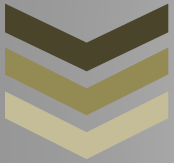


YÖNEYLEM ARAŞTIRMASI



6.DERS

YÖNEYLEM ARAŞTIRMASI

ÖRNEK: Aşağıdaki problemi verilen üç yöntemle çözünüz.

a. Kuzey Batı köşe yöntemi;

	3	2	4	5	3	6	18
3	25	15	//	//	//	//	45
2	//	20	15	//	//	//	350
5	//	//	10	10	30	///	40 30
5	//	//	//	//	0	20	20
bj	25	20	10	0	0	20	105

$b + u - 1 = 9$ gözege
olano yapılmalı
 $\sum a_i = \sum b_i = 145 //$

Bu kutulardan birine
sıfır atılır. aksi hal-
de men-1 tane gözege
olano yapmış olamıyız.
malijet = 370

YÖNEYLEM ARAŞTIRMASI

b. minimum maliyet

3	2	4	5	3	6	35
(25)	(5)	//	//	(10)	//	40 10
2	1	1	3	2	4	35
//	(10)	(25)	//	//	//	40 10
5	7	6	4	3	1	35
//	//	//	(10)	(20)	(20)	50 10
5	1	3	2	4	2	0
//	(20)	//	//	//	//	20
0	185	0	10	0 20	0	145
28	37	28		30	20	

maliyet = 290

C. Vogel yöntemi :

3) 15	④ 25	⑤ //	5) //	3) //	6) //	25 45	1	1	1	1	1	1
2) 10	③ //	1) 25	② //	2) //	4) //	150 35	0	0	1	-	-	-
5) //	7) 0	6) //	4) //	3) 30	⑥ 20	① 50	2*	1	1	1	1	4*
5) //	① 10	② 11	2) ⑤ 10	4) //	2) 10	10 25	1	1	1	1	1	3
150 35	125	0 25	0 15	30 0	36 0	105	Esitlik oldu. İbaretli gütelerden birine "0" atadık.					

1	0	2	1	1	1
1	0	2*	1	1	-
1*	0	-	① 1	1	-
2*	1	-	2	0	-
-	1	-	2*	0	-
-	1	-	-	0	-

malîyet = 280

YÖNEYLEM ARAŞTIRMASI

ÖRNEK: Problem “Kar Yapılı” olduğunda (örneğin malın getirileceği pazarda 1 birim maldan elde edilecek kar bilgisi verilirse.)

a- Kuzey Batı Köşe Yöntemi

	1	2	3	q _i
A	$\frac{20}{280}$ 280	$\frac{22}{120}$ 120	$\frac{14}{11}$ 11	$\frac{170}{470}$ 470
B	$\frac{15}{11}$ 11	$\frac{20}{260}$ 260	$\frac{13}{240}$ 240	$\frac{240}{500}$ 500
C	$\frac{21}{11}$ 11	$\frac{13}{11}$ 11	$\frac{13}{300}$ 300	$\frac{300}{300}$ 300
B _j	$\frac{0}{280}$ 280	$\frac{260}{580}$ 580	$\frac{300}{540}$ 540	$\frac{1200}{1200}$ 1200

• min ve max probleminde bu yöntem aynı şekilde uygulanır.

Kar: 21860

YÖNEYLEM ARAŞTIRMASI

b. min maliyet yöntemi (max için max kazanç olur)

	1	2	3	a_i
A	23) 280	21) 80	14) 40	320 40
B	15) 11	20) 11	13) 500	500
C	22) 11	23) 300	16) 11	0 300
B _j	2600	3600	500	1200

En büyük değeri göze atma
yapılarak başlanır. Sonra diğer-
lerinin arasında en büyük seçilir.
Kor: 21320 //

c. Vogel Yöntemi: En büyük iki göze arasındaki fark alınır. En büyük fark saptanır ve seçilen satır ve sütundaki en büyük değerli gözeye atama yapılarak devam edilir.

5

YÖNEYLEM ARAŞTIRMASI

ÖRNEK: Kar yapılı problemi Vogel Yöntemi ile çözünüz.

	2)	6)	5)	1)	600			
P ₁	600	1000	//	//	1600	4	4	4*
	2)	-1)	-4)	4)	300			
P ₂	300	//	//	900	1200	5*	1	1
	4)	6)	5)	2)	400			
P ₃	400	//	1000	//	1400	1	1	2
	1300	1000	1000	800				
	900	0	0					
	2	0	5*	2				
	2	0	5*	2				

ÖRNEK: Bir şirket arabalarını iki merkezden kiraya vermektedir. Arabaları kiralamak isteyen yerlerin istemleri sırasıyla 9,6,7,9 arabadır. Şirketin elinde 1. Merkez ve 2. Merkezde 14'er araba bulunmaktadır. Arabaların kiralandıkları merkezler ile kiralayan merkezler arasındaki birim taşıma maliyeti aşağıdaki gibidir.

	1	2	3	4
Merkez 1	45	17	21	30
Merkez 2	14	18	19	30

Başlangıç temel uygun çözümü verilen yöntemlerle belirleyiniz.

