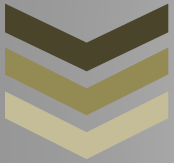


# YÖNEYLEM ARAŞTIRMASI



**15.DERS**

## AĞ ANALİZLERİ

### A-EN KISA YOL PROBLEMİ

Herhangi bir şebeke içinde başlangıç noktasına kaynak ve son noktaya bitim adı verilsin. En kısa yol probleminde amaç, kaynaktan bitime doğru minimum toplam uzunlukla gitmeyi sağlayan dallar dizisini bulmaktır.

### B-EN KÜÇÜK YAYILMA (MİNİMUM ÖRTEN AĞAÇ)

Amaç, her bir olay veya nokta çiftleri arasında en kısa yolu bularak şebeke içinde toplam en kısa uzaklığı sağlayan yolu bulmaktır. Özelliği tüm noktalardan geçilmesi gerektiridir.

**Algoritma:**  $N = \{1, 2, \dots, n\}$  şebekenin düğümler kümesi olsun.

$C_k$ :  $k$ . iterasyonda kalıcı olarak bağlanmış düğümler kümesi

$\bar{C}_k$ : henüz kalıcı olarak bağlanmamış düğümler kümesi

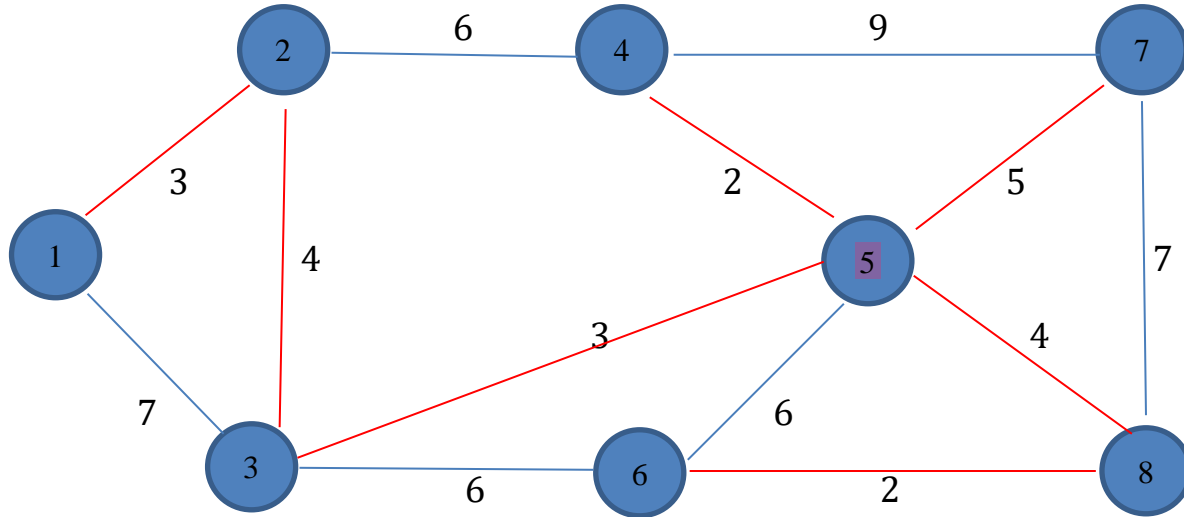
1. Adım:  $C_0 = \emptyset$   $\bar{C}_0 = N$

2. Adım: Bağlanmamış düğümler kümesi  $\bar{C}_0$  daki herhangi bir  $i$ . düğümlerle başlanıp  $C_1 = \{i\}$  olarak belirlenir. Bu otomatik olarak  $\bar{C}_1 = N - \{i\}$  sonucunu verir.  $K=2$  olarak belirlenir.

