

ZAMAN SERİ ANALİZİNDE TEMEL KAVRAMLAR

KAVRAMLAR

- Öngörü: Gelecek olayları ya da koşulları tahmin etmeye *öngörü* denir. Karar verme sürecinde vazgeçilmez bir unsurdur.
- Nitel(kalitatif) Yöntemler: Öngörü ile geçmi teki bilgilerden yararlanılarak gelece e ait tahmin yapılmaktadır. Dolayısıyla, öngörü yöntemleri tecrübe, kararlara, bilirki ilerin dü üncelerine dayanmaktadır. Bu tür öngörü yöntemlerine genel olarak *nitel(kalitatif) yöntemler*denir.

- Nicel(kantitatif) Yöntemler: Öngörü yöntemleri sубjektif kararlardan ziyade elde edilen verilerin yapısını açıklayabilen modellere dayanırsa bu tür modellere dayanan öngörü yöntemlerine genel olarak *nichel(kantitatif) yöntemler* adı verilir.

- Zaman serileri analizinin içeriği yöntemler de nicel yöntemlerdir. Dolayısıyla, zaman serileri analizi zaman içinde düzenli aralıklarla gözlemlenen verilerin istatistiksel olarak incelenmesini ve gelecek dönemlerde elde edilebilecek verilerin öngörüsünün güvenilir bir ekilde yapılabilmesini içermektedir.

A. ZAMAN SERİSİ

- Kronolojik sırayla elde edilen verilere sahip de ikenlere *zaman serisi*/adı verilmektedir.
- Genel olarak zaman serisi, T örneklem büyüklüğü t olmak üzere z_t , $t = 1, 2, \dots, T$ biçiminde gösterilir. Buna göre ilk gözlemlenen veri Z_1 ; ikinci gözlemlenen veri Z_2 ; son gözlemlenen veri Z_T ile ifade edilir.

- Zaman içinde sürekli olarak kaydedilebilen verilere sahip serilere *sürekli zaman serileri*, sadece belli aralıklarda elde edilebilen verilere sahip serilere de *kesikli zaman serileri* adı verilmektedir. Elektrik sinyalleri, voltaj, ses titre imleri gibi mühendislik alanlarına ait seriler sürekli zaman serileri iken; faiz oranı, satı hacmi, üretim miktarı gibi iktisadi seriler kesikli zaman serileridir.

Örnek

Dönem	z_t	Tahmin smi	Dönem	z_t	Tahmin smi
1993		Dönem Öncesi Tahmin	2004	10456	Dönem çi Tahmin
1994			2005	10589	
1995			2006	10675	
1996	7202		2007	11113	
1997	7640		2008	11243	
1998	8337		2009	11324	Dönem Di I Tahmin
1999	8635		2010	11479	
2000	8966		2011	11528	
2001	9234		2012		
2002	9786		2013		Öngörü
2003	10239		2014		

