

Statistiques descriptives

Cours L1 (division 2) – 2023-2024

Nouhoum Toure

nouhoum.toure@univ-paris1.fr



Cours

- 2h tous les mardis de 8h à 10h. 12 cours en tout : 24 heures.
- Objectif du cours : statistiques descriptives et utilisation d'**Excel**.
- Mais aussi : avoir un œil critique (savoir calculer mais aussi interpréter les indicateurs statistiques)
- Slides disponibles sur la plateforme EPI après le cours.
 - Ceux qui n'y ont pas accès, contactez moi !

Organisation générale et calendrier

- 2h de cours
- 2h de direction d'études (DE) par semaine à partir de la semaine du 25 septembre.
- 5 séances de 2h en salle informatique.

Notes

Contrôle continu (50%)

Partiel
(50%)

Examen 1
(40%)

Examen 2
(40%)

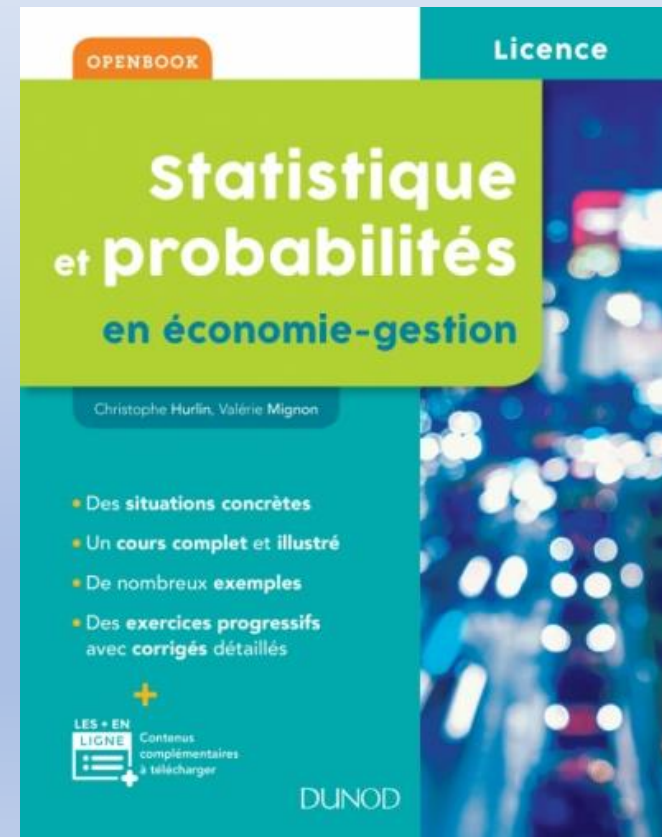
Devoir
maison
(20%)

Conseils

- Participer en classe, soyez actifs (sur le cours) !
- Faites et refaites les exercices à la maison.
 - Des « tests » pour vous entraîner sur l'EPI.
- Travaillez régulièrement.
- Soyez curieux et critiques.
- N'hésitez pas à me connecter par mail pour toute question/remarque/suggestion.

Références

- Statistiques et probabilités en économie et gestion de Christophe Hurlin et Valérie Mignon.



Introduction générale

Introduction générale

- L'analyse de données est une compétence clé pour :
 - Analyse financière
 - Analyse économique (conjecture, analyse de marché, etc.)
 - Histoire économique
 - ...
- Nous collectons de plus en plus de données :
 - Téléphones, ordinateurs (Facebook, etc.)
 - Cartes de crédit
 - Montres connectées
 - Données statistiques (Banque mondiale...)
 - Données scientifiques (météo)



Introduction générale

- L'analyse des données est une compétence clé et est très recherchée sur le marché du travail : data scientist.
- L'ère du Big Data :
 - 652 millions d'Euro en France en 2018 (285 millions en 2014 : hausse de 129%)
 - Prédications : 8% du PIB européen en 2020 (Source : Afdel)
 - 50 000 Go = volume de données créé par SECONDE en 2020 (en 1992, 100Go)

Quelques exemples

- Uber :
 - Clients : données sur le domicile, travail, fréquence d'utilisation, élasticité prix de la demande, etc.
 - Chauffeurs : données démographiques, fréquence d'utilisation, élasticité prix de l'offre, etc.
 - Permet d'adapter les prix en temps réel en de créer l'équilibre entre offre et demande.



Quelques exemples

- Facebook :
 - Possible de faire des liens entre les « j'aime » des individus et certaines caractéristiques démographiques (âge, sexe, orientation sexuelle, etc.)
 - Possible ensuite de prédire l'orientation politique de la personne par ex.
- Les supermarchés et le secteur de la publicité :
 - Grâce aux données collectées sur les achats, sur les sites visités, etc. Les entreprises peuvent cibler leurs clients : leur offrir des bons d'achat par ex.
 - Mais elles peuvent aussi prédire certains événements : prédiction pour femmes enceintes par ex.

Programme de l'année

5 chapitres de statistiques descriptives : résumer et synthétiser l'ensemble des données étudiées grâce à des graphiques, tableaux et indicateurs.

- Chapitre 1 : Analyse du changement économique (notions fondamentales, grandeurs simples)
- Chapitre 2 : Analyse du changement économique (grandeurs complexes)
- Chapitre 3 : Les séries temporelles
- Chapitre 4 : Distribution à un caractère (analyse d'une variable)
- Chapitre 5 : Distribution à deux caractères (liaison entre 2 variables)

Chapitre 1

Notions fondamentales pour l'analyse du changement économique (grandeurs simples)



Sommaire du chapitre

Chapitre sur l'analyse du changement, les variations.

1. Effet taille et lisibilité des données : pourcentages
2. Taux de variation et Cie
3. Les indices élémentaires
4. Evolution en glissement et évolution en moyenne

1- Effet taille et lisibilité des données

Grandeurs relatives

Répartition des jeunes sortis du système éducatif en 1998 selon le niveau d'études et la situation professionnelle 3 ans après la sortie

	Emploi	Chômage	Autres	Total
Niveau inférieur au bac	201810	42706	29050	273566
Bac	157465	13101	20960	191526
Etudes supérieures	251889	12170	12394	276453
Total	611164	67977	62404	741545

- Tableau à double entrée
- Données brutes pas très lisibles
- Pour être plus lisibles : pourcentages.

Grandeurs relatives

- Supprimer l'effet de taille et « raisonner en base 100(%) »
- Commençons dans un premier temps à raisonner par **colonne**

	Emploi	Chômage	Autres	Total
Niveau inférieur au bac	201810	42706	29050	273566
Bac	157465	13101	20960	191526
Etudes supérieures	251889	12170	12394	276453
Total	611164	67977	62404	741545

Sur 611 164 personnes en situation d'emploi 3 ans après leur fin d'étude, 201 810 ont un niveau d'étude inférieur au bac ➡ ??%

Répartition des jeunes sortis du système éducatif en 1998 selon le niveau d'études et la situation professionnelle 3 ans après la sortie

	Emploi	Chômage	Autres	Total
Niveau inférieur au bac	201810	42706	29050	273566
Bac	157465	13101	20960	191526
Etudes supérieures	251889	12170	12394	276453
Total	611164	67977	62404	741545

Niveau d'études de la génération 98 selon la situation professionnelle

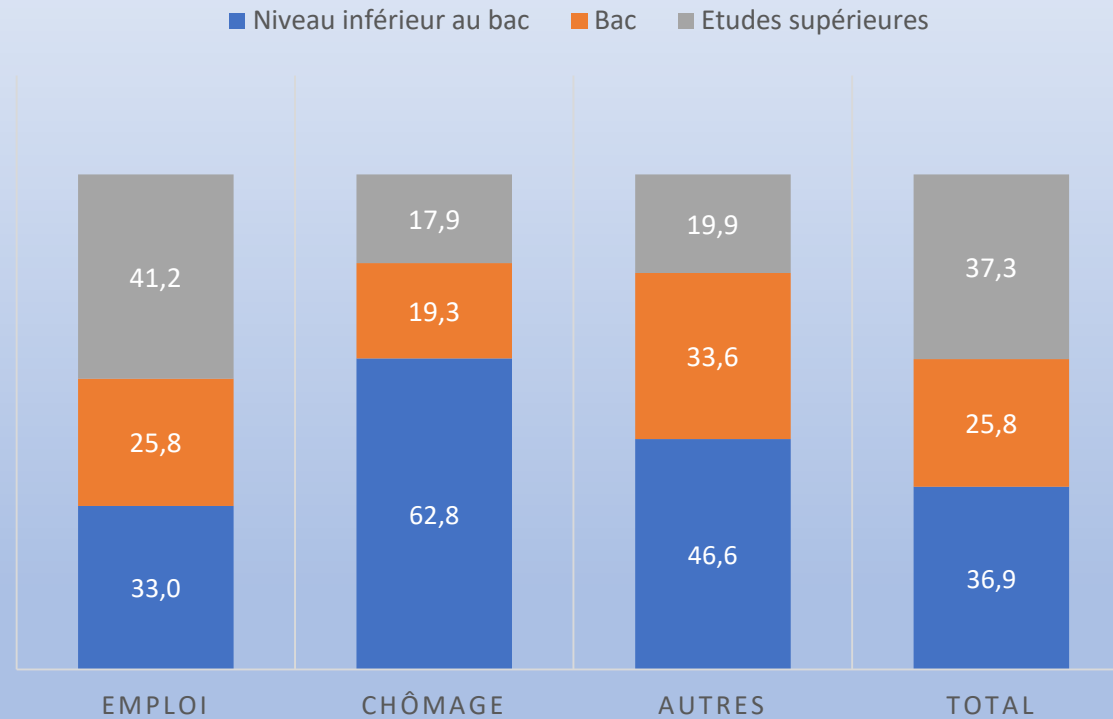
	Emploi	Chômage	Autres	Total
Niveau inférieur au bac	33%	62,8%	46,6%	36,9%
Bac	25,8%	19,3%	33,6%	25,8%
Etudes supérieures	41,2%	17,9%	19,9%	37,3%
Total	100%	100%	100%	100%