$k$ . Genel Adım: Bağlanmış düğümler kümesi  $C_{k-1}$  bir düğüme en kısa bağlantıyı verecek şekilde  $\bar{C}_{k-1}$  bağlanmamış düğümler kümesinden bir  $j^*$  düğümü seçilir. Bu düğüm  $C_{k-1}$  e kalıcı olarak bağlanır.  $\bar{C}_{k-1}$  kümesinden çıkarılır. Bağlanmamış düğümler kümesi  $\emptyset$  ise durulur. Değilse  $k=k+1$  olarak belirlenir ve  $k$ . Genel adım tekrarlanır.

## YÖNEYLEM ARAŞTIRMASI

**ÖRNEK:** Bir yerleşim yerindeki 8 tüketim merkezine boru hattı ile doğalgaz verilecektir. Tüketim merkezlerinin birbirlerine olan bağlantıları aşağıdaki gibidir. En az boru kullanarak merkezler arasında gerçekleşecek bağlantıyı oluşturun.



Başlangıç noktası olarak 5 seçilsin.

## YÖNEYLEM ARAŞTIRMASI

Bağlantı Yapılmış Düğüm Kümesi	Erişilebilir Düğüm ve Ayrıt Uzunluğu	Örten Ağaç (Düğüm)	
{5}	{5-4}-2* {5-7}-5 {5-6}-6 {5-3}-3 {5-8}-4	{5-4}	<p>Başlangıç nokta hangisi olursa olsun minimum örten ağaç aynı olur.</p> <p>Minimum örten ağaç şebekenin üzerinde kırmızı çizgiler ile gösterilmiştir.</p> <p>Kullanılacak minimum boru uzunluğu=3+4+3+2+5+4+2=27 birimdir.</p>
{5,4}	{5-7}-5 {5-6}-6 {5-3}-3* {5-8}-4 {4-2}-6 {4-7}-9	{5-3}	
{5,4,3}	{5-7}-5 {5-6}-6 {5-8}-4* {4-2}-6 {4-7}-9 {3-1}-7 {3-2}-4 {3-6}-6	{5-8}	
{5,4,3,8}	{8-7}-7 {8-6}-2*	{8-6}	
{5,4,3,8,6}	{3-2}-4*	{3-2}	
{5,4,3,8,6,2}	{2-1}-3* {2-3}-4	{2-1}	
{5,4,3,8,6,2,1}	{1-3}-7 {5-7}-5*	{5-7}	
{5,4,3,8,6,2,1,7}=N			

### C-EN BÜYÜK AKIŞ PROBLEMİ

$d_{ij}$ :  $i$  den  $j$  ye akış kapasitesi

$x_{ij}$ :  $i$  den  $j$  ye akış miktarı

$x_0$ : ağda gerçekleşecek toplam akış

Başlangıç düğüme  $x_0$  gibi bir başlangıç akış miktarı girecek ve aynı zamanda başka düğümlerden de girdiler olabilir. Düğümlerde girdi miktarları ve çıktı miktarları birbirine eşit olmalı.

### Matematiksel Model:

$$\text{Enb } Z = x_0$$

$$\sum_k x_{k1} - \sum_k x_{1k} = -x_0 \rightarrow \text{Başlangıç}$$

$$\sum_k x_{kj} - \sum_k x_{jk} = 0 \rightarrow \text{Ara düğümler. Akışların korunumu ilkesi}$$

$$\sum_k x_{nk} - \sum_k x_{kn} = -x_0 \rightarrow \text{Bitiş aşaması}$$

$$0 < x_{ij} \leq d_{ij}$$

Tek bir başlangıç ve tek bir bitiş düğümü olan bir şebekede belli bir zaman periyodunda başlangıç ve bitiş düğümleri arasındaki en fazla akışı bulmayı amaçlayan algoritmaya Maximum Akış Algoritması denir.

Maximum Akış Algoritması Adımsal olarak;

**Adım 1:** Kaynak düğümünden bitiş düğümüne kadar tüm dallarında akış olan bir yol seçilir. Böyle bir yol kalmamışsa maximum akışa ulaşılmış demektir.