B. ZAMAN SERİS VERLERİ VE GRAFLIKLER

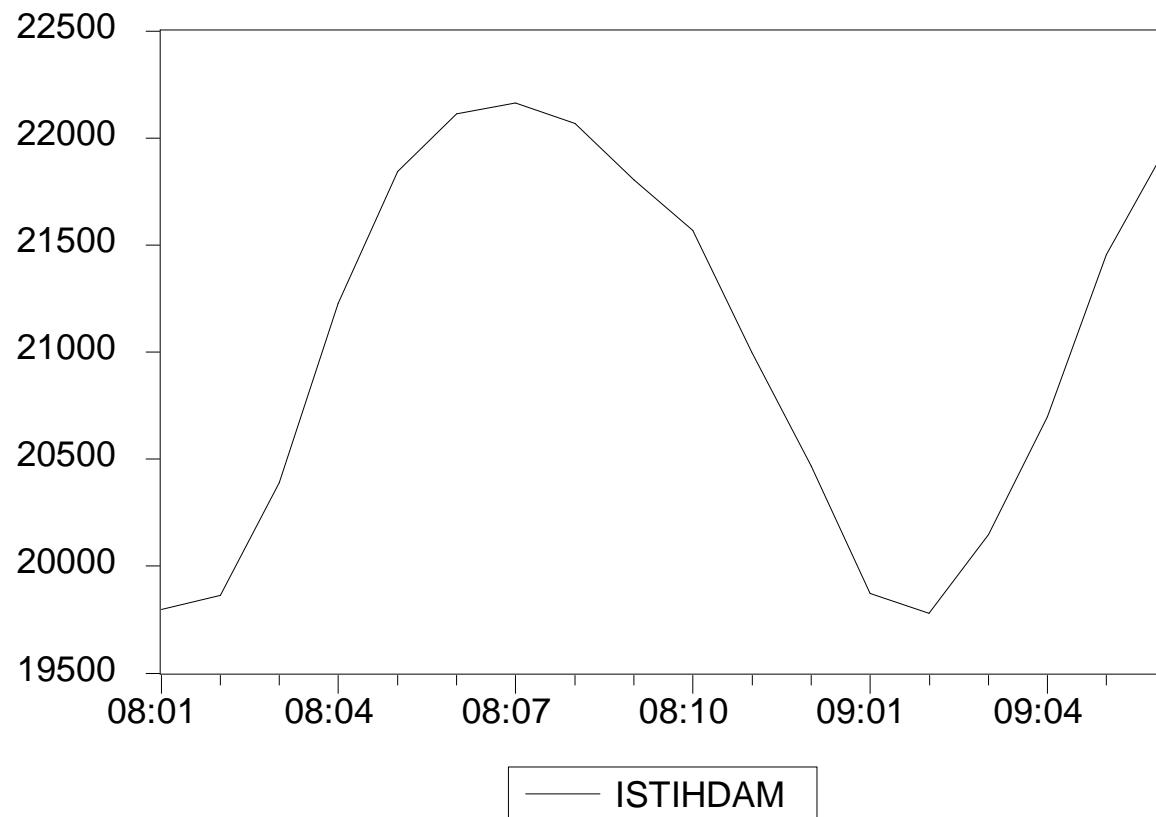
- Ekonomik ara tırmaların en önemli amalarından birisi, ekonomik modeli meydana getiren deikenlerin rakamlarla ifade edilebilir hale getirilmesidir.
- Veri sağlanamayan konularda empirik çalışmaların yapılması zor olacağı için öncelikle verilerin sınırları belirlenmelidir.
- Ekonometrik ara tırmalar için veri toplama genellikle birkaç biçimde gerçekleşir. Bunlardan ilki önceden toplanmış bilgilerden yararlanmaktadır. Bunlar daha çok istatistik bültenleri veya istatistik yıllıkları biçimindedir.

- ikinci yöntem ise doğrudan doğruya gözlem yapma metodudur. Bu süreçte bir ölçme işlemi söz konusudur. Ölçme iki farklı biçimde yapılır. Ara tırma konusu olan anakütle ya tamamen ölçülür ya da anakütlenin tamamının ölçülmesi çok güç oldu u, hatta imkansız oldu u durumlarda örneklem yardımıyla anakütlenin bir tahmini yapılır. Genellikle ikinci yöntem daha çok tercih edilmektedir.
- Zaman serisi verileri, de ikenlerin bir dönemden diğerine ardı ık gözlendi i sayısal de erler hakkında bilgiler verir.
- Zaman serisi verileri genellikle günlük, haftalık, aylık, üç aylık, altı aylık, yıllık ve daha uzun dönemli aralıklarla derlenir ve toplanır.

