1. Hafta

Aralık Tahmini Ve Hipotez Testi

Basit doğrusal regresyon modelindeki parametreler için EKK yöntemi kullanılarak **nokta tahminleri**ni elde ettik. Bu tahminler ana kütle regresyon fonksiyonu $E(Y) = \beta_0 + \beta_1 X_i$ ile ilgili ekonomik değişkenler arasındaki ilişkiyi betimleyen bir **bilgi çıkarımı**dır. *Bilgi çıkarma* ``bilinen veya varsayılan bir şeyden yola çıkarak bir sonuca varma" anlamındadır. Modelde yer alan iktisadi değişkenler arasında bir ilişki olduğunu varsaydık ve regresyon modeli ile ilgili varsayımlarda bulunduk. Bu varsayımlara dayanarak ve regresyon parametrelerinin ampirik tahminleri verilmişken verilerin elde edildiği anakütle hakkında bilgi çıkarımları yapabiliriz..

İstatistiksel bilgi çıkarımları **aralık tahmini (güven aralığı)** ve **hipotez testi** dir. **Aralık tahmini**, bilinmeyen ana kütle parametrelerininin bulunması olası bir değerler aralığı yaratma prosedürüdür. **Hipotez testleri**, regresyon parametreleri ile ilgili sahip olabileceğimiz varsayımları bir veri örnekleminden elde ettiğimiz parametre tahminleriyle karşılaştırma prosedürleridir. Hipotez testleri verilerin belirli bir varsayım veya hipotezle bağdaşıp bağdaşmadığını söylememizi sağlar.

Hipotez testi ve aralık tahmini prosedürleri, basit doğrusal regresyon modelinin varsayımına (ilk altı varsayım) ve sonucundaki en küçük kareler tahmincilerinin normalliklerine oldukça fazla bağlıdır. Eğer normallik varsayımı yerine gelmiyorsa, örneklem boyutu yeterince büyük olmalıdır ki en küçük kareler tahmincileri yaklaşık olarak normal olsun. Bu durumda, bu bölümde geliştireceğimiz prosedürler kullanılabilirler ama bunlar yaklaşık sonuç verirler. Bu bölümdeki prosedürleri geliştirirken ``Student" t-dağılımı kullanacağız.

Aralık Tahmini

$$\hat{Y}_i = 83,4160 + 10,21 X_i$$

Modeli için bir evin haftalık geliri 100 $ arttığında gıda harcamasının10,21 $ artacağını tahmin etmiştik. $\hat{\beta}_1 = 10,21$, regresyon modelindeki bilinmeyen anakütle parametresi β_1 ‘in nokta tahminidir. Aralık tahmini, gerçek parametrenin β_1 bulunmasının olası olduğu bir değer aralığı sunar. Bir değer aralığı sunmak, parametre değerinin ne olabileceği hakkında bir fikir ve ne kadar kesinlikle tahmin ettiğimizi verir. Böyle aralıklar genellikle **güven aralıkları** adını alır.

t-Dağılımı

Basit doğrusal regresyon modeli için olan ilk altı varsayımın doğru olduğunu varsayımı altında en küçük kareler tahmincileri $\hat{\beta}_0$ ve $\hat{\beta}_1$ nin normal dağılıma uygunluk gösterir. Örneğin, $\hat{\beta}_1$'nin normal dağılımı, β_1'nin en küçük kareler tahmincisi:

$$\hat{\beta}_1 \sim N\left(\beta_1, \frac{\sigma^2}{\sum x_i^2}\right)$$

Standardize edilmiş bir normal rassal değişken, $\hat{\beta}_1$ ‘ den ortalaması çıkarılıp standart sapmasına bölünerek elde edilir:

$$Z = \frac{\hat{\beta}_1 - \beta_1}{\sqrt{\sigma^2 / \sum x_i^2}} \sim N(0,1)$$

Standardize edilmiş rassal değişken *Z*, 0 ortalama ve 1 varyansla normal dağılmıştır. Normal dağılım tablosunu kullanarak

$$P(-1,96 \le Z \le 1,96) = 0,95$$

$$P(-1,96 \le \frac{\hat{\beta}_1 - \beta_1}{\sqrt{\sigma^2 / \sum x_i^2}} \le 1,96) = 0,95 \qquad P(-1,96 \le \frac{\hat{\beta}_1 - \beta_1}{Se(\hat{\beta}_1)} \le 1,96) = 0,95$$

$$P(\hat{\beta}_1 - 1,96 \times Se(\hat{\beta}_1) \le \beta_1 \le \hat{\beta}_1 + 1,96 \times Se(\hat{\beta}_1)) = 0,95$$

Bu aralık , β_1 parametresini içerme olasılığı 0.95 olan bir aralığı tanımlar. Tekrarlanan örneklemede, bu şekilde oluşturulan aralıkların %95 kadarı parametrenin gerçek değeri β_1 yi içerecektir. Aralık tahmincisinin bu kolay türetimi hem ilk altı varsayımına hem de hata terimi σ^2'nin varyansını bilmemize dayanmaktadır.

σ^2'nin değerini bilmememize rağmen onu tahmin edebiliriz. En küçük kareler kalıntıları $\hat{u}_i = Y_i - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 X_i$ ve σ^2 tahmincisi $\hat{\sigma}^2 = \sum \hat{u}_i^2 / n-2$. σ^2 yi $\hat{\sigma}^2$ ile değiştirerek, rassal bir değişken elde ederiz, bu yer değiştirme olasılık dağılımını standart normalden $n-2$ serbestlik dereceli bir t-dağılımına dönüştürür,

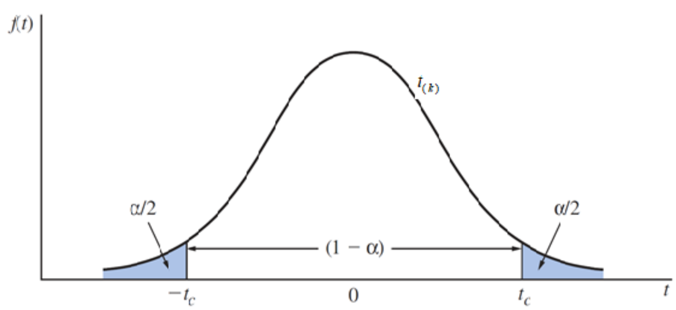
$$t = \frac{\hat{\beta}_1 - \beta_1}{\sqrt{\hat{\sigma}^2 / \sum x_i^2}} = \frac{\hat{\beta}_1 - \beta_1}{Se(\hat{\beta}_1)} \sim t_{(n-2)}$$

Benzer bir sonuç $\hat{\beta}_1$ için de geçerlidir, bu nedenle diyebiliriz ki basit doğrusal regresyon modelindeki varsayımlar geçerliyse;

$$t = \frac{\hat{\beta}_i - \beta_i}{Se(\hat{\beta}_i)} \sim t_{(n-2)} \qquad i = 0,1$$

Bu eşitlik basit doğrusal regresyon modelindeki hipotez testi ve aralık tahmini için temeli oluşturmaktadır.