**Adım 2:** Belirlenen yoldaki en büyük kapasiteli akış saptanır. Bu  $C$  olsun;

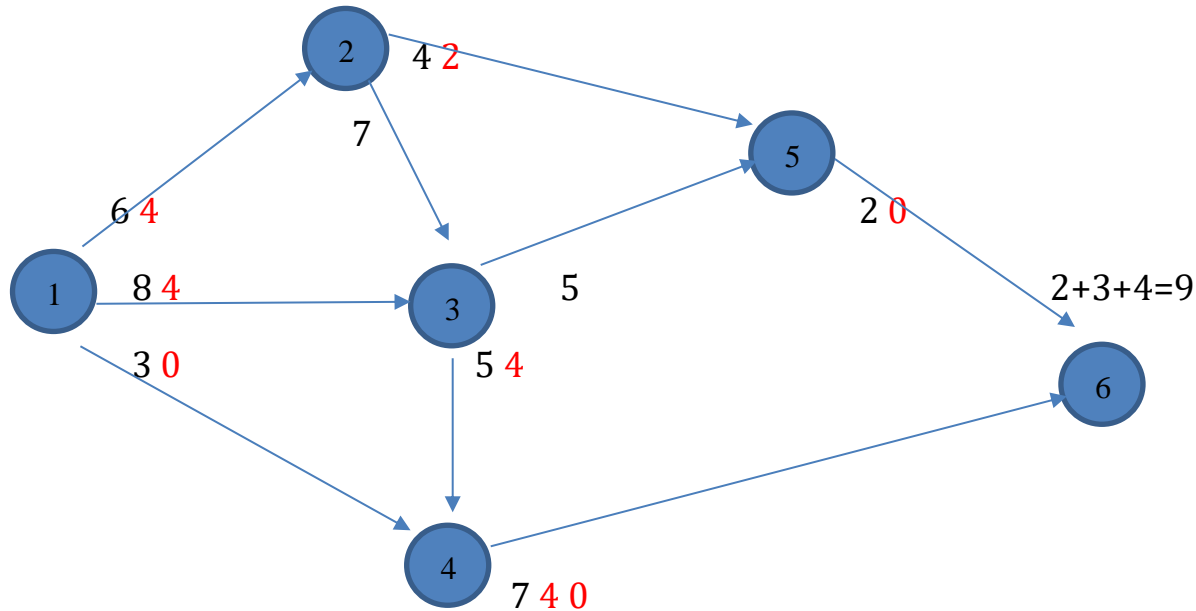
- a) Bu yoldaki tüm dallarda akış yönündeki bütün kapasiteler  $C$  kadar azaltılır.
- b) Yollardaki tüm dallarda aksi istikametteki kapasiteler  $C$  kadar azaltılır.

**Adım 3:** Bütün dallarda akış kapasiteleri olan bir yol olup olmadığı kontrol edilir, böyle bir yol yoksa optimal akış miktarına ulaşılmış demektir.



## YÖNEYLEM ARAŞTIRMASI

**ÖRNEK:** A ve B şehirleri arasındaki karayolu bakımı nedeniyle bir süre trafiğe kapanacaktır. Kara yolları mühendisleri saatte 6 bin arabalık bu trafik akımını alternatif yollarla sağlamak zorundadır. Alternatif yollar ve kapasiteleri grafikteki gibidir. A ve B şehri arasındaki maximum akışı belirleyiniz.



1 ile 6 düğümleri arasındaki kullanılabilecek yollardan biri  
1-2-5-6 bağlantılarının izlenmesidir ve akış kapasiteleri (6-4-2) dir.

## YÖNEYLEM ARAŞTIRMASI

---

Bu kapasitelerden en küçük olanı 2 dir. Bu yoldan 2 birim araç gidebilir.

Bu durumda bu yoldaki kapasiteler iki birim azalacaktır.

1-4-6 bağlantıları izlenirse akış kapasiteleri (3-7) dir.

Bu kapasitelerden en küçük olanı 3 dür.

Yoldaki kapasiteler 3 birim azalır.

1-3-4-6 bağlantıları izlenirse akış kapasiteleri (5-8-4) dir.

Bu kapasitelerden en küçük olanı 4 dür.

