YAPAY ZEKA

Doç.Dr. Selçuk ALP alp@yildiz.edu.tr

İÇERİK

- Yapay Zekaya Giriş
- Makine Öğrenmesi
- Uzman Sistemler
- Arama Yöntemleri
- Kümeleme Algoritmaları
- Sınıflandırma Algoritmaları
- Genetik Algoritmalar
- Yapay Sinir Ağları
- Karınca Kolonisi Optimizasyonu
- Tabu Arama
- Parçacık Sürü Optimizasyonu

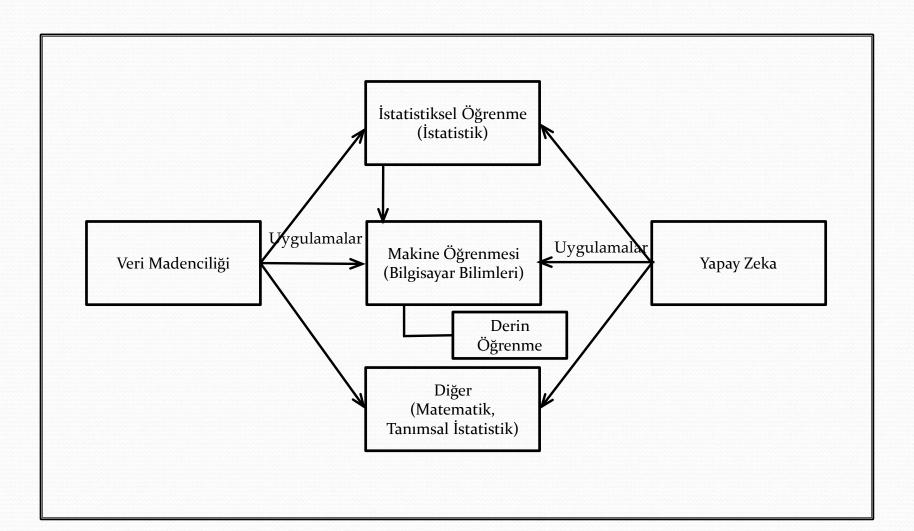
İÇERİK

- Makine Öğrenmesi Kavramı
- Makine Öğrenmesi Görevleri
- Makine Öğrenmesi Türleri
- Makine Öğrenmesi Adımları
- Performans Ölçümleri



Makine öğrenmesi, örnek verileri ya da geçmiş deneyimleri kullanarak bir performans kriterinde en uygunu elde etmek için bilgisayarların programlanmasıdır.

Başka bir ifade ile bazı parametreleri tanımlanmış bir modelin öğrenme, eğitim verilerini ya da geçmiş deneyimleri kullanarak modelin parametrelerinin en uygununu elde etmek için bir bilgisayar programının yürütülmesidir.



Bir bilgisayar programı, görev (Task – T), deneyim (Experience – E) ve performans (Performance – P) bağlamında incelendiğinde; eğer E deneyimlerinden faydalanarak, T görevlerindeki P performansı artıyorsa bu işlem makine öğrenmesidir.

- Sınıflandırma
- Kümeleme
- Regresyon ya da Tahmin
- Anormallik Tespiti

Sınıflandırma: Sınıflandırma tipik olarak, makinenin veri noktalarını ya da örnekleri alması ve her bir örneğe belirli bir sınıf ya da grup ataması gereken sorunların ya da görevlerin listesini kapsar. Örneğin, hayan görüntüleri köpekler, kediler ve zebralar olarak sınıflandırmak olabilir.

Kümeleme: Kümeleme sayesinde eşitli kümeler (ya da gruplar) genellikle, makinenin girdi veri noktalarının kendileri arasındaki doğal gizli örüntüleri, ilişkileri ve benzerlikleri öğrenmesini ya da gözlemlenmesini sağlayan girdi veri örneklerinden oluşturulur. Örneğin, benzer ürünleri, olayları ve varlıkları gruplandırmak olabilir.

Regresyon ya da Tahmin: Regresyon tabanlı görevler genellikle, bir girdi veri noktası için bir sınıf ya da grup yerine geçerek bir sayısal değerin çıktı olduğu bir tahmin gerçekleştirmeyi içerir. Bir regresyon görevini anlamanın en iyi yolu, her veri noktası için girdi nitelikleri olarak arsa alanı, kat sayısı, banyolar, yatak odaları ve mutfak sayılarını göz önünde bulundurarak konut fiyatlarını tahmin etme gerçek dünya problemini ele almak olacaktır.