t-dağılımı, sıfırda ortalanmış çan-şeklinde bir eğri olup, daha büyük bir varyans ve daha kalın kuyruklarla daha yayılmış olması dışında standart normal dağılım gibi görünür. t-dağılımının şekli, genellikle *s.d.* şeklinde gösterilen ve **serbestlik derecesi** adı verilen bir parametre tarafından kontrol edilir. k serbestlik dereceli bir t-dağılımı $t_{(k)}$ ile gösterilir . k serbestlik derecesi için t-dağılımının 95'inci persentili $t_{(0.95,k)}$ şeklinde gösterilir. Olasılığın 0.95'i bu değerin soluna düşer, bu nedenle $P[t_{(k)} \le t_{(0.95,k)}] = 0.95$. Örneğin, eğer serbestlik derecesi $k = 20$ ise, t tablodan, $t_{(0.95,20)} = 1.725$.



t-dağılımından kritik değerler

Aralık Tahminlerini Elde Etme

t-dağılımından `kritik değer' t_c bulunur ve $P(t \ge t_c) = P(t \le -t_c) = \alpha/2$, burada α için geleneksel anlamlılık düzeyleri $\alpha = 0.01$, $\alpha = 0.05$ ya da $\alpha = 0.10$ ‘e eşittir. Kritik değer t_c'nin k serbestlik derecesi için persentil değeri $t_{(\alpha/2,k)}$dir. Yukarıdaki şekilde t_c ve $-t_c$ değerleri gösterilmiştir.

Taralı her ``kuyruk'' alanı, olasılığın $\alpha/2$ kadarını taşır. Bu nedenle olasılığın $1-\alpha$ kadarı ortadaki kısımdadır. Sonuç olarak olasılık ifadesini aşağıdaki şekilde yazabiliriz:

$$P(-t_c \leq t \leq t_c) = 1 - \alpha$$

%95 güven aralığı için kritik değerler t-dağılımının $1 - \alpha = 0.95$ olasılığını taşıyan merkezi bir bölge tanımlarlar. Bu, $\alpha = 0.05$ olasılığı iki kuyruk arasında eşit olarak bölerek bırakır, böylece $\alpha/2 = 0.025$ olur. Öyleyse kritik değer $t_c = t_{(1-0.025,k)} = t_{(0.975,k)}$. Basit regresyon modelinde serbestlik derecesi $k = n - 2$' dir ve yukarıdaki ifade

$$P[-t_{(0.975,n-2)} \leq t \leq t_{(0.975,n-2)}] = 0.95$$

dönüşür. Ve aralık tahmini

$$P\left[-t_c \leq \frac{\hat{\beta}_1 - \beta_1}{Se(\hat{\beta}_1)} \leq +t_c\right] = 1 - \alpha$$

$$P(\hat{\beta}_1 - t_c \times Se(\hat{\beta}_1) \leq \beta_1 \leq \hat{\beta}_1 + t_c \times Se(\hat{\beta}_1)) = 1 - \alpha$$

Bu ifadeyi yeniden düzenleyerek aşağıdaki ifade elde edilir:

$$P(\hat{\beta}_i - t_c \times Se(\hat{\beta}_i) \leq \beta_i \leq \hat{\beta}_i + t_c \times Se(\hat{\beta}_i)) = 1 - \alpha$$

Aralığın uç noktaları $\hat{\beta}_i - t_c \times Se(\hat{\beta}_i)$ ve $\hat{\beta}_i + t_c \times Se(\hat{\beta}_i)$ örneklemden örnekleme değişeceği için rassaldır. Bu uç noktalar β_i için bir **aralık tahmincisi** tanımlarlar.

$$P(\hat{\beta}_i - t_c \times Se(\hat{\beta}_i) \leq \beta_i \leq \hat{\beta}_i + t_c \times Se(\hat{\beta}_i)) = 1 - \alpha$$

olasığı, $\hat{\beta}_i \pm t_c \times Se(\hat{\beta}_i)$ aralığının $1 - \alpha$ olasılığı ile bilinmeyen gerçek parametre β_i'yı taşıdığını ifade eder. $\hat{\beta}_k$ ve $Se(\hat{\beta}_k)$ tahmin edilen değerler (sayılar) olduğuna göre, verilen örneklem verilerine dayanarak $\hat{\beta}_i \pm t_c \times Se(\hat{\beta}_i)$, β_i nın %$100(1 - \alpha)$ **aralık tahmini (güven aralığı)** adını alır. Genellikle $\alpha = 0.01$ veya $\alpha = 0.05$'tir, bu nedenle bir %99 güven aralığı veya %95 güven aralığı elde ederiz.

Herhangi bir aralık tahmini, örneklem verisine bağlı olarak gerçek parametre β_i'yı içerebilir veya içermez, ve β_i bilinmediği için taşıyıp taşımadığını hiçbir zaman bilemeyiz.

Örnek

Gıda harcaması verileri için, $n=40$ ve serbestlik derecesi $n-2=38$. $\alpha=0,05$ olarak verilmiş ise, %95 güven aralığı için kritik değer $t_c = t_{(1-\alpha/2,n-2)} = t_{(0.975,38)} = 2.024$ serbestlik derecesi 38 olan t-dağılımından 97.5 persentildir. Olasılık ifadesi β_1 için aşağıdaki gibidir.

$$P(\hat{\beta}_1 - 2,024 \times Se(\hat{\beta}_1) \le \beta_1 \le \hat{\beta}_1 + 2,024 \times Se(\hat{\beta}_1)) = 1-\alpha$$

β_1 için bir aralık tahmini oluşturmak için en küçük kareler tahmini $\hat{\beta}_1 = 10,21$ ve standart hatası

$$Se(\hat{\beta}_1) = \sqrt{Var(\hat{\beta}_1)} = \sqrt{4,38} = 2,09$$

β_1 için %95 güven aralığı tahmini:

$$\hat{\beta}_k \pm t_c \times Se(\hat{\beta}_k) = 10,21 \pm 2,024(2,09) = [5,97;14,45]$$

$$P(5,97 \le \beta_1 \le 14,45) = 0,95$$

Bu sonuca göre, %95 güvenle bir evin haftalık gelirinin 100 \$ artmasıyla gıda harcamaları 5,97 \$ ile 14,45 \$ arasında bir artış göstereceği tahmin edilmiştir.

β_1 gerçekten de $[5,97;14,45]$ aralığında mıdır? Bilmiyoruz ve hiçbir zaman da bilemeyeceğiz. Bildiğimiz, kullandığımız prosedür aynı anakütleden alınan pek çok rassal örnekleme uygulandığında bu prosedür kullanılarak oluşturulmuş aralık tahminlerinin %95'i gerçek parametreyi içereceğidir.