En comparant les proportions à la dernière colonne, on voit que :

- *Sur-représentation des études sup. dans la catégorie Emploi.*
- *Sur-représentation des Niveau inférieur dans la catégorie Chômage.*

Diagramme à barre

**DIAGRAMME À BARRE SELON LA SITUATION
PROFESSIONNELLE**



Grandeurs relatives

- On peut faire selon le niveau d'études plutôt que selon la situation professionnelle ➔ raisonnement en **ligne**

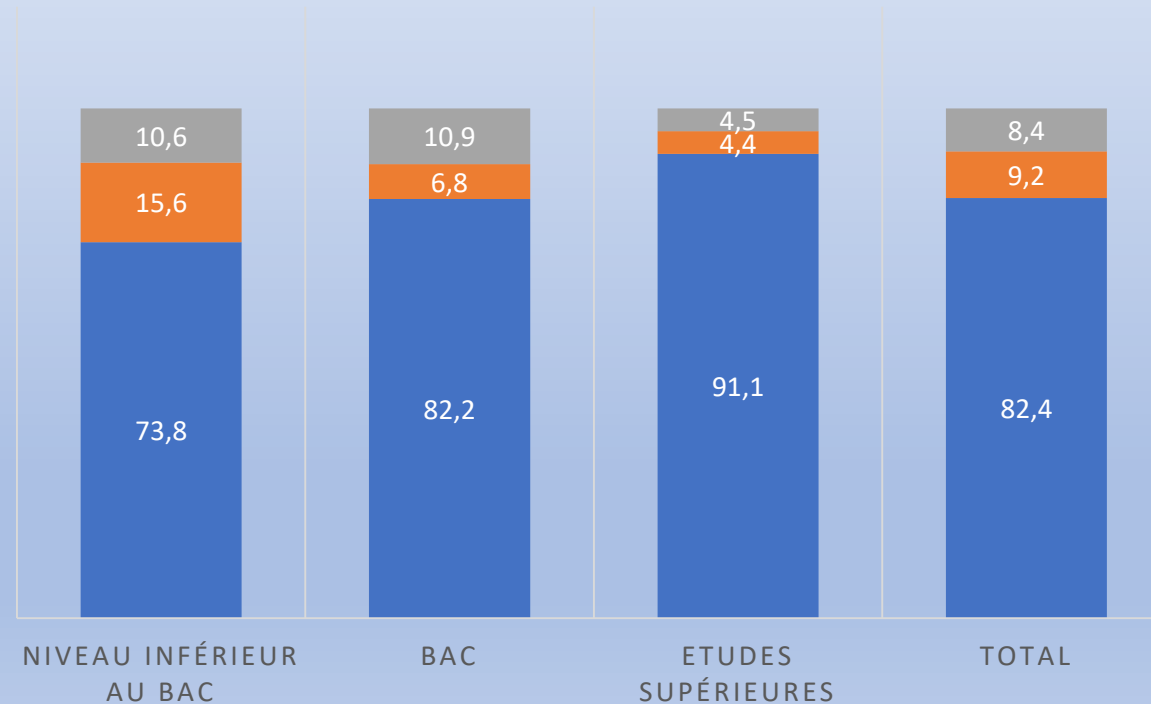
Niveau d'études de la génération 98 selon le niveau d'étude

	Emploi	Chômage	Autres	Total
Niveau inférieur au bac	73,8%	15,6%	10,6%	100%
Bac	82,2%	6,8%	10,9%	100%
Etudes supérieures	91,1%	4,4%	4,5%	100%
Total	82,4%	9,2%	8,4%	100%

Diagramme à barre

DIAGRAMME À BARRE SELON LE NIVEAU D'ÉTUDES

■ Emploi ■ Chômage ■ Autres

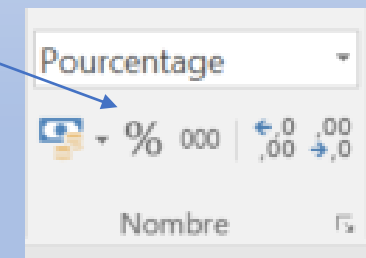


Utilisation du \$

SOMME		=B2/B\$5				
	A	B	C	D	E	F
1		Emploi	Chômage	Autres	Total	
2	Niveau inférieur au bac	201810	42706	29050	273566	
3	Bac	157465	13101	20960	191526	
4	Etudes supérieures	251889	12170	12394	276453	
5	Total	611164	67977	62404	741545	
6						
7						
8						
9	% situation pro	Emploi	Chômage	Autres	Total	
10	Niveau inférieur au bac	=B2/B\$5	62,82%	46,55%	36,89%	
11	Bac	25,76%	19,27%	33,59%	25,83%	
12	Etudes supérieures	41,21%	17,90%	19,86%	37,28%	
13	Total	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	

Pour connaître la proportion des jeunes qui ont un niveau inférieur au bac parmi ceux qui ont un emploi.

Pour avoir les données en pourcentages (au lieu d'avoir 0,2576, on veut 25,76%), on ne multiplie pas par 100, on clique sur :



Dollar placé entre la lettre et le chiffre : on bloque la donnée 611 164. Lorsqu'on « tire » la formule vers le bas, on divise bien toujours par le total. B5 est « fixé » à la verticale.

Utilisation du dollar

SOMME ✕ ✓ fx =B2/\$E2					
	A	B	C	D	E
1		Emploi	Chômage	Autres	Total
2	Niveau inférieur au bac	201810	42706	29050	273566
3	Bac	157465	13101	20960	191526
4	Etudes supérieures	251889	12170	12394	276453
5	Total	611164	67977	62404	741545
6					
7					
8					
9	% situation pro	Emploi	Chômage	Autres	Total
10	Niveau inférieur au bac	33,02%	62,82%	46,55%	36,89%
11	Bac	25,76%	19,27%	33,59%	25,83%
12	Etudes supérieures	41,21%	17,90%	19,86%	37,28%
13	Total	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%
14					
15					
16	% niveau études	Emploi	Chômage	Autres	Total
17	Niveau inférieur au bac	=B2/\$E2	15,61%	10,62%	100,00%
18	Bac	82,22%	6,84%	10,94%	100,00%
19	Etudes supérieures	91,11%	4,40%	4,48%	100,00%
20	Total	82,42%	9,17%	8,42%	100,00%
21					

On place le dollar sur le côté pour que lorsqu'on « tire » la formule sur le côté, on divise bien toujours le numérateur par 273 566. E2 est fixé horizontalement.

