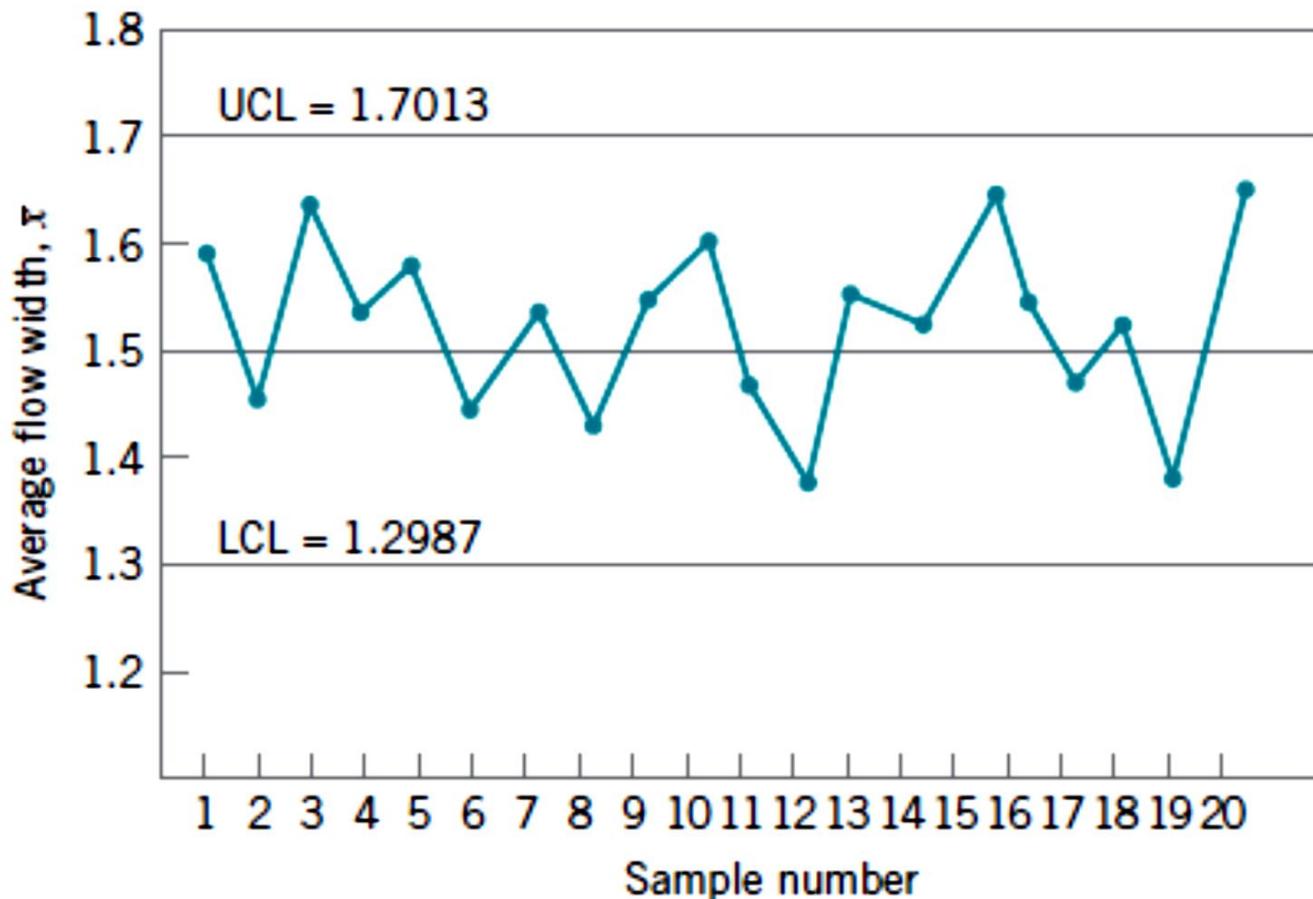
- Tipik bir kontrol diyagramı yanda gösterilmiştir.
- Bu grafikte bir örneklemin ölçülen veya hesaplanan kalite karakteristiği, örneklem numarası veya zamana göre gösterilmektedir.
- Merkez çizgi ilgili kalite karakteristiğinin ortalamasını ifade eder.
- Diğer iki çizgi ise üst ve alt kontrol limitleri olup, süreç kontrol altında olduğunda, ölçülen veya hesaplanan kalite karakteristiğinin bu sınırlar içerisinde kalması gereklidir.



Örnek-20

- Kontrol diyagramlarının nasıl çalıştığını ilişkin olarak, bir yarı iletken imalatını göz önüne alalım.
- Yarı iletkenin UV akışı denilen bir kalite karakteristiği inceleniyor olsun.
- Akış ortalaması 1.5 mikron olup, bu akışın standart sapması 0.15 mikron olarak bilinmektedir.
- Her yarım saatte bir üretim hattından 5 parça test için alınmakta ve ortalama akış (\bar{x}) hesaplanmaktadır. Bu değerler kontrol diyagramına işlenmektedir. \bar{x} işaretlendiğinden \bar{x} kontrol diyagramı da denir.
- İşaretlenen \bar{x} değerleri kontrol limitleri içerisinde kalıyor ise süreç istatistiksel olarak kontrol altındadır. Stabil olduğu söylenebilir.

Örnek-20



Kontrol diyagramlarının istatistiksel temelinin daha iyi anlaşılması için kontrol limitlerinin (UCL ve LCL) nasıl hesaplandığı anlamak yerinde olur. Süreç ortalaması 1.5 ve standart sapması 0.15 olduğundan alınan 5 adetlik örneklemiin ortalamasının standart sapması;

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{0.15}{\sqrt{5}} = 0.0671$$

Merkezi limit teoremine göre \bar{x} nin dağılımı normal dağılıma yaklaştığından
100 * (1 - α)% güvenilirlikle \bar{x} nin

$1.5 - Z_{\alpha/2} * 0.0671$ ile $1.5 + Z_{\alpha/2} * 0.0671$ arasında olması beklenir.

$Z_{\alpha/2}$ değerini keyfi olarak 3 seçtiğimizi düşünelim. Bu durumda;

$$UCL = 1.5 + 3(0.0671) = 1.7013$$

3 sigma kontrol
limitleri adını alır.

$$LCL = 1.5 - 3(0.0671) = 1.2987$$

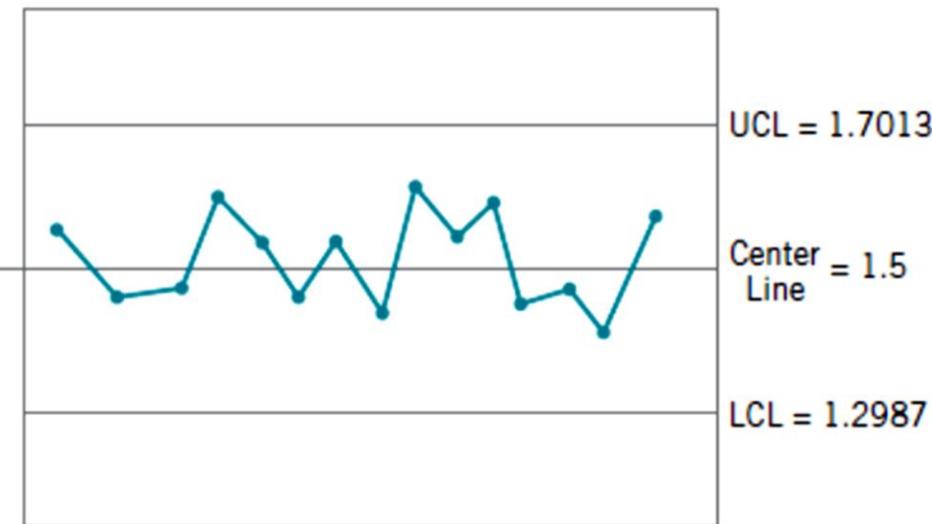
Örnek-20

- Burada kontrol limitlerinin seçimi, aşağıdaki hipotezin kritik bölgesinin oluşturulması ile aynı anlama gelir. (Tek örneklem Z testi)

x ölçüsünün dağılım:
 $\mu = 1,5$ ve
 $\sigma = 0,15$

\bar{x} ölçüsünün dağılım:
 $\mu = 1,5$ ve
 $\sigma = 0,0671$

$$H_0: \mu = 1,5$$
$$H_1: \mu \neq 1,5$$



Genel olarak kontrol limitlerini aşağıdaki şekilde gösterebiliriz.

$$UCL = \mu_w + L\sigma_w$$

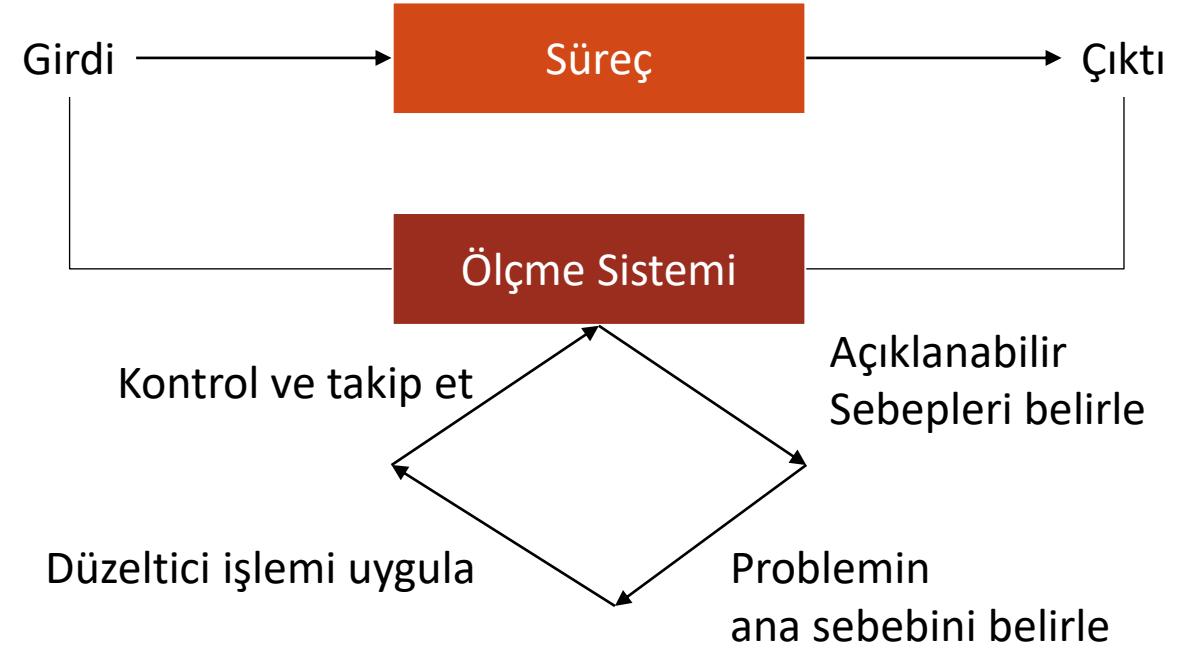
$$\text{Merkez çizgi} = \mu_w$$

$$LCL = \mu_w - L\sigma_w$$

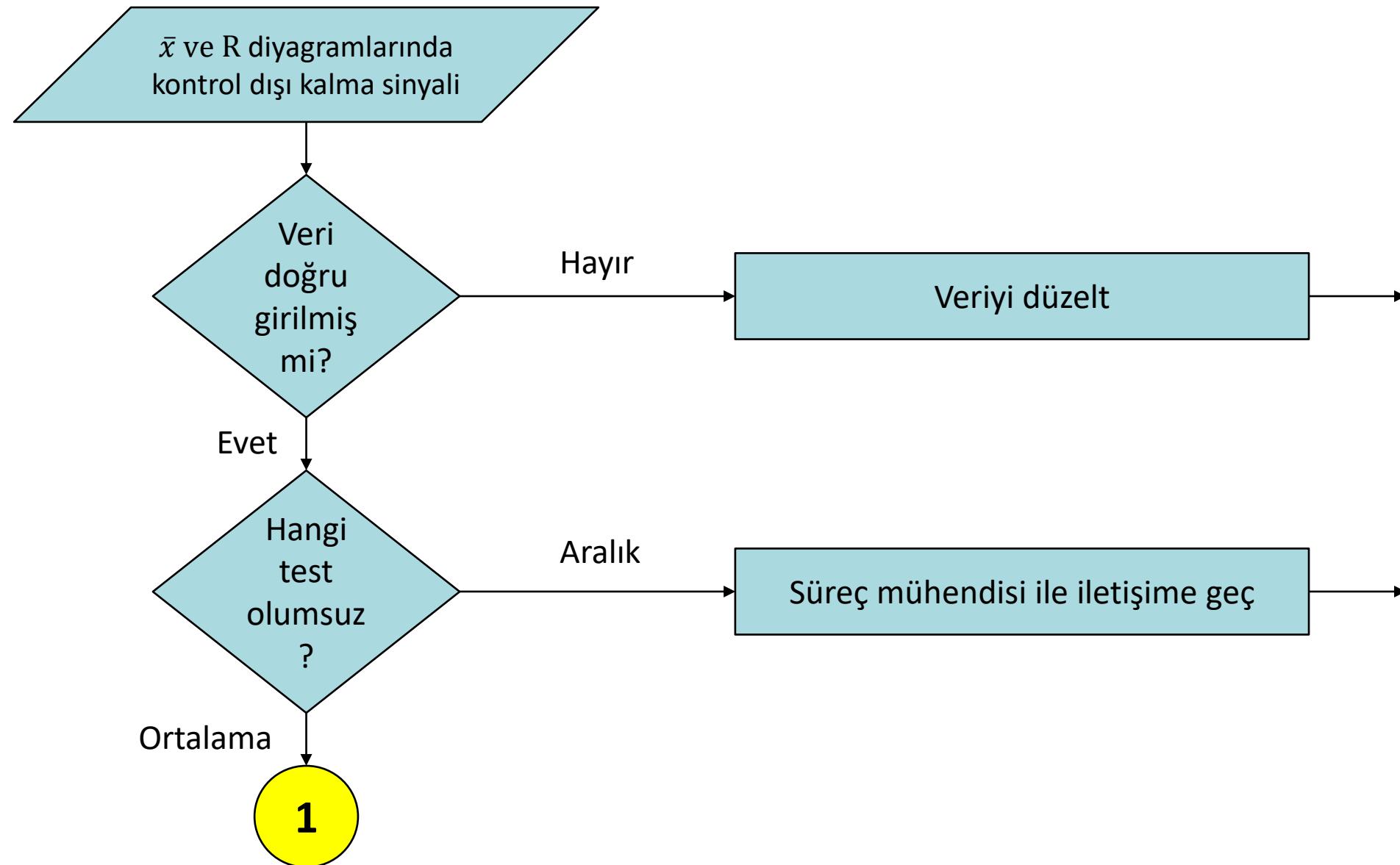
Burada w ile ölçülen kalite özelliği ve L ile de kontrol limitlerinin merkez çizgiden uzaklıklarları gösterilmiştir. Shewhart tarafından geliştirildiklerinden Shewhart kontrol diyagramları olarak da bilinirler.

Kontrol Diyagramları

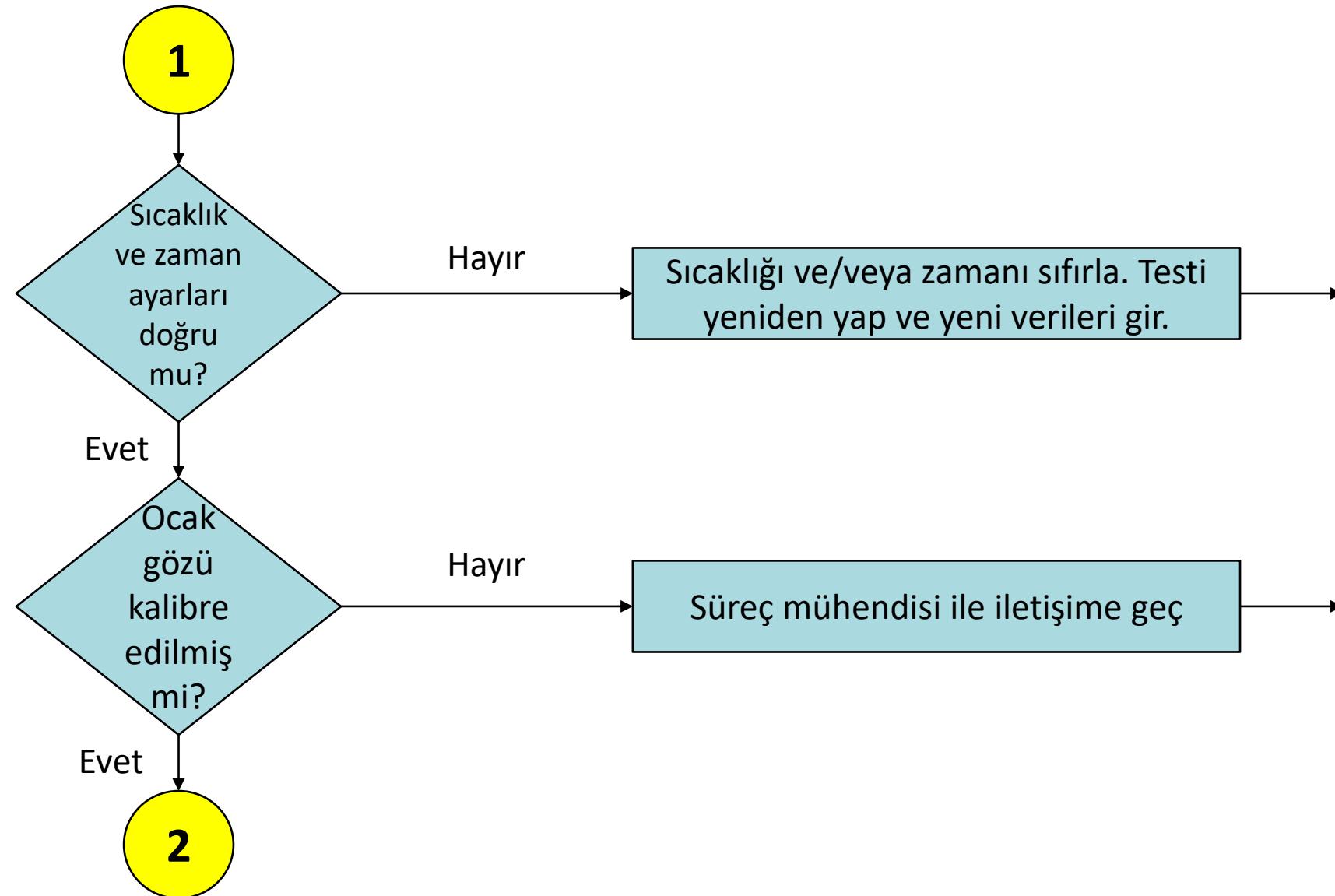
- Kontrol diyagramları kullanılarak sürecin iyileştirilmesi yandaki şekilde gösterildiği gibi olur.
- Düzeltici işlem sürecinin en önemli parçası kontrol dışı hareket planıdır. (OCAP: out-of-control action plan)
- Bir akış şeması veya yazılı bir doküman şeklinde olabilir.