β_1 'nin aralık tahmininin yararı nedir? Regresyon sonuçlarını rapor ederken her zaman $\hat{\beta}_1 = 10,21$ gibi bir nokta tahmini verilir. Ancak tek başına nokta tahmini güvenilirliği açısından hiçbir anlam taşımaz. Aralık tahminleri ise, hem nokta tahminini hem de en küçük kareler tahmincisinin değişkenliğinin bir ölçümü olan tahminin standart hatasını hesaba katar. Aralık tahmini örneklem boyutu için de bir tahsis içerir, çünkü daha düşük serbestlik dereceleri için t-dağılımı kritik değeri t_c daha büyüktür. Bir aralık tahmini genişse (büyük bir standart hatayı getirir), örneklemde β_1 hakkında çok fazla bilgi olmadığı anlamına gelir. Eğer aralık tahmini darsa, β_1 hakkında daha fazla şey öğrendiğimizi gösterir.

Tekrarlı Örnekleme Durumu

Aşağıdaki tabloda en küçük kareler tahminlerini, σ^2 tahminlerini ve her örneklem için katsayı standart hataları yer almaktadır. Bu tahminlerle örnekleme değişkenliği görülebilmektedir. Bu değişkenliğin sebebi basitçe her bir örneklemde 40 farklı hane halkı elde etmemizdir. $\hat{\beta}_0$ ve $\hat{\beta}_1$ parametreleri için %95 güven aralığı tahminleri aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Örnekleme değişkenliği, her bir aralık tahmininin merkezinin en küçük kareler tahmin değerleri ile değişmesine neden olur standart hatalar ile ve aralıkların genişliğinin değişmesine yol açar. Eğer ``Bu aralıkların kaçı gerçek parametreleri taşıyor ve onlar hangileri?" sorusunu sorarsak bilmediğimizi söyleyerek cevaplamalıyız. Ancak bu şekilde oluşturulan tüm aralık tahminlerinin %95'i gerçek parametre değerlerini taşır, belki bu aralıkların dokuz ya da 10'unun bilinmeyen gerçek parametreleri taşımasını bekleriz.

Tablo : 10 Rassal Örneklemden En Küçük Kareler Tahminleri

Örnek	$\hat{\beta}_0$	$Se(\hat{\beta}_0)$	$\hat{\beta}_1$	$Se(\hat{\beta}_1)$	$\hat{\sigma}^2$
1	131,69	40,58	6,48	1,96	7002,85
2	57,25	33,13	10,88	1,6	4668,63
3	103,91	37,22	8,14	1,.79	5891,75
4	46,5	33,33	11,9	1,61	4722,58
5	84,23	41,15	9,29	1,98	7200,16
6	26,63	45,78	13,55	2,21	8911,43
7	64,21	32,03	10,93	1,54	4362,12
8	79,66	29,87	9,76	1,44	3793,83
9	97,3	29,14	8,05	1,41	3610,2
10	95.96	37,18	7,7	1,79	5878,71

Tablo: 10 Rassal Örneklemden Aralık Tahminleri

Örnek	$\hat{\beta}_0 - t_c Se(\hat{\beta}_0)$	$\hat{\beta}_0 + t_c Se(\hat{\beta}_0)$	$\hat{\beta}_1 - t_c Se(\hat{\beta}_1)$	$\hat{\beta}_1 + t_c Se(\hat{\beta}_1)$
1	49,54	213,85	2,52	10,44
2	-9,83	124,32	7,65	14,12
3	28,56	179,26	4,51	11,77
4	-20,96	113,97	8,65	15,15
5	0,93	167,53	5,27	13,3
6	-66,04	119,3	9,08	18,02
7	-0,63	129,05	7,81	14,06
8	19,19	140,13	6,85	12,68
9	38,32	156,29	5,21	10,89
10	20,69	171,23	4,14	11,4

Nokta tahmini ile aralık tahmini arasındaki fark: bilinmeyen parametrelerin nokta tahminlerini elde etmek için en küçük kareler tahmincileri kullanılır. Tahmin edilen varyans $Var(\hat{\beta}_i)$, $i = 0$ veya 1 için karekökü, $\sqrt{Var(\hat{\beta}_i)} = Se(\hat{\beta}_i)$ en küçük kareler tahmincisinin bir örneklemden diğerine örnekleme değişkenliği (variability) hakkında bilgi sağlar.

Aralık tahmincileri regresyon sonuçlarını rapor etmek açısından önemlidir Çünkü aralık tahmincileri; nokta tahminini, bilinmeyen parametrelerin düşebileceği değer aralığı sağlamak için bir örnekleme değişkenliği ölçümü ile birleştirirler. En küçük kareler tahmincisinin değişkenliği az olunca aralık tahminleri görece olarak daha dar olur, bu da en küçük kareler tahmincilerinin ``güvenilir'' olduğunu gösterir. Eğer en küçük kareler tahmincileri fazla örnekleme değişkenliği ile karşı karşıya ise aralık tahminleri geniş olur ve bu en küçük kareler tahminlerinin ``güvenilmez'' olduğunu gösterir.

Hipotez Testleri

Hipotez testi prosedürleri, bir anakütle ile ilgili olarak sahip olunan varsayımı bir veri örneklemindeki bilgiyle karşılaştırır. Bir ekonomik ve istatistiksel model verili iken, **hipotezler** ekonomik davranışlar ile ilgili kurulur. Bu hipotezler daha sonra model parametreler hakkında ifadeler olarak sunulur. Hipotez testleri, hipotez hakkında bir sonuca varmak için bir parametre hakkında bir veri örnekleminde bulunan bilgiyi, onun en küçük kareler tahminini ve standart hatasını kullanır.

Hipotez testinin 5 bileşeni vardır.

1. Temel hipotez
2. Alternatif hipotez
3. Test istatistiği
4. Red bölgesi
5. Sonuç

1. Temel Hipotez

H_0 ile gösterilen temel hipotez, genellikle β_i ($i=0$ veya 1 için) olarak gösterilen ana kütle regresyon parametresi için bir değer belirler. Temel hipotez $H_0 : \beta_i = c$ şeklinde yazılır, c bir sabit sayıdır ve spesifik bir regresyon modeli bağlamında önemli bir değerdir. Eğer $c = 0$ ise parametrenin istatistiksel anlamlığı test edilir. Temel hipotez örneklem kanıtı tarafından doğru olmadığı kanıtlanana kadar sürdürdüğümüz inançtır, doğru olmadığı kanıtlanırsa da temel hipotezi *reddederiz*.

2. Alternatif Hipotez

Her temel hipotez, temel hipotez reddedildiğinde kabul edeilecek alternatif hipotez H_1 ile eşleşir Alternatif hipotez esnektir ve bir dereceye kadar ekonomi teorisine dayanır. $H_0 : \beta_i = c$ temel hipotezi için olası üç alternatif hipotez şunlardır:

- $H_1 : \beta_i > c$

  $\beta_i = c$ temel hipotezini reddetmek, araştırmacıyı $\beta_i > c$ sonucuna götürür. Eşitsizlik alternatif hipotezleri ekonomide yaygın olarak kullanılır çünkü ekonomik teori değişkenler arasındaki ilişkinin *işareti* hakkında sıkça bilgi sağlar. Örneğin, gıda harcaması örneğinde $H_1 : \beta_1 > c$ alternatifine karşı $H_1 : \beta_1 = c$ temel hipotezini de test edilir, çünkü ekonomik teoriye göre gıda gibi gereklilikler normal mallardır ve gıda harcaması gelir arttıkça artacaktır.

