

# PARAMETRE TAHMİNLERİ

Örnekleme ve tahminleme birbirinin ayrılmaz bir parçasıdır. Nitekim örneklem istatistiklerine dayanarak, anakütleyle ilişkin parametre değerlerini bulma, bir örnekleme problemi olduğu kadar bir tahminleme işlemidir.

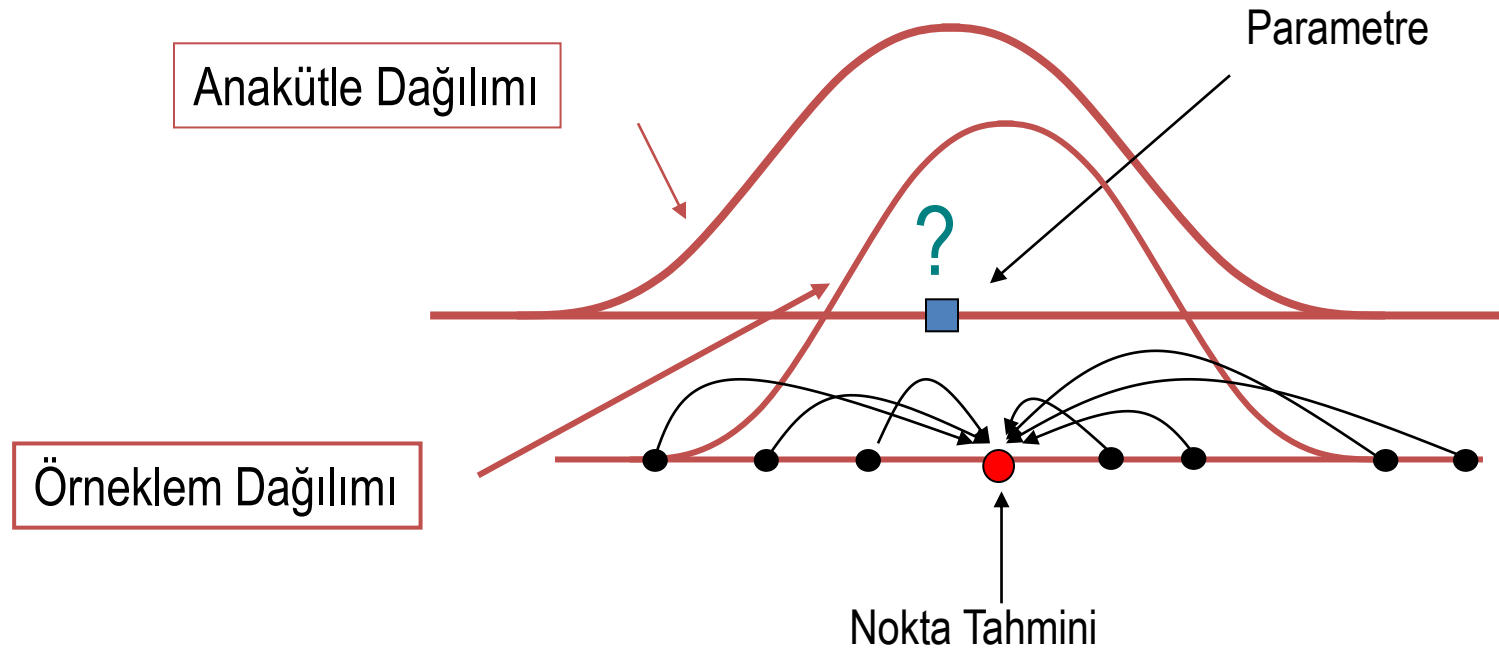
Örneklemden elde edilen verilerden ve bazı varsayımlardan yararlanılarak, evrendeki çeşitli değerlerin belli bir olasılıkla hangi değerler arasında bulunabileceği tahmin edilebilir.

İstatistikte tahminleme; nokta tahmini ve aralık tahmini olmak üzere ikiye ayrılır.

Nokta (tek değer) tahminlemesi, örneklemden hesaplanan “örneklem ortalaması”, “örneklem oranı” vb. istatistiklerin “anakütle ortalaması”, “anakütle oranı” vb. parametrelerin tahmini olarak kullanılmasıdır.