FARKLI YAPIDAK ZAMAN SERİLERİ ÖRNEKLER

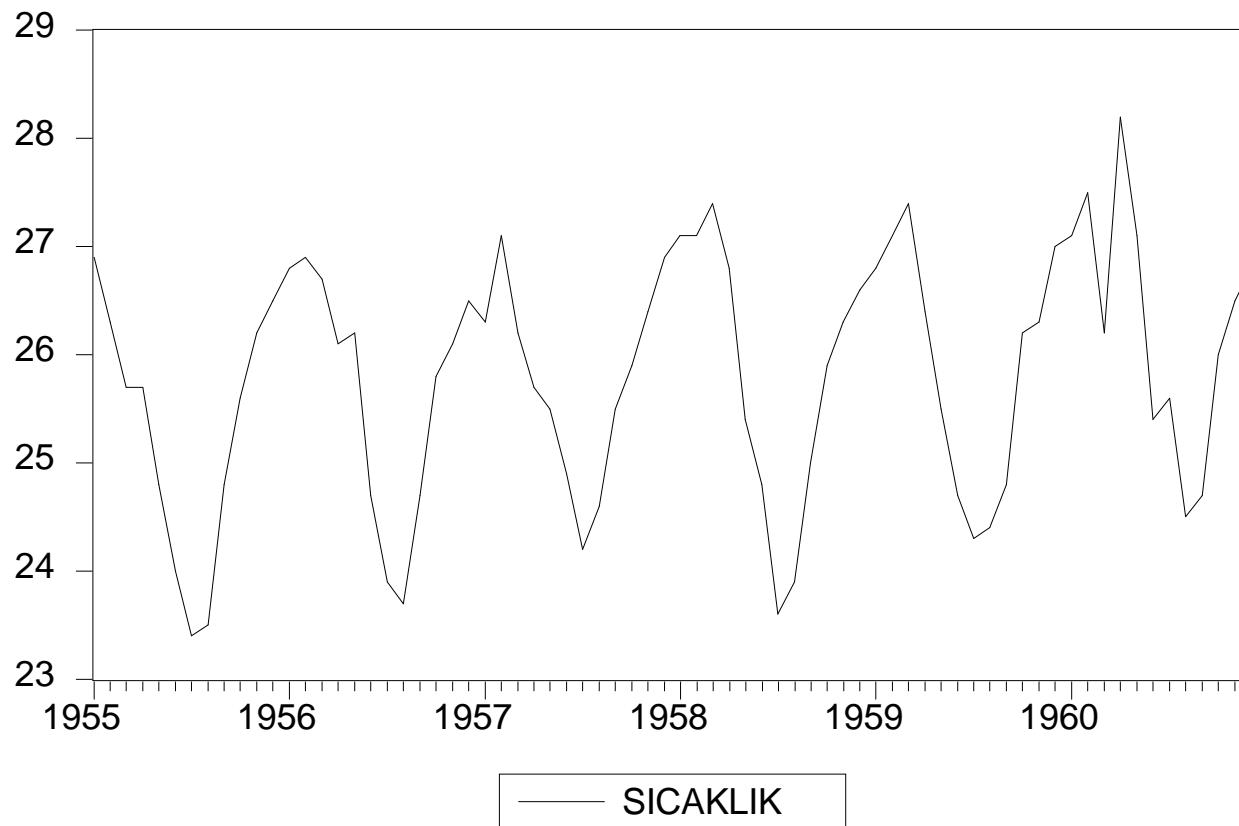
- 1. Ekonomik ve finansal zaman serileri:** İktisadi verilerin önemli bir bölümü zaman serilerinden ibarettir. Örneğin, günlük hisse senedi fiyatları, yıllık ıslızlık oranları gibi dönemler itibarıyle farklı alanlarda çok sayıda zaman serileri derlenir ve toplanır.