- $H_1 : \beta_i < c$

  $\beta_i = c$ temel hipotezini reddetmek, $\beta_i < c$ sonucuna götürür.

- $H_1 : \beta_i \neq c$.

$\beta_i = c$ temel hipotezini reddetmek, β_i'nın c'den büyük veya küçük bir değer aldığı sonucuna götürür.

3. Test İstatistiği

Temel hipotez hakkındaki örneklem bilgisi, bir test istatistiğinin örneklem değerinde kendini gösterir. Bir test istatistiğinin değerine dayanarak temel hipotezi reddedip reddetmeyeceğimize karar veririz. Test istatistiğinin özel bir karakteristiği vardır: olasılık dağılımı temel hipotez doğru iken tamamıyla biliniyordur ve eğer temel hipotez doğru değil ise de bazı diğer dağılımlara sahiptir, $t = \frac{\hat{\beta}_i - \beta_i}{Se(\hat{\beta}_i)} \sim t_{(n-2)}$, Eğer temel hipotez $H_0 : \beta_i = c$ doğruysa β_i yerine c'yi koyabiliriz ve aşağıdaki ifade yazılabilir:

$$t = \frac{\hat{\beta}_i - c}{Se(\hat{\beta}_i)} \sim t_{(n-2)}$$

Eğer temel hipotez doğru değilse yukarıdaki t-istatistiği $n-2$ serbestlik dereceli t-dağılımına sahip *değildir*.

4. Red Bölgesi

Red bölgesi alternatifin biçimine bağlıdır. Temel hipotezin *reddine* yol açan test istatistiğinin değerler aralığıdır. Ancak aşağıdakilere sahipsek bir red bölgesi oluşturabiliriz:

- Temel hipotez doğru iken dağılımı bilinen bir test istatistiği
- Bir alternatif hipotez
- Bir anlamlılık düzeyi

Red bölgesi, olası olmayan ve temel hipotez doğru iken düşük gerçekleşme olasılığına sahip değerleri içerir. Mantık zinciri şöyledir: ``Eğer bir test istatistiğinin değeri elde edilir ve düşük olasılık alanına düşerse test istatistiğinin varsayılan dağılıma sahip olması olası değildir ve dolayısıyla temel hipotezin doğru olması olası değildir." Eğer alternatif hipotez doğru ise test istatistiğinin değerleri alışılmadık şekilde büyük veya alışılmadık şekilde küçük olma eğilimi gösterir. ``büyük" ve ``küçük" terimleri, ``olası olmayan bir olay" ifadesine anlam veren **anlamlılık düzeyi** adındaki bir olasılığın, α'nın seçimi ile belirlenir. Testin anlamlılık düzeyi α genellikle 0.01, 0.05, 0.10 olarak seçilir.

Eğer temel hipotez doğru iken onu reddedersek, **Birinci Tip hata** yapmış oluruz. Bir testin anlamlılık düzeyi Birinci Tip hata yapma olasılığıdır, bu nedenle $P(BirinciTiphata) =$

α. Temel hipotezi reddettiğimiz her an böyle bir hata yapmış olma ihtimalimiz vardır --bundan kaçış yoktur. Ancak iyi haber şu ki anlamlılık düzeyi α'yı seçerek müsaade edeceğimiz Birinci Tip hata miktarını belirleyebiliriz. Eğer bu tarz bir hata masraflı ise α'yı küçük tutarız. Eğer yanlış olan bir temel hipotezi reddetmezsek bir **İkinci Tip hata** yapmış oluruz. Gerçek hayatta bu tip hatanın olasılığını ne hesaplayabiliriz ne de kontrol edebiliriz çünkü bu, bilinmeyen gerçek parametre β_i 'ya bağlıdır.

5. Sonuç

Bir hipotezin test edilmesi bittiğinde sonucun ortaya konması gerekir. Temel hipotezi reddediyor musunuz, yoksa etmiyor musunuz? Birazdan tartışacağımız gibi, temel hipotezi ``kabul ettiğinizi" söylemekten kaçınmalısınız, bu oldukça yanıltıcı olabilir. Ayrıca sonucun, üzerinde çalıştığınız problemin bağlamında ve sonucun ekonomik anlamında ne ifade ettiğini söylemeyi bir alışkanlık haline getirmenizi öneriyoruz. İstatistiksel prosedürler kendi kendilerinin sonu değildirler. Açıklayabilmeniz gereken bir sebeple uygulanırlar ve anlamlı olurlar.

1. Özel Alternatif Hipotezlerde Red Bölgeleri

$$H_0 : \beta_i = c \qquad H_0 : \beta_i = c \qquad H_0 : \beta_i = c$$
$$H_1 : \beta_i > c \qquad H_1 : \beta_i < c \qquad H_1 : \beta_i \neq c$$

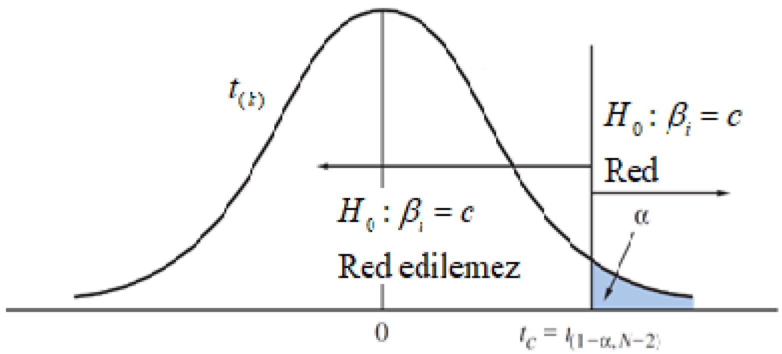
Yukarıdaki hipotezlerin testi için anlamlılık düzeyini belirlememiz gerekmektedir. Bir testin anlamlılık düzeyi α temel hipotez doğru iken onu reddetmemizin olasılığıdır, ki bu Birinci Tip hata adını alır.

Alternatif Hipotez " Büyüktür (>)" olduğunda Tek Kuyruklu Testler

$H_0 : \beta_i = c$ temel hipotezini test ederken, eğer $H_1 : \beta_i > c$ alternatifi doğru ise t-istatistiğinin değeri t-dağılımı için normalde olduğundan daha büyük olma eğilimi gösterir. Eğer test istatistiği anlamlılık düzeyi α için kritik değerden daha büyükse temel hipotez reddedilir. Sağ kuyrukta α olasılığını bırakan kritik değer, Aşağıdaki şekilde gösterildiği gibi $(1-\alpha)$ persentil $t_{(1-\alpha,n-2)}$'dır. Örneğin, eğer $\alpha = 0.05$ ve $n-2 = 30$ ise kritik değer, 95'inci persentil değeri $t_{(0.95,30)} = 1.697$'dir.