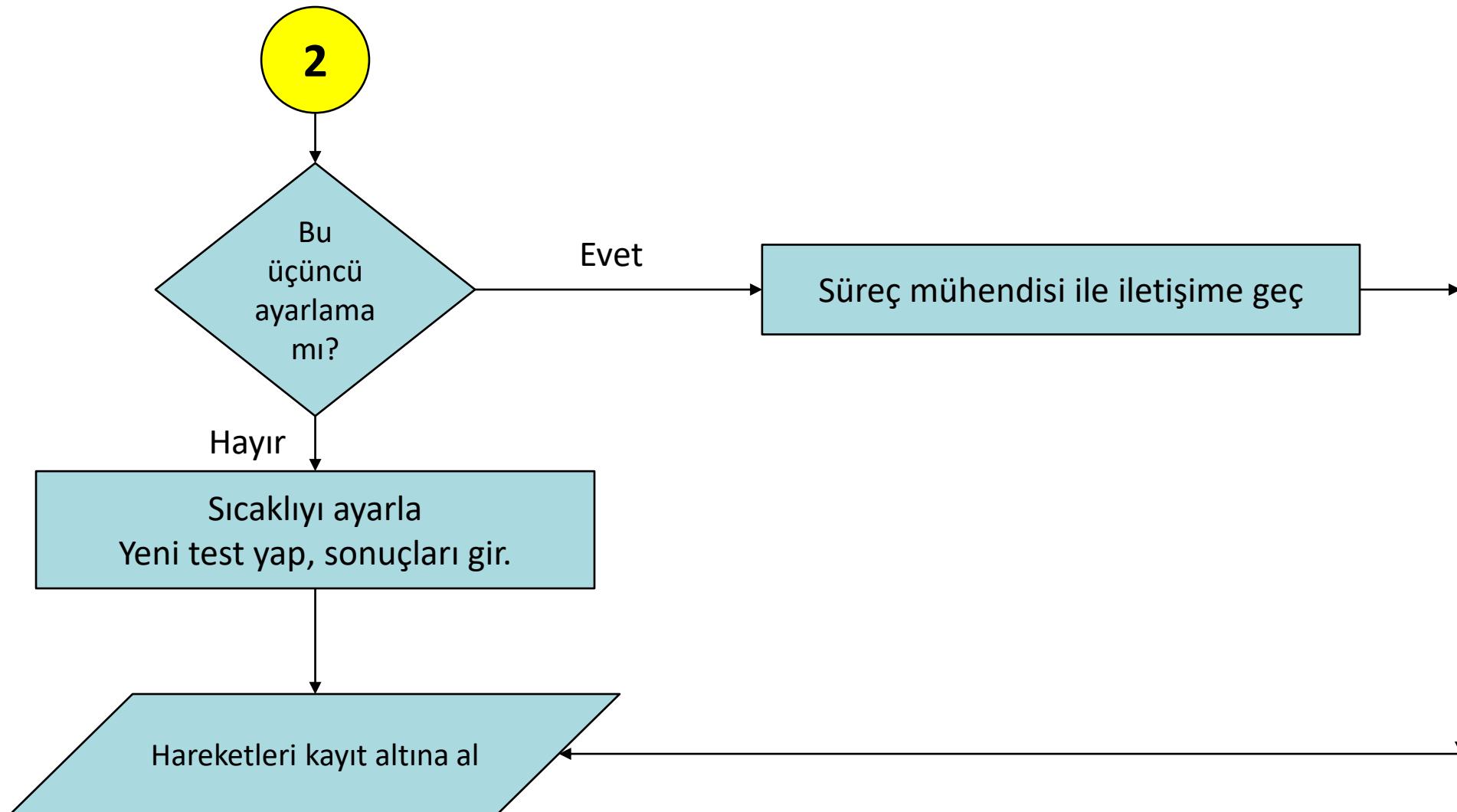
Kontrol Diyagramları



Kontrol Diyagramları



Kontrol Diyagramları

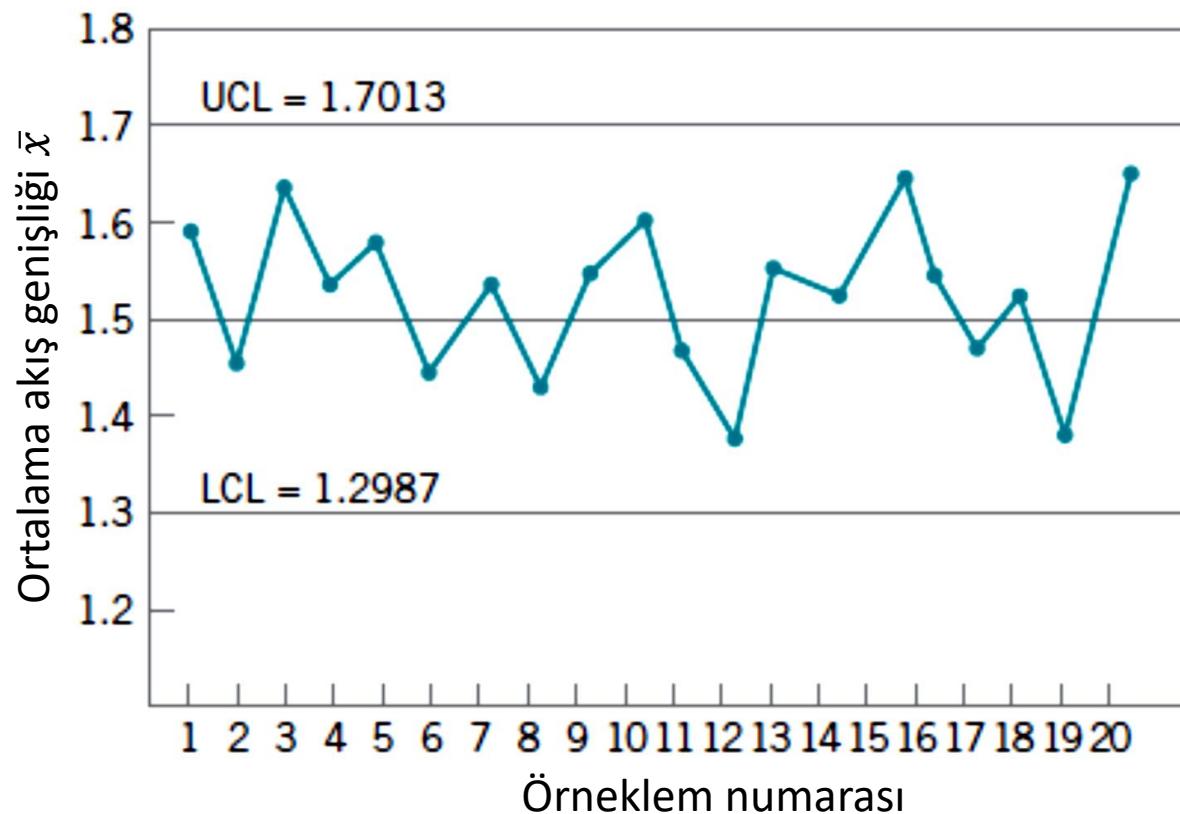


Kontrol Diyagramları

- Kontrol diyagramları genel olarak iki ayrı sınıf oluştururlar.
- Bunlardan ilki kalite özelliğinin sürekli ölçüekte ölçüldüğü ve merkezi eğiliminin ve değişkenliğinin anlaşıldığı, nicel kontrol diyagramları (variables control chart)'dir. En çok kullanılan nicel kontrol diyagramı \bar{x} diyagramlarıdır.
- Bir çok kalite özelliği sürekli skalada veya hatta sayılabilir skalada ölçülmeyebilir. Genel olarak bu tür grafiklerde uygun olma veya olmama durumları gözetilir. Bu tip diyagamlara da nitel kontrol diyagramları (attributes control chart) adı verilir.

Kontrol Diyagramları

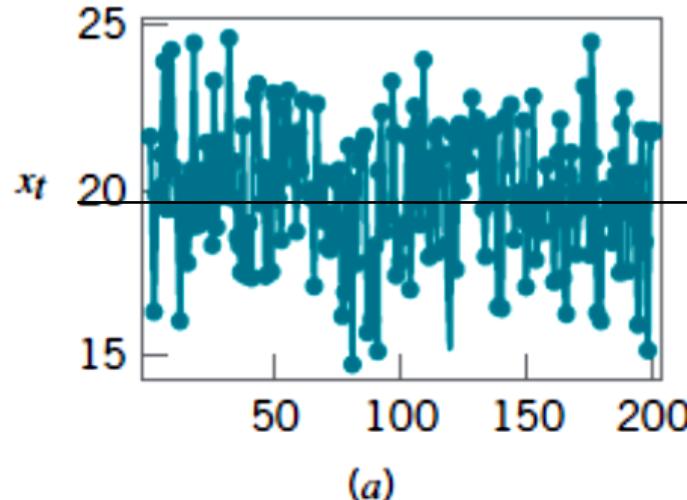
- Kontrol diyagramlarının kullanımında en önemli etken kontrol diyagramının tasarımıdır.
 - Örneklem boyutu, kontrol limitleri, örneklem sıklığı



- Örneklem olarak 5 ölçüm,
- 3-Sigma kontrol limitleri
- Her saat başı örneklem

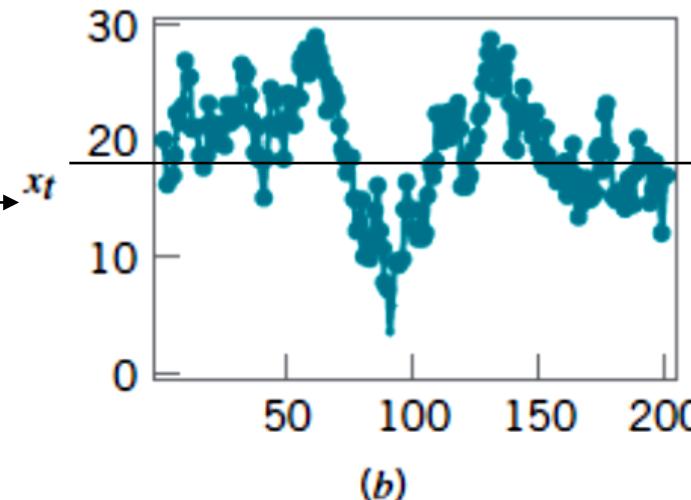
Kontrol Diyagramları

- Kontrol diyagramlarında diğer önemli bir husus da değişkenliğin tipidir.



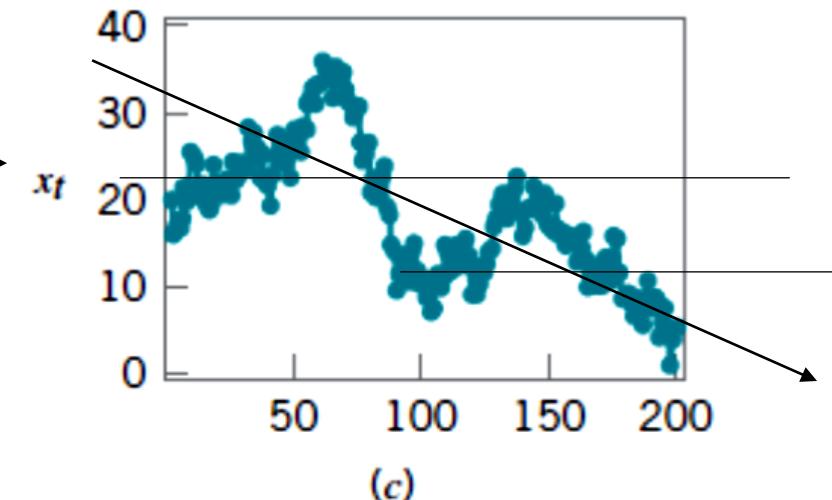
Sabit ve ilişkisiz

Beyaz Gürültü
(White Noise)
Belirli bir ortalama etrafında belirli
bir varyans ile okunan değerler



Sabit ve otokorelatif

Ardışık okunan değerler
birbirleriyle ilişkili (otokorelasyon)
ama yine de bir sabitlik var.



Sabit değil

Genellikle kimya ve diğer proses
endüstrilerinde görülür. İncelenen süreç
stabil değildir. Mühendislik süreç kontrol
teknikleri yardımıyla (a) ve (b) ye
benzetildiğinde kontrol altına alınabilir.

Kontrol Diyagramları

Kontrol Limitlerinin Seçilmesi:

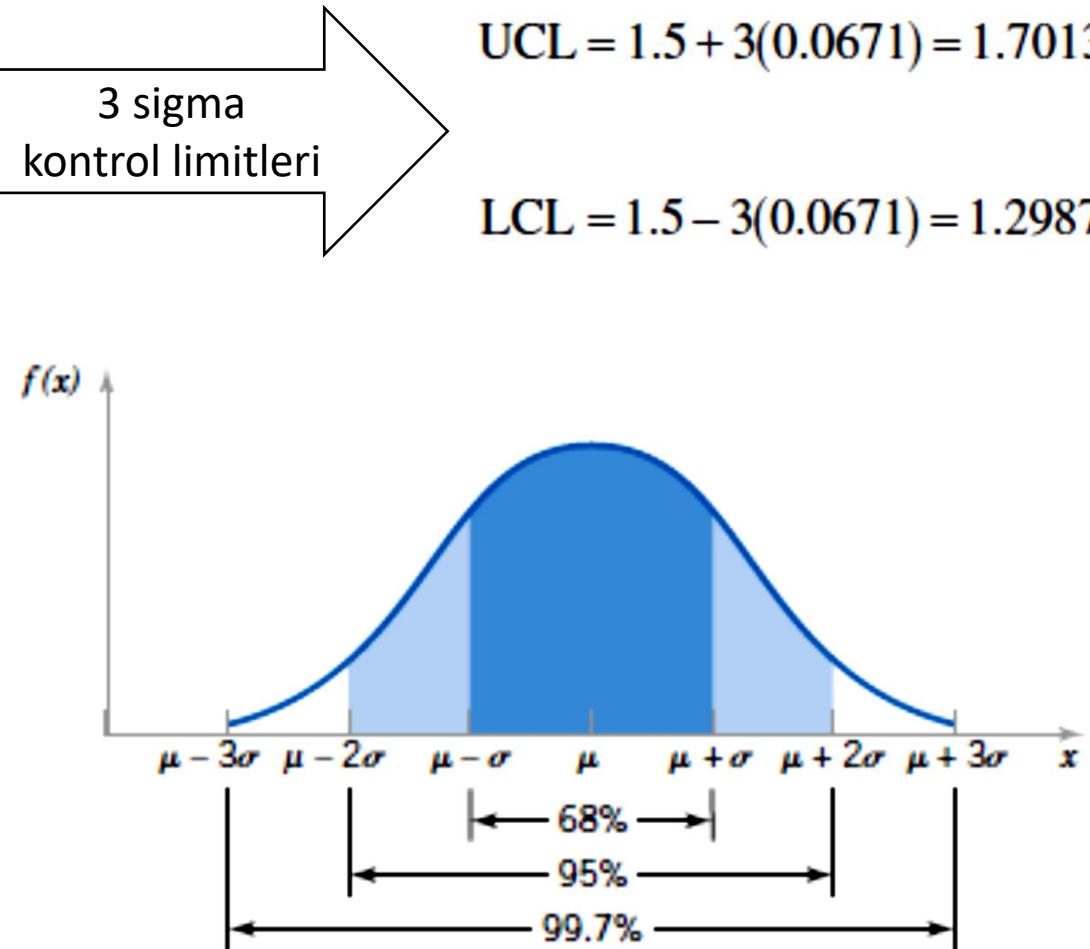
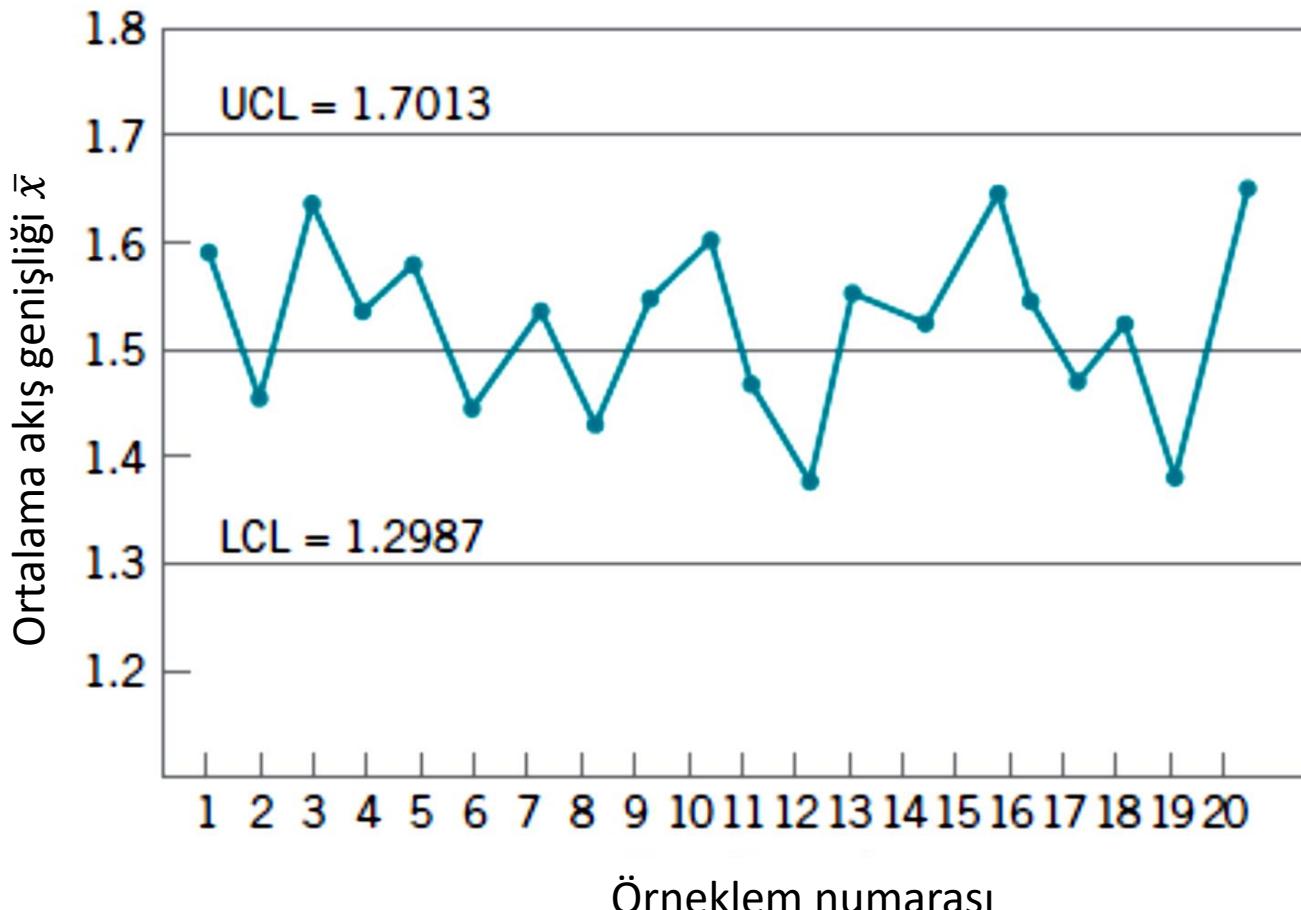
- Kritik bir karardır.
- Limitlerin merkez çizgiye olan uzaklığı arttıkça tip-I hata yapma riski azalır. Ancak tip-II hata yapma riski artar.
 - Tip- 1 hata: Herhangi bir sebep yokken noktanın kontrol limitleri dışına çıkma riski
 - Tip- 2 hata: Süreç kontrol dışında olduğu halde diyagramı sürecin kontrol altında bulunduğuunu gösterir.
- Tam tersine limitler merkeze yaklaşıkça tip-1 hata riski artarken tip-2 hata riski azalır.

Kontrol Diyagramları

3 sigma
kontrol limitleri

$$UCL = 1.5 + 3(0.0671) = 1.7013$$

$$LCL = 1.5 - 3(0.0671) = 1.2987$$



Kontrol Diyagramları

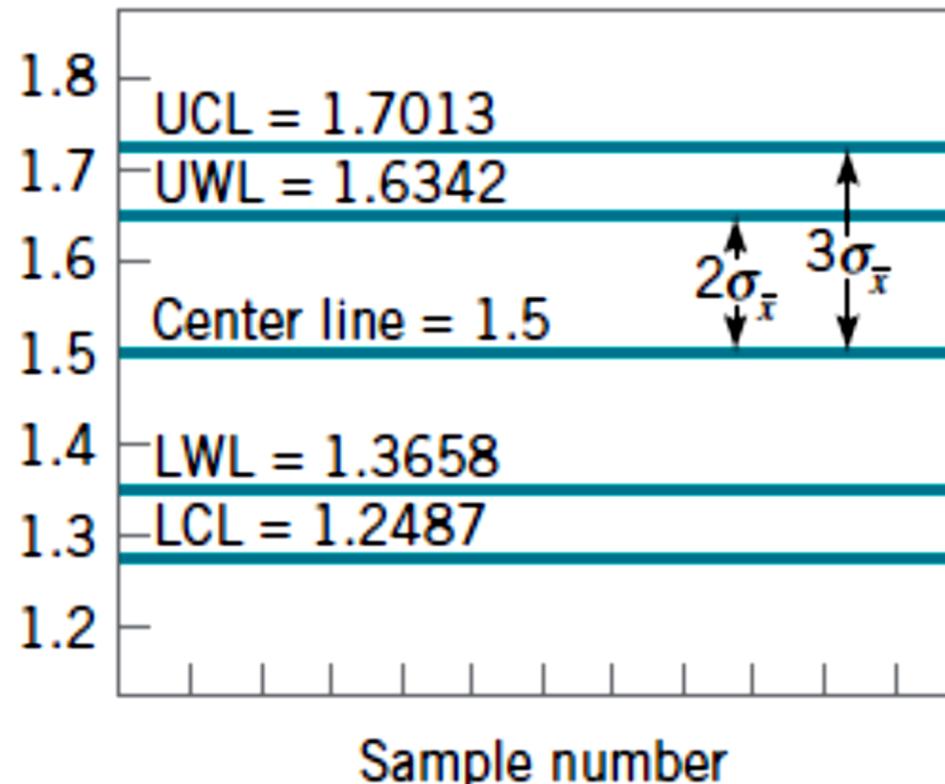
- Örneklemde standart sapması kullanılarak yapılan limit hesaplamaları yerine, tip-1 hata olasılığı kullanılarak da limit hesaplama yapılabilir:
- Örneğin iki taraflı 0.002 tip-1 hata yapma olasılığını sağlayan alt ve üst limit değerleri hesaplanabilir. Normal dağılımın sağ tarafından 0.001 olasılık demek sol tarafından $1 - 0.001 = 0.999$ demektir. 0.999 olasılığı veren z değeri 3.09 olduğundan aşağıdaki eşitlikler kullanılarak UCL ve LCL yeniden hesaplanabilir:

$$UCL = 1.5 + 3.09(0.0671) = 1.7073$$

$$LCL = 1.5 - 3.09(0.0671) = 1.2927$$

Kontrol Diyagramları

- Kontrol diyagramlarında iki farklı limit de kullanılabilir. Bunlardan biri ve merkez çizgiye daha yakın olan limitler 2σ limitleri olup bir ön alarm görevi görür. Diğer ise 3σ limitleridir.

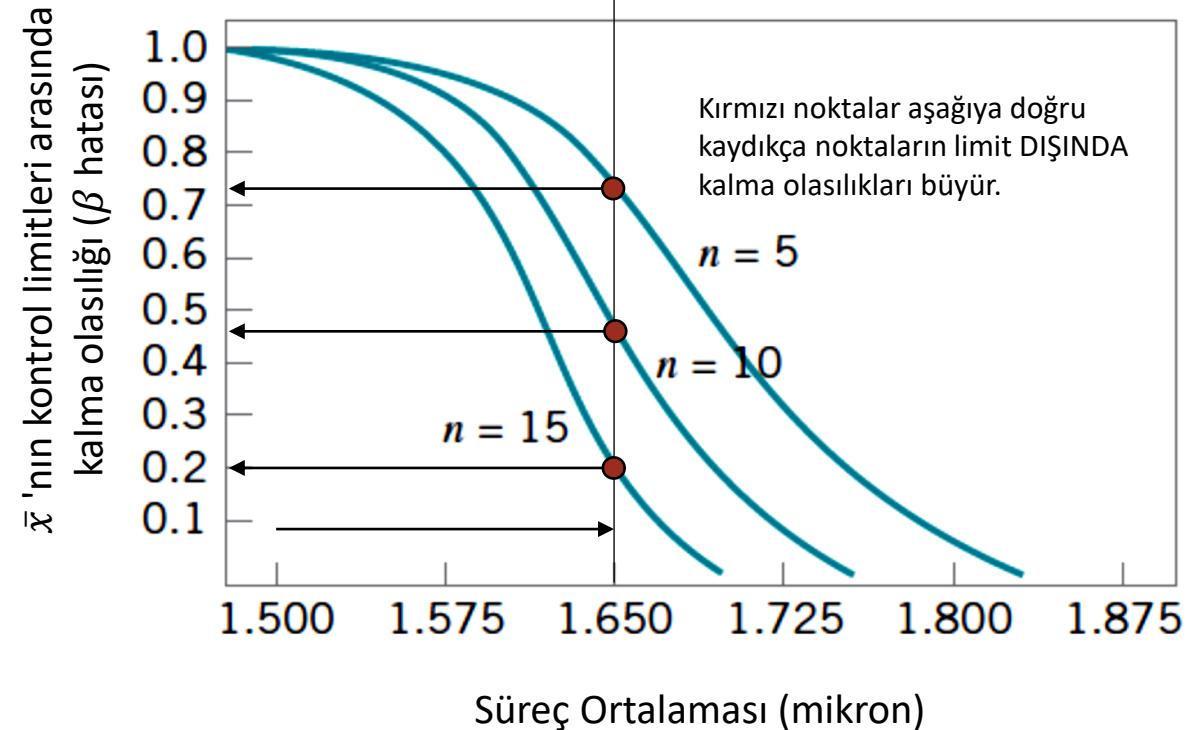


UWL: Upper Warn Limit
Üst Uyarı limiti

LWL: Lower Warn Limit
Alt Uyarı limiti

Kontrol Diyagramları

- **Örneklem Boyutu ve Örneklem Alma Sıklığı:**
- Bir kontrol diyagramının tasarlanmasında örneklem büyülüğu ve örneklem alma sıklığının belirlenmesi gereklidir.
- Genel olarak, büyük örneklemeler ortalamadaki küçük değişimleri daha kolay bir şekilde tespit eder.
- Bu durum yanda daha önce çizilen kontrol diyagramına ait O.C. eğrisinde görülmektedir.
- Eğer süreç ortalamasındaki değişim (sıkrama) göreceli olarak büyükse, daha küçük örneklemeler ile çalışılabiliriz.