ekil 1.1: 2008-2009 yıllarına ait istihdam oranı verileri



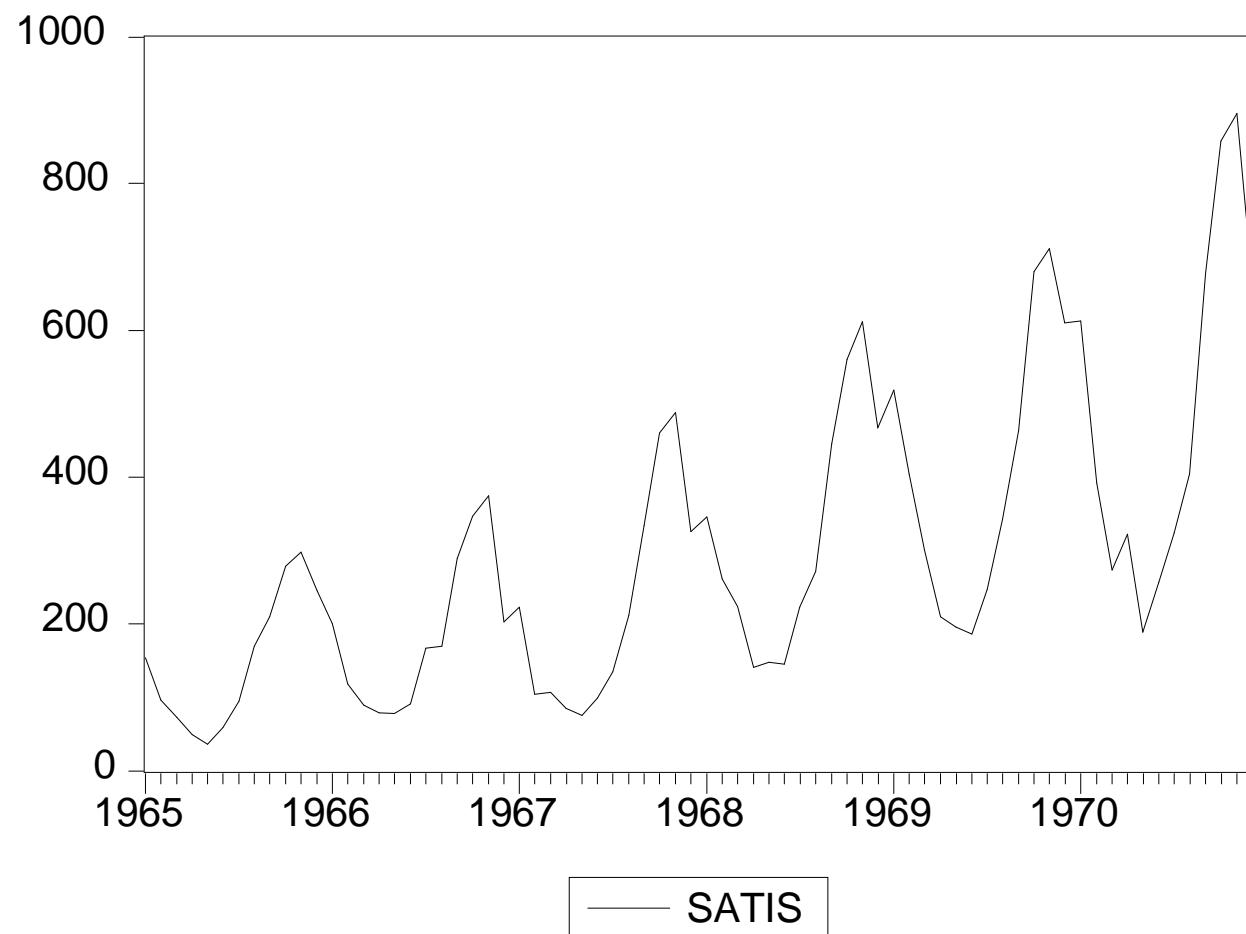
2. Fiziksel zaman serileri: Zaman serileri fen bilimlerinde, özellikle meteorolojide, denizcilik bilimlerinde ve co rafyada çok sık gözlenir. Fen bilimlerinde gözlemlerin kayıtları daha çok sürekli bir yapıdadır. Örne in, bir laboratuarda belirli bir sıcaklığın muhafaza edilmesi için nem oranı gibi bazı de i kenlerin sürekli ölçümleri birer zaman serisi olu turur.

ekil 1.2: 1955:1-1960:12 yıllarına ait sıcaklık verileri



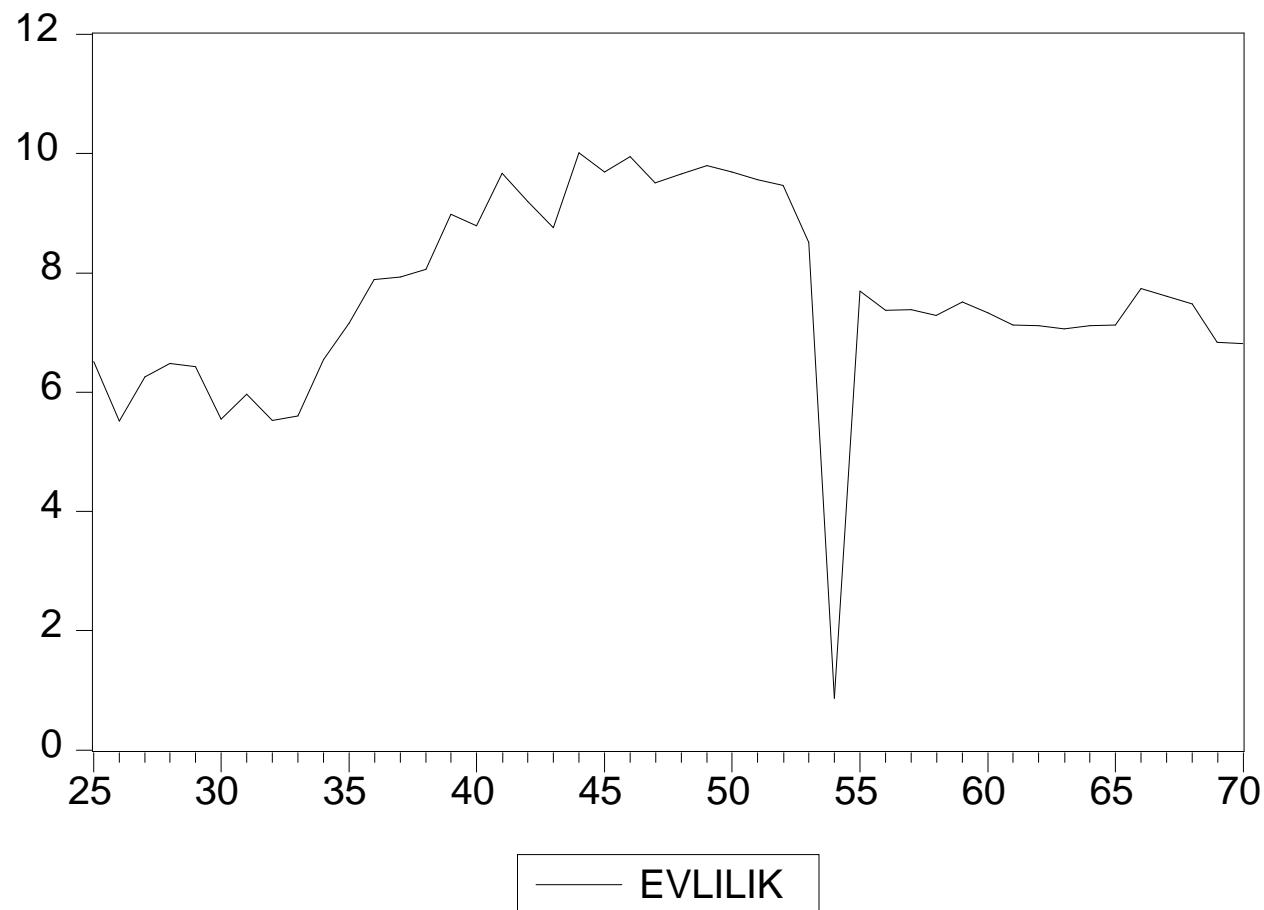
3. İletme zaman serileri: De i ik dönemlerde i letmelerin satı analizleri önemli yararlar sa lar. Bu tür veriler daha çok pazarlama verileri olarak bilinir. İletme veya pazarlama verileri ileriye yönelik i letme politikalarının belirlenmesinde ve satı önraporlarının hazırlanmasında etkin bir ekilde kullanılır.