Red kuralı:

$H_0 : \beta_i = c$ temel hipotezi $H_1 : \beta_i > c$ alternatif hipotezine karşı test edelirken, $t \geq t_{(1-\alpha, n-2)}$ ise temel hipotez reddedilir ve alternatif hipotez kabul edilir.



Şekil : $H_0 : \beta_i = c$ hipotezine karşı $H_1 : \beta_i > c$ hipotezinin tek kuyruk testinin red bölgesi .

Test, ``tek kuyruk" testi adını alır çünkü t-istatistiğinin olası olmayan değerleri olasılık dağılımının sadece tek bir kuyruğuna düşer. Eğer temel hipotez doğruysa test istatistiği, bir t-dağılımına sahiptir ve değeri dağılımın ortasına, kritik değerin soluna, olasılığının büyük kısmının bulunduğu yere düşme eğilimi gösterir. Anlamlılık değeri α, eğer temel hipotez doğru ise t-istatistiği değerinin dağılımın uç sağ kuyruğuna düşme olasılığının küçük olacağı --şans eseri gerçekleşmesi olası olmayan bir olay- şekilde seçilir. Eğer red bölgesi nden bir test istatistiği değeri elde edersek bunu temel hipoteze karşı kanıt olarak alırız ve bu bizi temel hipotezin gerçek olmasının olası olmadığı sonucuna götürür. Temel hipoteze karşı kanıt alternatif hipotezi savunan kanıttır. Dolayısıyla temel hipotezi reddedersek alternatifin doğru olduğunu söyleriz.

Eğer temel hipotez $H_0 : \beta_i = c$ doğru ise test istatistiği bir t-dağılımına sahiptir ve değerleri $1 - \alpha$ olasılığıyla red bölgesi olmayan alana düşer. Eğer $t < t_{(1-\alpha, n-2)}$ ise temel hipoteze karşı istatistiksel olarak belirgin hiçbir kanıt yoktur ve hipotezi reddetmeyiz.

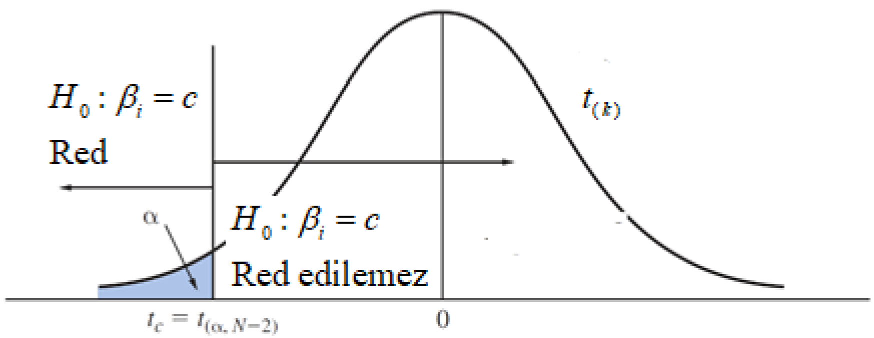
Alternatif Hipotez “ Küçüktür (<)” olduğunda Tek Kuyruklu Testler

Eğer $H_1 : \beta_i < c$ alternatif hipotezi doğru ise t-istatistiğinin değeri normalde t-dağılımı için olduğundan daha küçük olma eğilimi gösterir. Eğer test istatistiği anlamlılık düzeyi α için olan kritik değerden daha küçükse temel hipotezi reddederiz. Sol kuyrukta α olasılığı bırakan kritik değer aşağıdaki şekilde gösterildiği gibi α-persentil $t_{(\alpha,n-2)}$'dir.

Kritik değerlerin yerlerini belirlemek için, kullanılan t-dağılımının sıfır etrafında simetrik olduğu bilindiğine göre, α-persentil $t_{(\alpha,n-2)}$, $(1-\alpha)$-persentil $t_{(1-\alpha,n-2)}$'nin negatifidir. Örneğin, $\alpha = 0.05$ ve $n-2 = 20$ ise , t-dağılımının 95. persentili $t_{(0.95,20)} = 1.725$ ve 5. persentil değeri $t_{(0.05,20)} = -1.725$'dir. $H_0: \beta_k = c$ temel hipotezini $H_1: \beta_k < c$ alternatif hipotezine karşı test ederken eğer $t \leq t_{(\alpha,N-2)}$ ise temel hipotezi reddedin ve alternatif hipotezi kabul edin.

Red kuralı:

$H_0 : \beta_i = c$ temel hipotezini $H_1 : \beta_i < c$ alternatif hipotezine karşı test ederken eğer $t \leq t_{(\alpha,n-2)}$ ise temel hipotezi reddedilir ve alternatif hipotez kabul edilir.



Şekil : $H_0 : \beta_i = c$ hipotezinin $H_1 : \beta_i < c$ hipotezine karşı tek kuyruk testinin red bölgesi .

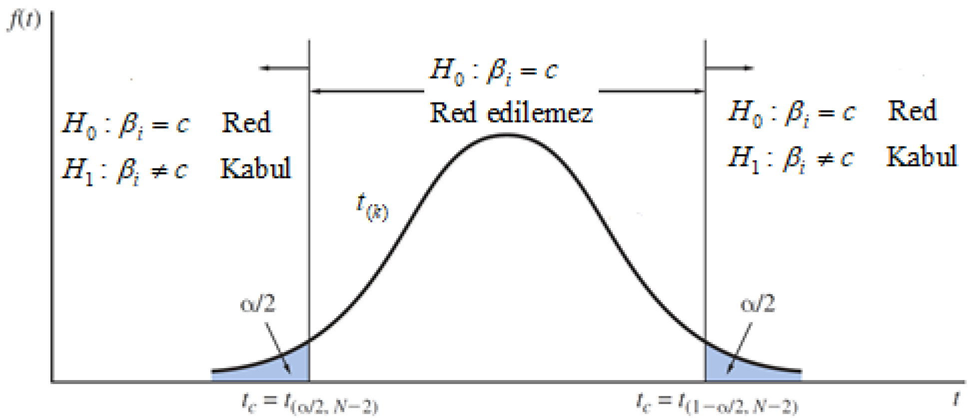
Red bölgesi dışındaki bölge $t_{(\alpha,N-2)}$ değerinden büyük t-istatistiği değerlerini kapsar. Temel hipotez doğru iken, böyle bir t-değerini elde etme olasılığı $1-\alpha$'dır. Dolayısıyla eğer $t > t_{(\alpha,N-2)}$ ise $H_0 : \beta_i = c$ hipotezi reddedilemez.

Not: Tek kuyruk testi için red bölgesi alternatifin okunun yönündedir. Eğer alternatif > ise red sağ kuyruktadır. Eğer alternatif < ise red sol kuyruktadır.