Yoldaki kapasiteler 4 birim azalır.

Artık her dalında kapasite olan bir yol kalmamıştır.

Toplam taşınabilecek miktar  $2+3+4=9$  birimdir.

### PROJE YÖNETİMİ

**Proje:** Belli bir işin tamamlanabilmesi için birbirleriyle ilişkili ve belli sırada yapılması gereken faaliyetler birleşimine “proje” denir.

Faaliyetler mantıksal sıra içerisinde birbirleriyle ilişkilidirler. Yani bazı faaliyetler diğer bazıları tamamlanmadan başlayamazlar. Projelerdeki bir faaliyetin tamamlanması için zaman ve kaynak gerekir. Proje yönetimi planlama uygulama ve denetim evrelerini içerir. Proje planlamada üç tip amaç olabilir.

1. Eldeki kaynaklar çerçevesinde projenin en kısa zamanda bitirilmesi
2. Daha önce belirlenen bir süre içerisinde en az kaynak kullanımıyla projenin bitirilmesi
3. Projenin toplam maliyetini minimum yapacak bir sürede projenin bitirilmesi.

Proje Planı bu amaçlardan benimsenmiş olanını gerçekleştirecek biçimde projeyi oluşturan faaliyetlerin paralel ve seri olarak sıralanmasıdır. Bu sıralamanın mümkün olabilmesi için faaliyetlerin olası süreleri, kaynak ihtiyaçları ve birbiriyle olan öncelik ilişkileri göz önüne alınır.

Bütün planlama faaliyetlerinde olduğu gibi proje planlamada da planlama sürecinde sorulan sorular ve derlenen bilgi ve veriler önemli bir katkı sağlar. Bu sorular

- Proje ne gibi faaliyetlerden oluşmaktadır?
- Her faaliyette ne kadar makine veya kaç kişiye ihtiyaç vardır?
- Maliyetler ne kadardır?

Biçiminde olabilir.

Bu soruların cevaplanması projenin etkin bir biçimde yönetimi için gereklidir.

### PROJE PLANLAMA VE DENETİM YÖNTEMLERİ

#### KRİTİK YOL YÖNTEMİ (CPM)

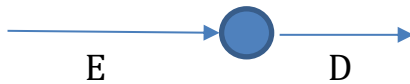
Herhangi bir problem programlanırken karşılıklı ilişkili faaliyetler organize edilmelidir. Programı kısıtlayan faaliyetler arasındaki sırasal ilişkiler ve faaliyetlerin sürdürülmesini sağlayan kaynaklardır. Faaliyetlerin birbiriyle olan öncelik ilişkilerini yansıtan bir proje ağı oluşturulur. Proje ağı üzerinde projenin süresini belirleyen bir dizi seri faaliyet saptanır. Bu seri faaliyet dizisi en uzun seri faaliyet dizisidir ve “kritik yol” olarak adlandırılır. Kritik yol üzerindeki faaliyetlere “kritik faaliyetler” denir. Kritik faaliyetlerin gerçekleşmesinde görülecek her gelişme proje süresini etkiler.

CPM de faaliyet zamanları sabit olduğu kabul edildiğinden deterministik bir yöntemdir. Kritik yol probleminin aşamaları;

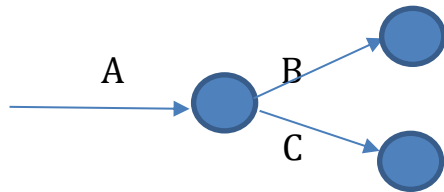
1. Proje ağının oluşturulması
2. Kritik yolun bulunması
3. Kritik olmayan faaliyetlerin proje süresini uzatmadan ne kadar sürede gerçekleştirilebileceğinin hesaplanması

**Ok diyagramı:** Kritik yol yönteminin temeli şebekedir. Şebekenin dalları faaliyetleri gösterir. Dalların yönü her zaman başlangıçtan bitişe doğrudur ve oklar ile gösterilir. Daireler faaliyetlerin başlamasını ve tamamlanmasını belirtirler.