Données actualisées

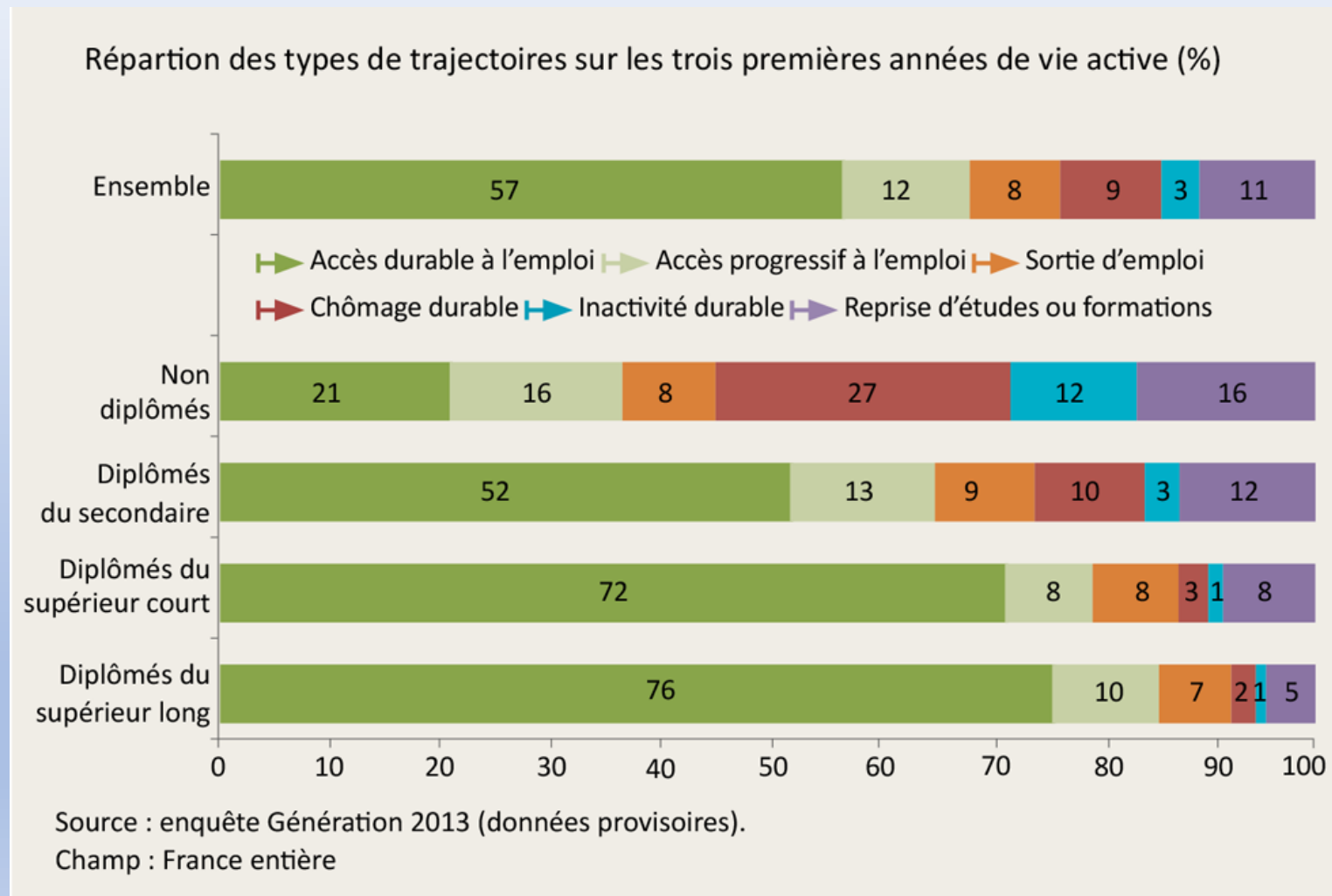
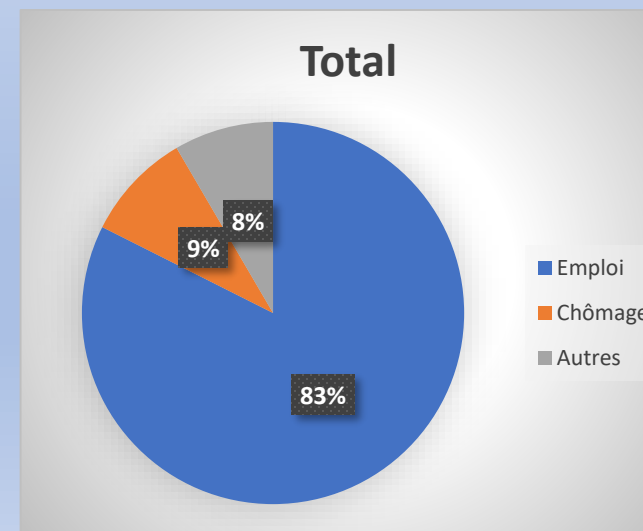
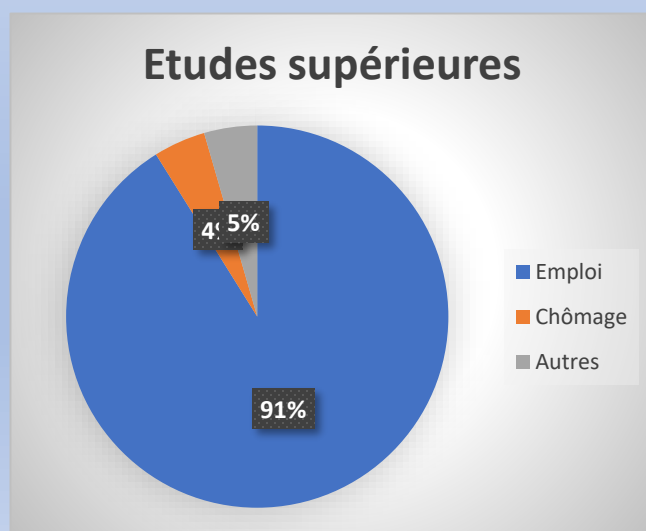
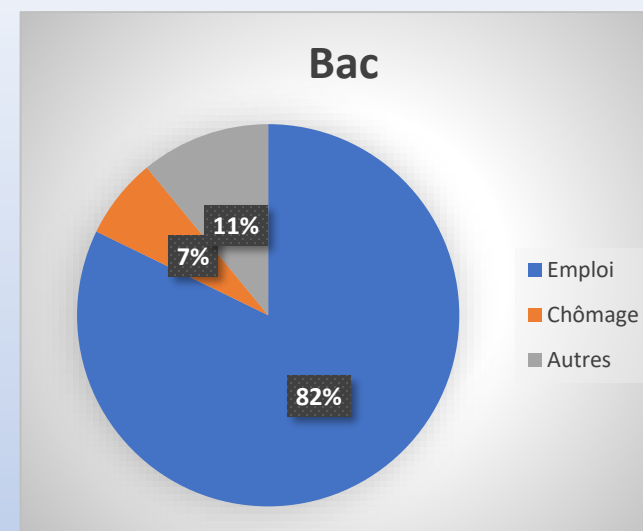
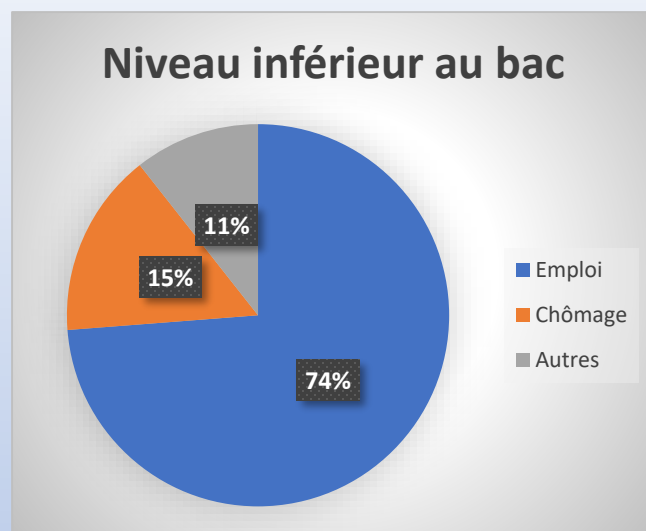


Diagramme par secteurs (« camembert »)



Pourcentages

- Caractéristiques des pourcentages
 - Nombre sans dimension
 - Indique une valeur relative à un total
 - Gomme l'effet de taille
- Un pourcentage exprime
 - Une répartition ou une structure. La somme est toujours égale à 100%
 - Une proportion (une part) d'une variable avec une grandeur extérieure. Ex : en 2017, le PIB US = 19 390 milliards \$ et PIB Chine = 12 237 milliards \$ ➔ le PIB de la Chine représente 63,11% du PIB des US.
 - Une variation relative dans le temps et l'espace : taux de variation.

2- Taux de variation et Cie.

- a) Ecart absolu
- b) Taux de variation
- c) Coefficient multiplicateur
- d) Propriétés

Conseil

- Lorsqu'on parle de variation, on parle toujours de variation entre une date et une autre date. N'oubliez pas de les préciser.
- On a une date de départ (généralement plus ancienne) et une date d'arrivée (généralement plus récente).

2- a) Ecart absolu

PIB en valeur, population et PIB/hab. en Ile de France

	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014
PIB, milliard d'euros	576,4	559,1	589,3	615,7	629,5	643,6	649,6
pop, millions d'hab.	11,7	11,8	11,8	11,8	11,9	12	12
PIB/hab. en milliers d'euros	49,3	47,6	49,9	52,2	52,9	53,6	54,1

Source : INSEE

Ecart absolu entre temps 1 et temps 0 = $x_1 - x_0$.

$$x_{2014} - x_{2008} = 649,6 - 576,4 = 73,2.$$

Pas satisfaisant, cela ne signifie pas grand chose.
Il vaut mieux raisonner sur les **écarts relatifs**.