Alternatif Hipotez " Eşit Değildir (≠)" olduğunda Çift Kuyruk Testi

$H_0 : \beta_i = c$ temel hipotezini test ederken, eğer $H_1 : \beta_i \neq c$ alternatif hipotezi doğru ise test istatistiğinin değeri , t-dağılımı değerinden daha küçük veya daha büyük olma eğilimi gösterir. Anlamlılık düzeyi α ile bir test elde etmek için t-istatistiğinin her kuyruğa düşme olasılığı $\alpha/2$ olacak şekilde kritik değerler tanımlarız. Sol kuyruk kritik değeri persentil

$t_{(\alpha/2,n-2)}$ ve sağ kuyruk kritik değeri persentil $t_{(1-\alpha/2,n-2)}$'dir. Eğer test istatistiği, aşağıdaki şekilde gösterildiği gibi $t \leq t_{(\alpha/2,n-2)}$ veya $t \geq t_{(1-\alpha/2,n-2)}$ ise $H_0 : \beta_i = c$ temel hipotezi $H_1 : \beta_i \neq c$ alternatifinin lehine reddededilir.. Örneğin, eğer $\alpha = 0.05$ ve $n - 2 = 30$ ise $\alpha/2 = 0.025$ ve sol kuyruk kritik değeri 2.5-persentil değeri $t(0.025,30) = -2.042$; sağ kuyruk kritik değeri 97.5-persentil $t(0.975,30) = 2.042$'dir. Sağ kuyruk kritik değeri t-dağılım tablosundan elde edilir, sol kuyruk kritik değeri de simetri özelliği kullanılarak bulunur.



Şekil : $H_0 : \beta_i = c$ hipotezinin $H_1 : \beta_i \neq c$ hipotezine karşı bir testinin red bölgesi .

Red bölgesi t-dağılımının sağ ve sol kuyruğundaki parçalarından oluştuğu için, bu test **çift kuyruk testi** adını alır. Temel hipotez doğru iken t-dağılımının herhangi bir kuyruğuna düşen bir değer elde etme olasılığı ``düşüktür''. Kuyruk olasılıklarının toplamı α'ya eşittir. Kuyruk alanlarındaki test istatistiğinin örneklem değerleri temel hipotez ile bağdaşmaz ve temel hipotezin doğru olmasına karşı kanıttırlar. Öte yandan eğer $H_0 : \beta_i = c$ temel hipotezi doğru ise merkezi red bölgesi olmayan alanda bit test istatistiği t değeri elde etme olasılığı yüksektir. Merkezi red bölgesi olmayan alandaki test istatistiğinin örneklem değerleri temel hipotez ile bağdaşır ve temel hipotezin doğru olmasına karşı kanıt olarak alınmaz.

Red kuralı:

$H_0 : \beta_i = c$ temel hipotezini $H_1 : \beta_i \neq c$ alternatif hipotezine karşı test ederken, eğer $t \leq t_{(\alpha/2,n-2)}$ **veya** eğer $t \geq t_{(1-\alpha/2,n-2)}$ ise temel hipotezi reddedilir ve alternatif hipotez kabul edilir.

Eğer $t_{(\alpha/2,n-2)} < t < t_{(1-\alpha/2,n-2)}$ ise temel hipotezi reddetmeyiz.

Hipotez Testi Örnekleri

Tek Kuyruklu Anlamlılık Testi

Modelimizi belirlediğimizde genellikle ilk hedefimiz değişkenler arasında bir ilişki olup olmadığına bakmaktır. Eğer $\beta_1 = 0$ ise gıda harcaması ile gelir arasında hiçbir doğrusal ilişki yoktur.

İktisat teorisine göre, gıda bir normal maldır ve gelir arttıkça gıda harcamaları da artacaktır, dolayısıyla $\beta_1 > 0$. β_1'nin en küçük kareler tahmini $\hat{\beta}_1 = 10,21$, ki bu değer kesinlikle sıfırdan büyüktür. Ancak sadece tahminin doğru işarete sahip olduğunu gözlemlemek bilimsel bir kanıt oluşturmaz, $\beta_1 > 0$ sonucu için *anlamlı* istatistiksel kanıt aranır. Bir parametrenin sıfır olduğu temel hipotezi test ederken tahmin $\hat{\beta}_1$'nin sıfırdan belirgin(anlamlı) şekilde farklı olup olmadığını sorarız ve test **anlamlılık testi** adını alır.

Bir istatistiksel test prosedürü, bir temel hipotezin doğruluğunu kanıtlayamaz. Bir temel hipotezi reddedilemezse, hipotez testinin elde edebildiği tek şey veri örneklemindeki bilginin temel hipotezle bağdaşır olduğudur. Tersi şekilde, bir istatistiksel test, temel hipotez doğru iken küçük bir α reddetme olasılığı ile bizi temel hipotezi *reddetmeye* götürebilir. Dolayısıyla bir temel hipotezi reddetmek onu reddedememekten daha güçlü bir sonuçtur. Bu nedenle temel hipotez genellikle teorimiz doğru olduğunda temel hipotezi reddedeceğimiz şekilde kurulur.

Örneğimizde, ekonomik teori gelir ile gıda harcaması arasında pozitif bir ilişki olması gerektiğini söyler. Hipotez testi kullanarak bu teoriyi destekleyecek istatistiksel kanıt aranır. Bu amaçla değişkenler arasında hiçbir ilişki olmadığı temel hipotezini kuruyoruz, $H_0 : \beta_1 = 0$ Alternatif hipoteze oluşturmayı istediğimiz varsayımı yerleştiriyoruz, $H_1 : \beta_1 > 0$ Eğer temel hipotezi reddedersek direkt bir açıklama yapabiliriz, β_1'in pozitif olduğunu da belirterek, sadece küçük bir hata yapma olasılığı (α) ile.

Hipotez testinin adımları :

1. Temel hipotez ve alternatif hipotez

$H_0 : \beta_1 = 0$

$H_1 : \beta_1 > 0$

2. Test istatistiği

$$t = \frac{\hat{\beta}_1 - \beta_1}{Se(\hat{\beta}_1)} \sim t_{(n-2)}$$

Anlamlılık sınamalarında $c = 0$ olduğundan, eğer temel hipotez doğru ise test istatistiği

$$t = \frac{\hat{\beta}_1}{Se(\hat{\beta}_1)} \sim t_{(n-2)}$$

3. $\alpha = 0.05$ olarak seçilirse, sağ kuyruk red bölgesi için kritik değer $n - 2 = 38$ serbestlik dereceli t-dağılımının 95'inci persentili, $t_{(0.95,38)} = 1.686$'dir. Dolayısıyla eğer t'nin hesaplanan değeri $t \geq 1.686$ ise temel hipotezi reddedilir.. Eğer $t < 1.686$ ise temel hipotezi reddedilemez.