$\sum_{j=1}^n b_j = 31 \neq \sum_{i=1}^m a_i = 28$ olduğundan kukla değişken!

YÖNEYLEM ARAŞTIRMASI

a. Kuzey Batı köşe yöntemi

	1	2	3	4	a_i
I	<div>45 9</div>	<div>17 5</div>	<div>21 11</div>	<div>30 11</div>	<div>80 148</div>
II	<div>16 11</div>	<div>18 1</div>	<div>19 7</div>	<div>31 6</div>	<div>86 143</div>
Kutla	<div>0 11</div>	<div>0 11</div>	<div>0 11</div>	<div>0 3</div>	<div>0 3</div>
	<div>80</div>	<div>6</div>	<div>4</div>	<div>83</div>	<div>31</div>

YÖNEYLEM ARAŞTIRMASI

b. minimum maliyet yöntemi

	1	2	3	4	ar
\bar{I}	$\begin{matrix} 45 \\ 11 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 17 \\ 6 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 21 \\ 2 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 30 \\ 6 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 14 \\ 8 \end{matrix}$
\bar{II}	$\begin{matrix} 14 \\ 9 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 18 \\ 11 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 19 \\ 5 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 31 \\ 11 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 14 \\ 8 \end{matrix}$
kuşak	$\begin{matrix} 9 \\ 11 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 9 \\ 11 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 9 \\ 4 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 9 \\ 3 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 9 \\ 3 \end{matrix}$
b_j	90	60	72	96	31

YÖNEYLEM ARAŞTIRMASI

C. Vogel yöntemi

	1	2	3	4	5	
I	45 11	17 6	21 2	30 6	8 14	444 ² 9
II	14 9	18 4	19 5	31 4	05 14	44112 ²
V	0 11	0 11	0 11	0 3	20 20	0---
5	9 ⁰ 31 [*]	6 ⁰ 1	4 ² 2	9 ⁶ 1	31 1	

14 17 19 30^{*}

31^{*} 1 2 1

1 2 1

1 2 1

ULAŞTIRMA PROBLEMİNİN ÇÖZÜMÜ

$$P: \text{Min } Z = \sum_i \sum_j c_{ij} x_{ij}$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = a_i \quad i = 1, \dots, m \quad \text{Kaynak (Sunum)}$$

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} = b_j \quad j = 1, \dots, n \quad \text{Hedef (İstem)}$$

$$x_{ij} \geq 0$$

Kaynaklara karşılık gelen dual değişkenler v_i

Hedeflere karşılık gelen dual değişkenler w_j ile gösterilsin

$$D: \text{Max } Z = \sum_i a_i v_i + \sum_j b_j w_j$$

$$v_i + w_j \leq C_{ij} \quad i = 1, \dots, n \quad j = 1, \dots, m$$

v_i, w_j işareti belirtilmemiş

Temeldeki değişkenler için $v_i + w_j = C_{ij}$

En iyilik koşulları;

Minimum problemi için; $Z_{ij} - C_{ij} \leq 0$

Maximum problemi için; $Z_{ij} - C_{ij} \geq 0$

Olması durumunda optimal çözüme ulaşılmıştır.

YÖNEYLEM ARAŞTIRMASI

ÖRNEK PROBLEM: Problemin örnek çözümü bulunmuş. Başlangıç uygun çözüm için maliyet 1990 olarak belirlenmiştir. Verilen uygun çözümün optimal olup olmadığını kontrol etmek için temel dışı değişkenler ele alınır. Atama yapılmış gözeler temel değişkenler, boş gözeler temel dışı değişkenlerdir.

	1	2	3	4	5	QT	
A	9) $\begin{matrix} -5 \\ 0+4-9 \end{matrix}$	2) $\begin{matrix} - \\ 60 \end{matrix}$	6) $\begin{matrix} 0-6 \\ -7 \end{matrix}$	7) $\begin{matrix} 7 \\ 0 \end{matrix}$	3) $\begin{matrix} + \\ 40 \end{matrix}$	100	$v_1 = 0 \rightarrow$ keyfi verilir.
B	7) $\begin{matrix} 7 \\ 0 \end{matrix}$	5) $\begin{matrix} 5 \\ +1^* \end{matrix}$	2) $\begin{matrix} 2 \\ 80 \end{matrix}$	12) $\begin{matrix} 12 \\ 50 \end{matrix}$	6) $\begin{matrix} 6 \\ 30 \end{matrix}$	160	$v_2 = 3$
C	5) $\begin{matrix} 5 \\ 90 \end{matrix}$	4) $\begin{matrix} 4 \\ 0 \end{matrix}$	9) $\begin{matrix} 9 \\ -9 \end{matrix}$	8) $\begin{matrix} 8 \\ 50 \end{matrix}$	10) $\begin{matrix} 10 \\ -6 \end{matrix}$	140	$v_3 = +1$
bj	90	60	80	100	70	400	