$v_{1/0}$ veut dire taux de variation en 1, base 0

2- b) Taux de variation

$$\text{Taux de variation} = \frac{\text{valeur d'arrivée} - \text{valeur de départ}}{\text{valeur de départ}}$$

$$v_{1/0} = \frac{x_1 - x_0}{x_0}$$

(Et pour obtenir le taux de variation en pourcentage, on multiplie par 100 !)

Indique **de quel pourcentage** la grandeur varie entre la situation de départ et la situation d'arrivée.

Quel est le taux de variation du **PIB/hab.** entre 2008 et 2014 ? Et entre 2008 et 2010 ?

PIB en valeur, population et PIB/hab. en Ile de France

	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014
PIB, milliard d'euros	576,4	559,1	589,3	615,7	629,5	643,6	649,6
pop, millions d'hab.	11,7	11,8	11,8	11,8	11,9	12	12
PIB/hab. en milliers d'euros	49,3	47,6	49,9	52,2	52,9	53,6	54,1

Source : INSEE

2- b) Taux de variation

Taux de variation en % par rapport à l'année précédente

	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014
PIB, milliard d'euros		-3,00%	5,40%	4,48%	2,24%	2,24%	0,93%
pop, millions d'hab.		0,85%	0,00%	0,00%	0,85%	0,84%	0,00%
PIB/hab en milliers d'euros		-3,45%	4,75%	4,65%	1,38%	1,39%	0,93%

Source : INSEE

Pour les formules Excel, pas besoin de \$ ici pour la formule étirable à droite.

Taux de variation annuelle en % par rapport à 2008

	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014
PIB, milliard d'euros		-3,00%	2,24%	6,82%	9,21%	11,66%	12,70%
pop, millions d'hab.		0,85%	0,85%	0,85%	1,71%	2,56%	2,56%
PIB/hab en milliers d'euros		-3,45%	1,13%	5,84%	7,30%	8,79%	9,80%

Source : INSEE

Ici, on « fixe » la valeur de 2008 horizontalement.

Taux de variation annuelle en % par rapport à l'année précédente

	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014
PIB, milliard d'euros		-3,00%	5,40%	4,48%	2,24%	2,24%	0,93%
pop, millions d'hab.		0,85%	0,00%	0,00%	0,85%	0,84%	0,00%
PIB/hab en milliers d'euros		-3,45%	4,75%	4,65%	1,38%	1,39%	0,93%

PIB, milliard d'euros, taux de variation annuelle



Attention, le PIB ne baisse pas entre 2010 et 2014 ! Il augmente mais de manière moins rapide qu'entre 2009 et 2010 par ex (où le taux de variation était de 5,40%)

2- c) Coefficient multiplicateur

$$\text{Coefficient multiplicateur} = \frac{\text{valeur d'arrivée}}{\text{valeur de départ}}$$

$$m_{1/0} = \frac{x_1}{x_0}$$

- Indique **le nombre par lequel la grandeur est multipliée** entre la situation de départ et la situation d'arrivée.
- Quel est le coef. multiplicateur du PIB/hab. entre 2011 et 2014 ? Entre 2008 et 2014 ?

PIB en valeur, population et PIB/hab. en Ile de France

	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014
PIB, milliard d'euros	576,4	559,1	589,3	615,7	629,5	643,6	649,6
pop, millions d'hab.	11,7	11,8	11,8	11,8	11,9	12	12
PIB/hab. en milliers d'euros	49,3	47,6	49,9	52,2	52,9	53,6	54,1

Source : INSEE

2- c) Coefficients multiplicateurs

Coef multiplicateur du PIB, de la pop et du PIB par habitant par rapport à l'année précédente

	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014
PIB, milliard d'euros		0,970	1,054	1,045	1,022	1,022	1,009
pop, millions d'hab.		1,009	1,000	1,000	1,008	1,008	1,000
PIB/hab en milliers d'euros		0,966	1,047	1,047	1,014	1,014	1,009

Source : INSEE

Pour les formules excel,
pas besoin de \$ ici pour la
formule étirable à droite.

Coef multiplicateur du PIB, de la pop et du PIB par habitant par rapport à 2008

	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014
PIB, milliard d'euros		0,970	1,022	1,068	1,092	1,117	1,127
pop, millions d'hab.		1,009	1,009	1,009	1,017	1,026	1,026
PIB/hab en milliers d'euros		0,966	1,011	1,058	1,073	1,088	1,098

Source : INSEE

Ici, on « fixe » la valeur de
2008 horizontalement.

2- d) Propriétés du taux de variation et coefficient multiplicateur

- **Relation entre taux de variation et coef multiplicateur :**

$$\begin{aligned}\text{Taux de variation} &= \text{coef multiplicateur} - 1 \\ \text{Taux de variation en \%} &= 100 * (\text{coef multiplicateur} - 1)\end{aligned}$$

Réciproquement :

$$\text{Coef multiplicateur} = 1 + \text{taux de variation}$$

Par conséquent :

- Si coef multiplicateur $> 1 \rightarrow$ Taux de variation $> 0 \rightarrow$ augmentation
- Si coef multiplicateur $< 1 \rightarrow$ Taux de variation $< 0 \rightarrow$ diminution
- Taux de variation et coef multiplicateur sont des nombres sans dimension.

2- d) Propriétés : Non-additivité

- **1- Non-additivité du taux de variation et du coefficient multiplicateur.**
- Raison : Le pourcentage n'est pas appliqué sur la même base
- Ex : Une baisse de 5% n'annule pas une hausse de 5%. Une hausse de 5% équivaut à un coef multiplicateur de 1,05, une baisse de 5% équivaut à un coef multiplicateur de 0,95 ($1+(-0,05)$) → cumul sur les deux périodes = $1,05 \times 0,95 = 0,9975$ (et donc une baisse de 0,25% et non de 0%)
- Soldes : une remise de 20% + une deuxième remise de 10% n'équivaut pas à une remise de 30%. Quelle est la remise au final ?
- L'audience d'un programme télé a augmenté de 10% entre la 1ère et la 2ème émission et a baissé de 20% entre la 2ème et la 3ème émission. Comment a-t-elle évolué entre la 1ère et la 3ème émission ?
- L'ordre n'importe pas.

2- d) Propriétés : transitivité

- **2- Transitivité du coefficient multiplicateur.**

- Si on connaît la valeur du multiplicateur entre 2008 et 2009 ($m_{09/08}$) et celle du multiplicateur entre 2009 et 2010 ($m_{10/09}$).
- Le multiplicateur entre 2008 et 2010: $m_{10/08} = m_{09/08} \times m_{10/09}$. (attention aux arrondis)
- Généralisation : $m_{n/0} = m_{n/n-1} \times m_{n-1/n-2} \times \dots \times m_{1/0}$

PIB en valeur, population et PIB/hab. en Ile de France

	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014
PIB, milliard d'euros	576,4	559,1	589,3	615,7	629,5	643,6	649,6
pop, millions d'hab.	11,7	11,8	11,8	11,8	11,9	12	12
PIB/hab. en milliers d'euros	49,3	47,6	49,9	52,2	52,9	53,6	54,1

2- d) Propriétés : transitivité du coef multiplicateur

PIB en valeur, population et PIB/hab. en Ile de France

	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014
PIB, milliard d'euros	576,4	559,1	589,3	615,7	629,5	643,6	649,6
pop, millions d'hab.	11,7	11,8	11,8	11,8	11,9	12	12
PIB/hab. en milliers d'euros	49,3	47,6	49,9	52,2	52,9	53,6	54,1

Source : INSEE

Coef multiplicateur du PIB, de la pop et du PIB par habitant par rapport à l'année précédente

	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014
PIB, milliard d'euros		0,970	1,054	1,045	1,022	1,022	1,009
pop, millions d'hab.		1,009	1,000	1,000	1,008	1,008	1,000
PIB/hab. en milliers d'euros		0,966	1,047	1,047	1,014	1,014	1,009

Source : INSEE

Coef multiplicateur du PIB, de la pop et du PIB par habitant par rapport à 2008

	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014
PIB, milliard d'euros		0,970	1,022	1,068	1,092	1,117	1,127
pop, millions d'hab.		1,009	1,009	1,009	1,017	1,026	1,026
PIB/hab. en milliers d'euros		0,966	1,011	1,058	1,073	1,088	1,098

Source : INSEE

$$= 0,97 \times 1,054 \times 1,045 \\ \times 1,022 \times 1,022 \times 1,009$$

1,127

2- d) Propriétés : non transitivité du taux de variation

PIB en valeur, population et PIB/hab. en Ile de France

	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014
PIB, milliard d'euros	576,4	559,1	589,3	615,7	629,5	643,6	649,6
pop, millions d'hab.	11,7	11,8	11,8	11,8	11,9	12	12
PIB/hab. en milliers d'euros	49,3	47,6	49,9	52,2	52,9	53,6	54,1

Source : INSEE

Taux de variation annuelle en % par rapport à l'année précédente

	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014
PIB, milliard d'euros		-3,00%	5,40%	4,48%	2,24%	2,24%	0,93%
pop, millions d'hab.		0,85%	0,00%	0,00%	0,85%	0,84%	0,00%
PIB/hab. en milliers d'euros		-3,45%	4,75%	4,65%	1,38%	1,39%	0,93%

Source : INSEE

Taux de variation en % par rapport à 2008

	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014
PIB, milliard d'euros		-3,00%	2,24%	6,82%	9,21%	11,66%	12,70%
pop, millions d'hab.		0,85%	0,85%	0,85%	1,71%	2,56%	2,56%
PIB/hab. en milliers d'euros		-3,45%	1,13%	5,84%	7,30%	8,79%	9,80%

Source : INSEE

On ne peut pas multiplier ou additionner les taux de variation annuelle pour trouver le taux de variation par rapport à 2008.