İlgilenilen evren parametresine dair örneklemden elde edilen bilgilere dayanarak tek bir değer üretilir

$$\begin{array}{l} \overset{\text{istatistik}}{\curvearrowright} \bar{x} \cong \mu \xrightarrow{\text{parametre}} \\ p \cong \pi_{\text{pi}} \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} \text{her zaman} \\ \text{yakına eşit hiç} \\ \text{bir zaman = olmaz} \end{array}$$



## Evren Ortalamasının Nokta Tahmini

Örneklem ortalaması:

$$\bar{x} = \frac{\sum X_i}{n}$$

$\bar{x}$  ,  $\mu$ 'nün gerçek değeri değildir.

10 kişilik bir örneklem grubunun vücut kitle indeksleri (kg/m) aşağıdaki gibi olsun. Bu örneklemün seçildiği evrenin VKİ ortalamasını tahmin ediniz.

$X_i$  : 26 – 24,5 – 25,5 – 24,5 – 25,5 – 29,5 – 28 – 25,5 – 27 – 24

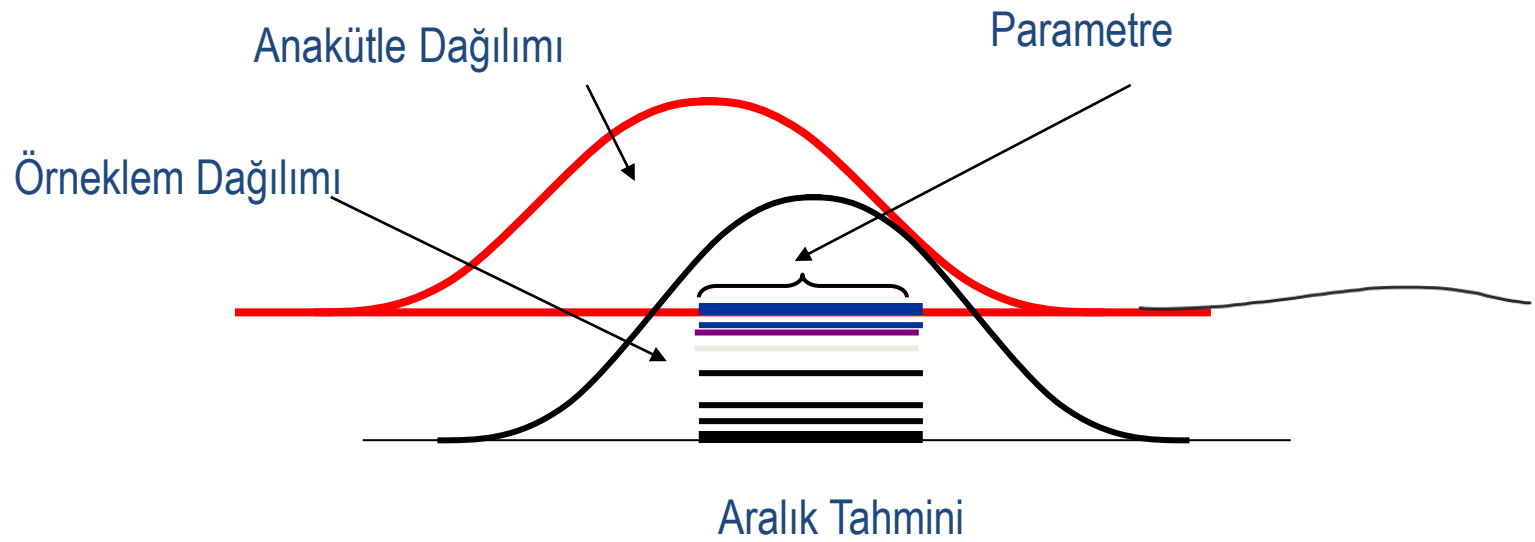
$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n} = \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_n}{n} = \frac{24 + 24,5 + \dots + 29,5}{10} = 26$$

## Aralık Tahmini

Aralık tahminlemesi, örneklemden elde edilen verilerden ve bazı varsayımlardan yararlanılarak, evrendeki çeşitli değerlerin belli bir olasılıkla hangi değerler arasında bulunabileceğinin tahmin edilebilmesidir.