ekil 1.3: 1965:1-1970:12 yıllarına ait x firmasının so utucu satı verileri



4. Demografik zaman serileri: Genellikle nüfus çalışmaları arasında ortaya çıkan zaman serileridir. Örneğin, yıllık ortalama nüfus artışı, yıllık ölüm ve doğum oranları bu sınıfa dahil edilebilir. Hükümetler orta ve uzun vadeli planlamalarında demografik verilerdeki değişimleri dikkate alarak çeşitli ekonomik göstergeler için tahminlerde bulunabilir.

ekil 1.4: 1925-1970 yıllarına ait evlenme oranı verileri



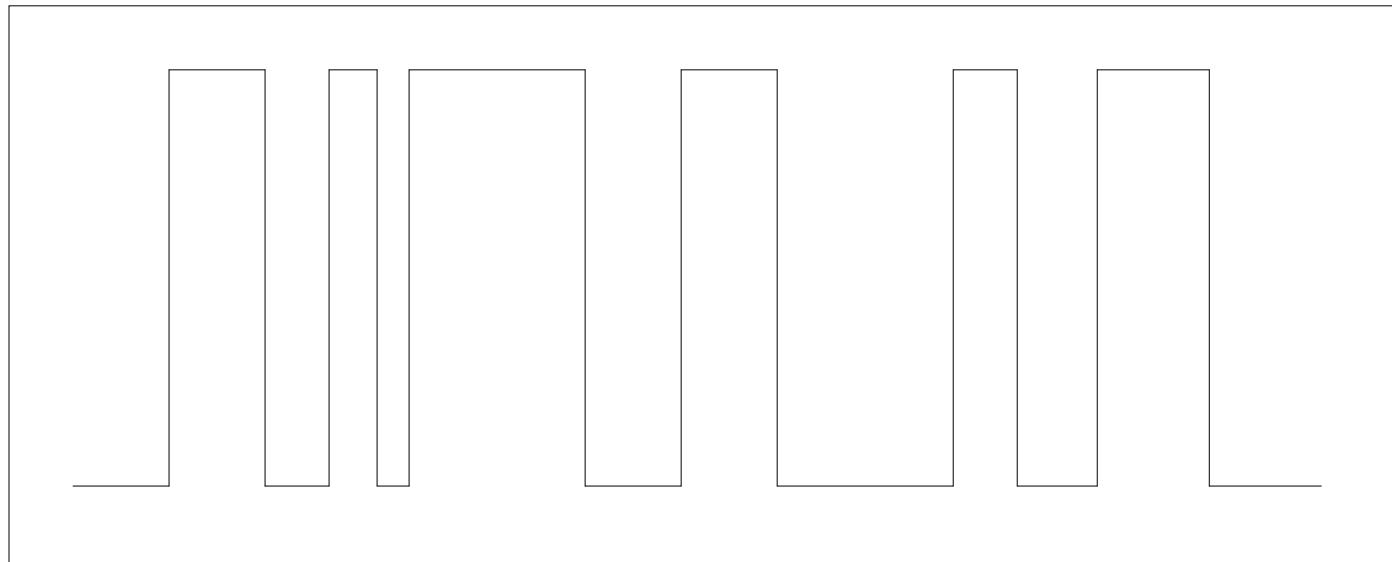
5. Süreç kontrol verileri: Süreç kontrolünde ele alınan bir problem, sürecin kalitesini gösteren bir ölçüm yardımıyla bir üretim sürecinin çalışmaları malarındaki de i imlerin incelenmesi olarak alınabilir. Bu de i kenin ölçümleri belirlenen bir hedeften ne kadar ve hangi yönde sapma gösterdi inin incelenmesi için zamana karı bir grafik çizilir. Belirlenen bu hedeften sapmalar incelenerek gerekli düzeltmeler yapılmaya çalışılır. Bu tür zaman serisi problemlerinin çözümü istatistiksel kalite kontrol teknikleri adı altında ele alınır.