Erreurs dans les médias...

- Vidéo du présentateur du JT :
<https://www.youtube.com/watch?v=SlfsDdmfwnQ>
- Quelle est la réelle augmentation ?
- $1,06 * 1,06 * 1,06 * 1,06 * 1,06 = 1,06^5 = 1,3382$
- La véritable augmentation est donc de 33,82% !
- Vidéo de Valérie Pécresse : https://www.youtube.com/watch?v=lgg-OTMrIb4&ab_channel=YvanMonka
- Problème différent mais intéressant aussi.

2- d) Propriétés : non-additivité

- TUTO : Détecter des graphiques trompeurs – DEFAKATOR
<https://www.youtube.com/watch?v=crTt-QlyS-o>
<https://cortecs.org/materiel/mathematiques-comment-tromper-avec-des-graphiques/>

Sommaire du chapitre

Chapitre sur l'analyse du changement, les variations.

1. Effet taille et lisibilité des données : pourcentages
2. Taux de variation et Cie
3. Les indices élémentaires
4. Evolution en glissement et évolution en moyenne

3- Les indices (élémentaires)

- a) Définition
- b) Propriétés

3- a) Les indices : définition

- 3^{ème} façon d'exprimer une variation relative
- On fait comme si la valeur de départ était égale à 100. La situation de départ correspond à la base 100.
- Relation avec le coef. multiplicateur:

$$I_{1/0} = 100 \times \text{coef multiplicateur}_{1/0} = 100m_{1/0} = 100 \times \frac{x_1}{x_0}$$

- Relation avec le taux de variation

$$I_{1/0} = 100 + 100 \times v_{1/0}$$

$$I_{1/0} = 100 + tx \text{ variation}_{1/0} \text{ en \%}$$

- Transformation des données du PIB en base 100 en 2008.

Exemple

PIB en valeur, population et PIB/hab. en Ile de France

	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014
PIB, milliard d'euros	576,4	559,1	589,3	615,7	629,5	643,6	649,6
pop, millions d'hab.	11,7	11,8	11,8	11,8	11,9	12	12
PIB/hab. en milliers d'euros	49,3	47,6	49,9	52,2	52,9	53,6	54,1

Source : INSEE

Indices du PIB, de la pop et du PIB/hab., base 100 en 2008

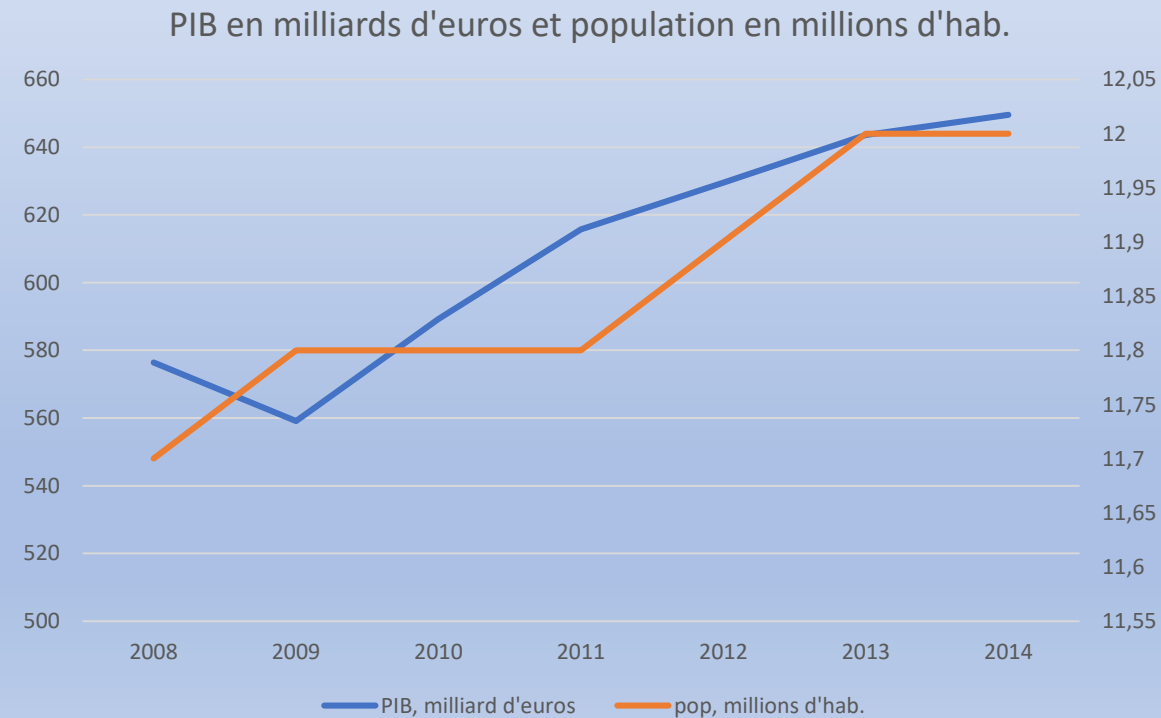
	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014
PIB, milliard d'euros	100	97,00	102,24	106,82	109,21	111,66	112,70
pop, millions d'hab.	100	100,85	100,85	100,85	101,71	102,56	102,56
PIB/hab. en milliers d'euros	100	96,55	101,13	105,84	107,30	108,79	109,80

Source : INSEE

- Indice base 100 en 2008 du PIB 2014 ?
- Quel est le taux de variation entre 2008 et 2014 ?
- Ici, c'est cumulé sur 6 ans.

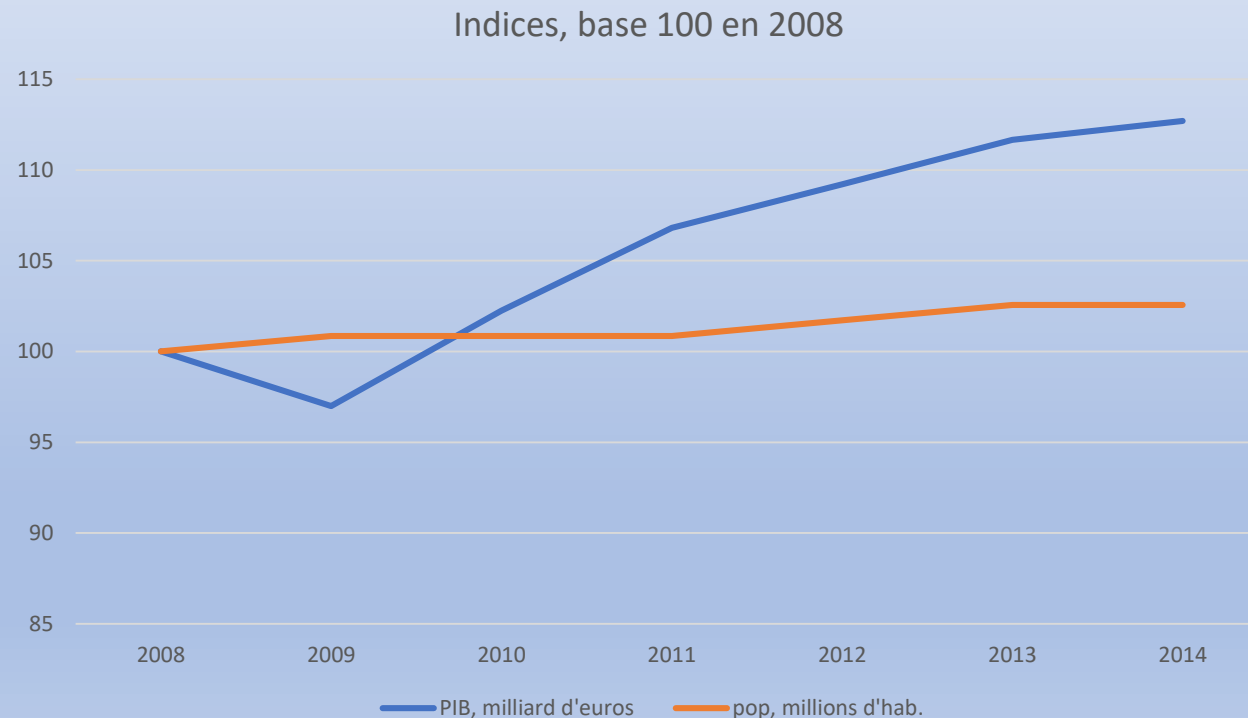
3- a) Les indices : définition

- Ils permettent également de normaliser à 100 pour pouvoir voir l'évolution des deux variables.