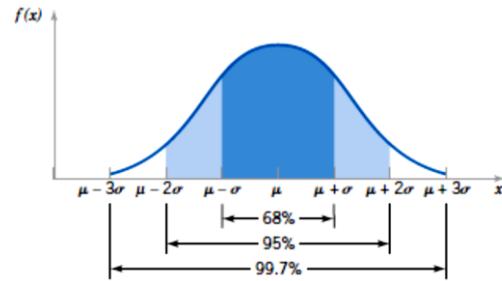


Örneğin, 1,5 mikrondan 1,65 mikrona bir sıkrama olduğunda, bu sıkramanın yakalanma olasılığı n değeri arttıkça artar. Ne kadarlık bir sıkramayı yakalamak istiyorsak ona göre bir n değeri seçmekte fayda vardır.

Kontrol Diyagramları

- **Örnek alma sıklığının belirlenmesi** ise diğer bir kontrol diyagramı tasarım problemidir.
- Sık sık büyük örneklem almak arzu edilen bir durum olsa da ekonomik bir seçenek değildir. Pahalıya mal olur.
- Bu sebeple;
 - Ya küçük örneklerin sık sık alınması veya
 - Büyük örneklerin daha uzun aralıklarla alınması durumu sorulanmalıdır.
- Özellikle yüksek hacimli üretim yapan fabrikalarda sık sık küçük boyutlu örneklem almak yaygın bir davranıştır.
- **Teknolojik gelişmeler sayesinde bazı durumlarda üretilen her bir ürün kontrol edilebilmektedir.**

Kontrol Diyagramları



- Hem örneklem büyüklüğü hem de sıklığı konusunda karar vermek için kullanılan yöntemlerden biri de bir kontrol diyagramının ARL (average run length) yani ortalama çalışma uzunluğuudur.
- ARL, grafikte işaretlenen kontrol limitleri dışında kalan bir noktadan önce, işaretlenen nokta sayısıdır.
- Eğer süreç gözlemleri arasında korelasyon yok ise $ARL = 1/p$ olarak hesaplanır ki burada p herhangi bir noktanın süreç kontrol altında iken kontrol limitleri dışında kalma olasılığıdır. (Yanlış alarm. Tip-1 hata) Bu eşitlik aynı zamanda kontrol diyagramının performansını da göstermektedir.
- Örneğin 3-sigma kontrol limitlerinde $p = 1 - 0.9973 = 0.0027$ 'dir.
- Bu durumda $ARL_0 = \frac{1}{p} = \frac{1}{0.0027} \approx 370$ olur ki, kontrol altında olan bir süreçte bu rakam ortalama olarak her 370 örneklemde bir kontrol dışı sinyalinin alınacağını ifade eder. (Eğer süreç kontrol altında ise değer ARL_0 olarak isimlendirilir.)

Kontrol Diyagramları

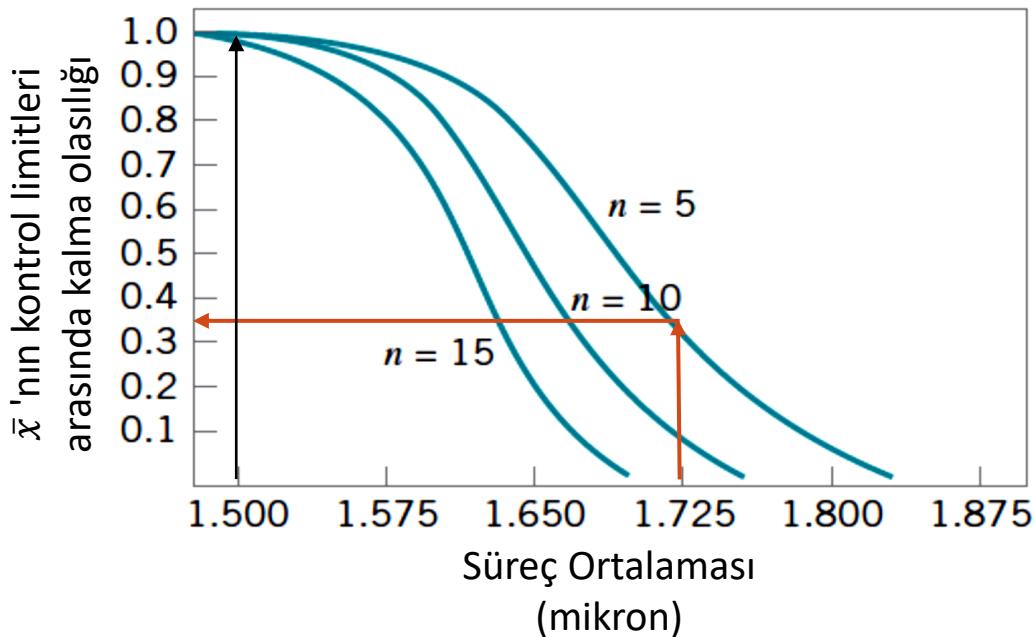
- Bu, süreç kontrol altında olsa da ORTALAMA 370 örneklemde bir kontrol dışı sinyal alınacağını gösterir.
- ARL yanında, kontrol diyagramlarının performanslarını açıklamak için kullanılan diğer bir göstergə de ATS (Average Time to Signal) yani ortalama sinyal alma zamanıdır.
- Eğer h saat gibi sabit aralıklarla örneklem alınıyorsa $ATS = ARL \cdot h$ olur.

Kontrol Diyagramları

$$ARL_0 = \frac{1}{\alpha}$$

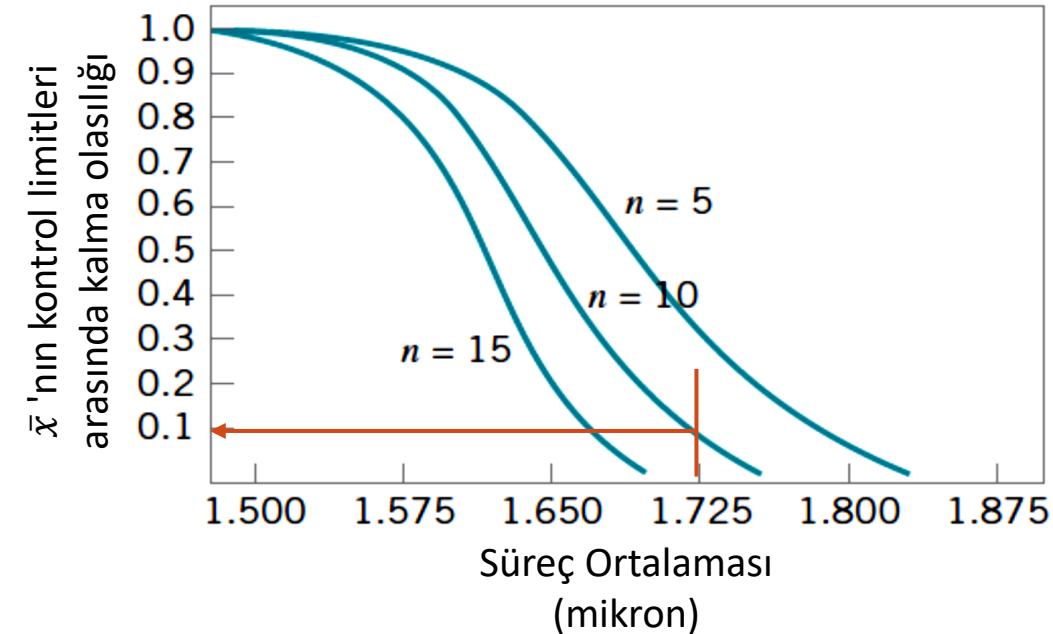
$$ARL_1 = \frac{1}{1-\beta}$$

- $n = 5$ olan bir örneklem kullandığımızı ve sürecin kontrol dışına çıktığında ortalamasının 1.725 mikron değerine ulaştığını düşünelim. ($LCL=1.2987$ ve $UCL=1.7013$)



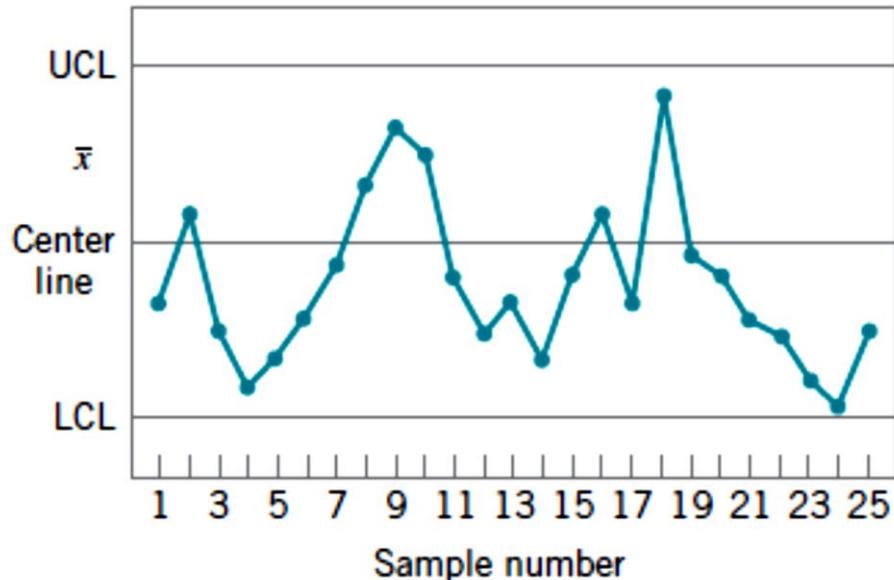
Kontrol Diyagramları

- Süreç ortalamasındaki bu sıçrama ki ortalama akış 1,725 mikron olmuştu, aşırı miktarda hurda ve daha sonraki aşamalarda imalat problemlerine sebep olabilmektedir. Bu sebeple kontrol dışında kalma durumunun anlaşılması için gereken zamanı nasıl indirebiliriz? Sorusunu sormamız lazım. Bunu iki şekilde yapabiliriz:
 - Birincisi daha sık zaman aralıkları ile örneklem almaktır. Örneğin her yarı saatte bir örneklem alırsak $ATS = ARL_1 \cdot h = 1,54 \left(\frac{1}{2}\right) = 0,77$ saat çıkar ki bu durumda bir sıçramanın olması ve bu sıçramanın tespiti arasındaki zaman kaybı 0,77 saat olur.
 - İkinci yol örneklem büyütüğünü artırmaktır. Süreç ortalaması 1,725 mikron seviyesinde iken $n = 10$ için grafikten yaklaşık 0,1 okunur. Bu da $ARL_1 = \frac{1}{0,9} = 1,11$ yapar. Eğer her saat başı örneklem alınıyorsa ATS değeri de 1,11 saat olur. Dolayısıyla daha büyük örneklem boyutu sıçramaları daha çabuk tespit etmiş olur.



Kontrol Diyagramları

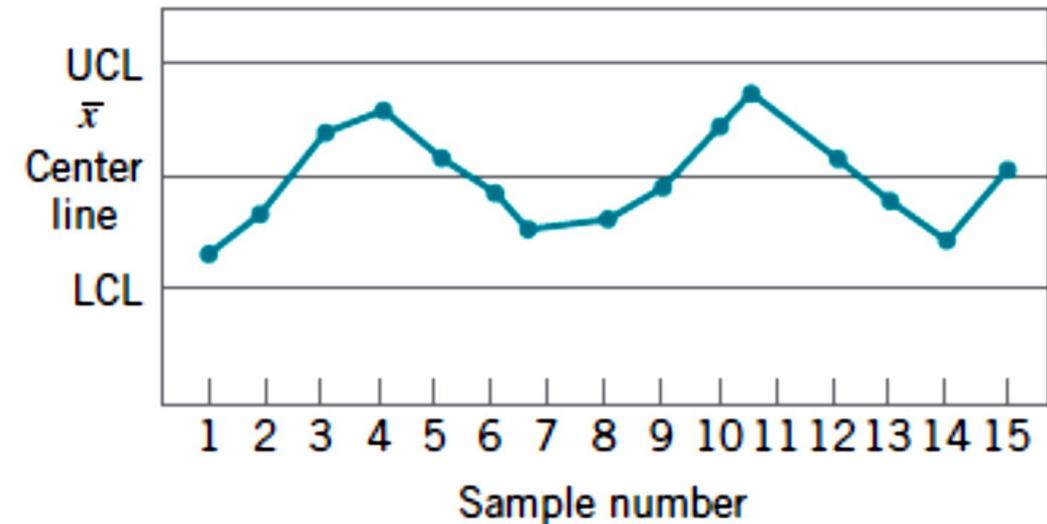
- Kontrol diyagramlarındaki grafiklerin izlediği yol (patern) değerlendirilmelidir.
- Kontrol dışına çıkma durumu limitlerin dışında kalma veya işaretlenen verideki rasgele olmayan davranışlarla belirlenebilir.



Yandaki \bar{x} diyagramında 25 noktanın grafik paterni rasgele olmayan bir durum sergilemeye midir.

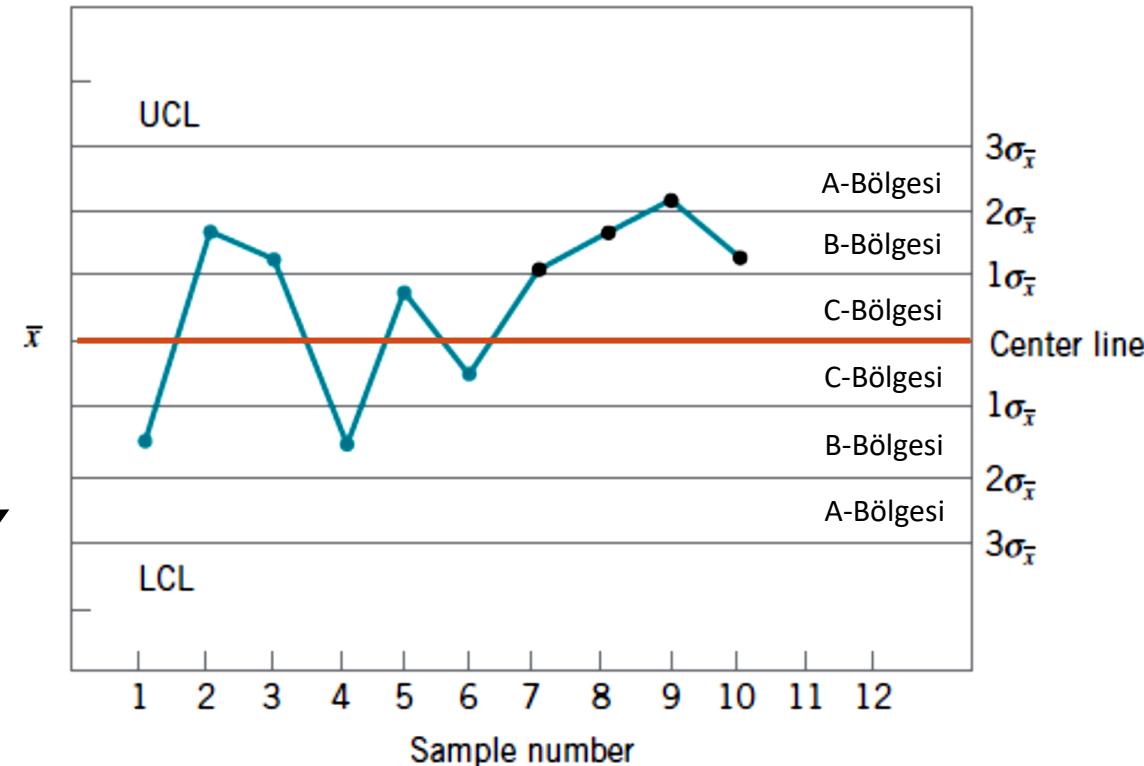
Kontrol Diyagramları

- Yandaki \bar{x} diyagramında ise mevsimsel bir patern görülmektedir.
- Bu tür paternlerde mevsimselliğe sebep olan etmenler ortadan kaldırıldığında gerçek anlamda sürecin kontrol altında olup olmadığı anlaşılabılır.
- Bunun için etkenlerin hesaplanması gereklidir.
 - Trend içermeyen mevsimsel seriler
 - Winter yöntemi



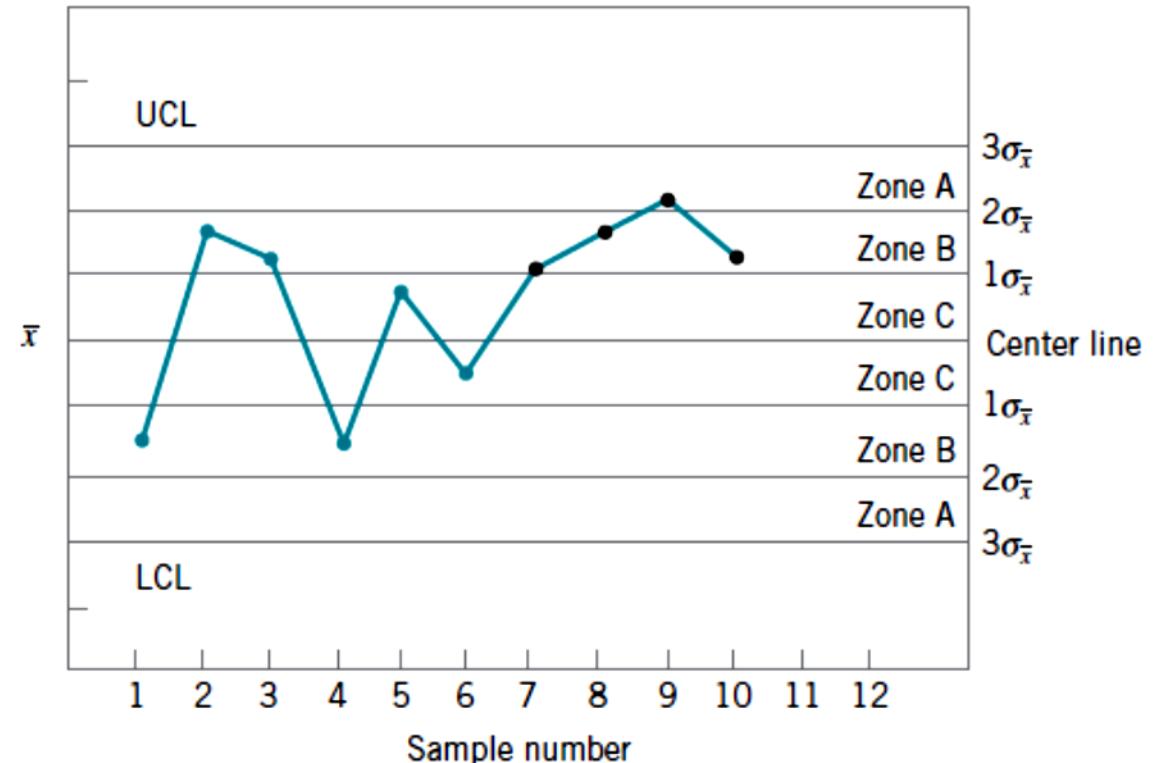
Kontrol Diyagramları

- Western Electric El kitabı aşağıdaki kuralların bir sürecin kontrol dışına çıkacağına yönelik bir işaret olduğu sonucuna varmıştır:
 - Bir noktanın 3-sigma sınırları dışına çıkması
 - Art arda olan üç noktadan ikisinin 2-sigma tehlike sınırları dışında kalması
 - **Art arda olan beş noktadan dördünün 1-sigma'dan daha uzakta olması**
 - Art arda sekiz noktanın merkez çizginin alt veya üst tarafında toplanması



Kontrol Diyagramları

- Temel fikir bir veya birden fazla noktanın kontrol limitleri dışında kalması ile sürecin kontrol dışına çıktığı görüşünün kabul edilmesi olsa da, kontrol diyagramlarının daha hassas davranışması istendiğinde Western Electric'in kuralları gibi bazı kurallar ilave edilebilir. Böylelikle düzeltici eylemlerin daha çabuk uygulanması sağlanabilir. Western Electric'e ilave olarak;
 - Arka arkaya altı gözlem sabit bir şekilde artıyor veya azalıyor.
 - 15 gözlemin arka arkaya C bölgesinde olması
 - 14 gözlemin arka arkaya bir üstte bir altta olması
 - 8 noktanın arka arkaya C bölgesi dışında olması
 - Verideki beklenmedik veya rasgele olmayan yörüngeler (patern. Mevsimsellik, trend gibi.)
 - Bir veya daha fazla noktanın uyarı veya kontrol limitlerine çok yakın olması



Kontrol Diyagramları

Xbar-R Chart: Options

Parameters | Estimate | Limits | **Tests** | Stages | Box-Cox | Display | Storage | X

Perform all tests for special causes

	K
1 point > K standard deviations from center line	3
2 K points in a row on same side of center line	9
3 K points in a row, all increasing or all decreasing	6
4 K points in a row, alternating up and down	14
5 K out of K+1 points > 2 standard deviations from center line (same side)	2
6 K out of K+1 points > 1 standard deviation from center line (same side)	4
7 K points in a row within 1 standard deviation of center line (either side)	15
8 K points in a row > 1 standard deviation from center line (either side)	8

Minitab de yanda görülen testleri bu amaçla kullanmaktadır:

1. 1 noktası > merkezden K standart sapma
2. Üst üste K noktası merkez çizgisinin aynı tarafında
3. Üst üste K noktası artıyor veya azalıyor
4. Üst üste K noktası bir alt bir üst
5. K+1 noktadan K sı merkez çizgisinin aynı tarafında 2 standart sapma uzakta
6. K+1 noktadan K sı merkez çizgisinin aynı tarafında 1 standart sapma uzakta
7. Üst üste K noktası merkez çizgiden 1 standart sapma uzakta
8. Üst üste K noktası merkez çizgiden 1 standart sapmadan daha fazla uzakta.