Anormallik Tespiti: Anormallik tespiti, makinenin normal davranıştan farklı anormal ya da olağandışı desenler ya da olaylar bulabilmesi için olay günlüklerini ve diğer veri noktalarını gözden geçirmesini içerir. Buna örnek olarak, dolandırıcılık belirtilerini bulmaya çalışmak verilebilir.

Makine öğrenmesi, bilgisayar sistemlerinin yardımıyla bir problemi çözmeyi öğrenebilen modeller oluşturmak için kullanılan çeşitli teknikleri içermektedir.

Makine öğrenmesi, dört ana grupta incelenebilir.

- Denetimli Öğrenme
- Denetimsiz Öğrenme
- Yarı Denetimli Öğrenme
- Pekiştirmeli Öğrenme

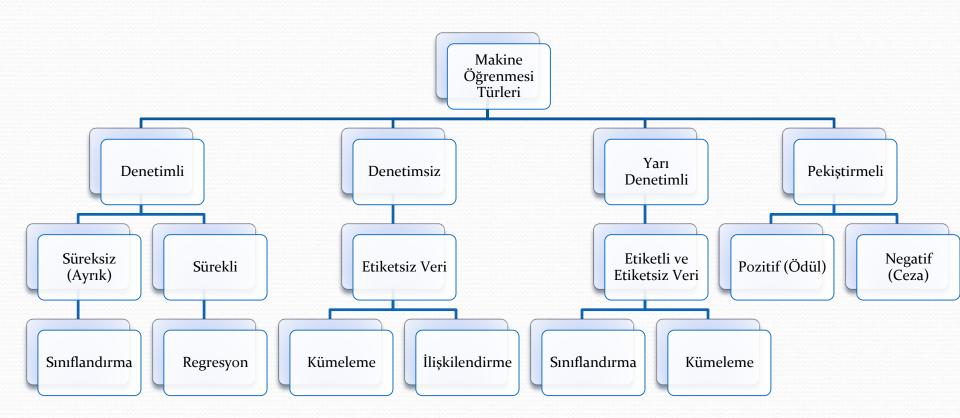
Denetimli Öğrenme: Bir işlevi ya da görevi öğrenmek için, örnek girdi-çıktı veri çiftlerine dayalı olarak yapılan öğrenme ile yeni girilen bir girdiyi bir çıktıya eşleyen makine öğrenmesi modelidir.

Denetimli öğrenme temel olarak eğitim verilerinden girdiler ve bunlara karşılık gelen çıktılar arasındaki ilişkiyi modellemeye çalışır. Böylece girdiler arasındaki ilişkiler ve eşleşmelerle ilgili olarak daha önce edindiği bilgilere dayanarak yeni veri girdileri için onların hedef çıktıları tahmin edebilir.

Denetimsiz Öğrenme: Model ya da algoritma, etiketli çıktılar ya da sonuçlar biçiminde açıklamalar sağlamak gibi herhangi bir yardım ya da denetim olmaksızın verilerden gizli yapılar, örüntüler ve ilişkiler belirlenir.

Yarı Denetimli Öğrenme: Sınırlı olan etiketlenmiş verilere dayalı denetimli bir model oluşturmak ve daha sonra daha fazla etiketli örnek elde etmek, modeli bunlar üzerinde eğitmek ve işlemi tekrarlamak için aynı şeyi büyük miktarda etiketlenmemiş veriler uygulanmaktadır.

Pekiştirmeli Öğrenme: Pekiştirmeli öğrenme, davranışçılıktan esinlenen, öznelerin bir ortamda en yüksek ödül miktarına ulaşabilmesi için hangi eylemleri yapması gerektiğiyle ilgilenen bir makine öğrenmesi yaklaşımıdır. Bu problem, genelliğinden ötürü oyun kuramı, kontrol kuramı, yöneylem araştırması, bilgi kuramı, benzetim tabanlı eniyileme ve istatistik gibi birçok diğer dalda da çalışılmaktadır.



- Problemin Belirlenmesi
- Veri Toplama
- Veri Hazırlama ve Analiz Etme
- Model Seçimi
- Modelin Eğitimi
- Model Değerlendirme
- Tahmin ya da Çıkarım

Problemin Belirlenmesi: Bir makine öğrenmesi modeli oluşturulurken öncelikle, gerek dünya problemindeki görev tam olarak anlaşılmalıdır. Tam olarak neyin tahmin edilmesi gerektiği anlaşılmalıdır. Problem için ne tür veriler gerektiği, bu verilerin nasıl toplanacağı ya da elde edileceği araştırılmalıdır.

