Peter Philip
Paula Reichert, Lukas Emmert

Sommersemester 2024

Analysis 2 für Statistik
Hausaufgabenblatt 8

Aufgabe 1 (10 Punkte)

Es sei $U \subseteq \mathbb{R}^n$ offen und $\xi \in U$. Sei $f : U \to \mathbb{C}^m$ in ξ differenzierbar. Das heißt, sowohl $\mathrm{Re}f$ als auch $\mathrm{Im}f$ sind differenzierbar in ξ. Die totale Ableitung von f in ξ wird als $Df(\xi) := D\mathrm{Re}f(\xi) + iD\mathrm{Im}f(\xi)$ definiert. Zeigen Sie, dass

$$\lim_{h\to 0} \frac{f(\xi+h) - f(\xi) - Df(\xi)(h)}{\|h\|} = 0.$$

Aufgabe 2 (10 Punkte)

a) Sei $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ gegeben durch $f(x,y,z) = 3x^2 - y^2 + z^2$.

   i) Berechnen Sie die Richtungsableitung von f im Punkt $(1,2,3)$ in der Richtung $(1,1,2)$;

   ii) Berechnen Sie die Richtungsableitung von f im Punkt $(1,2,3)$ in der Richtung $(2,2,4)$;

b) Sei $g : \mathbb{R}^2 \setminus \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : y = 1\} \to \mathbb{R}$ gegeben durch $g(x,y) = \frac{x}{1-y}$. Berechnen Sie die Richtungsableitung von g im Punkt $(0,0)$ in der Richtung $(1,-1)$.

Aufgabe 3 (10 Punkte)

Es seien $f : \mathbb{R}^m \to \mathbb{R}^n$ und $g : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ zwei C^2-Funktionen. Betrachten Sie für $\xi \in \mathbb{R}^m$ die partielle Ableitung zweiter Ordnung $\partial_i\partial_j(g \circ f)(\xi), i, j \in \{1, 2, \ldots, m\}$ und drücken Sie sie durch die partiellen Ableitungen zweiter Ordnung von g und der Koordinatenfunktionen von f aus.

Abgabe bis Montag, 17. Juni 2024, 12:00 Uhr, online auf Moodle als PDF-Dokument.