3- a) Les indices : définition

- Ils permettent également de **normaliser à 100** pour pouvoir voir l'évolution des deux variables.



3- a) Les indices : calcul d'après des taux de variation

	2015	2016	2017	2018
Taux de croissance du PIB	1,11%	1,10%	2,26%	1,72%
Coefficients multiplicateurs				
Indices base 100 en 2015				

- On a un taux de croissance (taux de variation). Si on veut les convertir en indices :
 - On calcule les coefficients multiplicateurs (par rapport à l'année précédente)
 - On converti en indices base 100 l'année de départ (2015 ici)
 - Si on veut directement l'indice en 2018 base 100 en 2015, on cumule les coef multi.

3- a) Les indices : calcul d'après des taux de variation

	2015	2016	2017	2018
Taux de croissance du PIB	1,11%	1,10%	2,26%	1,72%
Coefficients multiplicateurs	1,0111	1,0110	1,0226	1,0172
Indices base 100 en 2015	100	101,1	103,38	105,16

- On a un taux de croissance (taux de variation). Si on veut les convertir en indices :
 - On calcule les coefficients multiplicateurs (par rapport à l'année précédente)
 - On converti en indices base 100 l'année de départ (2015 ici)
 - Si on veut directement l'indice en 2018 base 100 en 2015, on cumule les coef multi.

3- b) Propriétés des indices base 100

- La valeur d'un indice **n'a de sens que par rapport à sa base.**
- Exprimer une variation en indice revient à **ramener à 100 la valeur de départ.**
- Parfois, il n'y a pas de base 100 « naturelle » : par exemple si on veut comparer plusieurs pays. Quelle base (référence) choisit-on ?

3- b) Propriétés des indices base 100

- **Les indices sont transitifs** (transférables), se cumulent ou s'enchainent (comme les coefficients multiplicateurs → comme c'est juste $\times 100$).

$$I_{1/0} \times I_{2/1} = I_{2/0} \times 100 \rightarrow I_{2/1} = \frac{I_{2/0}}{I_{1/0}} \times 100$$

- Grâce à cette propriété : possible de faire des changements de base : on veut $I_{14/12}$.

Transitivité (exemple): $I_{14/12} = \frac{I_{14/08}}{I_{12/08}} \times 100$

De manière générale, (passer d'une série en base 100 en 0 en une série base 100 en n), on a :

$$I_{t/n} = 100 \times \frac{I_{t/0}}{I_{n/0}}$$

3- b) Propriétés des indices base 100

- Généralisation de la transitivité : soit une grandeur observée aux dates (0, ..., n), on a :

$$I_{n/0} = I_{n/n-1} \times I_{n-1/n-2} \dots \times I_{1/0} \times \frac{1}{100^{(n-0)-1}}$$

date de fin – date de départ -1

Intérêt de cette propriété : les indices sont enchainables et elle permet le changement de base :

$$I_{t/n} = 100 \cdot \frac{I_{t/0}}{I_{n/0}}$$

Formule permettant de passer d'une base 100 en 0 à une base 100 en n.

Base 100 en n

Base 100 en 0

3- b) Propriétés des indices base 100

- Changement de base sur Excel : au lieu d'avoir la base 100 en 2008, on la veut en 2014. Comment faire ?

Indices du PIB, de la pop et du PIB/hab, base 100 en 2014

	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014
PIB, milliard d'euros	88,73	86,07	90,72	94,78	96,91	99,08	100,00
pop, millions d'hab.	97,50	98,33	98,33	98,33	99,17	100,00	100,00
PIB/hab en milliers d'euros	91,07	87,93	92,10	96,39	97,72	99,08	100,00

Source : INSEE

- Remarque : calculer la variation entre 0 et 1 ne donne pas les mêmes résultats entre 1 et 0.

3- b) Propriétés des indices base 100

- Réversibilité des indices

$$I_{1/0} = \frac{1}{I_{0/1}} \times 100^2$$

Indices du PIB, de la pop et du PIB/hab., base 100 en 2008

	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014
PIB, milliard d'euros	100	97,00	102,24	106,82	109,21	111,66	112,70
pop, millions d'hab.	100	100,85	100,85	100,85	101,71	102,56	102,56
PIB/hab. en milliers d'euros	100	96,55	101,13	105,84	107,30	108,79	109,80

Source : INSEE

$$112,70 = \frac{1}{88,73} \times 100^2$$

Indices du PIB, de la pop et du PIB/hab, base 100 en 2014

	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014
PIB, milliard d'euros	88,73	86,07	90,72	94,78	96,91	99,08	100,00
pop, millions d'hab.	97,50	98,33	98,33	98,33	99,17	100,00	100,00
PIB/hab en milliers d'euros	91,07	87,93	92,10	96,39	97,72	99,08	100,00

Source : INSEE

3- c) Taux annuel moyen de variation (TAMV)

Taux de variation annuelle en % par rapport à l'année précédente

	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014
PIB, milliard d'euros		-3,00%	5,40%	4,48%	2,24%	2,24%	0,93%
pop, millions d'hab.		0,85%	0,00%	0,00%	0,85%	0,84%	0,00%
PIB/hab. en milliers d'euros		-3,45%	4,75%	4,65%	1,38%	1,39%	0,93%

Source : INSEE

- A quel taux le PIB par hab. a crû **en moyenne** par an entre 2008 et 2014 ?
- On fait la moyenne arithmétique des taux de variation annuels ? FAUX.
- **Encore une fois, il faut raisonner avec les coefficients multiplicateurs (ou les indices élémentaires), car on ne peut pas additionner des taux.**
- Le TAMV est le taux annuel constant auquel la grandeur aurait dû varier pour connaître la version globale enregistrée.

3- c) Taux annuel moyen de variation (TAMV)

Coef multiplicateur du PIB, de la pop et du PIB par habitant par rapport à 2008

	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014
PIB, milliard d'euros		0,970	1,022	1,068	1,092	1,117	1,127
pop, millions d'hab.		1,009	1,009	1,009	1,017	1,026	1,026
PIB/hab en milliers d'euros		0,966	1,011	1,058	1,073	1,088	1,098

Source : INSEE

- Entre 2008 et 2014, le PIB par habitant a été multiplié par 1,098.
- Par quel nombre constant aurait-il dû être multiplié chaque année pour que l'on retrouve cette augmentation globale ?
- $1,098 = \bar{m} \times \bar{m} \times \bar{m} \times \bar{m} \times \bar{m} \times \bar{m} = \bar{m}^6$
- $\text{TAMV} = \bar{m} - 1 = \sqrt[6]{1,098} - 1 = 1,098^{\frac{1}{6}} - 1 = 1,0157 - 1 = 0,0157$
- Chaque année, en moyenne, le PIB/hab a augmenté de 1,57%.

3- c) Taux annuel moyen de variation (TAMV)

- Le TAMV est tel que :

$$(1 + TAMV_{t,0})^t = m_{t/0}$$

$$1 + TAMV_{t,0} = \sqrt[t]{m_{t/0}} \Rightarrow TAMV_{t,0} = m_{t/0}^{1/t} - 1$$

Faire attention : s'il y a 7 dates, $t = 6$.

Le TAMV n'est donc pas la moyenne des taux de variation annuels !

- Quiz 1 : un chef d'entreprise veut que son entreprise double son CA en 5 ans. A quel taux son CA doit croître en moyenne par an pour que l'objectif soit atteint ?