4. Gıda harcaması verilerini kullanarak, $\hat{\beta}_1 = 10,21$ sonucunu standart hata $Se(\hat{\beta}_1) = 2,09$ olarak hesaplanmıştı. Sınama istatistiğinin değeri aşağıda verilmiştir:

$$t = \frac{\hat{\beta}_1}{Se(\hat{\beta}_1)} = \frac{10,21}{2,09} = 4,88$$

5. $t = 4.88 > 1.686$ olduğundan, $\beta_1 = 0$ temel hipotezi reddedilir ve $\beta_1 > 0$ alternatif hipotez kabul edilir. Belir ile gıda harcaması arasında hiçbir ilişki olmadığı hipotezini reddedilir ve ev geliri ile gıda harcaması arasında istatistiksel olarak anlamlı bir pozitif ilişki olduğu söylenir

Ekonomik Bir Hipotezin Tek Kuyruklu Testi

Farz edin ki yeni bir süpermarketin ekonomik karlılığı, hane halkının gıda harcamasının her ekstra 100$ haftalık gelir ile 5.50$ artmasına bağlı ve bu yapı, bu etkinin güçlü bir kanıtı olmadıkça işlemeyecek. Bu vakada oluşturmak istediğimiz varsayım, alternatif hipotezde bulunacak olan, $\beta_1 > 5,5$ 'dır. Eğer $\beta_1 \leq 5,5$ ise süpermarket kar edemeyecek ve sahipleri marketi açmaktan vazgeçecek. β_1'nin en küçük kareler tahmini $\hat{\beta}_1 = 10,21$, ki bu değer 5.5'tan büyük. Belirlemek istediğimiz ise bizi elimizdeki veriye dayanarak $\beta_1 > 5,5$ sonucuna götürecek ikna edici istatistiksel kanıt olup olmadığı. Bu yargı sadece tahmin β_1'ye dayalı değil, aynı zamanda onun $Se(\hat{\beta}_1)$ ile ölçülen kesinliğine de bağlıdır.

Temel hipotez ne olmalı? Temel hipotezi hep $\beta_1 = 5,5$ gibi eşitlikler şeklinde yazdık. Bu temel hipotez çok kısıtlı çünkü $\beta_1 < 5,5$ olması teorik olarak mümkün. Hipotez testi prosedürleri açısından $H_0 : \beta_1 \leq 5,5$ temel hipotezini $H_1 : \beta_1 > 5,5$ alternatifine karşı test etmenin, $H_0: \beta_1 = 5,5$ hipotezini $H_1: \beta_1 > 5,5$ alternatif hipotezine karşı test etmeyle tamamen aynı şey olduğu ortaya çıkıyor. Sınama istatistiği ve red bölgesi tamamıyla aynı. Sağ kuyruk testi için temel hipotezi elinizdeki probleme göre bu yollardan herhangi biriyle oluşturabilirsiniz.

Bu hipotez testinin adımları şöyle:

1. Temel ve alternatif hipotez,

$H_0: \beta_1 \leq 5,5$

$H_1: \beta_1 > 5,5$

2. Eğer temel hipotez doğru ise test istatistiği

$$t = \frac{\hat{\beta}_1 - 5,5}{Se(\hat{\beta}_1)} \sim t_{(n-2)}$$

3. $\alpha = 0.01$ olarak seçelim. Sağ kuyruk red bölgesi için kritik değer $n - 2 = 38$ serbestlik dereceli t-dağılımının 99'uncu persentili, $t_{(0.99,38)} = 2.429$'dir. Eğer hesaplanan değer $t > 2.429$ ise temel hipotezi reddedeceğiz. Eğer $t < 2.429$ ise temel hipotezi reddetmeyeceğiz.

4. Gıda harcaması verilerini kullanarak, standart hata $Se(\hat{\beta}_1) = 2,09$ ile $\hat{\beta}_1 = 10,21$'dir. Test istatistiğinin değeri aşağıda verilmiştir:

$$t = \frac{\hat{\beta}_1 - 5,5}{Se(\hat{\beta}_1)} = \frac{10,21 - 5,5}{2,09} = 2,25$$

5. $t = 2,25 < 2,429$ olduğundan $\beta_1 < 5,5$ temel hipotezini reddetmeyiz. Yeni süpermarketin karlı olacağını söyleyemeyiz ve yapılanmaya başlamayız.

Bu örnekte anlamlılık düzeyi α'nın seçiminin oldukça önemli olduğu bir durum ortaya koyduk. Milyon dolarlar değerinde olan bir yapı projesi, hane halkının her bir ekstra \$100 haftalık gelirin 5.5\$'dan fazlasını gıdaya harcayacaklarına yönelik *ikna edici* kanıt olmasına bağlıdır. ``Genel'' tercih $\alpha = 0.05$ olmasına rağmen biz $\alpha = 0.01$ alternatif değerini seçtik çünkü temel hipotez doğru iken onu reddetme şansı düşük olan bir test istiyoruz. Bir testin anlamlılık düzeyinin, test istatistiğinin olası olmayan değeri ile neyi kast ettiğimizi tanımladığını hatırlayın. Bu örnekte, eğer temel hipotez doğru ise süpermarketi kurmak kârlı olmayacak. Biz kârı olmayan bir market kurma olasılığının çok küçük olmasını istiyoruz ve bu nedenle temel hipotez doğru iken onu reddetme olasılığının çok küçük tutmak istiyoruz. Her bir gerçek hayat durumunda α'nın seçimi, riskin ve yanlış bir karar vermenin sonuçlarının değerlendirilmesi bazında yapılmalıdır.

Yukarıdaki kanıta dayanarak bir seçim yapmak istemeyen bir CEO analiz etmek için yeni ve daha büyük bir örneklem oluşturabilir. Örneklem boyutu arttıkça en küçük kareler tahmincisinin daha kesin (tahminci varyansı ile ölçülerek) hale geldiğini ve istatistiksel çıkarsama açısından hipotez testlerinin daha güçlü gereçler haline geldiklerini hatırlayın.

Sol-Kuyruk Testleri

Bütünlük için sol kuyruktaki red bölgesi ile bir test oluşturacağız. $\beta_1 > 15$ temel hipotezini ve $\beta_1 < 15$ alternatif hipotezini ele alın. Bir test için red bölgesinin yerini belirlemedeki hafıza hilemizi hatırlayın. Red bölgesi, alternatif hipotezdeki okun < yönündedir. Bu bize red bölgesinin t-dağılımının sol kuyruğunda olduğunu söyler. Bu hipotez testinin adımları aşağıdaki gibidir:

1. Temel ve alternatif hipotez:

   $H_0 : \beta_1 > 15$

   $H_1 : \beta_1 < 15$

2. Eğer temel hipotez doğru ise test istatistiği:

   $$t = \frac{\hat{\beta}_1 - 15}{Se(\hat{\beta}_1)} \sim t_{(n-2)}$$

3. $\alpha = 0.05$ olarak seçelim. Sol kuyruk red bölgesi için kritik değer $n - 2 = 38$ serbestlik dereceli t-dağılımının 5'inci persentili, $t_{(0.05,38)} = 1.686$. Eğer hesaplanan değer $t < 1.686$ ise temel hipotezi reddedeceğiz. Eğer $t > 1.686$ ise temel hipotezi reddetmeyeceğiz.

4. Gıda harcaması verilerini kullanarak, standart hata $Se(\hat{\beta}_1) = 2,09$ ile $\hat{\beta}_1 = 10,21$ Sınama istatistiğinin değeri:

   $$t = \frac{\hat{\beta}_1 - 15}{Se(\hat{\beta}_1)} = \frac{10,21 - 15}{2,09} = -2,29$$

5. $t = -2.29 < -1.686$ olduğu için $\beta_1 > 15$ temel hipotezini reddederiz ve $\beta_1 < 15$ alternatifini kabul ederiz. Ev halklarının her ekstra 100$ gelirin 15$'dan daha azını gıdaya harcadığı sonucuna varırız.