Kontrol Diyagramları

- Test 1, diğer alt gruplara kıyasla olağandışı olan alt grupları tanımlar. Test 1, kontrol dışı durumları tespit etmek için evrensel olarak gerekli kabul edilmektedir. Süreçteki küçük kaymalar ilginizi çekiyorsa, daha yüksek hassasiyete sahip bir kontrol tablosu oluşturmak için Test 1'i tamamlamak için Test 2'yi kullanabilirsiniz.
- Test 2, süreç merkezleme veya varyasyondaki kaymaları tanımlar. Süreçteki küçük kaymalar ilginizi çekiyorsa, daha yüksek hassasiyete sahip bir kontrol tablosu oluşturmak için Test 1'i tamamlamak için Test 2'yi kullanabilirsiniz.
- Test 3, eğilimleri algılar. Bu test, sürekli olarak değeri artan veya değeri azalan uzun bir dizi ardışık noktayı arar.

Kontrol Diyagramları

- Test 4, sistematik varyasyonu tespit eder. Bir süreçteki varyasyon modelinin rastgele olmasını istiyorsunuz, ancak Test 4'ü geçemeyen bir nokta, varyasyon modelinin tahmin edilebilir olduğunu gösterebilir.
- Test 5 ve 6, süreçteki küçük kaymaları algılar.
- Test 7, bazen iyi kontrolün kanıtı olarak yanlış anlaşılan bir varyasyon kalıbü tespit eder. Bu test, çok geniş olan kontrol sınırlarını tespit eder. Çok geniş olan kontrol sınırlarına genellikle, her bir alt grup içinde sistematik bir varyasyon kaynağı bulunduğu ortaya çıkan tabakalı veriler neden olur.
- Test 8, bir karışım deseni algılar. Bir karışım modelinde, noktalar merkez çizgiden uzağa düşme eğilimi gösterir ve bunun yerine kontrol sınırlarına yakın düşer.

Kontrol Diyagramları

■ Muhteşem Yedili

1. Histogram veya dal-yaprak grafikleri
2. Kontrol çizelgesi
3. Pareto
4. Sebep ve etki diyagramı
5. Kusur konsantrasyon diyagramı
6. Dağılım diyagramı
7. Kontrol diyagramı

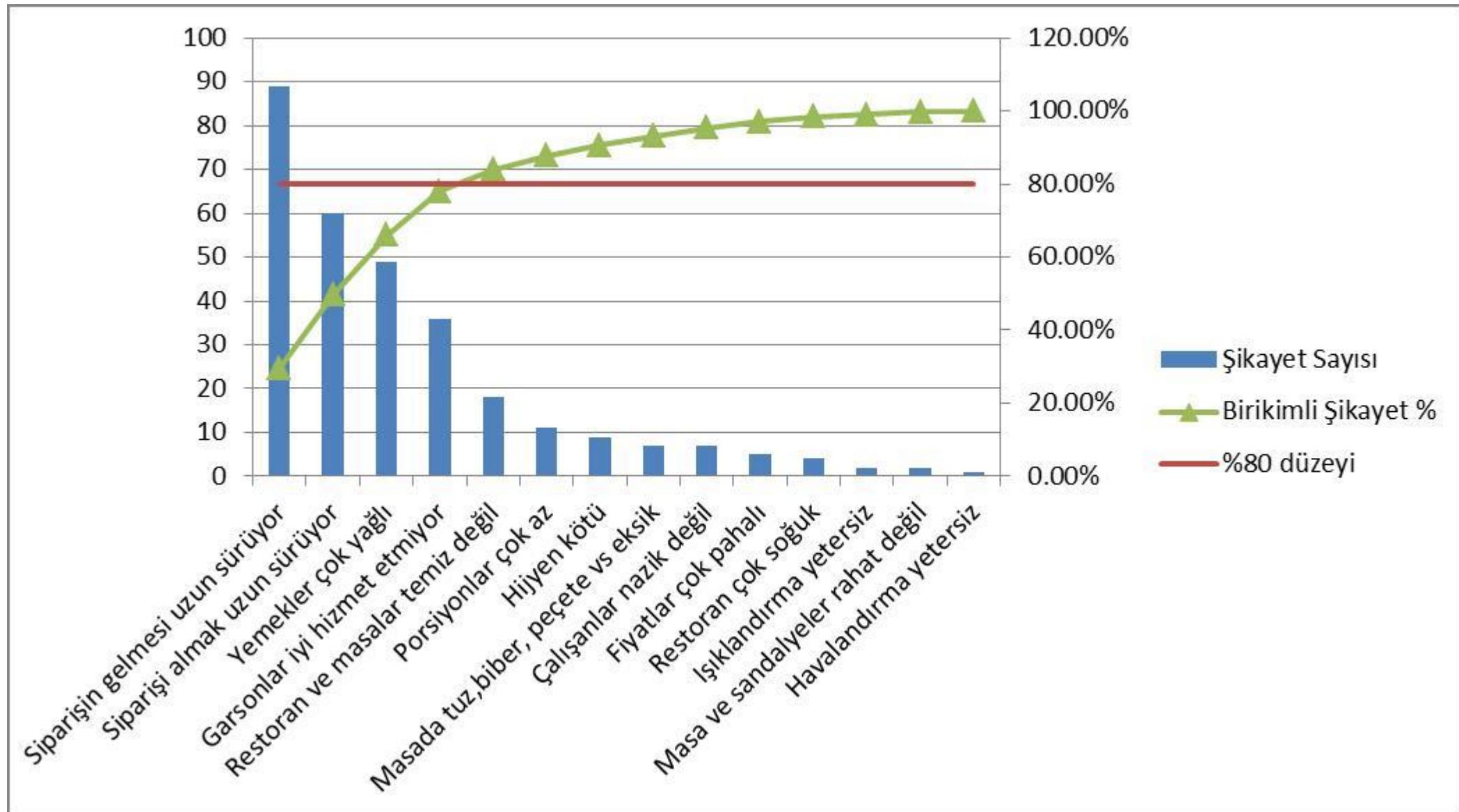
Muhteşem Yedi - Kontrol Çizelgesi

Kontrol Çizelgesi Kusur Verisi 2015 - 2016

Parça Nu. : ABC-32
Yer : Atölye-2
Tarih : 07.03.15
Analizci : K.Aytulun

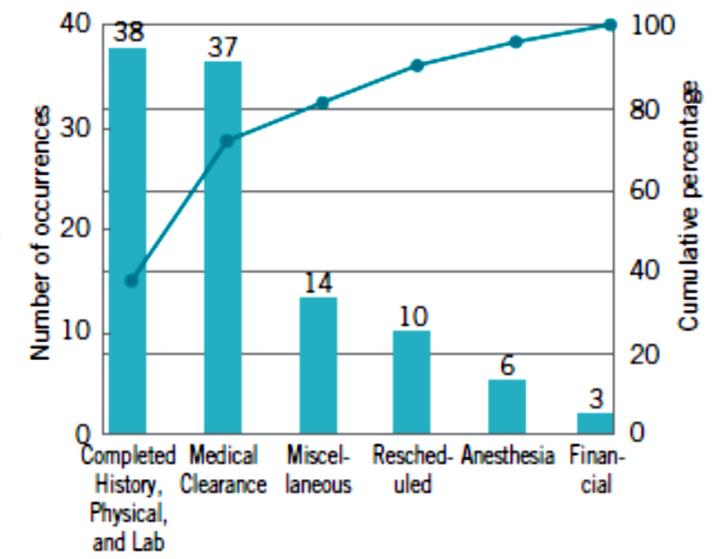
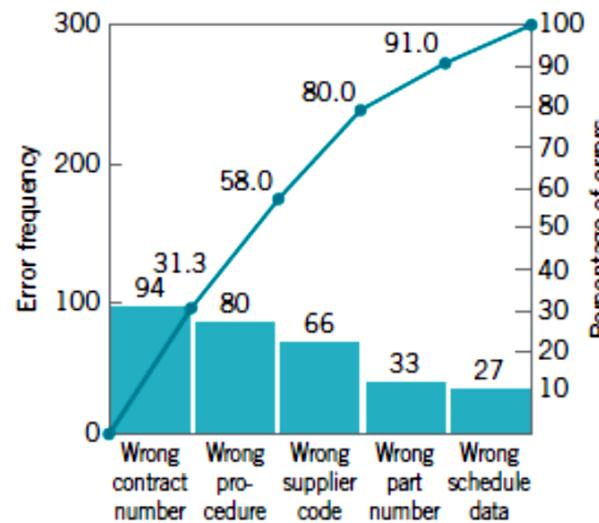
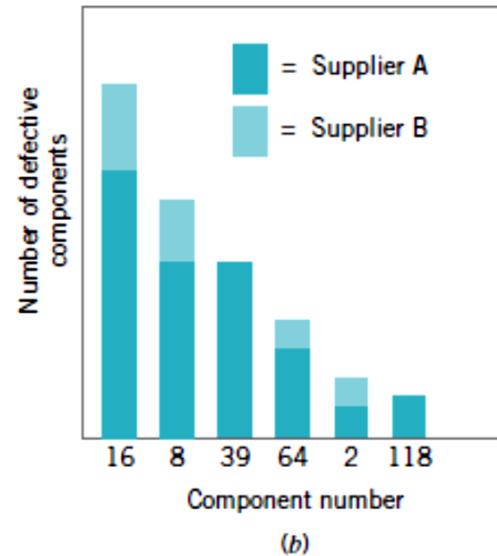
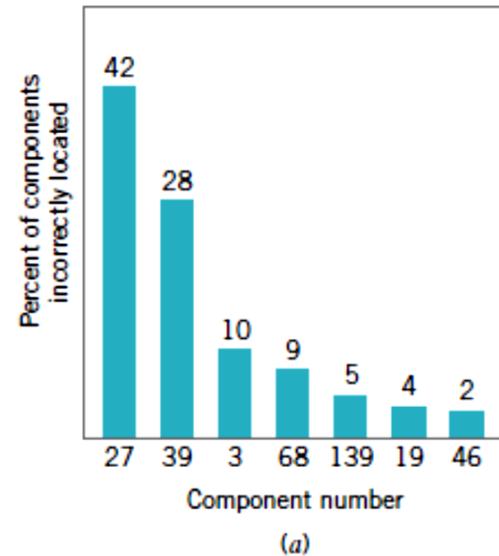
Kusur Listesi	2015 Aylar												2016				
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	1	2	3	4	5
Hasarlı parça	1	3	1	2		1		10	3		2	2	7	2			34
Makine işlem problemi	3	3				1	8		3		8	3					29
Paslı parçalar	1	1		2	9												13
Yetersiz maskleme	3	6	4	3	1												17
Yanlış hizalı kaynak	2																2
Döküm hataları	2												2				4
Yanlış parça		1				2											3
Kusurlu kaplama		3															3
Yapıştırma kusuru			1					1		2		1	1				6

Muhteşem Yedi - Pareto



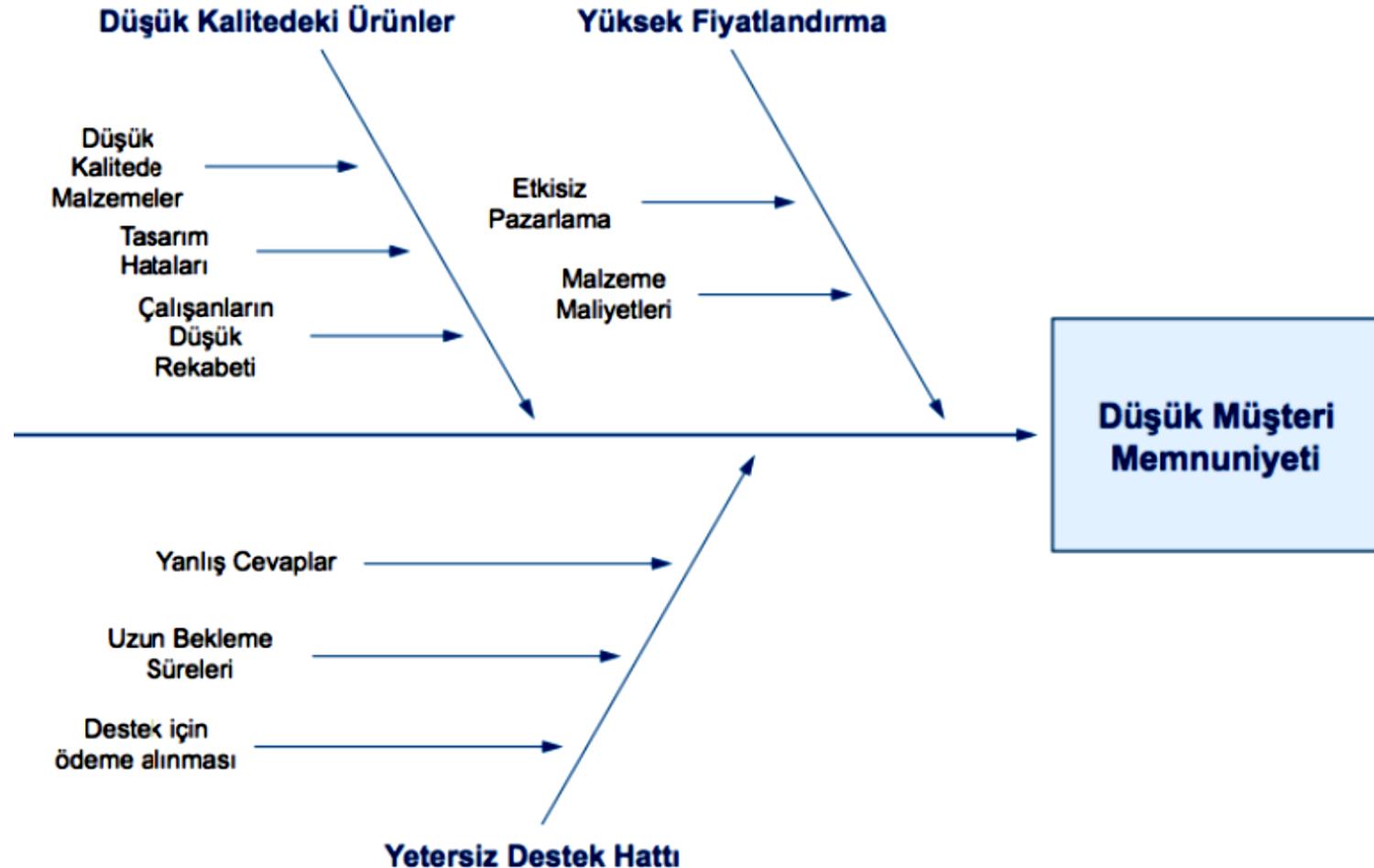
Muhteşem Yedi - Pareto

En önemli kusuru göstermez.
En çok rastlanan kusuru veya
problemi aşağı çıkarır.



Muhteşem Yedi – Sebep-Etki Diyagramı

- Bir kusur, sorun veya problem ortaya çıkarıldıkten sonra, buna sebep olan etkenlerin analiz edilmesi gereklidir.
- Sebep-etki diyagramları tam da bu incelemeyi yapmak için geliştirilmiştir.



İstatistiksel Süreç Kontrolünün (SPC) Uygulanması

■ Başarılı bir SPC Programının Elemanları

1. Yönetimin liderlik etmesi
2. Takım yaklaşımı, proje tabanlı uygulamalara odaklanma
3. Bütün seviyelerde, çalışanların eğitimi
4. Değişkenliğin azaltılmasının vurgulanması
5. Başarının sayılabilir büyüklüklerle ölçülmesi
6. Başarılı sonuçların organizasyonun bütününe anlatılması süreci

Giriş

- Bir çok kalite karakteristiği sayısal ölçümlerle açıklanabilir.
 - Bir borunun iç çapı kompas ile milimetre cinsinden ölçülebilir.
- Boyut, ağırlık veya hacim gibi ölçülebilen kalite karakteristiklerine değişken adı verilir.
- Eğer bir değişken kalite karakteristiği ile çalışılıyor ise hem ortalamanın hem de değişkenliğin izlenmesi gereklidir.
- Bir kalite özelliğinin ortalama kalite seviyesi \bar{x} kontrol diyagramlarıyla, sürecin değişkenliği ise standart sapma kontrol diyagramları (s kontrol diyagramları veya aralık (range) kontrol diyagramları (R kontrol diyagramları) ile izlenir.

Diyagramların İstatistiksel Temeli

- Bir kalite karakteristiğinin bilinen μ ve σ parametreleri ile normal dağılığını düşünelim.
- n boyutlu bir örneklem alındığında bu örneklemen ortalaması aşağıdaki gibidir.

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

- Ayrıca örneklem ortalamasının yine μ ve standart sapmasının ise $\sigma_{\bar{x}} = \sigma/\sqrt{n}$ olduğunu biliyoruz. Hatta $1 - \alpha$ olasılıkla ortalamanın aşağıdaki aralığa düşüğünü biliyoruz.

$$\mu + Z_{\alpha/2}\sigma_{\bar{x}} = \mu + Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad \text{ve} \quad \mu - Z_{\alpha/2}\sigma_{\bar{x}} = \mu - Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Diyagramların İstatistiksel Temeli

- Eğer μ ve σ parametreleri bilinmiyor ise aşağıdaki değerler bir kontrol diyagramının alt ve üst kontrol limitleri olarak kullanılabilir.

$$\mu + Z_{\alpha/2} \sigma_{\bar{x}} = \mu + Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad \text{ve} \quad \mu - Z_{\alpha/2} \sigma_{\bar{x}} = \mu - Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

- $Z_{\alpha/2}$ yerine 3 yazarsak, 3-sigma limitlerini kullanmış oluruz.
- Eğer örneklem ortalamaları bu aralık dışına çıkarsa artık süreçten gelen parçaların ortalamalarının μ olmadığı kanaatine varılır.

Diyagramların İstatistiksel Temeli

- Pratikte, genellikle μ ve σ parametreleri bilinmez. Bu sebeple proses kontrol altındayken alınan örneklemelerden tahmin edilir.
- Parametre tahminlerinde en az 20 örneklem kullanılır.
- Her birinde n adet gözlem yapılmış m adet örneklem alındığını düşünelim.
- Genelde $n = 4, 5$ veya 6 gibi küçük değerler şeklinde belirlenir.
 - Çünkü söz konusu kalite özelliğinin ölçülmesi maliyetli olabilir.
- $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, \dots, \bar{x}_m$ söz konusu m örneklenin ortalamaları olursa bu durumda μ için en iyi tahminci;

$$\bar{\bar{x}} = \frac{\bar{x}_1 + \bar{x}_2 + \bar{x}_3 + \dots + \bar{x}_m}{m}$$

$\bar{\bar{x}}$ ifadesi \bar{x} kontrol diyagramlarında merkez çizgi değeri olarak kullanılır.

Diyagramların İstatistiksel Temeli

- Kontrol limitlerinin hesaplanabilmesi için σ yani standart sapma değerine ihtiyacımız vardır.
- Bunun için m örneklemin standart sapmasından veya menzilinden (range) hesaplama yapılabilir. Menzil R ile gösterilir ve örneklemin en büyük ve en küçük değerleri arasındaki farka eşittir.

$$R = x_{\max} - x_{\min}$$

- Eğer R_1, R_2, \dots, R_m ile m örneklemin menzilleri gösterilirse ortalama aralık (range, menzil) \bar{R} ve buna bağlı standart sapma tahmini:

Ana kütle std.sap. tahmini

$$\bar{R} = \frac{R_1 + R_2 + \cdots + R_m}{m}$$

$$\hat{\sigma} = \frac{\bar{R}}{d_2}$$

Faktör tablosundan
alınır.

$$\hat{\sigma} = \frac{\bar{R}}{d_2} \quad (6.6)$$

If we use $\bar{\bar{x}}$ as an estimator of μ and \bar{R}/d_2 as an estimator of σ , then the parameters of the \bar{x} chart are

$$\begin{aligned} \text{UCL} &= \bar{x} + \frac{3}{d_2 \sqrt{n}} \bar{R} \\ \text{Center line} &= \bar{x} \\ \text{LCL} &= \bar{x} - \frac{3}{d_2 \sqrt{n}} \bar{R} \end{aligned} \quad (6.7)$$

If we define

$$A_2 = \frac{3}{d_2 \sqrt{n}} \quad (6.8)$$

then equation (6.7) reduces to equation (6.4).

Diyagramların İstatistiksel Temeli

- Süreç değişkenliği örneklem menzili ile de izlenebilir. Bunun için R kontrol diyagramları kullanılır. Bir R kontrol diyagramının merkez çizgisi ve limitleri aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$\begin{aligned} \text{UCL} &= D_4 \bar{R} \\ \text{Merkez Çizgi} &= \bar{R} \\ \text{LCL} &= D_3 \bar{R} \end{aligned}$$

Bu formüldeki D_3 ve D_4 değerleri tablo değeri olup bu faktör tablosunun küçük bir kısmı aşağıda görülmektedir.