$w_1 = 4 \quad v_2 = 3 \quad w_3 = -1 \quad w_4 = 7 \quad w_5 = 3$

Temel dışı değişkenler için

$v_2 + w_5 = c_{12}$ den.

dolu gözeler için

x_{12} için $c_{12} = 3$

$v_1 + w_2 = c_{12}$

$0 + w_2 = 3$

$w_2 = 3$

$$Z_{ij} - C_{ij} = v_i + w_j - C_{ij}$$

Temel dışı değişkenler;

$$x_{11} \rightarrow Z_{11} - C_{11} = v_1 + w_1 - C_{11} = 0 + 4 - 9 = -5$$

$$x_{13} \rightarrow Z_{13} - C_{13} = v_1 + w_3 - C_{13} = 0 + (-1) - 6 = -7$$

$$x_{14} \rightarrow Z_{14} - C_{14} = v_1 + w_4 - C_{14} = 0 + 7 - 7 = 0$$

$$x_{21} \rightarrow Z_{21} - C_{21} = v_2 + w_2 - C_{21} = 3 + 4 - 7 = 0$$

$$x_{22} \rightarrow Z_{22} - C_{22} = v_2 + w_2 - C_{22} = 3 + 3 - 5 = \mathbf{1}$$

$$x_{32} \rightarrow Z_{32} - C_{32} = v_3 + w_2 - C_{32} = 1 + 3 - 4 = 0$$

$$x_{33} \rightarrow Z_{33} - C_{33} = v_3 + w_3 - C_{33} = 1 + (-1) - 9 = -9$$

$$x_{35} \rightarrow Z_{35} - C_{35} = v_3 + w_5 - C_{35} = 1 + 3 - 10 = -6$$

Pozitiflerin en büyüğü temele alınır. Bu problem için en büyük pozitif değer x_{22} **temele alınır**.

Temelden ayrılacak olan değişkeni belirlemek için ulaştırma tablosundaki temel değişkenlere bir döngü oluşturulur.

Oluşturulacak Döngü İçin Kurallar:

- Döngü aynı temel olmayan değişkenle başlar ve biter.
- Döngüde temel değişkenler bir yatay bir dikey dal ile birleştirilir.
- Döngüde ard arda üç göze aynı satır ya da sütunda bulunamaz.
- Döngünün her köşe gözesi bir temel değişkene karşılık gelir.

Temel dışı kalacak değişkenin belirlenmesi:

$\Delta = \text{Min} \{ \text{Temel olmayan gözenin temel gözelerle oluşturduğu döngü boyunca çift sayılı (-) pozisyonda bulunan temel değişken değerleri} \}$

$$\Delta = \text{Min} \{60, 30\} = 30 \rightarrow x_{25} \text{ Temelden ayrılır}$$

YÖNEYLEM ARAŞTIRMASI

x_{22} temele alındı, x_{25} temelden ayrıldı. Bu durumda yeni tablo;

	1	2	3	4	5	RT	
A	3) -4	3) (30)	6) -6	2) (7) 1*	3) (70)	100	$v_1=0$
B	7) 0	5) (30)	2) (80)	10) (50)	4) -1	160	$v_2=2$
C	5) (90)	4) -1	9) -9	8) (50)	10) -7	140	$v_3=0$
bj	90	60	80	100	70		
$w_1=5 \quad w_2=3 \quad w_3=0 \quad w_4=8 \quad w_5=3$							

$x_{25} \rightarrow 30$ olduğundan
 diğerleri + 100 30
 ekle - 100 30
 çıkar.

$$Z_{ij} - C_{ij} = v_i + w_j - C_{ij}$$

$$x_{14} \rightarrow Z_{14} - C_{14} = v_1 + w_4 - C_{14} = 0 + 8 - 7 = 1$$

Diğerleri hesaplandığında tümünün (-) olduğu görülür.

YÖNEYLEM ARAŞTIRMASI

Böylece x_{14} temele alınır. Temelden Ayrılanı belirlemek için;

$\Delta = \text{Min} \{50, 30\} = 30 \rightarrow x_{12}$ Temelden ayrılır. Bu durumda yeni tablo;

	1	2	3	4	5	AT	
A	9) -5	3) -1	6) -7	7) <u>30</u>	3) <u>10</u>	100	$u_1 = 0$
B	7) 0	5) <u>60</u>	2) <u>80</u>	10) <u>20</u>	6) 0	160	$u_2 = 3$
C	5) <u>90</u>	4) -1	9) -9	8) <u>50</u>	10) -6	140	$u_3 = +1$
b _j	90	60	80	100	70		
	$w_1 = 4$	$w_2 = 2$	$w_3 = -1$	$w_4 = 7$	$w_5 = 3$		

Tüm $Z_{ij} - C_{ij} \leq 0$ olduğundan optimallik sağlandı.

$$x^* = \begin{bmatrix} x_{14} \\ x_{15} \\ x_{22} \\ x_{23} \\ x_{24} \\ x_{31} \\ x_{34} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 30 \\ 70 \\ 60 \\ 80 \\ 20 \\ 90 \\ 50 \end{bmatrix} \quad Z^* = 1930$$