Veri Toplama: Veri toplama adımı, makine öğrenme sürecinin temelidir. Modelin ne kadar iyi ya da kötü çalışacağını doğrudan etkileyeceğinden, verinin kalitesi ve miktarı oldukça önemlidir. Verilere hazır olarak ulaşılabileceği gibi, sıfırdan da oluşturulabilir.

Hatalı özelliklerin seçilmesi ya da kısıtlı sayıda veri kullanımı, modeli başarısızlığa uğratabilir.

Veri Hazırlama ve Analiz Etme: Toplanmış veriler net ve doğru biçimde olmayabilir. Veride eksiklikler, hatalar ve tekrarlayan değerler olabilir. Bu sorunları gidermek önemlidir. Çünkü bu sorunlar yanlış analizlere, hesaplamalara ve sonuç olarak hatalı tahminlerde neden olabilir. Bu aşamada hatalı veriler düzeltilere, eksiklikler tamamlanarak ve tekrarlar ortadan kaldırılmalıdır.

Model Seçimi: Günümüze kadar farklı hedefler düşünülerek birçok farklı model geliştirilmiştir. Bir makine öğrenmesi modeli, veriler üzerinde bir makine öğrenmesi algoritması çalıştırıldıktan sonra bir çıktı üretir.

Modelin Eğitimi: Makine öğrenmesi sürecinin merkezinde modelin eğitimi yer alır. İstenilen düzeyde bir modelin yapılandırılması işlemlerinin çoğu bu aşamada yapılır.

Modelin parametre değerleri belirlenir. Başlangıçta, parametreler için rasgele değerler seçilerek sonuçlar kontrol edilir. Gerçek değerler ile çıktı değerleri arasındaki farkı (hatayı) azaltmak için parametreler değiştirilerek model tekrar çalıştırılır.

Model Değerlendirme: Eğitilen modelin gerçek dünyada iyi çalışıp çalışmayacağını görmek için test edilmesi gereklidir. Test veri seti ile eğitilmiş olan modelin verimliliği ve sonuçlardaki tutarlılığı kontrol edilir.

Tahmin ya da Çıkarım: Makine öğrenmesinin son adımıdır. Model değerlendirilip gerekirse iyileştirildikten sonra, tahminlerde bulunmak için kullanılır. Modelden elde edilecek çıktıların gerçek hayata uygun olduğu kabul edildiği aşamadır.

VERI TIPLERI

Makine öğrenmesi sürecinde kullanılan veriler bölümlere ayrılırlar. Kullanılan veriler;

- *Eğitim veri seti*: Modelin öğrenme aşamasında kullandığı veridir.
- Doğrulama veri seti
- Test veri seti

VERI TIPLERI

Makine öğrenmesi sürecinde kullanılan veriler bölümlere ayrılırlar. Kullanılan veriler;

- Eğitim veri seti
- Doğrulama veri seti: Makine öğrenmesi modelinin değerlendirilmesi için kullanılır. Doğrulama veri seti, eğitim veri seti ile öğrenen modelin performansını görmek için kullanılır.
- Test veri seti:

VERI TIPLERI

Makine öğrenmesi sürecinde kullanılan veriler bölümlere ayrılırlar. Kullanılan veriler;

- Eğitim veri seti
- Doğrulama veri seti
- *Test veri seti*: Oluşturulan makine öğrenmesi modelinin yine hiç görmediği verilerle son testinin yapılması amacıyla kullanılır.

Uygun modelin elde edilmesinden sonraki adım, test veri kümeleri üzerinden elde edilerek bazı performans ölçülerine (metrikleri, kriterleri) göre modelin etkinliği hakkında fikir elde etmektir.

Bunun için *performans ölçüleri* adı verilmektedir. Performans ölçülerini hesaplamak için kullanılan bazı parametreler vardır.