Ek tablo VI

Factors for Constructing Variables Control Charts

Observations in Sample, n	Chart for Averages				Chart for Standard Deviations				Chart for Ranges				Factors for Control Limits					
	Factors for Control Limits			Factors for Center Line		Factors for Control Limits			Factors for Center Line		Factors for Control Limits				Factors for Control Limits			
	A	A_2	A_3	c_4	$1/c_4$	B_3	B_4	B_5	B_6	d_2	$1/d_2$	d_3	D_1	D_2	D_3	D_4		
2	2.121	1.880	2.659	0.7979	1.2533	0	3.267	0	2.606	1.128	0.8865	0.853	0	3.686	0	3.267		
3	1.732	1.023	1.954	0.8862	1.1284	0	2.568	0	2.276	1.693	0.5907	0.888	0	4.358	0	2.574		
4	1.500	0.729	1.628	0.9213	1.0854	0	2.266	0	2.088	2.059	0.4857	0.880	0	4.698	0	2.282		

Control Limits for the \bar{x} Chart

$$\begin{aligned} \text{UCL} &= \bar{x} + A_2 \bar{R} \\ \text{Center line} &= \bar{x} \\ \text{LCL} &= \bar{x} - A_2 \bar{R} \end{aligned} \tag{6.4}$$

The constant A_2 is tabulated for various sample sizes in Appendix Table VI.

Control Limits for the R Chart

$$\begin{aligned} \text{UCL} &= D_4 \bar{R} \\ \text{Center line} &= \bar{R} \\ \text{LCL} &= D_3 \bar{R} \end{aligned} \tag{6.5}$$

The constants D_3 and D_4 are tabulated for various values of n in Appendix Table VI.

Diyagramların İstatistiksel Temeli

\bar{x} ve R kontrol diyagramlarında Faz-I Uygulama:

- Her biri n sayıda ölçümden oluşan ve başlangıçta alınan m sayıda örneklem ile hesaplanan kontrol limitleri, deneme (trial) kontrol limitleri olarak ifade edilir.
- Alınan örneklemelerle hesaplanan kalite karakteristiği söz konusu kontrol diyagramında işaretlendiğinde bütün noktalar limitler dahilinde kalıyor ve sistematik bir davranış görülmüyorsa (sürekli artan veya azalan vb.) bu kontrol limitlerinin uygun olduğunu kanaat getirilir.
- Bunun için 3 ila 5 adet ölçümden oluşan 20 ila 25 örneklem alınması gerektiğini biliyoruz.

Diyagramların İstatistiksel Temeli

\bar{x} ve R kontrol diyagramlarında Faz-I Uygulama:

- Bir veya birkaç değerin \bar{x} veya R diyagramlarındaki deneme limitlerin dışında kaldığını farz edelim.
- Bu şartlar altında geçmiş kontrollere ait hipotez (alt ve üst sınırlar) reddedilir ve deneme kontrol limitlerinin değiştirilmesi gerekebilir.
- Bu değişikliği yapmak için öncelikle limitler dışında kalan noktaların, neden limitlerin dışında kaldığına ilişkin uygun bir sebep bulunmaya çalışılır.
- Söz konusu sebep bulunur ise bu durumda, bu nokta dışında tutularak deneme kontrol limitleri yeniden hesaplanır.
- Geriye kalan noktalar bu yeni limitler ile bir kez daha kontrol edilmelidir.
- Bu işlem bütün noktalar kontrol limitleri içinde kalana kadar devam eder. (Eğer bir sebep bulunabiliyor ise)

Diyagramların İstatistiksel Temeli

\bar{x} ve R kontrol diyagramlarında Faz-I Uygulama:

- Bazen noktanın limitler dışında kalmasına ilişkin belirli bir sebep bulunamaz.
- Bu şartlar altında iki seçenek mevcuttur.
- Bunlardan birincisi aynı sebep atandığında yapıldığı gibi bu noktaları elemektir.
- Ya da bu noktaların kontrol limitleri dahilinde olmasını sağlayacak şekilde limit aralığını genişletmektir.
- Kontrol limitleri dışına düşen bir veya iki nokta varsa, bu durum kontrol diyagramında ciddi bir bozulmaya sebep olmaz.

\bar{x} ve R Diyagramlarının Oluşturulması ve Kullanımı

- Konuya bir Örnek ile başlayalım. (Örnek-21)
- Yarı iletken imalatındaki bir pişirme işleminde levha kalınlığının \bar{x} ve R diyagramları ile istatistiksel olarak kontrol edilmeye çalışıldığını düşünelim. Her birinin büyülüğu 5 levha olan 25 farklı örneklem alınmış ve bir sonraki yansında verilmiştir. Örneklemeler prosesin kontrol altında olduğunun düşünüldüğü bir zaman aralığında saatte bir örneklem şeklinde alınmıştır.
- Tabloda aynı zamanda her bir örneklenin ortalaması \bar{x}_i ve menzil (aralık, açıklık, range) R hesaplanmıştır.

\bar{x} ve R Diyagramlarının Oluşturulması ve Kullanımı

Örnek Nu.	Levha1	Levha2	Levha3	Levha4	Levha5	Ör.Ort. \bar{x}_i	Açıklık R_X
1	1,3235	1,4128	1,6744	1,4573	1,6914	1,5119	0,3679
2	1,4314	1,3592	1,6075	1,4666	1,6109	1,4951	0,2517
3	1,4284	1,4871	1,4932	1,4324	1,5674	1,4817	0,1390
4	1,5028	1,6352	1,3841	1,2831	1,5507	1,4712	0,3521
5	1,5604	1,2735	1,5265	1,4363	1,6441	1,4882	0,3706
6	1,5955	1,5451	1,3574	1,3281	1,4198	1,4492	0,2674
7	1,6274	1,5064	1,8366	1,4177	1,5144	1,5805	0,4189
8	1,4190	1,4303	1,6637	1,6067	1,5519	1,5343	0,2447
9	1,3884	1,7277	1,5355	1,5176	1,3688	1,5076	0,3589
10	1,4039	1,6697	1,5089	1,4627	1,5220	1,5134	0,2658
11	1,4158	1,7667	1,4278	1,5928	1,4181	1,5242	0,3509
12	1,5821	1,3355	1,5777	1,3908	1,7559	1,5284	0,4204
13	1,2856	1,4106	1,4447	1,6398	1,1928	1,3947	0,4470
14	1,4951	1,4036	1,5893	1,6458	1,4969	1,5261	0,2422
15	1,3589	1,2863	1,5996	1,2497	1,5471	1,4083	0,3499
16	1,5747	1,5301	1,5171	1,1839	1,8662	1,5344	0,6823
17	1,3680	1,7269	1,3957	1,5014	1,4449	1,4874	0,3589
18	1,4163	1,3864	1,3057	1,6210	1,5573	1,4573	0,3153
19	1,5796	1,4185	1,6541	1,5116	1,7247	1,5777	0,3062
20	1,7106	1,4412	1,2361	1,3820	1,7601	1,5060	0,5240
21	1,4371	1,5051	1,3485	1,5670	1,4880	1,4691	0,2185
22	1,4738	1,5936	1,6583	1,4973	1,4720	1,5390	0,1863
23	1,5917	1,4333	1,5551	1,5295	1,6866	1,5592	0,2533
24	1,6399	1,5243	1,5705	1,5563	1,5530	1,5688	0,1156
25	1,5797	1,3663	1,6240	1,3732	1,6887	1,5264	0,3224

\bar{x} ve R Diyagramlarının Oluşturulması ve Kullanımı

- Öncelikle R diyagramı ile başlamak daha iyidir. Zira \bar{x} kontrol limitleri prosesin değişkenliğine bağlıdır ve eğer prosesin değişkenliği kontrol altında değilse bu limitler anlamlı olmaz. Önceki tablodan aşağıdaki hesaplamalar yapılır:

$\sum \bar{x}_i$	37,6403	$\sum R_i$	8,1302
$\bar{\bar{x}}$	1,5056	\bar{R}	0,3252



R diyagramı için
merkez çizgi değeri

\bar{x} ve R Diyagramlarının Oluşturulması ve Kullanımı

$\sum \bar{x}_i$	37.6403	$\sum R_i$	8.1302
$\bar{\bar{x}}$	1.5056	\bar{R}	0.32521

Factors for Constructing Variables Control Charts

Observations in Sample, n	Chart for Averages					Chart for Standard Deviations				Chart for Ranges						
	Factors for Control Limits			Factors for Center Line		Factors for Control Limits				Factors for Center Line		Factors for Control Limits				
	A	A_2	A_3	c_4	$1/c_4$	B_3	B_4	B_5	B_6	d_2	$1/d_2$	d_3	D_1	D_2	D_3	D_4
2	2.121	1.880	2.659	0.7979	1.2533	0	3.267	0	2.606	1.128	0.8865	0.853	0	3.686	0	3.267
3	1.732	1.023	1.954	0.8862	1.1284	0	2.568	0	2.276	1.693	0.5907	0.888	0	4.358	0	2.574
4	1.500	0.729	1.628	0.9213	1.0854	0	2.266	0	2.088	2.059	0.4857	0.880	0	4.698	0	2.282
5	1.342	0.577	1.427	0.9400	1.0638	0	2.089	0	1.964	2.326	0.4299	0.864	0	4.918	0	2.114
6	1.225	0.483	1.287	0.9515	1.0510	0.030	1.970	0.029	1.874	2.534	0.3946	0.848	0	5.078	0	2.004
7	1.134	0.419	1.182	0.9594	1.0423	0.118	1.882	0.113	1.806	2.704	0.3698	0.833	0.204	5.204	0.076	1.924

$$UCL = D_4 \bar{R}$$

$$\text{Merkez Çizgi} = \bar{R}$$

$$LCL = D_3 \bar{R}$$

$$UCL = (2.114) * (0.32521) = 0.68747$$

$$\text{Merkez Çizgi} = 0.32521$$

$$LCL = (0) * (0.32521) = 0$$

\bar{x} ve R Diyagramlarının Oluşturulması ve Kullanımı

$\sum \bar{x}_i$	37.6403	$\sum R_i$	8.1302
$\bar{\bar{x}}$	1.5056	\bar{R}	0.32521

Factors for Constructing Variables Control Charts

Observations in Sample, n	Chart for Averages					Chart for Standard Deviations				Chart for Ranges						
	Factors for Control Limits			Factors for Center Line		Factors for Control Limits				Factors for Center Line		Factors for Control Limits				
	A	A_2	A_3	c_4	$1/c_4$	B_3	B_4	B_5	B_6	d_2	$1/d_2$	d_3	D_1	D_2	D_3	D_4
2	2.121	1.880	2.659	0.7979	1.2533	0	3.267	0	2.606	1.128	0.8865	0.853	0	3.686	0	3.267
3	1.732	1.023	1.954	0.8862	1.1284	0	2.568	0	2.276	1.693	0.5907	0.888	0	4.358	0	2.574
4	1.500	0.729	1.628	0.9213	1.0854	0	2.266	0	2.088	2.059	0.4857	0.880	0	4.698	0	2.282
5	1.342	0.577	1.427	0.9400	1.0638	0	2.089	0	1.964	2.326	0.4299	0.864	0	4.918	0	2.114
6	1.225	0.483	1.287	0.9515	1.0510	0.030	1.970	0.029	1.874	2.534	0.3946	0.848	0	5.078	0	2.004
7	1.134	0.419	1.182	0.9594	1.0423	0.118	1.882	0.113	1.806	2.704	0.3698	0.833	0.204	5.204	0.076	1.924

$$UCL = \bar{\bar{x}} + A_2 \bar{R}$$

$$\text{Merkez Çizgi} = \bar{\bar{x}}$$

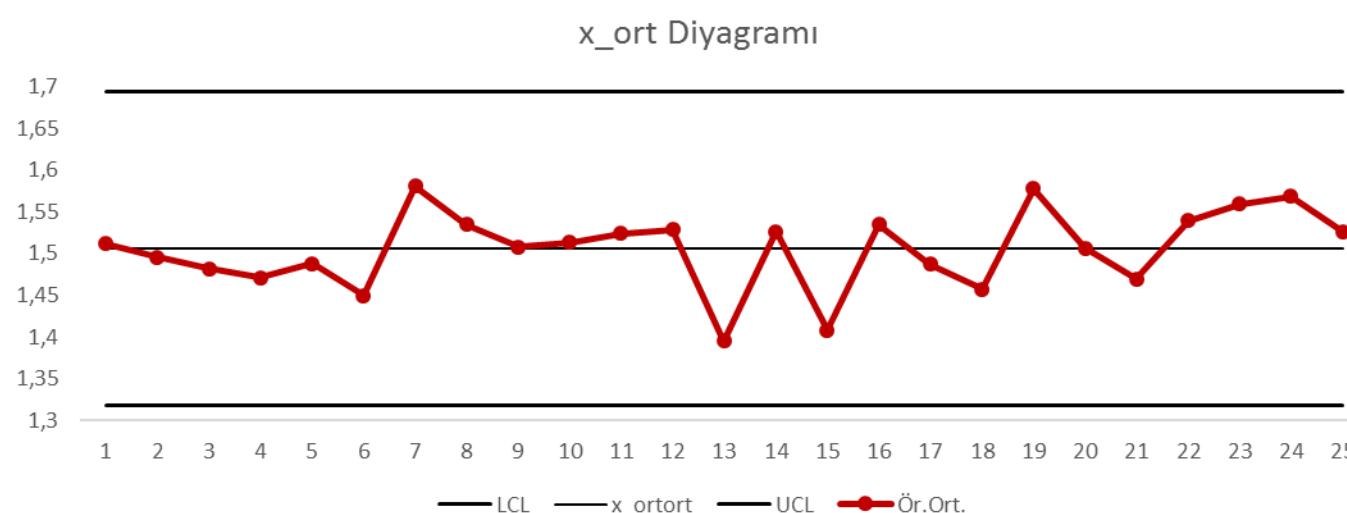
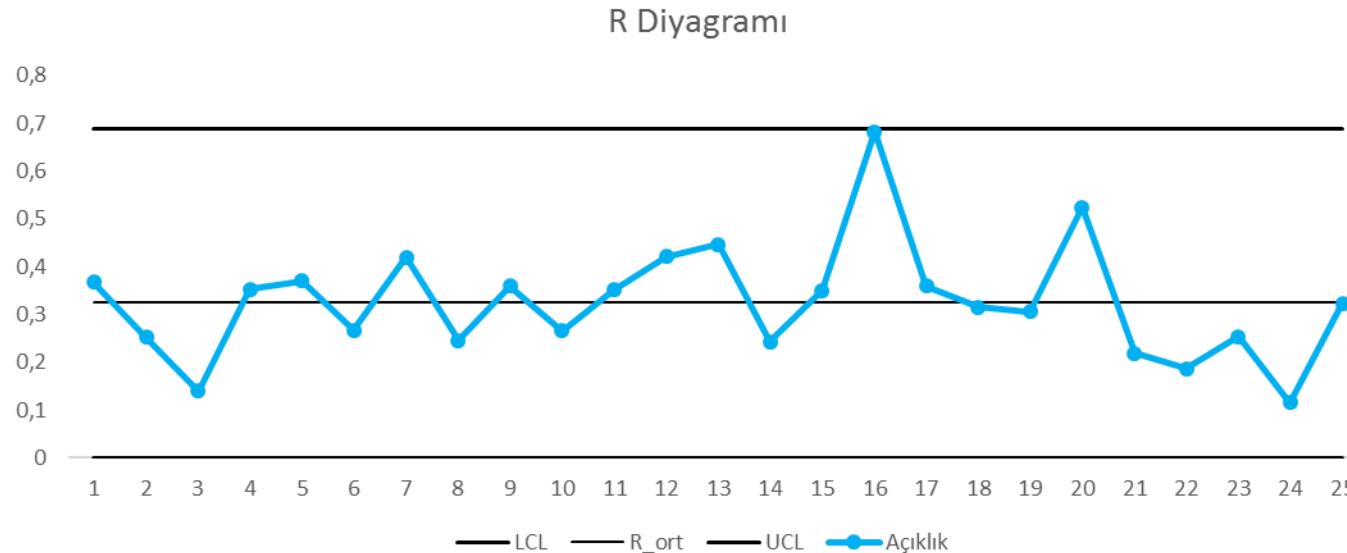
$$LCL = \bar{\bar{x}} - A_2 \bar{R}$$

$$UCL = 1.5056 + (0.577) * (0.32521) = 1.69325$$

$$\text{Merkez Çizgi} = 1.5056$$

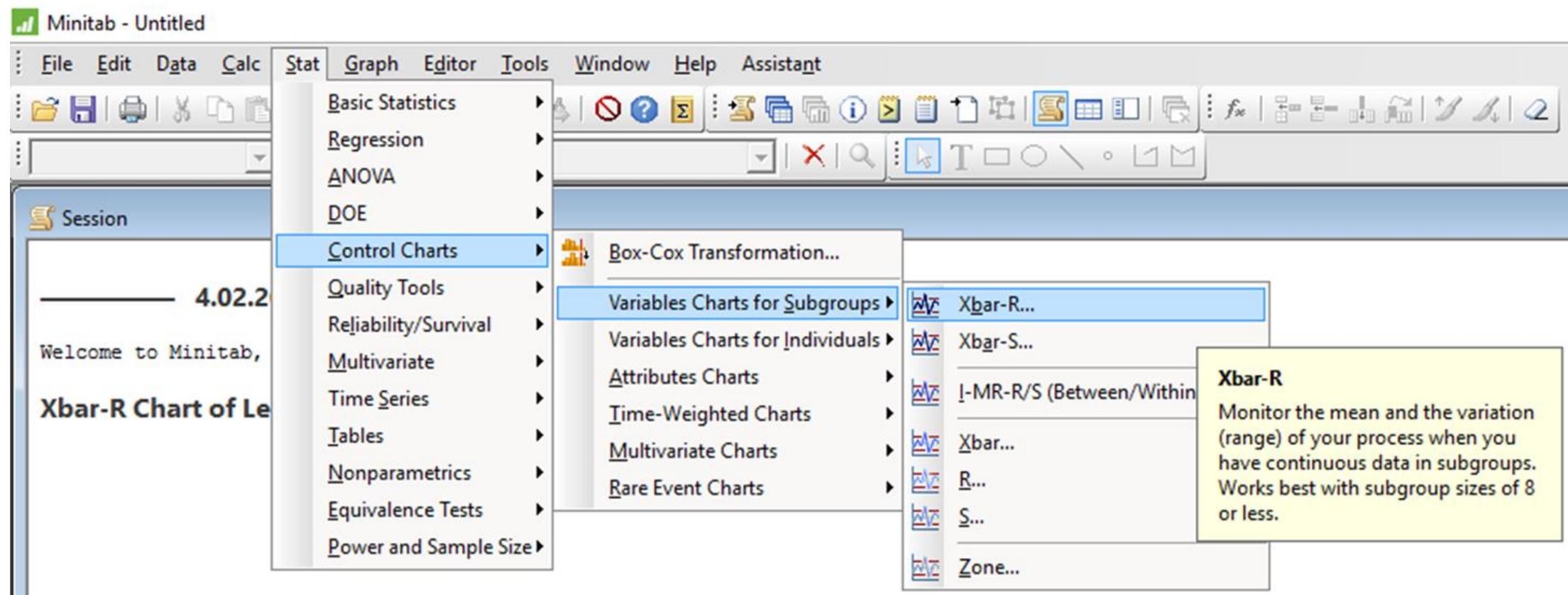
$$LCL = 1.5056 - (0.577) * (0.32521) = 1.31796$$

\bar{x} ve R Diyagramlarının Oluşturulması ve Kullanımı

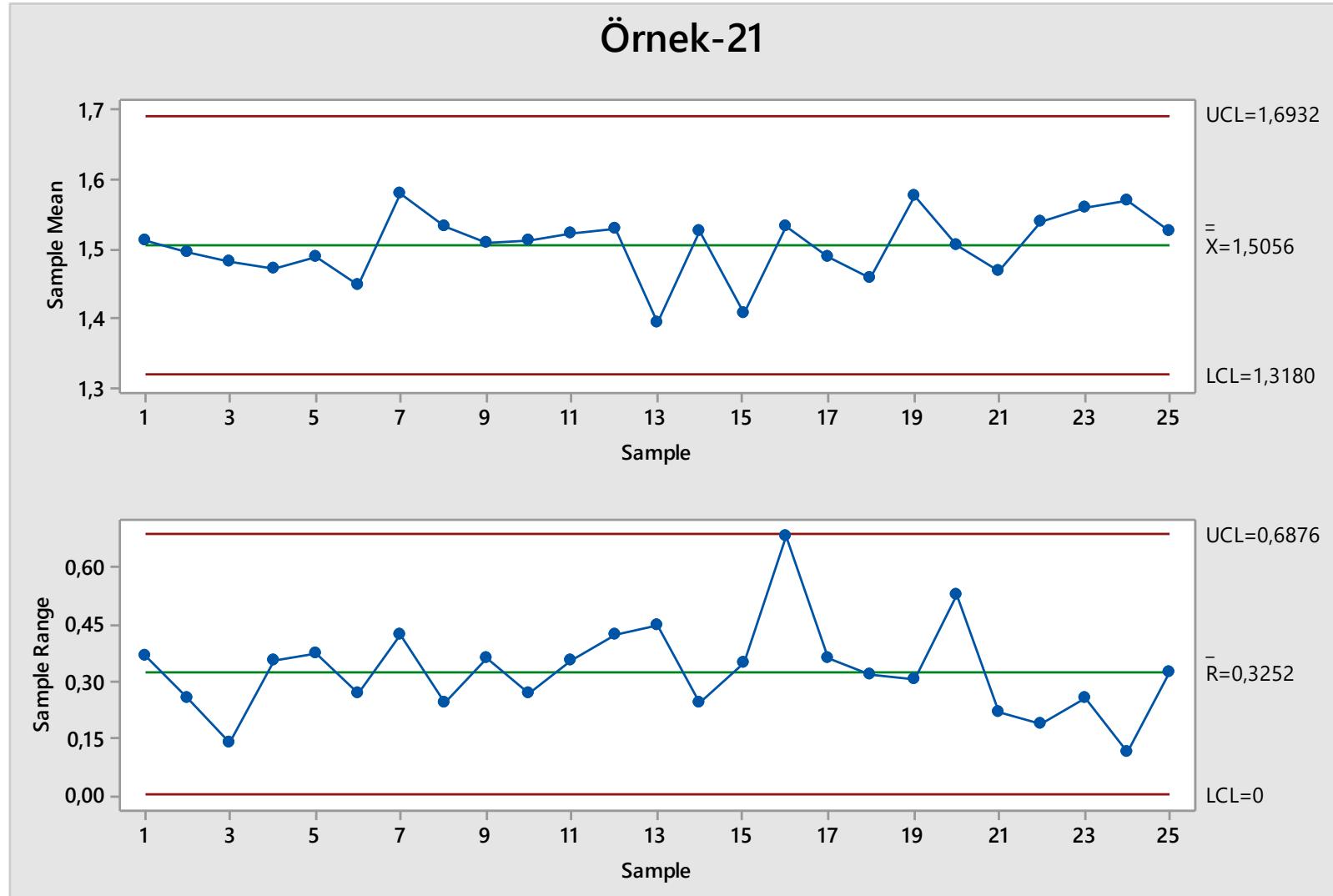


- Her iki grafikte de bir kontrol dışında kalma sorunu gözlenmemektedir.
- Bu sebeple faz-I hesaplamaları sonucunda elde edilen kontrol limitlerinin faz-II de de kullanılması kararı verilebilir.