Çift Kuyruklu Testler

Ekonomik Bir Hipotezin Çift Kuyruklu Testi

Bir danışman, benzer komşu çevrelere dayanarak, önerilen marketin yakınındaki hane halklarının 100$ ekstra gelirlerinin 7.5$'ını harcayacaklarını söylüyor. Bizim ekonomik modelimiz çerçevesinde, bu varsayımı $\beta_1 = 7,5$ şeklinde gösterebiliriz. Eğer bunun doğru olup olmadığını test etmek istiyorsak, $\beta_1 \neq 7,5$ alternatiftir. Bu alternatif β_1'nin 7.5'tan daha büyük veya daha küçük olacağı iddiasında bulunmaz, sadece 7.5 olmadığını savunur. Bu tip durumlarda çift kuyruk testini aşağıdaki gibi kullanırız:

1. Temel ve alternatif hipotez:
   $H_0 : \beta_1 = 7,5$
   $H_1 : \beta_1 \neq 7,5$
2. Eğer temel hipotez doğru ise test istatistiği:
   $$t = \frac{\hat{\beta}_1 - 7,5}{Se(\hat{\beta}_1)} \sim t_{(n-2)}$$
3. $\alpha = 0.05$ olarak seçelim. Bu çift kuyruk testi için kritik değerler 2.5-persentil $t_{(0.025,38)} = -2.024$ ve 97.5 persentil $t_{(0.975,38)} = 2.024$. Dolayısıyla eğer t'nin hesaplanan değeri $t \geq 2.024$ veya $t \leq -2.024$ ise temel hipotezi reddedeceğiz. Eğer $-2.024 < t < 2.024$ ise temel hipotezi reddetmeyeceğiz.
4. Gıda harcaması verileri için, standart hata $Se(\hat{\beta}_1) = 2,09$ ile $\hat{\beta}_1 = 10,21$'dir. Test istatistiğinin değeri:
   $$t = \frac{\hat{\beta}_1 - 7,5}{Se(\hat{\beta}_1)} = \frac{10,21 - 7,5}{2,09} = 1,29$$
5. $-2.204 < t = 1.29 < 2.204$ olduğu için $\beta_1 = 7,5$ temel hipotezini reddetmeyiz. Örneklem verileri, ev halklarının 100 $ ekstra gelirlerinin 7.5$'ını gıdaya harcayacakları varsayımı ile bağdaşmaktadır.

Temel hipotezin kabul edilmesi yorumda dikkat edilmesi gereken husus: "örnek verilerin H_0'ın reddi için bir neden bulunamamıştır".

Çift Kuyruklu Anlamlılık Testi

Gıda harcaması ile gelir arasında bir ilişkinin var olduğuna eminken, sunulan modeller daha spekülatiftir ve hipotez testinin amacı değişkenler arasında bir ilişkinin olup olmadığını belirlemektir. Bu durumda temel hipotez $\beta_1 = 0$'dır ; yani X ile Y arasında hiçbir doğrusal ilişki olmadığıdır. $\beta_1 \neq 0$ olan alternatif bir ilişkinin var olduğu anlamına gelir ama değişkenler arasındaki ilişki pozitif de olabilir negatif de olabilir. Bu, bir **anlamlılık testi**nin en yaygın şeklidir. Testin adımları aşağıdaki gibidir:

1. Temel ve alternatif hipotez:

$H_0 : \beta_1 = 0$

$H_1 : \beta_1 \neq 0$

2. Temel hipotez doğru ise test istatistiği:

$$t = \frac{\hat{\beta}_1}{Se(\hat{\beta}_1)} \sim t_{(n-2)}$$

3. $\alpha = 0.05$ olarak seçelim. Çift kuyruk test için kritik değerler 2.5-persentil $t_{(0.025,38)} = -2.024$ ve 97.5-persentil $t_{(0.975,38)} = 2.024$. Eğer t'nin hesaplanan değeri $t \geq 2.024$ veya $t \leq 2.024$ ise temel hipotezi reddedeceğiz. Eğer $-2.024 < t < 2.024$ ise temel hipotezi reddetmeyeceğiz.

4. Gıda harcaması verilerini kullanarak, standart hata $Se(\hat{\beta}_1) = 2,09$ ile $\hat{\beta}_1 = 10,21$. Test istatistiğinin değeri:

$$t = \frac{\hat{\beta}_1 - 7,5}{Se(\hat{\beta}_1)} = \frac{10,21}{2,09} = 4,88$$

5. $t = 4.88 > 2.024$ olduğu için $\beta_1 = 0$ temel hipotezini reddederiz ve gelir ile gıda harcamaları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir ilişki olduğu sonucuna varırız.

Bu sonuç ile ilgili olarak iki nokta belirtilmelidir. **Birincisi**; çift kuyruk testinde hesapladığımız t-istatistiği değeri, tek kuyruk anlamlılık testinde hesaplanan değerle aynıdır. İki test arasındaki fark red bölgesi ve kritik değerlerdir. **İkincisi**; anlamlılığın çift kuyruk testi, bir regresyon modelinin varsayıldığı her zaman yapılması gereken bir şeydir ve sonuç olarak bilgisayar yazılımı regresyon parametrelerinin sıfır olduğu temel hipotezlerin t-değerlerini otomatik olarak hesaplar.

Değişken	Katsayı	Std.Hata	t-istatistiği	Olasılık
C	83.41600	43.41016	1.92158	0.0622
GELİR	10.20964	2.09326	4.87738	0.0000

t-istatistiği başlıklı bir sütun olarak verilmektedir. Bu, karşılık gelen parametrenin sıfır olduğu temel hipotez için t-istatistiği değeridir. $t = \hat{\beta}_1 / Se(\hat{\beta}_1)$ olarak hesaplanır. En küçük kareler tahminlerini (Katsayı) standart hatalarına (Std. Hata) bölerek parametrenin sıfır olduğu hipotezi test etmek için t-istatistiği değerlerini (t-istatistiği) elde ederiz. GELİR değişkeni için t-istatistiği değeri 4.877381'dir, ki bu değer $H_0 : \beta_1 = 0$ temel hipotezini test etmek için uygundur. Tartışmalarımızda bu değeri 4.88'e yuvarladık.

Otonom parametrenin sıfır olduğu temel hipotezinin test etmek için t-değeri 1.92'ye eşittir. Bu çift kuyruk testleri için $\alpha = 0.05$ kritik değerleri $t_{(0.025,38)} = 2.024$ ve $t_{(0.975,38)} = 2.024$'tür eğim veya kesen ile ilgili bir hipotez test ediyorsak, bu nedenle $H_1 : \beta_0 \neq 0$ verili iken $H_0 : \beta_0 = 0$ temel hipotezini reddedemeyiz.