- **Doğru Pozitifler** (**DP**): Verinin gerçek sınıfı olan Doğru (1) değerinin, model tarafından da doğru olarak tahmin edildiği durumları ifade etmektedir.
- Yanlış Pozitifler (YP)
- Doğru Negatifler (DN)
- Yanlış Negatifler (YN)

- Doğru Pozitifler (DP)
- Yanlış Pozitifler (YP): Verinin gerçek sınıfı olan Yanlış (o) değerinin, model tarafından yanlış bir şekilde doğru olarak tahmin edildiği durumları ifade etmektedir.
- Doğru Negatifler (DN)
- Yanlış Negatifler (YN)

- Doğru Pozitifler (DP)
- Yanlış Pozitifler (YP)
- Doğru Negatifler (DN): Verinin gerçek sınıfı olan Yanlış (o) değerinin, model tarafından da doğru bir şekilde yanlış olarak tahmin edildiği durumları ifade etmektedir.
- Yanlış Negatifler (YN)

- Doğru Pozitifler (DP)
- Yanlış Pozitifler (YP)
- Doğru Negatifler (DN)
- Yanlış Negatifler (YN): Verinin gerçek sınıfı olan Doğru(1) değerinin, model tarafından yanlış bir şekilde yanlış olarak tahmin edildiği durumları ifade etmektedir.

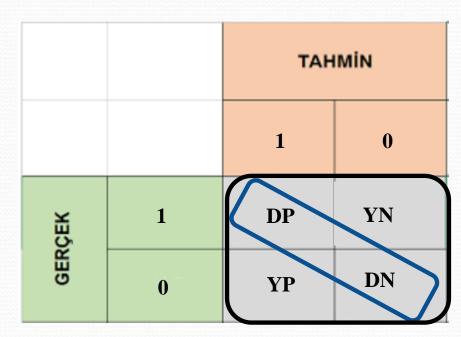
- Karşılaştırma Matrisi
- Doğruluk (Accuracy)
- Duyarlılık ya da Hatırlama (Sensitivity or Recall)
- Özgüllük (Specificity)
- Kesinlik (Precision)
- F1 Puan1 (F1 Score/ F Measure)
- ROC Eğrisi
- AUC Değeri

 Karşılaştırma (Confusion) Matrisi: Sınıflandırma modellerinin performansını değerlendirmek için çıktı değişkenine ait tahminlerin ve gerçek değerlerin karşılaştırıldığı matris kullanılmaktadır.

| | | TAHMIN | |
|--------|---|--------|----|
| | | 1 | 0 |
| GERÇEK | 1 | DP | YN |
| GER | 0 | YP | DN |

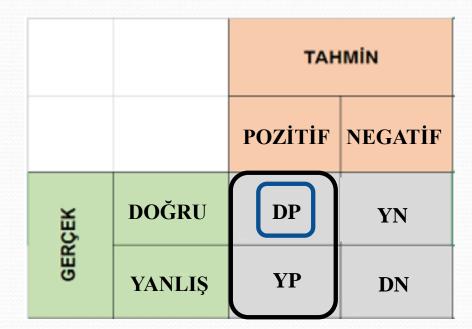
• **Doğruluk** (**Accuracy**): Bir sınıflandırıcının doğru sınıflandırdığı örnek sayısının toplam örnek sayısına oranıdır.

•
$$Doğruluk = \frac{DP + DN}{DP + YP + DN + YN}$$



• *Kesinlik (Precision)*: Gerçek değeri pozitif olup pozitif değere sınıflandırılan sayısının, pozitif değere sınıflandırılan oranıdır.

•
$$Kesinlik = \frac{DP}{DP + YP}$$

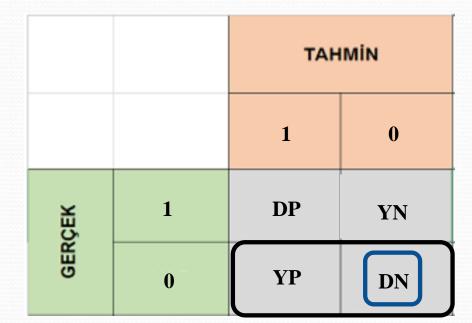


- Duyarlılık ya da Hatırlama (Sensitivity or Recall): Gerçek değeri pozitif olup pozitif değere sınıflandırılan sayısının, gerçek değeri pozitif olanların tümüne oranıdır.
- $Duyarlılık = \frac{DP}{DP + YN}$

| | | TAHMIN | |
|--------|---|--------|----|
| | | 1 0 | |
| GERÇEK | 1 | DP | YN |
| GER | 0 | YP | DN |

• Özgüllük (Specificity): Gerçek değeri negatif olup negatif sınıflandırılan sayısının, gerçek değeri negatif olanların tümüne oranıdır.