\bar{x} ve R Diyagramlarının Oluşturulması ve Kullanımı



\bar{x} ve R Diyagramlarının Oluşturulması ve Kullanımı



MinTab çıktısı

Minitab de sadece veriyi girerek bütün hesaplamaları yaptırabilirsiniz.

\bar{x} ve R Diyagramlarının Oluşturulması ve Kullanımı

Proses Yeteneğinin Tahmin Edilmesi (Prosesin Değişmezliği)

- Kontrol diyagramları kullanılarak prosesin değişmezliği hakkında fikir sahibi olunabilir.
- Bunun için prosesin ürettiği değerlerin tahmini standart sapması bulunarak **spesifikasyon** limitleri dışında kalma olasılığı hesaplanabilir.
- Bir diğer yöntem de proses yetenek oranı (PCR) denen ve C_p ile gösterilen orandır.

\bar{x} ve R Diyagramlarının Oluşturulması ve Kullanımı

Proses Yeteneğinin Tahmin Edilmesi (Prosesin Değişmezliği)

- Örnek-21'deki prosesin TAHMİNİ standart sapması

$\sum \bar{x}_i$	37.6403	$\sum R_i$	8.1302
$\bar{\bar{x}}$	1.5056	\bar{R}	0.32521

Factors for Constructing Variables Control Charts

Observations in Sample, n	Chart for Averages				Chart for Standard Deviations				Chart for Ranges									
	Factors for Control Limits			Factors for Center Line	Factors for Control Limits				Factors for Center Line		Factors for Control Limits							
	A	A_2	A_3	c_4	$1/c_4$	B_3	B_4	B_5	B_6	d_2	$1/d_2$	d_3	D_1	D_2	D_3	D_4		
2	2.121	1.880	2.659	0.7979	1.2533	0	3.267	0	2.606	1.128	0.8865	0.853	0	3.686	0	3.267		
3	1.732	1.023	1.954	0.8862	1.1284	0	2.568	0	2.276	1.693	0.5907	0.888	0	4.358	0	2.574		
4	1.500	0.729	1.628	0.9213	1.0854	0	2.266	0	2.088	2.059	0.4857	0.880	0	4.698	0	2.282		
5	1.342	0.577	1.427	0.9400	1.0638	0	2.089	0	1.964	2.326	0.4299	0.864	0	4.918	0	2.114		
6	1.225	0.483	1.287	0.9515	1.0510	0.030	1.970	0.029	1.874	2.534	0.3946	0.848	0	5.078	0	2.004		
7	1.134	0.419	1.182	0.9594	1.0423	0.118	1.882	0.113	1.806	2.704	0.3698	0.833	0.204	5.204	0.076	1.924		

\bar{x} ve R Diyagramlarının Oluşturulması ve Kullanımı

Proses Yeteneğinin Tahmin Edilmesi (Prosesin Değişmezliği)

- Tablodaki levha kalınlığı verilerinin ortalaması $\bar{x} = 1.5056$ ve tahmini standart sapmasının ise $\hat{\sigma} = 0.1398$ ile normal dağıldığını,
- Özellik (spesifikasyon veya kısaca spek) limitlerinin de 1.50 ± 0.50 mikron olduğunu bilirsek, uygun olmayan levha üretme olasılığını aşağıdaki şekilde bulabiliriz:

\bar{x} ve R Diyagramlarının Oluşturulması ve Kullanımı

Proses Yeteneğinin Tahmin Edilmesi (Prosesin Değişmezliği)

- Bir diğer yaklaşım da Proses Yetenek Oranı (PCR) veya C_p olarak bilinir.

$$C_p = \frac{USL - LSL}{6\sigma} \quad \text{Ortalamanın } 3\sigma \text{ sağında ve solunda anlamına gelir.}$$

\leftarrow 3σ ya doğal tolerans limitleri (UNTL ve LNTL) denir.

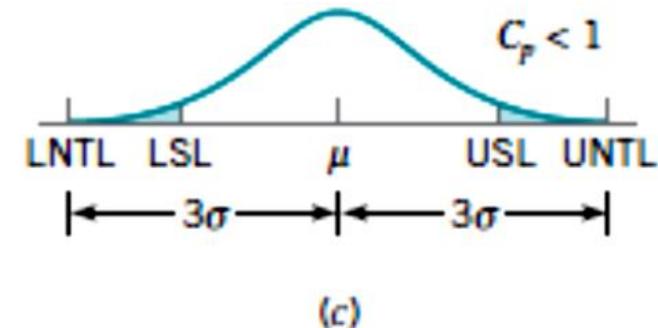
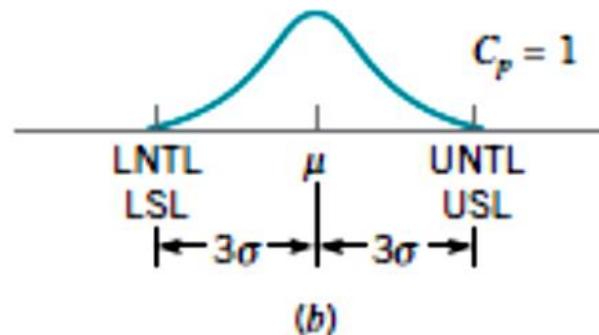
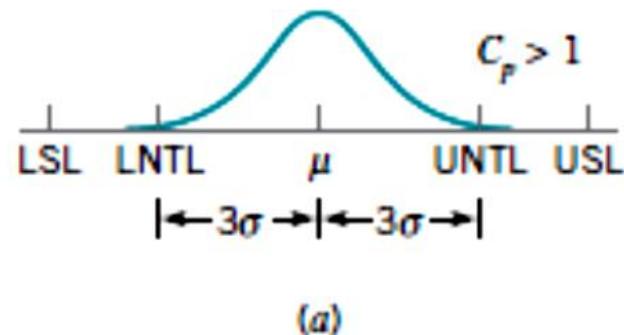
- σ genellikle bilinmediğinden $\hat{\sigma} = \frac{\bar{R}}{d_2}$ ile tahmin edilir. Bu sebeple C_p nin tahmini olan \hat{C}_p bulunmuş olur. Levha kalınlığı örneğimizde (Örnek-21) $\hat{\sigma} = 0.1398$ bulunmuştur. Öyleyse;

$$\hat{C}_p = \frac{2.00 - 1.00}{6(0.1398)} = 1.192$$

\bar{x} ve R Diyagramlarının Oluşturulması ve Kullanımı

Proses Yeteneğinin Tahmin Edilmesi (Prosesin Değişmezliği)

- Bu sonucu aşağıdaki gibi yorumlamak mümkündür.



$$\hat{C}_p = \frac{2.00 - 1.00}{6(0.1398)} = 1.192$$

Bu sonuca göre $C_p > 1$ olduğundan (a) şekli geçerlidir.
Doğal tolerans limitlerinin prosesin özellik limitleri
arasında kaldığını gösterir.
Yani prosesin kabul edilebilir miktarda az sayıda uygun
olmayan levha üreteceğini gösterir.

\bar{x} ve R Diyagramlarının Oluşturulması ve Kullanımı

Proses Yeteneğinin Tahmin Edilmesi (Prosesin Değişmezliği)

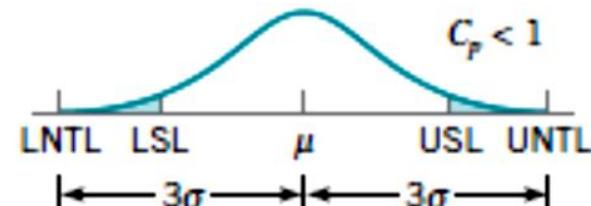
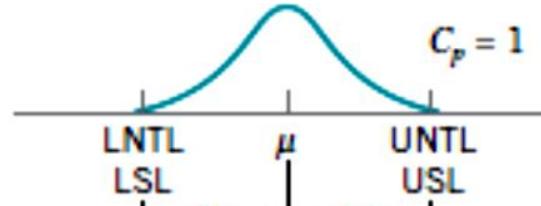
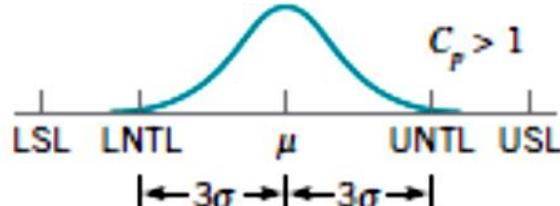
- PCR C_p değerini başka bir yol ile de değerlendirebiliriz. Aşağıdaki değer prosesin spesifikasyon aralığını ne kadar kullandığını anlamak için kullanılabilir:

$$P = \left(\frac{1}{C_p} \right) 100\%$$

- Levha kalınlığı için bu değer:

$$P = \left(\frac{1}{1.192} \right) 100\% = 83.89$$

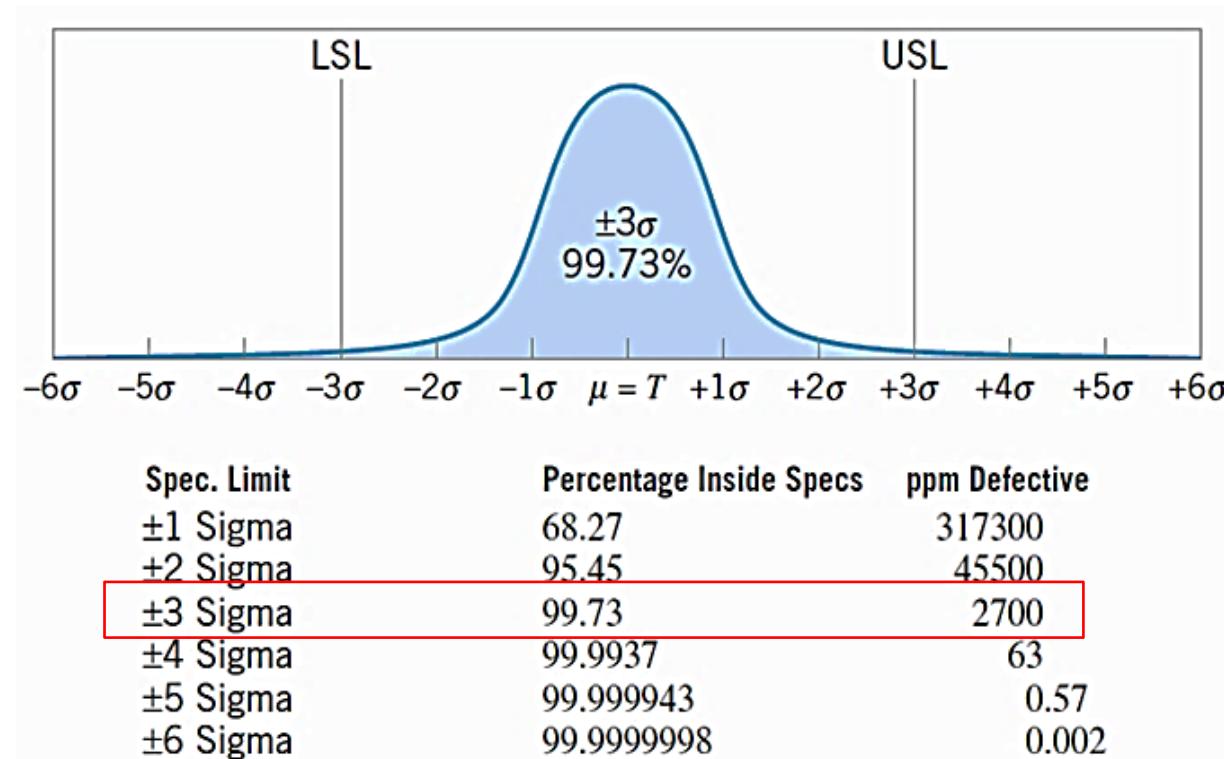
Yani, proses spesifikasyon limitleri arasında kalan bölgenin yaklaşık %84'ünü kullanmaktadır.



\bar{x} ve R Diyagramlarının Oluşturulması ve Kullanımı

Proses Yeteneğinin Tahmin Edilmesi (Prosesin Değişmezliği)

- Eğer $C_p = 1$ olursa proses spek. limitlerinin tamamını kullanıyor ve bu durum 3σ limitlerinde gösterildiği gibi milyon parça da 2700 adet hatalı ürün üretmek demektir.



\bar{x} ve R Diyagramlarının Oluşturulması ve Kullanımı

Kontrol Limitlerinin ve Merkez Çizginin Revizyonu

- Eğer $C_p < 1$ olursa proses spek. limitlerinden fazlasını kullanıyor demektir. Bu durum çok sayıda uygun olmayan ürün üreten bir proses ile karşı karşıya kalındığını gösterir.
- Her üç durum da dikkate alındığında prosesin spek limitlerinin ortasını merkezlediği görülür.
- Aslında çoğunlukla böyle olmaz. Bu sebeple PCR C_p değerinin modifiye edilmesi, durumu yeterince temsil etmesini sağlamak açısından önemlidir.
- Kontrol diyagramlarının yeterince iyi kullanılması beraberinde bu diyagramların periyodik revizyonlarını gerektirir.
- Bu periyotlar bazen zamana (haftalık, aylık) bazen de örneklem tekrar sayısına (25, 50, 100) göre belirlenir.

\bar{x} ve R Diyagramlarının Oluşturulması ve Kullanımı

\bar{x} ve R kontrol diyagramlarında Faz-II Uygulama:

- Faz I ile oluşturulan ve belirli aralıklarla revize edilen kontrol diyagramları ileride üretilen parçaların kontrolünde kullanılır.
- Örnek-21'e devam edersek;
- İlage olarak 20 örnek alındığını düşünelim. Bu örneklemeye ait değerler bir sonraki tabloda verilmiştir.
- Hemen ardından \bar{x} ve R kontrol diyagramları da verilmiştir.

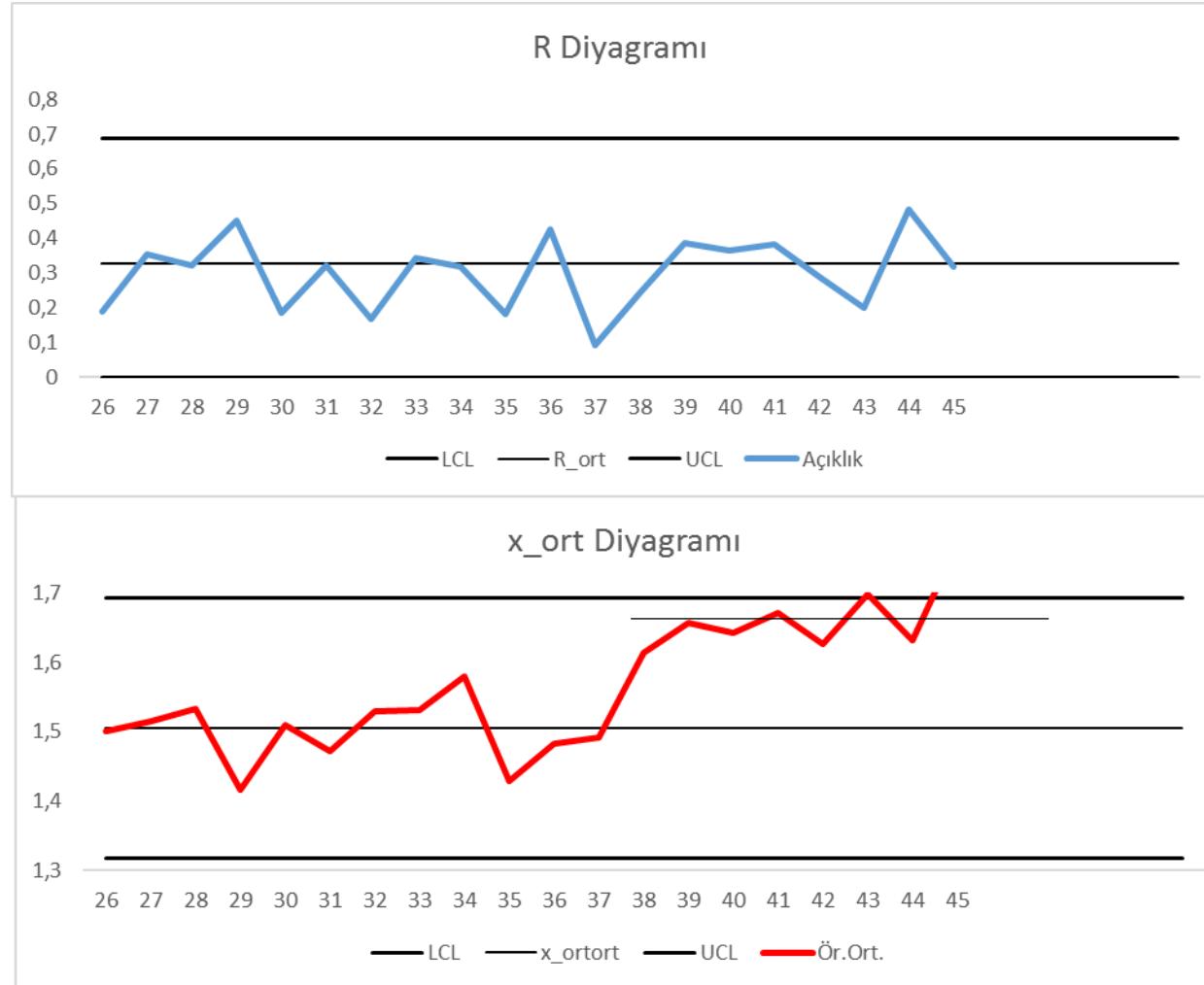
\bar{x} ve R Diyagramlarının Oluşturulması ve Kullanımı

\bar{x} ve R kontrol diyagramlarında Faz-II Uygulama:

Örnek Nu.	Levha1	Levha2	Levha3	Levha4	Levha5
26	1,4483	1,5458	1,4538	1,4303	1,6206
27	1,5435	1,6899	1,5830	1,3358	1,4187
28	1,5175	1,3446	1,4723	1,6657	1,6661
29	1,5454	1,0931	1,4072	1,5039	1,5264
30	1,4418	1,5059	1,5124	1,4620	1,6263
31	1,4301	1,2725	1,5945	1,5397	1,5252
32	1,4981	1,4506	1,6174	1,5837	1,4962
33	1,3009	1,5060	1,6231	1,5831	1,6454
34	1,4132	1,4603	1,5808	1,7111	1,7313
35	1,3817	1,3135	1,4953	1,4894	1,4596
36	1,5765	1,7014	1,4026	1,2773	1,4541
37	1,4936	1,4373	1,5139	1,4808	1,5293
38	1,5729	1,6738	1,5048	1,5651	1,7473
39	1,8089	1,5513	1,8250	1,4389	1,6558
40	1,6236	1,5393	1,6738	1,8698	1,5036
41	1,4120	1,7931	1,7345	1,6391	1,7791
42	1,7372	1,5663	1,4910	1,7809	1,5504
43	1,5971	1,7394	1,6832	1,6677	1,7974
44	1,4295	1,6536	1,9134	1,7272	1,4370
45	1,6217	1,8220	1,7915	1,6744	1,9404

\bar{x} ve R Diyagramlarının Oluşturulması ve Kullanımı

\bar{x} ve R kontrol diyagramlarında Faz-II Uygulama:



\bar{x} diyagramında 43'üncü örneklem ortalamasının üst kontrol limiti üzerinde kaldığı görülmektedir. (Aynı şekilde 45'inci gözlemin de...)

Böyle bir sonuç bizim, burada atanabilir bir sebep olduğundan şüphelenmemizi gerektirir. Aslında 37'nci örneklemden sonra sürekli artış görülmektedir. Yine böyle bir durumda bir yörünge (patern) oluşmaktadır. Bir süre sonra yine belli bir ortalama etrafında dönmeye başlamaktadır.

Derhal OCAP (Out of Control Action Plan) devreye sokulmalıdır.