ekil 1.5: Süreç kontrol grafi i



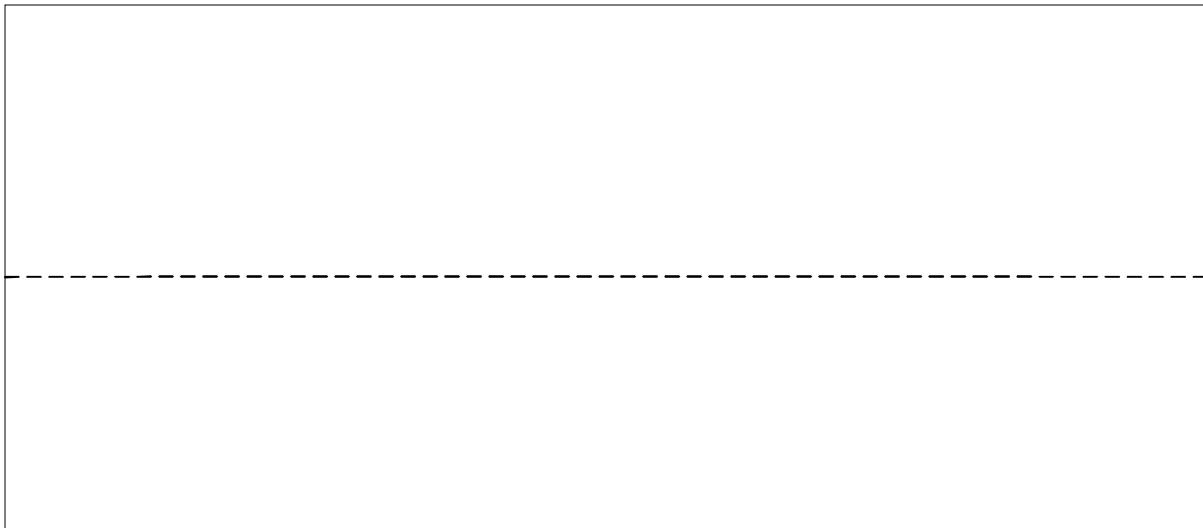
6. kili süreç verileri: Bu tür verilerde gölemler 0 veya 1 gibi yalnızca iki de erden birini alır. Bu özelliinden dolayı bu veriler ikili süreç olarak adlandırılır. Kili süreç verilerinde, örneğin herhangi bir elektronik cihazın açma/kapama düğmesinin açık veya kapalı olma durumuna göre bir ölçeklendirme yapılır.

ekil 1.6: kili süreç grafi i



7. Nokta süreç verileri: Zaman serilerinin farklı bir türü de belirli bir dönem içerisinde rassal olarak ortaya çıkan bir olaylar dizisi biçiminde oluşur. Örneğin havayolu ulaşımında bir yolcu uçağının bir yıllık bir dönemde içerisinde arızalandı ve bakım/onarımı alındı gibi aylar bir nokta süreç olarak gösterilebilir.

ekil 1.7: Nokta süreç grafi



1. Mevsimsel ve Aylık Verilerin Yıllık Verilere Dönüeturülmesi

- *Toplama Yöntemi:* En sık uygulandı i alan ki ilerin aylık kazançlarından yola çıkılarak yıllık kazancın bulunmasıdır. Örne in; aylık 500 lira kazanan bir ki inin $500 \times 12 = 6000$ lira olaca i açıktır. E er yıllık veri üzerinden analiz yapılacaksa artık her ay için 500 lira girilmeyecek onun yerine o yıla ait veri için 6000 lira yazılacaktır.