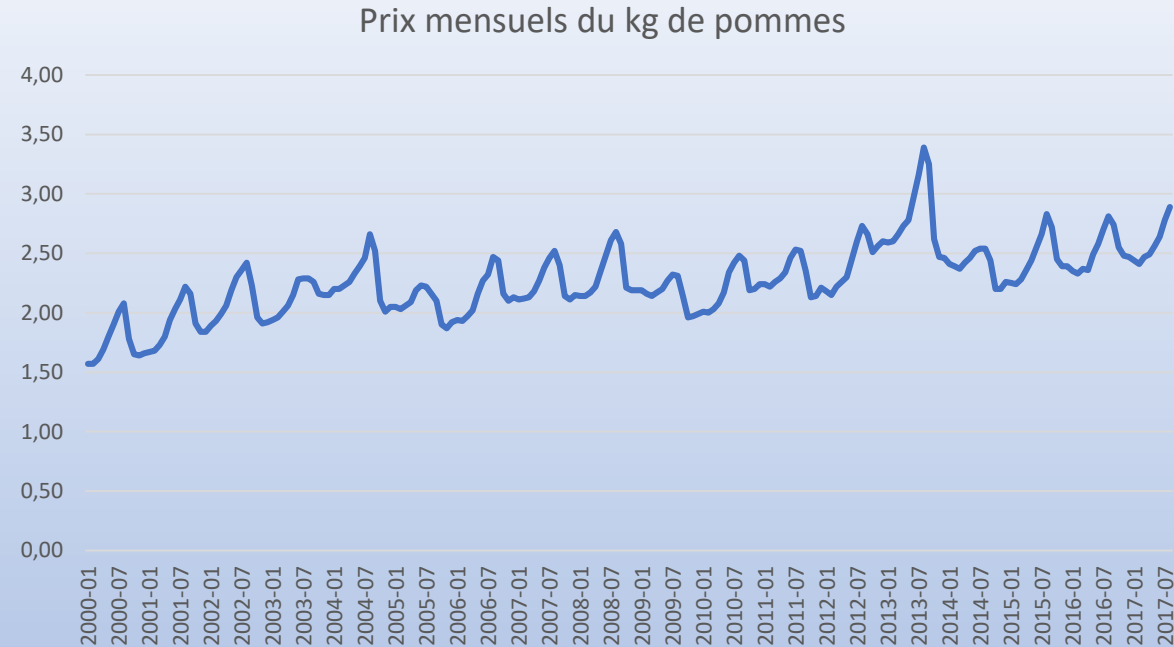
4- Evolution en glissement et évolution en moyenne

- a) Evolution en moyenne et en glissement : définition
- b) Acquis de croissance

4- a) Evolution en moyenne et glissement : définition

Prix moyen mensuel du kg de pommes

	Prix en €
2000-01	1,57
2000-02	1,57
2000-03	1,61
2000-04	1,69
2000-05	1,80
2000-06	1,90
2000-07	2,01
2000-08	2,08
2000-09	1,78
2000-10	1,65
2000-11	1,64
2000-12	1,66
2001-01	1,67
2001-02	1,68
2001-03	1,73
2001-04	1,80
...	...



A partir de ces données observées sur une période inférieure à l'année, comment peut-on calculer des taux de variation annuels ?

4- a) Evolution en moyenne et glissement : définition

Pour déterminer le taux de variation **annuel**, on peut :

1. Calculer le prix moyen annuel (sur chaque année) et comparer les valeurs annuelles moyennes deux à deux
 - C'est ce qu'on appelle **l'évolution en moyenne annuelle** (évolution « moyenne sur moyenne »)
2. Comparer le prix du kilo de pommes à deux dates différentes séparées d'une année, par ex. décembre n à décembre n+1.
 - C'est ce qu'on appelle **l'évolution en glissement annuel** (comparaison date à date).

Taux de variation en moyenne annuelle

	Prix en €	Moyenne annuelle
2000-01	1,57	
2000-02	1,57	
2000-03	1,61	
2000-04	1,69	
2000-05	1,80	
2000-06	1,90	
2000-07	2,01	
2000-08	2,08	
2000-09	1,78	
2000-10	1,65	
2000-11	1,64	
2000-12	1,66	1,75
2001-01	1,67	
2001-02	1,68	
2001-03	1,73	
2001-04	1,80	
2001-05	1,94	
2001-06	2,03	
2001-07	2,11	
2001-08	2,22	
2001-09	2,16	
2001-10	1,91	
2001-11	1,84	
2001-12	1,84	1,91

Taux de variation en moyenne annuelle :

$$vm_{1/0} = \frac{\text{valeur annuelle moyenne en 1}}{\text{valeur annuelle moyenne en 0}} - 1$$

$$vm_{01/00} = \frac{1,91}{1,75} - 1 = 9,1\%$$

Taux de variation en glissement annuel

	Prix en €	Moyenne annuelle
2000-01	1,57	
2000-02	1,57	
2000-03	1,61	
2000-04	1,69	
2000-05	1,80	
2000-06	1,90	
2000-07	2,01	
2000-08	2,08	
2000-09	1,78	
2000-10	1,65	
2000-11	1,64	
2000-12	1,66	1,75
2001-01	1,67	
2001-02	1,68	
2001-03	1,73	
2001-04	1,80	
2001-05	1,94	
2001-06	2,03	
2001-07	2,11	
2001-08	2,22	
2001-09	2,16	
2001-10	1,91	
2001-11	1,84	
2001-12	1,84	1,91

Taux de variation en glissement annuel (ici déc.-déc.):

$$vg_{1/0} = \frac{\text{valeur en décembre de l'année 1}}{\text{valeur en décembre de l'année 0}} - 1$$

$$vg_{01/00} = \frac{1,84}{1,66} - 1 = 10,8\%$$

4- a) Evolution en moyenne et glissement :

définition

Taux de variation annuels

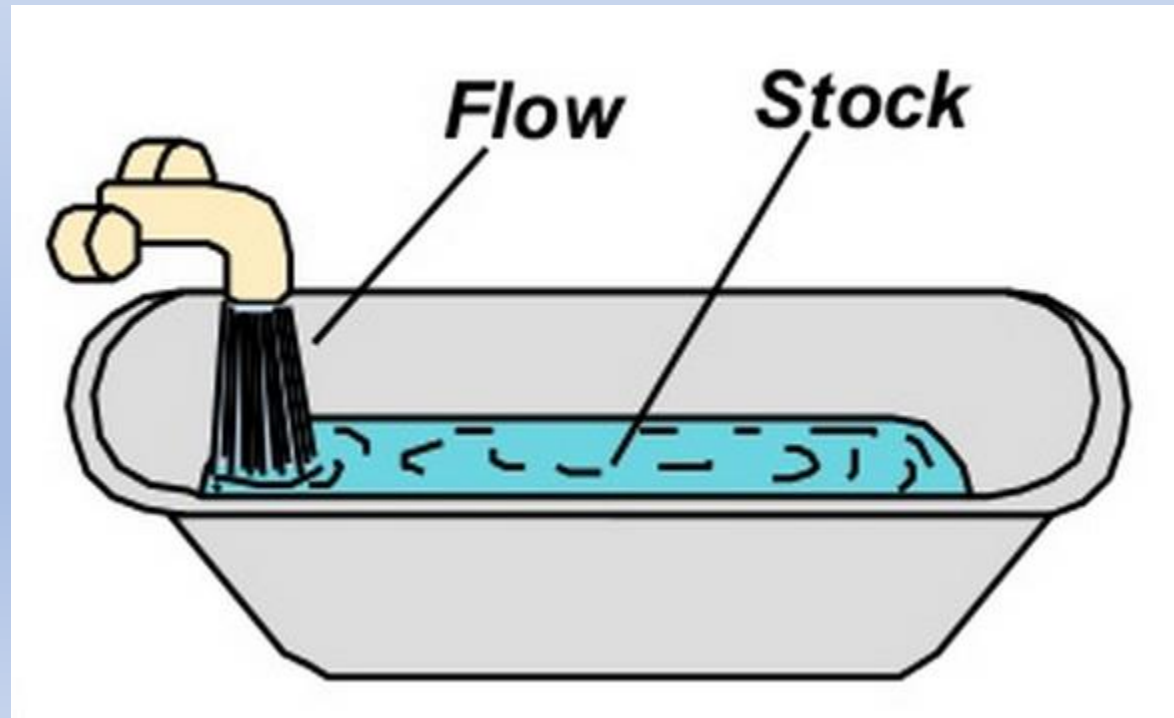
	En moyenne annuelle	En glissement (déc-déc)
01/00	9,4%	10,8%
02/01	9,7%	4,3%
03/02	2,1%	12,0%
04/03	6,7%	-4,7%
05/04	-9,4%	-6,3%
06/05	4,4%	10,9%
07/06	4,1%	0,9%
08/07	3,7%	1,9%
09/08	-7,7%	-9,1%
10/09	3,0%	12,6%
11/10	4,1%	-1,3%
12/11	5,5%	17,6%
13/12	15,3%	-5,4%
14/13	-14,6%	-8,1%
15/14	2,8%	5,8%
16/15	2,3%	3,3%

Taux de variation : en moyenne et en glissement



2 types d'approches pour 2 types de variables

- 2 types de variables :
 - Les **variables de stock** : se mesurent à **chaque instant** du temps (ex: nombre de chômeurs, valeur d'une action, etc.)
 - Les **variables de flux** : se mesurent **entre deux périodes** de temps (ex: PIB, déficit public, etc.)