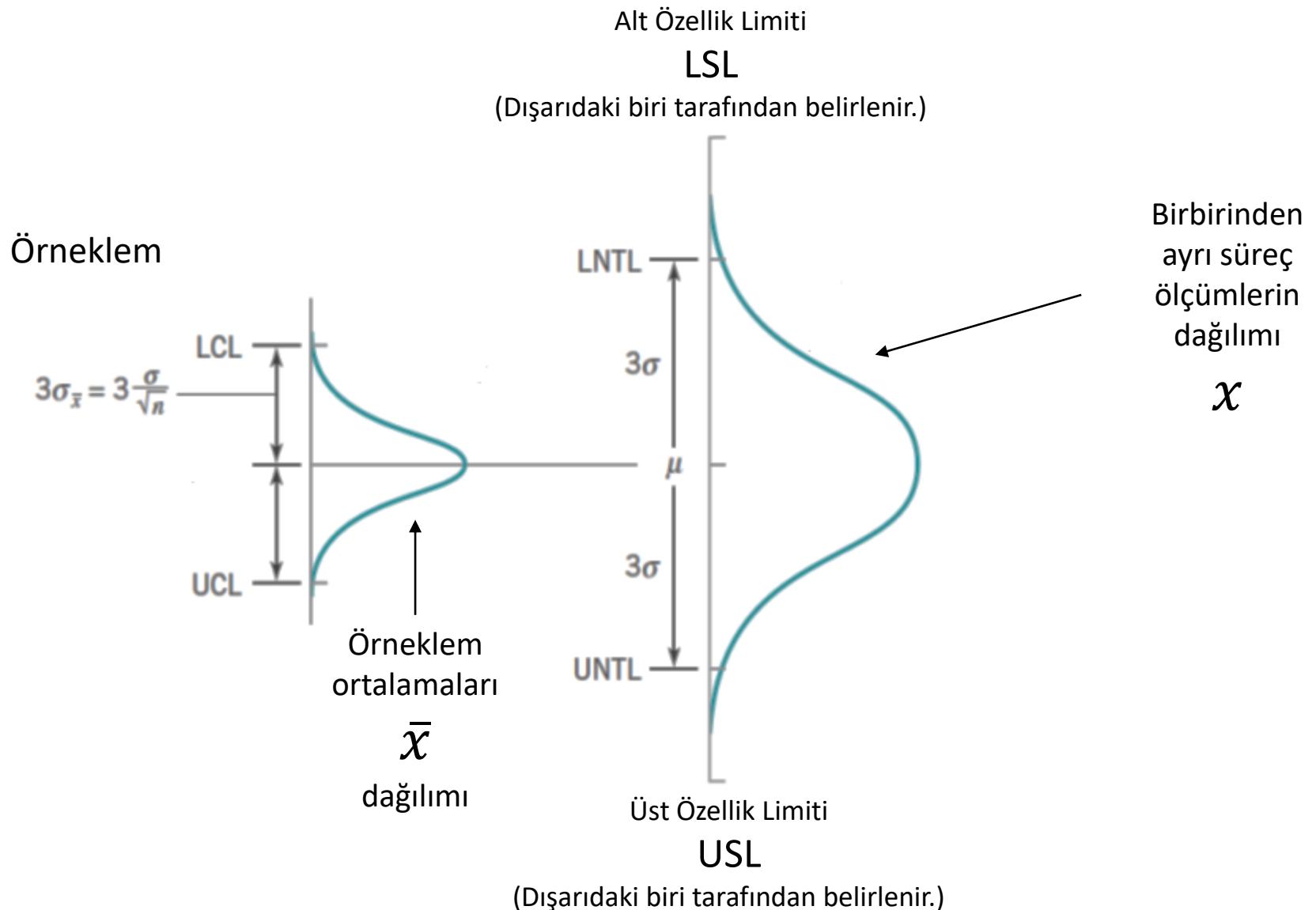
\bar{x} ve R Diyagramlarının Oluşturulması ve Kullanımı

Kontrol limitleri, Spek. (Özellik) Limitleri ve Doğal Tolerans Limitleri:

- Aslında diyagramların kontrol limitleri ile sürecin özellik limitleri arasında bir bağlantı yoktur.
- Kontrol limitleri imalat sürecinin doğal değişkenliği sebebiyle oluşur ve sürecin standart sapması ile ölçülür. Yani sürecin doğal tolerans limitleri tarafından belirlenir.
- UNTL (Upper Natural Tolerance Limit: Üst Doğal Tolerans Limiti) ve LNTL (Lower Natural Tolerance Limit: Alt Doğal Tolerans Limiti) olarak kısaltılabilen bu limitler genellikle proses ortalamasının $\pm 3\sigma$ etrafında seçilir.
- **Özellik (spek) limitleri** ise genellikle yönetim, imalat mühendisleri, müşteriler veya ürün geliştirici/tasarımcıları tarafından belirlenen değerlerdir.

\bar{x} ve R Diyagramlarının Oluşturulması ve Kullanımı

Kontrol limitleri, Spek. (Özellik) Limitleri ve Doğal Tolerans Limitleri:



\bar{x} ve R Diyagramlarının Oluşturulması ve Kullanımı

Kontrol Diyagramlarının Tasarımı İçin Bir Rehber

- \bar{x} ve R Diyagramlarının tasarımında örneklem büyütüğü, kontrol limit genişliği ve örneklem alma sıklığı belirlenmelidir.
- Aslında analizcinin kontrol diyagramlarının istatistiksel karakteristikleri ve probleme etki eden ekonomik etkenleri bilmeden, bu diyagramların tasarlanması tam olarak bir çözümü yoktur.
- Bilinmesi gerekenler; örneklem maliyeti, kontrol dışına çıkma durumunun düzeltilmesi maliyeti, spesifikasyonların karşılanamaması durumunda meydana gelen üretim maliyetleri.
- Bu bilgiler tasarımın ekonomik boyutunun anlaşılmasını sağlaması açısından önemlidir.

\bar{x} ve R Diyagramlarının Oluşturulması ve Kullanımı

Kontrol Diyagramlarının Tasarımı İçin Bir Rehber

- Örneklem boyutu açısından bir \bar{x} diyagramının orta veya büyük süreç sıçramalarını (örneğin 2σ veya daha büyük gibi) belirleyebilmesi için $n = 4, 5$ veya 6 olması yeterlidir.
- Eğer küçük sıçramaların belirlenmesi için kullanılacak ise $n = 15$ den $n = 25'$ e kadar bir büyülüklük belirlemek gereklidir.
- R diyagramları ise küçük örneklem büyülüğü için sürecin standart sapmalarındaki sıçramalarına daha hassastır.
- Örneklem büyülüğü arttıkça R diyagramlarında limitler arasında kalma olasılığı da artacağından $n > 10$ veya 12 gibi daha büyük örneklemelerde s veya s^2 diyagramları kullanmak daha doğru olur.

\bar{x} ve R Diyagramlarının Oluşturulması ve Kullanımı

Kontrol Diyagramlarının Tasarımı İçin Bir Rehber

- Örneklem büyüklüğünü ve örnekleme sıklığını seçme problemi, numune almak için kaynak tahsisi gerektirir. Genel olarak, karar vericinin denetim sürecine tahsis edebileceği sınırlı sayıda kaynak olacaktır.
- Kullanılabilecek stratejiler genelde ya küçük, sık örnekleri almaya ya da daha büyük örnekleri daha uzun aralıklarla almaktır.
- En iyi stratejinin hangisi olduğunu söylemek imkansızdır ancak günümüz endüstrisi uygulaması, küçük, sık örnekleri desteklemektedir.
 - Genel inanç, numuneler arasındaki aralık çok büyük olursa, proses kaymasını tespit etmek için başka bir fırsatın önce çok fazla arızalı ürün üretilmesi şeklinde olur.

\bar{x} ve R Diyagramlarının Oluşturulması ve Kullanımı

Kontrol Diyagramlarının Tasarımı İçin Bir Rehber

- Üretim hızı, örnek büyüklüğü ve örneklem frekansı seçimini de etkiler.
- Üretim oranı yüksekse, örneğin saatte 50.000 birim gibi, üretim oranı daha yavaş olana nazaran daha sık örneklem yapılabilir.
- Yüksek üretim oranlarında, birçok uygunsuz ürün, proses kayması meydana geldiğinde çok kısa sürede üretilebilir. Ayrıca, yüksek üretim oranlarında, bazen oldukça büyük örnekleri ekonomik olarak elde etmek de mümkündür.
- Birim denetim ve test maliyetleri aşırı değilse, yüksek hızlı üretimler genellikle orta büyüklükte örneklem boyutlarıyla izlenir.

\bar{x} ve R Diyagramlarının Oluşturulması ve Kullanımı

Kontrol Diyagramlarının Tasarımı İçin Bir Rehber

- \bar{x} ve R kontrol diyagramlarında üç sigma kontrol sınırlarının kullanılması yaygın bir uygulamadır. Bununla birlikte, bu geleneksel kontrol limitleri seçiminde bazı değişiklikler yapılabilir.
- Eğer yanlış alarm (veya tip-I hata yani proses kontrol altındayken kontrol dışına çıkma sinyali alındı ise) durumunun sorgulanması pahalı ise 3,5 sigma gibi daha geniş kontrol limitleri kullanmak uygun olabilir.
- Aksine bu durumun sorgulanması çok fazla zaman ve maliyete sebep olmuyorsa 2,5 sigma limitleri bile kullanılabilir.

\bar{x} ve R Diyagramlarının Oluşturulması ve Kullanımı

Kontrol Diyagramlarında Örneklem Boyutunun Değiştirilmesi

- Örneklem büyüklüğü n nin sabit olmadığı durumlar vardır, yani her örneklem farklı sayıda gözlemden oluşabilir.
- Çoğu kullanıcı için yorumlanması zor olan R grafiğinde değişen bir merkez çizgiye neden olduklarından, R kontrol diyagramları genellikle bu durumda kullanılmaz. Bu yüzden \bar{x} ve s kontrol diyagramları daha uygun olur.
- Diğer bir yol da örneklem büyüğünde kalıcı (veya yarı kalıcı) değişim uygulamak olabilir. Bu durum maliyetin yüksek olması, sürecin stabil olması ve bu yüzden süreç izleme için az miktarda kaynak ayrılması gibi sebepler yüzünden olur.
- Bu durumda yeni kontrol limitleri eski ve yeni örneklem büyüğü üzerinden yeni örneklemeler almaya gerek kalmadan kolayca hesaplanabilir.

\bar{x} ve R Diyagramlarının Oluşturulması ve Kullanımı

Kontrol Diyagramlarında Örneklem Boyutunun Değiştirilmesi

- \bar{R}_{eski} = eski örneklem büyüklüğü için ortalama aralık
- \bar{R}_{yeni} = yeni örneklem büyüklüğü için ortalama aralık
- n_{eski} = eski örneklem büyüklüğü
- n_{yeni} = yeni örneklem büyüklüğü
- $d_2(\text{eski})$ = eski örneklem büyüklüğü için d_2 faktörü
- $d_2(\text{yeni})$ = yeni örneklem büyüklüğü için d_2 faktörü

\bar{x} için yeni kontrol limitleri

Burada \bar{x} değişmez ve A_2 faktörü, yeni örneklem büyüklüğü için seçilir.



$$\text{UCL} = \bar{\bar{x}} + A_2 \left[\frac{d_2(\text{yeni})}{d_2(\text{eski})} \right] \bar{R}_{\text{eski}}$$

$$\text{LCL} = \bar{\bar{x}} - A_2 \left[\frac{d_2(\text{yeni})}{d_2(\text{eski})} \right] \bar{R}_{\text{eski}}$$

\bar{x} ve R Diyagramlarının Oluşturulması ve Kullanımı

Kontrol Diyagramlarında Örneklem Boyutunun Değiştirilmesi

- \bar{R}_{eski} = eski örneklem büyüklüğü için ortalama aralık
- \bar{R}_{yeni} = yeni örneklem büyüklüğü için ortalama aralık
- n_{eski} = eski örneklem büyüklüğü
- n_{yeni} = yeni örneklem büyüklüğü
- $d_2(\text{eski})$ = eski örneklem büyüklüğü için d_2 faktörü
- $d_2(\text{yeni})$ = yeni örneklem büyüklüğü için d_2 faktörü

R için yeni kontrol limitleri



$$\text{UCL} = D_4 \left[\frac{d_2(\text{yeni})}{d_2(\text{eski})} \right] \bar{R}_{\text{eski}}$$

$$\text{CL} = \bar{R}_{\text{yeni}} = \left[\frac{d_2(\text{yeni})}{d_2(\text{eski})} \right] \bar{R}_{\text{eski}}$$

$$\text{LCL} = \max \left\{ 0, D_3 \left[\frac{d_2(\text{yeni})}{d_2(\text{eski})} \right] \bar{R}_{\text{eski}} \right\}$$

\bar{x} ve R Diyagramlarının Oluşturulması ve Kullanımı

Kontrol Diyagramlarında Örneklem Boyutunun Değiştirilmesi

- **Örnek-22:** Örnek-21 de örneklem büyüklüğü $n = 5$ olarak seçilmişti. Süreç sorumlusu örneklem büyüklüğünü 3 adede düşürmek istemektedir.
- Bu durumda yeni kontrol diyagramları aşağıdaki şekilde oluşturulur:

$$n_{\text{old}} = 5 \quad \bar{R}_{\text{old}} = 0.32521$$

\bar{x} diyagramı için yeni kontrol limitleri

Ek tablo VI'dan

$$d_2(\text{old}) = 2.326 \quad d_2(\text{new}) = 1.693$$

$$\text{UCL} = \bar{x} + A_2 \left[\frac{d_2(\text{new})}{d_2(\text{old})} \right] \bar{R}_{\text{old}}$$

$$= 1.5056 + (1.023) \left[\frac{1.693}{2.326} \right] (0.32521)$$

$$= 1.5056 + 0.2422 = 1.7478$$

$$\text{LCL} = \bar{x} - A_2 \left[\frac{d_2(\text{new})}{d_2(\text{old})} \right] \bar{R}_{\text{old}}$$

$$= 1.5056 - (1.023) \left[\frac{1.693}{2.326} \right] (0.32521)$$

$$= 1.5056 - 0.2422 = 1.2634$$

\bar{x} ve R Diyagramlarının Oluşturulması ve Kullanımı

Kontrol Diyagramlarında Örneklem Boyutunun Değiştirilmesi

■ Örnek-22:

R diyagramı için yeni kontrol limitleri

$$\bar{R}_{\text{old}} = 0.32521$$

$$d_2(\text{old}) = 2.326 \quad d_2(\text{new}) = 1.693$$

$$\begin{aligned} \text{UCL} &= D_4 \left[\frac{d_2(\text{new})}{d_2(\text{old})} \right] \bar{R}_{\text{old}} \\ &= (2.574) \left[\frac{1.693}{2.326} \right] (0.32521) \\ &= 0.6093 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{CL} &= \bar{R}_{\text{new}} = \left[\frac{d_2(\text{new})}{d_2(\text{old})} \right] \bar{R}_{\text{old}} \\ &= \left[\frac{1.693}{2.326} \right] (0.32521) \\ &= 0.2367 \end{aligned}$$

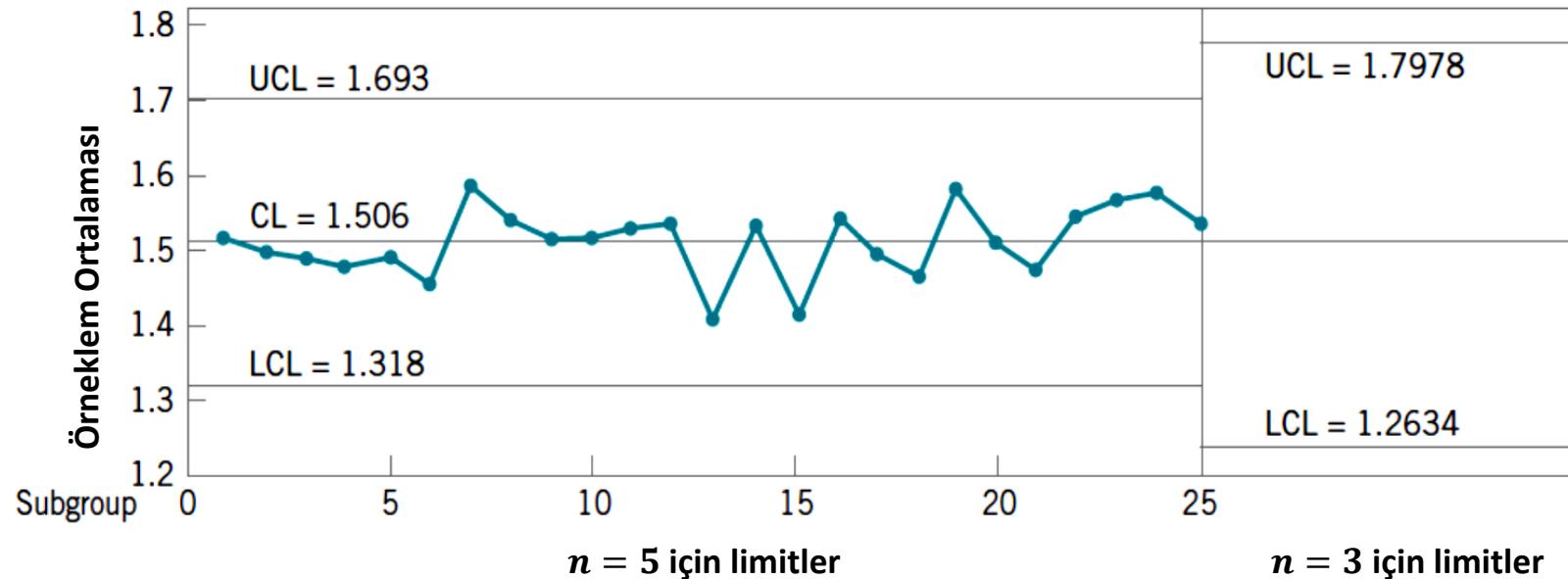
$$\begin{aligned} \text{LCL} &= \max \left\{ 0, D_3 \left[\frac{d_2(\text{new})}{d_2(\text{old})} \right] \bar{R}_{\text{old}} \right\} \\ &= 0 \end{aligned}$$

\bar{x} ve R Diyagramlarının Oluşturulması ve Kullanımı

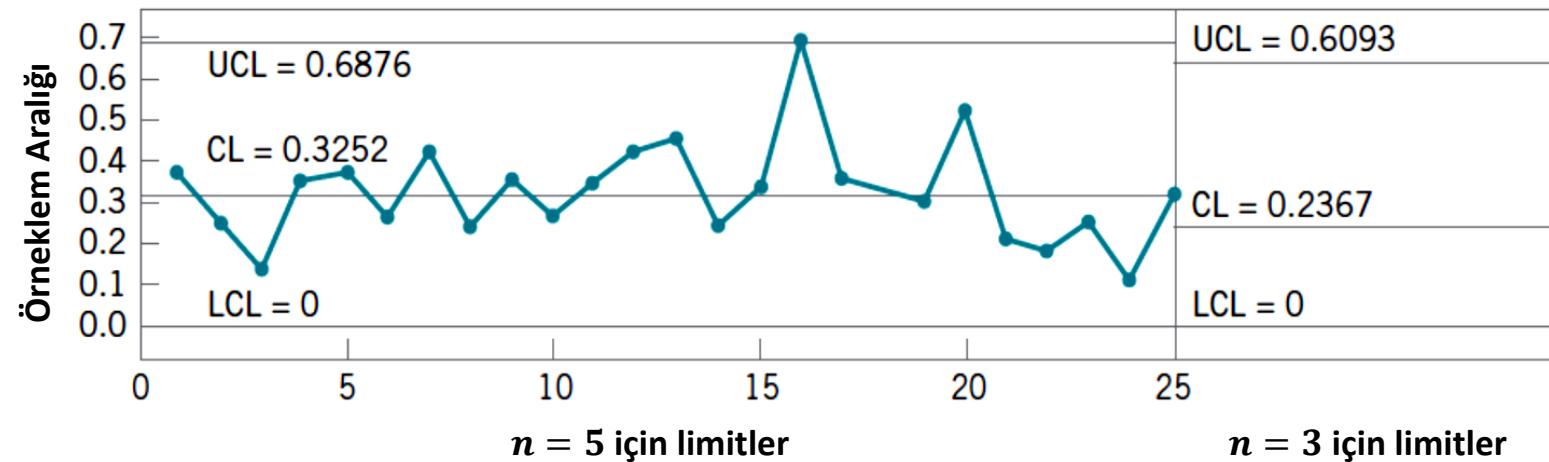
Kontrol Diyagramlarında Örneklem Boyutunun Değiştirilmesi

■ Örnek-22:

σ/\sqrt{n} büyüğünden \bar{x} diyagramında limit aralığı genişlemiştir.



$n = 3$ için beklenen aralık $n = 5$ için beklenen aralıktan daha dar olduğundan UCL ve LCL düşmüştür.



\bar{x} ve R Diyagramlarının Oluşturulması ve Kullanımı

Kontrol Diyagramlarında Olasılık Limitleri

- Kontrol limitleri şimdiye kadar k bir çarpan olarak kabul edilirse k -sigma şeklinde belirlendiğini gördük.
- Bazen bu kontrol limitleri tip-I hata yani α değerine karşılık gelen bir $k = z_{\alpha/2}$ değeri ile de oluşturulabilir. Bu seçim \bar{x} diyagramında kolaydır, zira \bar{x} değeri yaklaşık olarak normal dağılıma uyar.
- $\pm 3\sigma$ yaklaşık olarak normal dağılım eğrisinin %99,73'ünü kapsar. Bu da $\alpha = 0,0027$ olmasına neden olur. Bunun için α değerini 0,002 alırsak;
- $z_{\alpha/2} = z_{0,001} = 3,09$ olur. 3 ile 3,09 birbirine çok yakın iki değerdir. Bu yaklaşımla 3 sigma yaklaşımı hemen hemen aynı kontrol limitlerine ulaşılmasını sağlar.
- Bu bilgiyi zaten biliyoruz.