- *Ortalama Yöntemi:* Borsa verilerinde ya da istihdam sayısı ile ilgili verilerde uygulanabilmektedir. Örneğin, yeni kurulan bir ırkete yazın 32, kışın 40, ilkbaharda 15 ve sonbaharda 13 kişi alındıında bu ırketin o yıl her mevsim ortalama kişiye aldığı kişi sayısı $(32+40+15+13)/4=25$ kişi olur. Dolayısıyla, o yıla ait veri 25 olarak girilir. Burada yıllar karla tırılırken mevsim bazında kişi alınan kişi sayısı üzerinde duruldu u bilinmelidir.

- *Geometrik Ortalama Yöntemi:* Bu yöntem faiz oranı, işsizlik oranı gibi oran ile temsil edilen verilerde ve tüketici fiyat endeksi, sanayi üretim endeksi gibi endeks verilerinde kullanılmaktadır. Mevsimsel verilerin yıllık verilere dönüştürülmesi için kullanılan geometrik ortalama formülü:

$$Z = \sqrt[4]{Z_I \cdot Z_{II} \cdot Z_{III} \cdot Z_{IV}}$$
 biçimindedir.

Örnek:

- 1999 yılına ait aylık sanayi üretim endeksi aşağıda verilmiştir. Bu aylık verileri mevsimsel ve yıllık verilere dönüştürünüz.

Aylar	Ocak	ubat	Mart	Nisan	Mayıs	Haziran	Temmuz	A ugustos	Eylül	Ekim	Kasım	Aralık
Aylık Veri	100,8	94,2	101	87,1	93,9	88,9	103,1	106,2	101,6	103,8	105,1	114,3

$$\text{I. Mevsim} = \sqrt[3]{(100,8)(94,2)(101)} = 98,6$$

$$\text{II. Mevsim} = 89,9 \quad \text{III. Mevsim} = 103,6 \quad \text{IV. Mevsim} = 107,6$$

$$1999 \text{ Yılı} = \sqrt[4]{(98,6)(89,9)(103,6)(107,6)} = 99,7$$

Aylar	Aylık Veri	Mevsimsel Veri	Mevsimler
Ocak	100,8	98,6	I
İubat	94,2		
Mart	101	89,9	II
Nisan	87,1		
Mayıs	93,9	103,6	III
Haziran	88,9		
Temmuz	103,1	107,6	IV
Agustos	106,2		
Eylül	101,6		
Ekim	103,8		
Kasım	105,1		
Aralık	114,3		

2. Yıllık Verilerin Mevsimsel ve Aylık Verilere Dönüeturülmesi

- *Tekrarlama Yöntemi:* Bu yöntem ile yıllık veriler mevsimsel verilere dönüeturülecekse aynı veri 4 kez, yıllık veri aylık veriye dönüeturülecekse aynı veri 12 kez, mevsimsel veri aylık veriye dönüeturülecekse aynı veri 3 kez tekrarlanarak yazılır. Örne in yaz verisi, Haziran, temmuz ve A ustos ayları için ayrı ayrı 3 kez tekrarlanarak yazılır.

- *Eit Adım Yöntemi:*

Adım 1: Art arda gelen iki dönemin verileri arasındaki fark bulunur: $\Delta = Z_{II} - Z_I$

Adım 2: Bu fark dönü türülecek veriye göre dönem sayısına bölünür. Örne in bu fark, yıllık veri mevsimsel veriye dönü türülüyorsa 4'e, yıllık veri aylık veriye dönü türülüyorsa 12'ye, mevsimsel veri aylık veriye dönü türülüyorsa 3'e bölünür: $\Delta' = \Delta / \text{dönem sayısı}$