Evren parametresinin belli bir olasılıkla bulunabileceği bu aralığa güven aralığı (confidence interval), bu aralığın sınırlarına ise güven sınırları (confidence limits) adı verilir.





## Evren Ortalamasının Güven Sınırları

Örneklemden elde edilen verilerin;

- ✓ Aritmetik ortalaması,
- ✓ Standart sapması,
- ✓ Örneklem büyüklüğü biliniyorsa,

Evrendeki aritmetik ortalamanın belli bir olasılıkla hangi değerler arasında bulunabileceği tahmin edilebilir.

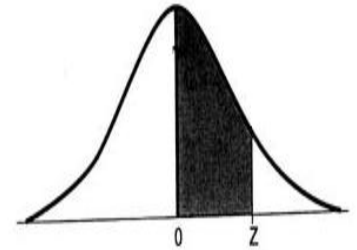
Evren ortalaması  $\mu$ 'yü içine alan güven sınırları, belirlenen  $1 - \alpha$  güven düzeyi:

$$\cancel{\bar{x}} - Z_{\alpha/2} \cdot S_{\bar{x}} \leq \mu \leq \bar{x} + Z_{\alpha/2} \cdot S_{\bar{x}}$$

$z_{\alpha/2}$  :  $1 - \alpha$  güven düzeyi için standart normal dağılım tablo değeridir.

## Z Dağılım Tablosu

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199	0.0239	0.0279	0.0319	0.0359
0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0714	0.0753
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103	0.1141
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443	0.1480	0.1517
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736	0.1772	0.1808	0.1844	0.1879
0.5	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157	0.2190	0.2224
0.6	0.2257	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2422	0.2454	0.2486	0.2517	0.2549
0.7	0.2580	0.2611	0.2642	0.2673	0.2704	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823	0.2852
0.8	0.2881	0.2910	0.2939	0.2967	0.2995	0.3023	0.3051	0.3078	0.3106	0.3133
0.9	0.3159	0.3186	0.3212	0.3238	0.3264	0.3289	0.3315	0.3340	0.3365	0.3389
1.0	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485	0.3508	0.3531	0.3554	0.3577	0.3599	0.3621
1.1	0.3643	0.3665	0.3686	0.3708	0.3729	0.3749	0.3770	0.3790	0.3810	0.3830
1.2	0.3849	0.3869	0.3888	0.3907	0.3925	0.3944	0.3962	0.3980	0.3997	0.4015
1.3	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4099	0.4115	0.4131	0.4147	0.4162	0.4177
1.4	0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4251	0.4265	0.4279	0.4292	0.4306	0.4319
1.5	0.4332	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4394	0.4406	0.4418	0.4429	0.4441
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515	0.4525	0.4535	0.4545
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	0.4608	0.4616	0.4625	0.4633
1.8	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678	0.4686	0.4693	0.4699	0.4706
1.9	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750	0.4756	0.4761	0.4767
2.0	0.4772	0.4778	0.4783	0.4788	0.4793	0.4798	0.4803	0.4808	0.4812	0.4817
2.1	0.4821	0.4826	0.4830	0.4834	0.4838	0.4842	0.4846	0.4850	0.4854	0.4857
2.2	0.4861	0.4864	0.4868	0.4871	0.4875	0.4878	0.4881	0.4884	0.4887	0.4890
2.3	0.4893	0.4896	0.4898	0.4901	0.4904	0.4906	0.4909	0.4911	0.4913	0.4916
2.4	0.4918	0.4920	0.4922	0.4925	0.4927	0.4929	0.4931	0.4932	0.4934	0.4936
2.5	0.4938	0.4940	0.4941	0.4943	0.4945	0.4946	0.4948	0.4949	0.4951	0.4952
2.6	0.4953	0.4955	0.4956	0.4957	0.4959	0.4960	0.4961	0.4962	0.4963	0.4964
2.7	0.4965	0.4966	0.4967	0.4968	0.4969	0.4970	0.4971	0.4972	0.4973	0.4974
2.8	0.4974	0.4975	0.4976	0.4977	0.4977	0.4978	0.4979	0.4979	0.4980	0.4981
2.9	0.4981	0.4982	0.4982	0.4983	0.4984	0.4984	0.4985	0.4985	0.4986	0.4986
3.0	0.4987	0.4987	0.4987	0.4988	0.4988	0.4989	0.4989	0.4989	0.4990	0.4990



Bazı olasılık değerlerine uygun güven aralıkları aşağıda verilmiştir.