Standart Değerler Tabanlı Diyagramlar

- Süreç ortalaması ve standart sapması için standart değerler belirlenebildiğinde bu standartlar kullanılarak, geçmiş verileri analiz etmeden kontrol diyagramları kurulabilir.
- Standartların μ ve σ olarak verildiğini kabul edelim. Bu durumda kontrol limitleri ve merkez çizgi aşağıdaki şekilde hesaplanır. $3/\sqrt{n}$ değeri n e bağlı bir değer olarak hesaplandığından ek tablo VI da kullanılır. Bunun için $\frac{3}{\sqrt{n}} = A$ yapılır.

$$UCL = \mu + 3 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Center line = μ

$$LCL = \mu - 3 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$UCL = \mu + A\sigma$$

Center line = μ

$$LCL = \mu - A\sigma$$

Standart Değerler Tabanlı Diyagramlar

- R diyagramı için ise $\sigma = R/d_2$ olur ki burada d_2 bağıl aralığın ortalamasıdır. Ek tablo VI da bulunur.
- Ayrıca R nin standart sapması $\sigma_R = d_3\sigma$ dır. Burada d_3 bağıl aralığın standart sapmasıdır.
- Bu durumda merkez çizgi ve kontrol limitleri;

$$\begin{aligned} \text{UCL} &= d_2\sigma + 3d_3\sigma \\ \text{Center line} &= d_2\sigma \\ \text{LCL} &= d_2\sigma - 3d_3\sigma \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D_1 &= d_2 - 3d_3 \\ D_2 &= d_2 + 3d_3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{UCL} &= D_2\sigma \\ \text{Center line} &= d_2\sigma \\ \text{LCL} &= D_1\sigma \end{aligned}$$

\bar{x} ve R Diyagramlarının Yorumlanması

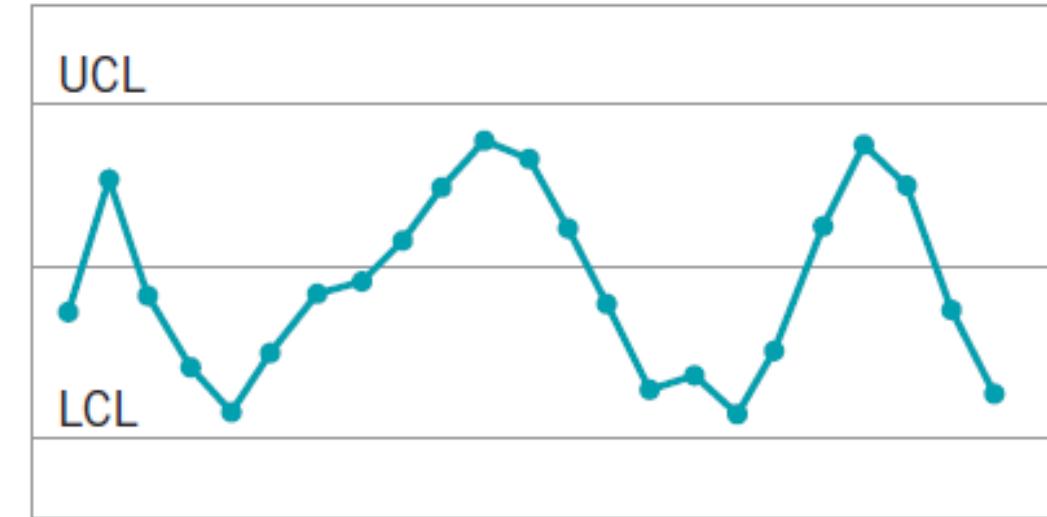
- Daha önce bir kontrol grafiğinin kontrol dışı kalma durumunu gösterebileceğini belirttiğimizde,
- Her ne kadar kontrol dışı kalan bir nokta olmasa da, çizilen noktaların oluşturduğu desen rasgele olmayan veya sistematik bir davranış sergiler.
- Birçok durumda, işaretlenen noktalar, süreçte iliskin yararlı teşhis bilgileri sağlar ve bu bilgiler değişkenliği (istatistiksel süreç kontrolünün amacı) azaltacak süreç değişiklikleri yapmak için kullanılabilir.
- Dahası, buörüntüler faz I'de oldukça sık görülür ve bunların ortadan kaldırılması, bir sürecin kontrol altına alınmasında kritik öneme sahiptir.

\bar{x} ve R Diyagramlarının Yorumlanması

- \bar{x} diyagramındaki desenleri yorumlarken öncelikle R diyagramının kontrol altında olup olmadığı belirlenmelidir.
- Hem \bar{x} hem de R diyagramları, rasgele olmayan bir desen sergiliyorsa, en iyi strateji öncelikle R diyagramının atanabilir nedenlerini ortadan kaldırılmaktır.
- Çoğu durumda, bu otomatik olarak \bar{x} diyagramında rasgele olmayan deseni ortadan kaldırıracaktır.
- R diyagramı kontrol dışı kalma durumunu gösterdiğinde asla önce \bar{x} diyagramı yorumlanmaya çalışılmamalıdır.

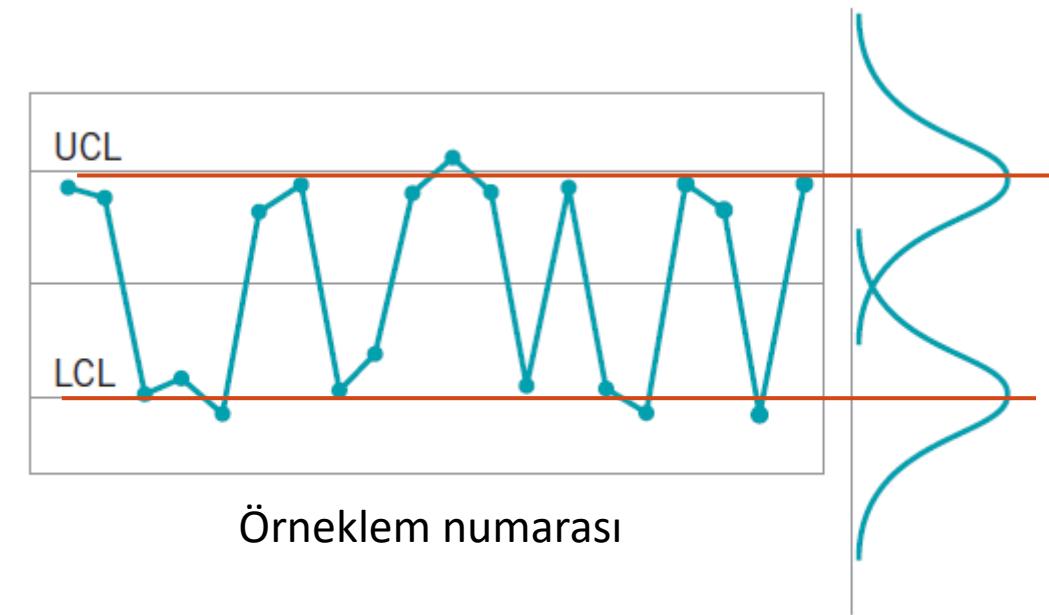
\bar{x} ve R Diyagramlarının Yorumlanması

- \bar{x} diyagramlarında döngüsel desenler yandaki gibi görünür.
- \bar{x} diyagramındaki böyle bir desen, sıcaklık, operatör yorgunluğu, operatörlerin ve/veya makinelerin düzenli rotasyonu veya voltaj veya basınçtaki dalgalanma veya üretim ekipmanındaki bazı diğer değişkenler gibi sistematik çevresel değişikliklerden kaynaklanabilir. R çizelgeleri, bazen bakım çizelgeleri, operatör yorgunluğu veya takım aşınması nedeniyle aşırı değişkenlik ile sonuçlanan döngülerini aşağı çıkaracaktır.



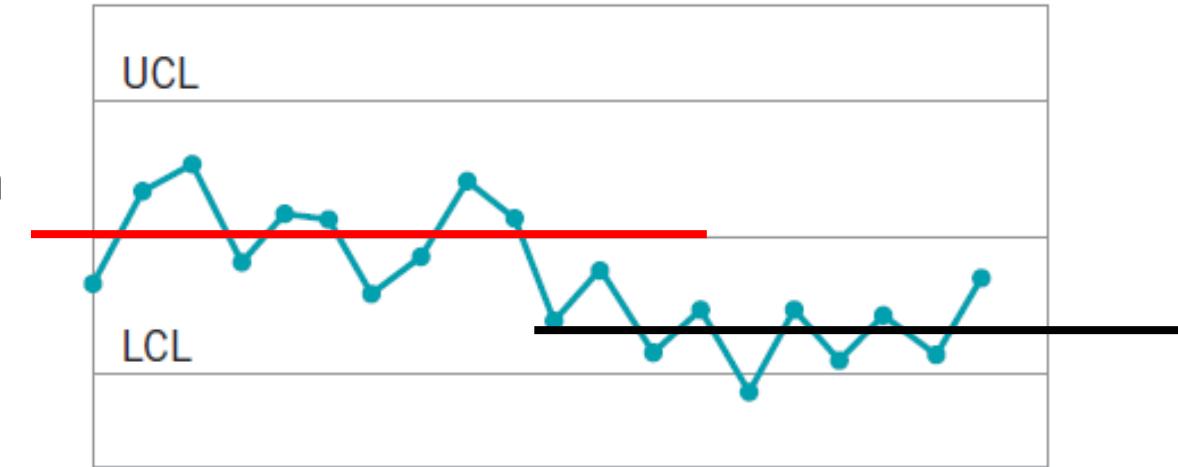
\bar{x} ve R Diyagramlarının Yorumlanması

- \bar{x} diyagramlarında karışım desenler yandaki gibi görünür.
- Yanda gösterildiği gibi, çizilen noktalar kontrol hattının sınırlarına yaklaşığı veya hafifçe dışına düştüğü zaman, merkez çizginin yakınında nispeten az sayıda nokta bulunan bir karışım ortaya çıkar.
- Bazen karışımlar, operatörlerin süreç ayarlamalarını çok sık yaptığı, sistematik nedenlerden ziyade çıktıdaki rastgele değişime tepki verdikleri "aşırı kontrol" den kaynaklanır. Birkaç karışım kaynağından gelen çıkış ürünleri (paralel makineler gibi) ortak bir akışı beslediğinde, ardından süreç izlemesi amacıyla örneklenliğinde, bir karışım paterni oluşabilir.



\bar{x} ve R Diyagramlarının Yorumlanması

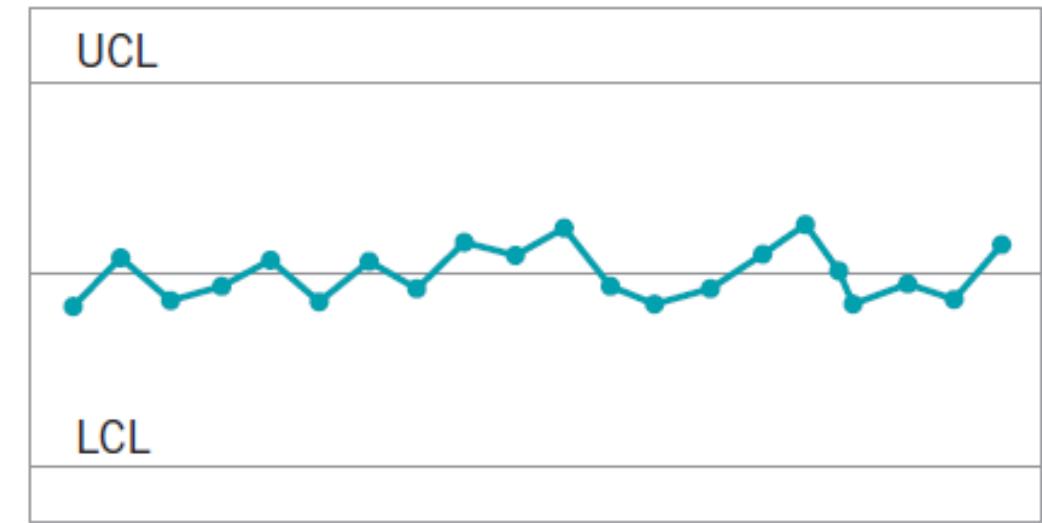
- \bar{x} diyagramlarında sıçramalı desenler yandaki gibi görünür.
- Süreçteki bu kaymalar, yeni işçi çalıştırılmasından kaynaklanıyor olabilir; yöntemlerdeki değişiklikler, hammaddeler veya makineler muayene yönteminde veya standartlarda değişiklikler ya da operatörlerin beceri, dikkat ve motivasyonlarında bir değişiklikler de sebep olabilir.
- Bazen, işçileri etkileyen motivasyon faktörlerinden dolayı, kontrol diyagramı programının kullanıma sunulmasından sonra süreç performansında bir iyileşme kaydedilebilir.



Örneklem numarası

\bar{x} ve R Diyagramlarının Yorumlanması

- \bar{x} diyagramlarında tabakalaşma yandaki gibi görünür.
- Tabakalaşma veya noktaların yapay olarak merkez çevresinde toplanması eğilimi anlamına gelir.
- Gözlenen modelde belirgin bir doğal değişkenlik eksikliği olduğu için sorun oluşturur.
- Tabakalaşmanın olası potansiyel nedeni, kontrol sınırlarının yanlış hesaplanmasıdır.
- Bu durum, örnekleme işlemi her alt gruptaki birkaç farklı temel dağılımdan bir veya daha fazla birim toplarsa da ortaya çıkabilir.
- Örneğin, beş boyutlu bir örneğin beş paralel işlemin her birinden bir gözlem yapılarak elde edildiğini varsayıyalım. Her bir örnekteki en büyük ve en küçük birimler, iki farklı dağılımdan kaynaklandığı için nispeten uzaktaysa, R hatalı şekilde şişirilecek ve \bar{x} grafiğindeki sınırların çok geniş olmasına neden olacaktır.
- Bu durumda R, ölçmek istediği şans nedeni varyasyonuna ek olarak, farklı temel dağılımlar arasındaki değişkenliği yanlış ölçüm yapmış olacaktır.



Örneklem numarası

Çalışma-Karakteristik Fonksiyonu

- \bar{x} ve R diyagramlarının süreç kalitesinde sıçramaları tespit yeteneği Çalışma-Karakteristik (OC) eğrileriyle tanımlanır.
- Standart sapma σ nın bilindiğini ve sabit olduğunu kabul edelim.
- Ortalamanın kontrol altında bir değer olan μ_0 dan μ_1 gibi diğer bir değere sıçradığını düşünelim. $\mu_1 = \mu_0 + k\sigma$ olsun.
- Bu sıçramanın ilk müteakip örneklemde tespit edilmemesinin olasılığı veya diğer bir değişle β riski aşağıdaki şekilde ifade edilebilir:

$$\beta = P\{\text{LCL} \leq \bar{x} \leq \text{UCL} \mid \mu = \mu_1 = \mu_0 + k\sigma\}$$

Çalışma-Karakteristik Fonksiyonu

$$\beta = P\{\text{LCL} \leq \bar{x} \leq \text{UCL} | \mu = \mu_1 = \mu_0 + k\sigma\}$$

- \bar{x} yaklaşık olarak μ ortalama ve σ^2/n varyans ile normal dağıldığından aşağıdaki gibi de yazılabilir:

$$\beta = \Phi\left[\frac{\text{UCL} - (\mu_0 + k\sigma)}{\sigma/\sqrt{n}}\right] - \Phi\left[\frac{\text{LCL} - (\mu_0 + k\sigma)}{\sigma/\sqrt{n}}\right]$$

- $UCL = \mu_0 + L\sigma/\sqrt{n}$ $LCL = \mu_0 - L\sigma/\sqrt{n}$ olduğundan;

$$\beta = \Phi\left[\frac{\mu_0 + L\sigma/\sqrt{n} - (\mu_0 + k\sigma)}{\sigma/\sqrt{n}}\right] - \Phi\left[\frac{\mu_0 - L\sigma/\sqrt{n} - (\mu_0 + k\sigma)}{\sigma/\sqrt{n}}\right]$$

- Sadeleştirirse;

$$\beta = \Phi(L - k\sqrt{n}) - \Phi(-L - k\sqrt{n})$$

$\Phi \rightarrow$ Standart normal dağılım kümülatif dağılım fonksiyonudur.

Çalışma-Karakteristik Fonksiyonu

1-0,9292=0,0708

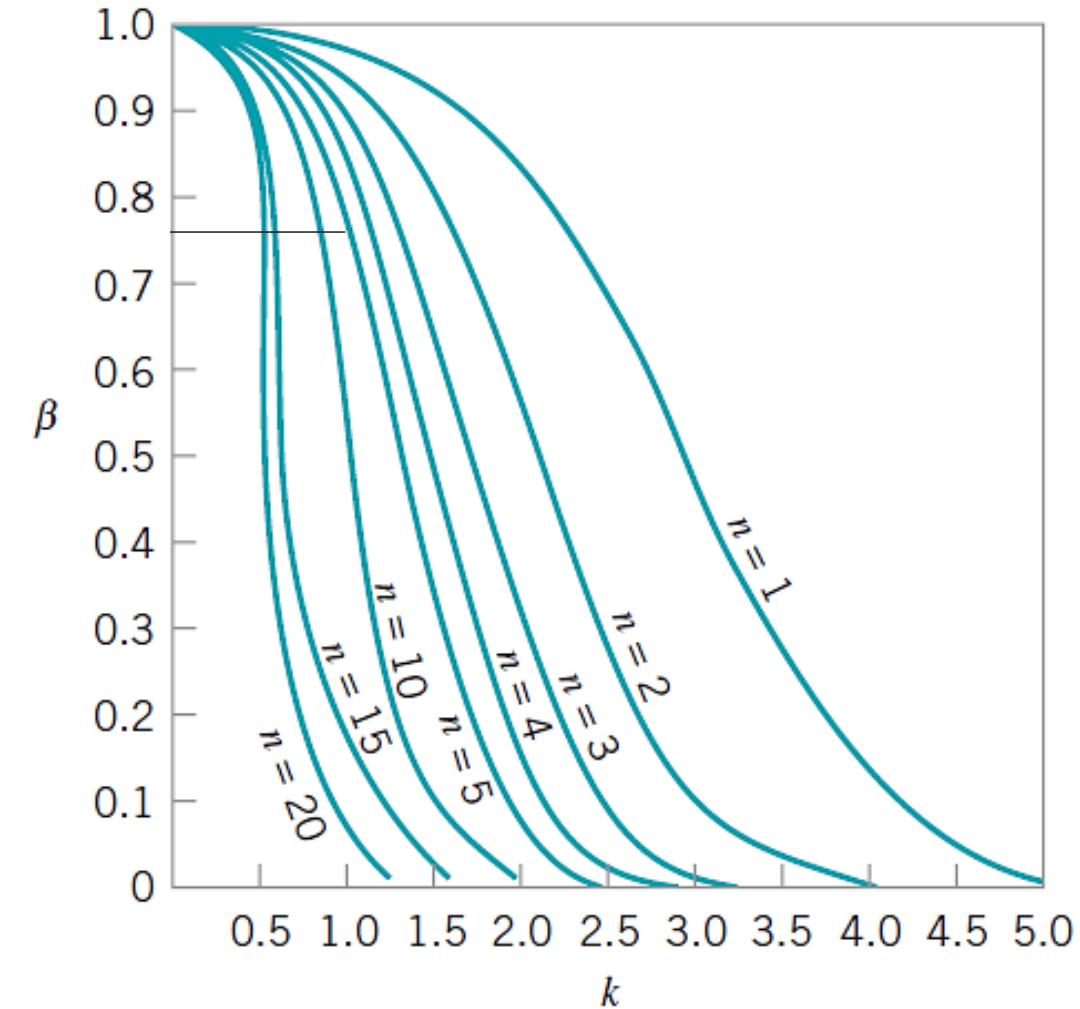
- Örnek 23: $L = 3$ (bildiğimiz 3-sigma limitidir) ile bir \bar{x} diyagramı kullandığımızı varsayıalım. Örneklem büyülüğümüz $n = 5$ olsun.
- $\mu_1 = \mu_0 + 2\sigma$ gibi bir sıçramanın müteakip örneklemde yakalanamama olasılığını bulmak isteyelim.
- $L = 3$ $k = 2$ $n = 5$ ise;
$$\beta = \Phi(L - k\sqrt{n}) - \Phi(-L - k\sqrt{n})$$

$$\begin{aligned}\beta &= \Phi[3 - 2\sqrt{5}] - \Phi[-3 - 2\sqrt{5}] \\ &= \Phi(-1.47) - \Phi(-7.37) \\ &\cong 0.0708\end{aligned}$$

β riski, ya da bir sıçramanın müteakip örneklemde yakalanamama olasılığı 0,0708 olup ; $1 - \beta = 1 - 0,0708 = 0,9292$ olasılıkla bu sıçrama yakalanabilir demektir.

Çalışma-Karakteristik Fonksiyonu

- Uygulamada kolaylık olması açısından \bar{x} diyagramları için belirli bir L değerine özel (genellikle $L = 3$ için) olarak k değerine bağımlı şekilde β değerleri bir grafiğe dökülür.
- Bu grafiğe OC eğrisi denir.



Çalışma-Karakteristik Fonksiyonu

- Ayrıca, aynı mantık ile müteakip ikinci, üçüncü ve r inci örneklemde tespit edilme olasılıkları da hesaplanabilir.
- Bu hesaplar aşağıda gösterilmiştir. Önceki grafikten $n = 5$ ve $k = 1$ için $\beta = 0,75$ yaklaşık olarak bulunur.
- Müteakip ikinci örneklemde tespit edilme olasılığı;

$$\beta(1 - \beta) = 0.75(0.25) = 0.19.$$

- Müteakip üçüncü örneklemde tespit edilme olasılığı;

$$\beta^2(1 - \beta) = (0.75^2)0.25 = 0.14.$$

- Müteakip r inci örneklemde tespit edilme olasılığı;

$$\beta^{r-1}(1 - \beta)$$

Çalışma-Karakteristik Fonksiyonu

- Bir sıçrama kaydedilmeden önce alınması gereken örneklem tekrarının beklenen değeri ARL (Average Run Length) yani ortalama çalışma uzunluğuudur. $ARL = \frac{1}{1-\beta}$ ile hesaplanır.
- Örneğimizde $\beta = 0,75$ olduğundan $ARL = 4$ olur.
- Bunun anlamı;
- $n = 5$ için 1σ lik bir sıçrama yakalamak için 4 kez örneklem almak gereklidir.

Çalışma-Karakteristik Fonksiyonu

- R diyagramlarında ise OC eğrileri yandaki gibi izlenir.
- Burada σ_0 kontrol altında olan sürecin standart sapması, σ_1 ise standart sapmadaki doğru değeri gösteriyor.
- Küçük örneklem boyutlarındaörneğin $n = 5$ olduğunda süreç standart sapması 2 kat büyüğünde sadece %35 ihtimalle sonraki örneklemelerde sıçramanın yakalanma ihtimali olduğundan bu şartlarda R diyagramları iyi sonuç vermez.
- Kalite uzmanları R diyagramlarının küçük veya orta düzeyde sıçramalara $n = 4, 5$ veya 6 için hassas olduğunu, daha büyük örneklemeler için s diyagramlarının daha iyi sonuç verdiği düşünmektedir.

