Peter Philip,
Paula Reichert, Lukas Emmert

Sommersemester 2024

Analysis 2 (Statistik)
Hausaufgabenblatt 7

Aufgabe 1 (10 Punkte)

Es sei die folgende Funktion f gegeben:

$$f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}, \quad f(r, \phi, \theta) := r \cos\phi \sin\theta.$$

Berechnen Sie die Hessematrix von f, also die Matrix

$$H_f(r,\phi,\theta) := \begin{pmatrix} \partial_r\partial_r f(r,\phi,\theta) & \partial_r\partial_\phi f(r,\phi,\theta) & \partial_r\partial_\theta f(r,\phi,\theta) \\ \partial_\phi\partial_r f(r,\phi,\theta) & \partial_\phi\partial_\phi f(r,\phi,\theta) & \partial_\phi\partial_\theta f(r,\phi,\theta) \\ \partial_\theta\partial_r f(r,\phi,\theta) & \partial_\theta\partial_\phi f(r,\phi,\theta) & \partial_\theta\partial_\theta f(r,\phi,\theta) \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 2 (10 Punkte)

Gegeben seien zwei Funktionen

$$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2, \quad f(x,y) := (x+y, xy^2);$$

$$g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2, \quad g(x,y) := (e^{xy}, \sin x \sin y).$$

(a) Geben Sie die Funktion $g \circ f$ an;

(b) Berechnen Sie $Df(x,y)$ sowie $Dg(x,y)$;

(c) Berechnen Sie $D(g \circ f)(x,y)$, ohne die Kettenregel zu benutzen;

(d) Berechnen Sie $D(g \circ f)(x,y)$ mithilfe der Kettenregel.

Aufgabe 3 (10 Punkte) Betrachten Sie die Funktion

$$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{C}^3, \quad f(x,y) = \begin{cases} \left(\frac{x}{y}, i\ln(1+x^2y^2), \sin|x| + ie^{-1/|y|}\right) & \text{falls } xy \neq 0 \\ (0,0,0) & \text{sonst.} \end{cases}$$

(a) Zeigen Sie, dass f in jedem Punkt $(x,y) \in \mathbb{R}^2$ mit $xy \neq 0$ differenzierbar ist und berechnen Sie $Df(x,y)$;

(b) Zeigen Sie, dass f in jedem Punkt $(x,y) \in \mathbb{R}^2$ mit $xy = 0$ nicht differenzierbar ist.

Abgabe bis Montag, 10.06.24, 12 Uhr auf Moodle als ein pdf-Dokument.