• Özgüllü
$$k = \frac{DN}{DN + YP}$$



• F1 Puanı (F1 Score): İki sınıflandırıcının tek ölçüt ile değerlendirilmesi için kullanılır.

•
$$F1 Puani = \frac{2*Kesinlik*Duyarlılık}{Kesinlik+Duyarlılık}$$

| | | Tahmin | |
|--------|---|---------|---------|
| | | 1 0 | |
| Gerçek | 1 | DP (45) | YN (5) |
| | О | YP (2) | DN (48) |

$$Doğruluk(Accuracy) = \frac{DP + DN}{DP + YP + DN + YN} = \frac{45 + 48}{45 + 2 + 48 + 5} = 0.93$$

| | | Tahmin | |
|--------|---|---------|---------|
| | | 1 0 | |
| Gerçek | 1 | DP (45) | YN (5) |
| | О | YP (2) | DN (48) |

$$Kesinlik(Precision) = \frac{45}{45 + 2} = \frac{45}{47} = 0,96$$

| | | Tahmin | |
|--------|---|---------|---------|
| | | 1 0 | |
| Gerçek | 1 | DP (45) | YN (5) |
| | O | YP (2) | DN (48) |

$$Duyarlılık(Recall) = \frac{DP}{DP + YN} = \frac{45}{45 + 5} = 0.90$$

| | | Tahmin | |
|--------|---|---------|---------|
| | | 1 0 | |
| Gerçek | 1 | DP (45) | YN (5) |
| | O | YP (2) | DN (48) |

$$\ddot{O}zg\ddot{u}ll\ddot{u}k \ (Specificity) = \frac{DN}{DN + YP} = \frac{48}{48 + 2} = 0.96$$

| | | Tahmin | |
|--------|---|---------|---------|
| | | 1 0 | |
| Gerçek | 1 | DP (45) | YN (5) |
| | O | YP (2) | DN (48) |

$$F1 \ Puani = \frac{2 * Kesinlik * Duyarlılık}{Kesinlik + Duyarlılık} == \frac{2 * 0,96 * 0,90}{0,96 + 0,90} = 0,93$$

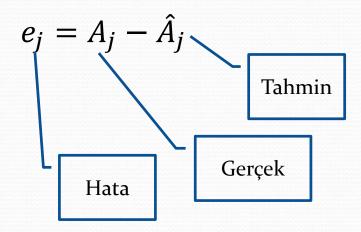
| | | Tahmin | |
|--------|---|---------|---------|
| | | 1 0 | |
| Gerçek | 1 | DP (45) | YN (5) |
| | O | YP (2) | DN (48) |

- ❖ Doğruluk(Accuracy) = 0.93
- **❖** Kesinlik(Precision)=0.96
- Duyarlılık(Recall)=0.90
- ❖ Özüllük (Specificity)=0.96
- ❖ F1 Puan₁=0.93

REGRESYON TAHMİN HATALARI

Ortalama Hata (Mean Error [ME]): Ortalama hata oluşturulan modelin öngördüğü tahmin değerleri ile gerçek değerlerin arasındaki ortalama hatadır. Bu bağlamdaki hata bir ölçümdeki belirsizlik veya tahmini değer ile gerçek değer arasındaki farktır.

$$ME = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^{n} e_j$$



REGRESYON TAHMİN HATALARI

Ortalama Yüzde Hata (Mean Percentage Error [MPE]): Bir modelin tahminlediği değerler ile gerçek değerleri arasındaki farkın ortalama yüzdesidir. MPE, daha çok tahminleyici modellerin karşılaştırılmasında kullanılır. MPE değeri hesaplanırken tahmin hatalarının mutlak değerlerinden ziyade gerçek değerleri kullanıldığı için, pozitif ve negatif tahmin hataları birbirini dengeleyebilir. Bu ölçütün bir dezavantajı, tek bir gerçek değerin sıfır olması durumunda tanımlanmamış olmasıdır.

$$MPE = \frac{100}{n} \sum_{j=1}^{n} \frac{e_j}{A_j}$$

REGRESYON TAHMİN HATALARI

Ortalama Mutlak Hata (Mean Absolute Error [MAE] - Mean Absolute Deviation [MAD]): Ortalama mutlak hata iki sürekli değişken arasındaki farkın ölçüsüdür. MAE değeri kolay yorumlanabilir olduğu için regresyon ve zaman serisi problemlerinde sıkça kullanılmaktadır. MAE, yönlerini dikkate almadan bir dizi tahmindeki hataların ortalama büyüklüğünü ölçen, tüm tekil hataların ortalamada eşit olarak ağırlıklandırıldığı doğrusal bir skordur.