Güven Olasılığı (P)	Güven Aralığı (CI)
%68.26	$(\bar{X} - S_{\bar{X}}) < \mu < (\bar{X} + S_{\bar{X}})$
%95.00	$(\bar{X} - 1.96 * S_{\bar{X}}) < \mu < (\bar{X} + 1.96 * S_{\bar{X}})$
%99.00	$(\bar{X} - 2.58 * S_{\bar{X}}) < \mu < (\bar{X} + 2.58 * S_{\bar{X}})$
%99.90	$(\bar{X} - 3.28 * S_{\bar{X}}) < \mu < (\bar{X} + 3.28 * S_{\bar{X}})$

Örnek

$$n = 400$$

$$\bar{X} = 130$$

$$S = 10$$

$$\mu = ?$$

$$\frac{10}{\sqrt{400}}$$

$$P = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2} \text{ std}$$

ata lars

## Çözüm

$$n = 400$$

$$\bar{X} = 130$$

$$S = 10 \quad S_X = 10 / 20 = 0.5$$

$$\mu = ?$$

$$Z_{\alpha=0,05}=1,96$$

$$\mu = 130 \pm 0.5 \times 1,96 = 130 \pm 0,98$$

$$\mu = 129,02 \text{ (alt)} - 130,98 \text{ (üst)} \text{ } \left. \begin{array}{l} \text{gives} \\ \text{sonu} \end{array} \right)$$

## Evren Oranının Güven Sınırları

Örneklem grubunda bir olayın

- ✓ Görülme sıklığı ve
- ✓ Örneklem büyüklüğü biliniyorsa,

Olayın evrendeki görülme sıklığının belli bir olasılıkla hangi değerler arasında bulunabileceği tahmin edilebilir.



## Evren Oranı İçin Güven Aralığı

1 -  $\alpha$  güven düzeyinde evren oranı  $\pi$ 'nin aralık tahmini için güven sınırları;

$$p - z_{\alpha/2} \cdot S_p \leq \pi \leq p + z_{\alpha/2} \cdot S_p$$

Burada  $S_p$ ,  $p$ 'nin standart hatasıdır;

$$S_p = \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$$

## Örnek

200 kişilik bir örnek grubunda sigara içenlerin sayısı 70 olarak tespit edilmiştir. Buna göre bu örneğin çekildiği evrende sigara içme oranı %95 ihtimalle hangi sınırlar arasındadır?

*örn*

$n = 200$   
 $\text{Sigara} = 70$

## Çözüm

*yerbir sor.*

$$p=70/200=0,35 \text{ ise } q=1-0,35=0,65$$

*yanayere sor.*

$$S_p = \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} = \sqrt{\frac{0,35*0,65}{200}} = 0,034$$

$$p - t_{\alpha/2} \cdot S_p \leq \pi \leq p + t_{\alpha/2} \cdot S_p$$

$$0,35 - 1,96 * 0,034 \leq \pi \leq 0,35 + 1,96 * 0,034$$

$$0,28 \leq \pi \leq 0,42$$

*28 ≤ π ≤ 42*  
*28-42*  
*28-42*  
*28-42*

Örnek

$$n = 400 \quad \uparrow \text{çünkü} \pi \downarrow$$

$$p = 0.25 \quad \Pi = ?$$

$$p \uparrow \text{çünkü} \rightarrow \pi \uparrow$$

$$0.25$$
$$0.023$$

$$\Pi = 0.25 \pm 1.96 \times \sqrt{(0.25 \times 0.75) / 400}$$

$$0.2275 \quad 0.1875$$

$$\Pi = 0.25 \pm 0.02 = 0.23 - 0.27$$

nerfidece ne olur filan Sorac

**SORULARINIZ?**