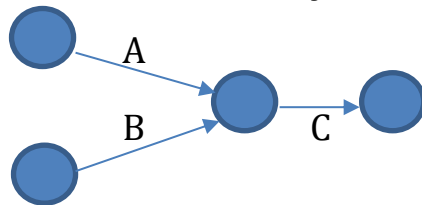
- D faaliyeti başlamadan önce E faaliyetinin bitmiş olması gerektiğini ifade eder.



- B ve C faaliyetlerinin A faaliyeti tamamlanmadan başlayamayacağını gösterir.

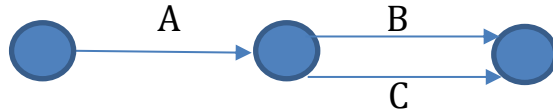


- A ve B faaliyetleri tamamlanmadan sonra C faaliyeti başlayabilir.



Proje Ağının Çiziminde Bazı Kurallar Vardır:

1. Her faaliyet ağda bir tek yönlendirilmiş dala gösterilir. Hiçbir faaliyet iki kez gösterilemez.
2. İki olay en fazla bir dal ile birleştirilebilir. İki veya daha fazla faaliyet aynı zamanda yapılırsa bunlar iki düğüm noktasını birden fazla eğriyle birleştirilerek gösterilemezler. Bu durumda KUKLA faaliyetler kullanılır.

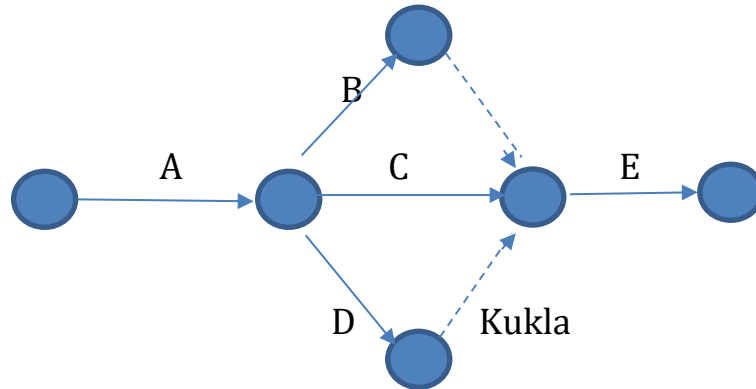
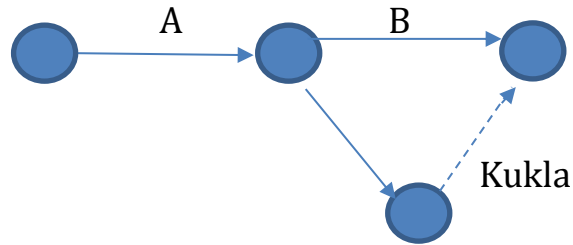


Bu şekilde bir şebeke oluşturulamaz. Bu yanlış bir gösterim.

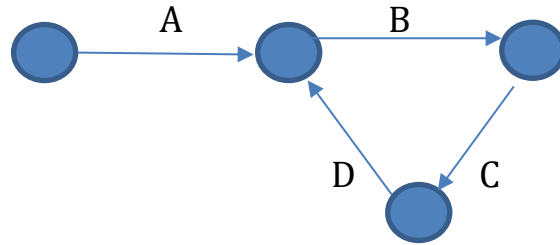


## YÖNEYLEM ARAŞTIRMASI

B ve C faaliyetlerinden hemen önce ve hemen sonra gelen faaliyetler aynı olduğunda doğru gösterim aşağıdaki gibi oluşturulur. Kullanılan kukla faaliyetlerin süresi sıfırdır ve hiçbir kaynağa ihtiyacı yoktur.



3. Ağ üzerinde hiçbir dal dizisi döngü meydana getiremez.



Yanlış gösterim

4. Ağ üzerinde bir tek başlangıç ve bir tek bitiş düğümü olmalıdır. Gerekiyorsa bunlar yapay olarak oluşturulmalıdır.