$$MAE = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^{n} |e_j|$$

REGRESYON TAHMİN HATALARI

Ortalama Kare Hata (Mean Squared Error [MSE]): Basitçe, ortalama kare hata bir regresyon eğrisinin bir dizi noktaya ne kadar yakın olduğunu söyler. MSE, tahminleyicinin performansını ölçer, her zaman pozitif değerlidir ve MSE değeri sıfıra yakın olan tahminleyicilerin daha iyi bir performans gösterdiği söylenebilir.

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^{n} e_j^2$$

REGRESYON TAHMİN HATALARI

Kök Ortalama Kare Hata (Root Mean Squared Error [MSE]): Bir modelin, tahminleyicinin tahmin ettiği değerler ile gerçek değerleri arasındaki uzaklığın bulunmasında sıklıkla kullanılan, hatanın büyüklüğünü ölçen kuadratik bir metriktir.

RMSE değeri 0'dan ∞'a kadar değişebilir. RMSE değerinin sıfır olması modelin hiç hata yapmadığı anlamına gelir. RMSE, büyük hataları daha fazla cezalandırmanın avantajına sahiptir, bu yüzden bazı durumlara daha uygun olabilir.

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^{n} e_j^2}{n}} \qquad RMSE = \sqrt{MSE}$$

REGRESYON TAHMİN HATALARI

Ortalama Mutlak Yüzde Hata (Mean Absolute Percentage Error [MAPE]):

Regresyon ve zaman serileri modellerinde tahminlerin doğruluğunu ölçmek için ortalama mutlak yüzde hata sıkça kullanılmaktadır. Gerçek değerler arasında sıfır içerenler varsa, sıfır ile bölünme olacağı için MAPE hesaplanamaz.

$$MAPE = \frac{100}{n} \sum_{j=1}^{n} \frac{|e_j|}{|A_j|}$$

REGRESYON TAHMİN HATALARI

Simetrik Ortalama Mutlak Yüzde Hata (Symmetric Mean Absolute Percentage Error [sMAPE]): Simetrik Ortalama Mutlak Yüzde Hata (sMAPE), öğeler için sıfır veya sıfıra yakın talep olduğunda Ortalama Mutlak Yüzde Hata (MAPE) alternatifidir. SMAPE, bu düşük hacimli öğelerin etkisini azaltarak,% 200'lük bir hata oranına kendini sınırlar. Düşük hacimli öğeler sorunludur, aksi halde genel hata oranını çarpıtan sonsuz yüksek hata oranlarına sahip olabilirler.

SMAPE, tahmini eksi gerçek değerleri, bu formülde ifade edilen tahminlerin ve fiili toplamlara bölünür.

$$SMAPE = \frac{100}{n} \sum_{j=1}^{n} \frac{2 * |e_j|}{|A_j| + |P_j|}$$

REGRESYON TAHMİN HATALARI

Ortalama mutlak ölçekli hata ((Mean Absolute Scaled Error [MASE]): İstatistikte, ortalama mutlak ölçekli hata (MASE) tahminlerin doğruluğunun bir ölçüsüdür. Ortalama mutlak ölçekli hata, kök ortalama karesi sapması gibi tahmin hatalarını hesaplamak için kullanılan diğer yöntemlerle karşılaştırıldığında olumlu özelliklere sahiptir ve dolayısıyla tahminlerin karşılaştırmalı doğruluğunu belirlemek için önerilir.

$$MASE = \frac{\sum_{t=1}^{n} |e_t|}{\frac{n}{n-1} \sum_{t=2}^{n} |Y_t - Y_{t-1}|}$$

REGRESYON TAHMİN HATALARI

Ortanca Mutlak Hata (Median Absolute Error [MdAE]): Ortanca mutlak hata özellikle ilginçtir çünkü aykırı değerlere karşı dayanıklıdır. MdAE, gerçek değerler ve tahmin değerleri arasındaki tüm mutlak farkların medyanı alınarak hesaplanır. İyi bir performans gösteren tahminleyicinin MdAE değeri sıfıra yakın değerler alır, sıfır olduğu durumda ise model hiç hata yapmıyordur.