2 types de variables

- Petit conseil :
 - si on peut additionner la variable d'une date à l'autre, c'est une variable de **flux** !
 - si additionner la variable d'une date à l'autre n'a pas de sens, c'est une variable de **stock** !
- Ex :
 - Nombre de naissances/décès : se mesure entre 2 dates, on peut les additionner, les naissances s'additionnent pour former la population → FLUX
 - Nombre de chômeurs = peut se mesurer à chaque instant, additionner les chômeurs du T1 et du T2 n'a pas de sens (ce sont potentiellement les mêmes personnes) → STOCK

Ces deux approches ont des usages différents

Type d'approche	Type d'étude	Type de variable
Glissement annuel (date à date) = « en glissement »	« Profil conjoncturel » → convient mieux aux études de court terme	Variables de stock
Moyenne annuelle = « en moyenne »	Lissage de l'évolution de la variable → plus adapté aux études de moyen terme	Variables de flux

- Comme on l'a dit, additionner une variable de stock n'a pas de sens. Donc en faire une moyenne non plus → glissement annuel.
- C'est le cas pour le prix de nos pommes. Dans l'exemple, le prix du kilo de pommes est une **variable de stock** → l'approche en glissement annuel est donc plus adaptée.
- <https://www.captaineconomics.fr/-variable-flux-variables-stock-explication-difference#:~:text=Une%20variable%20de%20stock%20correspond,un%20exemple%20pour%20expliquer%20cela.>

Exemples

Stock	Flux
Nombre de chômeurs	Nombre de naissances / décès
Patrimoine d'un individu	Salaire d'un individu
Prix (pommes ou autres)	PIB
...	...

A compléter...

4- Evolution en glissement et évolution en moyenne

- a) Evolution en moyenne et en glissement : définition
- b) Acquis de croissance**

4- b) Acquis de croissance

- **Définition INSEE de l'acquis de croissance** : l'acquis de croissance d'une variable pour une année n correspond au taux de croissance de la variable entre l'année $n - 1$ et l'année n que l'on obtiendrait si la variable demeurait jusqu'à la fin de l'année n au niveau du dernier trimestre connu.

<i>PIB France à prix courants milliards euros</i>			
	2017	2018	2019
1er trimestre	567,5	584,1	599,9
2eme trimestre	572,2	586,1	603,7
3eme trimestre	576,2	589,8	607,1
4eme trimestre	580,7	594,5	608,9

- Quel a été le taux de croissance entre 2018 et 2019 ?
- Quelle part de cette croissance était acquise dès la fin 2018 ?

4- b) Acquis de croissance

<i>PIB France à prix courants milliards euros</i>			
	<i>2017</i>	<i>2018</i>	<i>2019</i>
<i>1er trimestre</i>	567,5	584,1	599,9
<i>2eme trimestre</i>	572,2	586,1	603,7
<i>3eme trimestre</i>	576,2	589,8	607,1
<i>4eme trimestre</i>	580,7	594,5	608,9
<i>Valeur trimestrielle moyenne</i>			

- Quel taux de variation annuel calculer ?

4- b) Acquis de croissance

<i>PIB France à prix courants milliards euros</i>			
	2017	2018	2019
1er trimestre	567,5	584,1	599,9
2eme trimestre	572,2	586,1	603,7
3eme trimestre	576,2	589,8	607,1
4eme trimestre	580,7	594,5	608,9
Valeur trimestrielle moyenne	574,2	588,6	604,9


- Quel taux de variation annuel calculer ?
- C'est le **PIB**, donc une variable de **flux**, donc on calcule un taux de variation en **moyenne annuelle**.

$$\text{taux variation}_{19/18}^{\text{constaté}} = \frac{604,9}{588,6} - 1 = 2,8\%$$

4- b) Acquis de croissance

- Dans quelle mesure cette croissance entre 2018 et 2019 était-elle acquise dès la fin 2018 ?
- On calcule le taux de variation qu'on aurait obtenu si le PIB trimestriel avait conservé en 2019 le niveau qu'il avait atteint fin 2018.

	2017	2018	2019
1er trimestre	567,5	584,1	594,5
2eme trimestre	572,2	586,1	
3eme trimestre	576,2	589,8	
4eme trimestre	580,7	594,5	
Valeur trimestrielle moyenne	574,2	588,6	594,5



$$\text{taux variation}_{19/18}^{\text{fictif}} = \frac{594,5}{588,6} - 1 = 1\%$$

➤ 1% d'acquis de croissance pour 2019

4- b) Acquis de croissance

- Ce taux de variation fictif correspond à l'acquis de croissance, fin 2018, pour 2019 (ou effet report)
- Décomposition de la variation totale en moyenne annuelle entre 18 et 19:

$$\begin{array}{ccccccc} 1,028 & = & 1,01 & * & ? & & \\ \text{Variation en moyenne annuelle} & & \text{effet report en 2018 pour 2019} & & \text{Effet propre à 2019} & & \end{array}$$

$$\text{Effet propre} = \frac{\text{valeur moyenne 2019}}{\text{valeur dernier trim 2018}} - 1 = \frac{604,9}{594,5} - 1 = 0,017 = 1,7\%$$

Généralisation effet report

- L'effet report de l'année n sur l'année $n+1$ se mesure par le rapport :

$$\text{effet report} = \frac{\text{valeur au dernier trimestre de l'année } n}{\text{valeur trimestrielle moyenne en } n}$$

- La variation en moyenne annuelle entre n et $n+1$ se décompose alors en :
 - Un effet-report de l'année n sur l'année $n+1$ et
 - Un effet propre à l'année $n+1$

$$\frac{\text{val. trimestrielle moy. en } n + 1}{\text{val. trimestrielle moy. en } n} = \frac{\text{val. trimestrielle moy. en } n + 1}{\text{val. au dernier trimestre } n} \times \frac{\text{val. au dernier trimestre } n}{\text{val. trimestrielle moy. en } n}$$

effet propre

effet report

4- b) Acquis de croissance

Important

- Ici, nous avons une variable de flux, mais si c'était une variable de stock, l'acquis de croissance doit être calculé en passant par le taux de variation en glissement annuel.
- Ex : si le PIB était un stock, on aurait regardé le taux de variation entre T4 2014 et le faux T42015.

Récapitulatif

- Date de départ = 0 et date d'arrivée = 1.
- Donnée en 0 = x_0 et donnée en 1 = x_1 .

Notion	Calcul
Ecart absolu	$x_1 - x_0$
Taux de variation	$v_{1/0} = \frac{x_1 - x_0}{x_0}$ en pourcentage : $v_{1/0} = \frac{x_1 - x_0}{x_0} \times 100$
Taux de variation (autre manière)	$v_{1/0} = \frac{x_1}{x_0} - 1$ en pourcentage : $v_{1/0} = \frac{x_1}{x_0} - 1 \times 100$
Coefficient multiplicateur	$m_{1/0} = \frac{x_1}{x_0}$
Coefficient multiplicateur (autre manière)	$m_{1/0} = \frac{x_1 - x_0}{x_0} + 1$
Indice	$I_{1/0} = 100 \times \frac{x_1}{x_0}$

Récapitulatif (propriétés)

Propriété	Cas simple (date 0, 1, 2)	Généralisation (0 à n)
Transitivité (avec coef. mult.)	$m_{2/0} = m_{1/0} \times m_{2/1}$	$m_{n/0} = m_{n/n-1} \times m_{n-1/n-2} \dots \times m_{1/0}$
Transitivité (avec indices)	$100 \times I_{2/0} = I_{1/0} \times I_{2/1}$	$I_{n/0} = I_{n/n-1} \times I_{n-1/n-2} \dots \times I_{1/0} \times \frac{1}{100^{n-1}}$
Réversibilité (avec coef. mult.)	$m_{1/0} = \frac{1}{m_{0/1}}$	
Réversibilité (avec indices)	$I_{1/0} = \frac{1}{I_{0/1}} \times 100^2$	

Notions chapitre 1

- Savoir transformer une série brute et la rendre lisible (grâce aux pourcentages, aux graphs, etc)
- Savoir utiliser le « dollar » sur excel
- Connaitre et savoir utiliser les taux de variation, les coefficients multiplicateurs et les indices et savoir passer de l'un à l'autre.
- Connaitre les propriétés des différents indicateurs.
- Mesurer des variations et comparer des observations.
- Changer de date de référence, de « base ».
- Savoir faire une évolution en moyenne et en glissement.
- Savoir calculer acquis de croissance, effet propre et effet report.