$$MdAE = \operatorname{Md}_{j=1,...,n}(|e_j|)$$

REGRESYON TAHMİN HATALARI

Ortalama Normalleştirilmiş Sapma (Mean Normalized Bias [MNB]):

$$MNB = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^{n} \frac{e_j}{A_j}$$

Maksimum Mutlak Hata (Maximum Absolute Error [MaxAE]):

$$MaxAE = \max_{j=1,...,n}(|e_j|)$$

Mean Absolute Relative Error [MARE]:

$$MARE = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^{n} \frac{|e_j|}{|A_j|}$$

Ortanca Mutlak Yüzde Hata (Median Absolute Percentage Error [MdAPE]):

$$MdAPE = 100 * Md_{j=1,...,n} \left(\frac{|e_j|}{|A_j|} \right)$$

REGRESYON TAHMİN HATALARI

[RAE] (Relative Absolute Error):

$$RAE = \sum_{j=1}^{n} \frac{|e_j|}{|A_j - \bar{A}|}$$

[MRAE] (Mean Relative Absolute Error):

$$MRAE = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^{n} \frac{|e_j|}{|A_j - \bar{A}|}$$

[GMAE] (Geometric Mean Absolute Error):

$$GMAE = \sqrt[n]{\prod_{j=1}^{n} |e_j|}$$

[SAD] (Sum of Absolute Differences):

$$SAD = \sum_{j=1}^{n} |e_j|$$

REGRESYON TAHMİN HATALARI

[MdRAE] (Median Relative Absolute Error):

$$MdRAE = \underset{j=1,n}{Md} \left(\frac{|e_j|}{|A_j - \bar{A}|} \right)$$

[sMdAPE] (Symmetric Median Absolute Percentage Error):

$$SMdAPE = 100 * Md_{j=1,n} (\frac{2 * |e_j|}{|A_j| + |P_j|})$$

[GMRAE] (Geometric Mean Relative Absolute Error):

$$GMRAE = exp\left(\frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} \ln\left(\frac{|e_{j}|}{|A_{j} - \bar{A}|}\right)\right)$$
or
$$= \sqrt[n]{\prod_{j=1}^{n} \left(\frac{|e_{j}|}{|A_{j} - \bar{A}|}\right)}$$

REGRESYON TAHMİN HATALARI

[SSE] (Sum of Squared Error):

[RRSE] (Root Relative Squared Error):

$$SSE = \sum_{j=1}^{n} e_j^2$$

$$RRSE = \sqrt{\sum_{j=1}^{n} \frac{e_j^2}{(A_j - \bar{A})^2}}$$

[RSE] (Relative Squared Error):

[GRMSE] (Geometric Root Mean Squared Error):

$$RSE = \sum_{j=1}^{n} \frac{e_j^2}{(A_j - \bar{A})^2}$$

$$GRMSE = \sqrt[2n]{\prod_{j=1}^{n} e_j^2}$$

REGRESYON TAHMIN HATALARI

[MSPE] (Mean Square Percentage Error):

$$MSPE = \frac{100}{n} \sum_{j}^{n} \left(\frac{|e_{j}|}{|A_{j}|} \right)^{2}$$

[MdSPE] (Median Square Percentage Error):

$$MdSPE = 100 * Md_{j=1,n} \left(\frac{|e_j|}{|A_j|}\right)^2$$

[RMSPE] (Root Mean Square Percentage Error):

$$RMSPE = \sqrt{\frac{100}{n} \sum_{j}^{n} \left(\frac{|e_{j}|}{|A_{j}|}\right)^{2}}$$

[RMdSPE] (Root Median Square Percentage Error):

$$RMdSPE = \sqrt{100 * \underset{j=1,n}{Md} \left(\frac{|e_j|}{|A_j|}\right)^2}$$

Kaynaklar

Apaydın, E. (2018), **Yapay Öğrenme**, Boğaziçi Üniversitesi Yayınları, 4. Baskı, İstanbul.

Deperlioğlu, Ö. ve Köse, U. (2023), **PYTHON ile Yapay Zekaya Giriş**, Seçkin Yayıncılık, Ankara.

Karaboğa, D. (2017), **Yapay Zeka Optimizasyon Algoritmaları**, Nobel Yayınları, 5. Baskı, Ankara.

Yılmaz, A. (2018), **Yapay Zeka**, Kodlab Yayınları, 4. Baskı, İstanbul.