Adım 3: Δ' de eri ilgilenilen dönemin verisine dönem sayısı kadar eklenerek veri mevsimsel ya da aylık veri biçimine dönü türülür. Örne in, mevsimsel veri aylık veriye dönü türülüyorsa, olu turulan yeni aylık veri;

$$Z'_1 = Z_1 \quad (\text{mevsimin ilk ayı})$$

$$Z'_2 = Z'_1 + \Delta' \quad (\text{mevsimin ikinci ayı})$$

$$Z'_3 = Z'_2 + \Delta' \quad (\text{mevsimin üçüncü ayı})$$

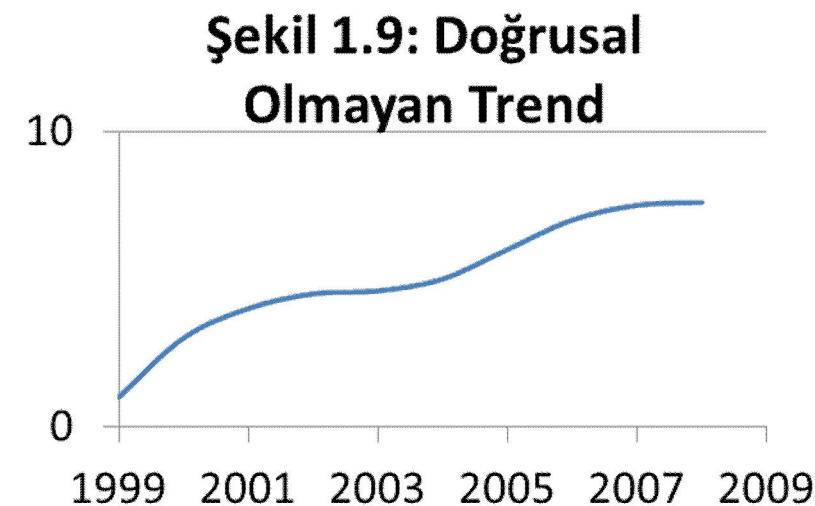
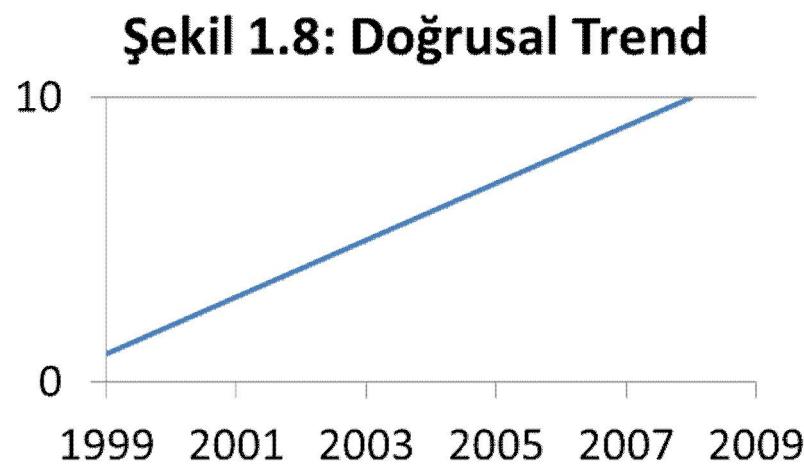
biriminde olur.

C. ZAMAN SERİSİLER

- Zaman Serisi bir dönemden di erine de i kenlerin de erlerinin ardı ik bir ekilde gözlendi i sayısal büyüklüklerdir.
- Özelli i ve yapısı ile bizzat kendisi gelece in tahmininde kullanılan bir bilgi kayna i oldu u gibi, aynı zamanda bir yöntem olmaktadır.
- Zaman serisi trend, mevsimsel dalgalanma, döngüsel dalgalanma ve düzensiz hareketlerden(hata terimi) olu maktadır.

Trend

- Trend, zamana göre gözlemlenen bir de ikenin uzun dönemde gösterdiği artı veya azalı adır.
- Trend, iki ekilde ifade edilebilir:
 - Do rusal Trend
 - Do rusal Olmayan Trend



Trendli Zaman Serisi Kalıpları

Zaman serilerinde trendli kalıplar genelde seride uzun süreli artı lar veya azalı ları yansıtır. Trend de imeleri bir serinin adeta ortalaması gibidir. Trendin ortaya çıkabilmesi için yakla ık 15 ile 18 yıllık bir döneme ihtiyaç vardır. Trend başlangıç noktası olarak genelde ekonomide durgunluk döneminin seçilmesinde yarar vardır. Trend kalıpları artan, azalan veya değişmez olabileceğ gibi doğrusal ve doğrusal olmayan bir kalıpta da ortaya çıkabilir.

Mevsimsel Dalgalanma

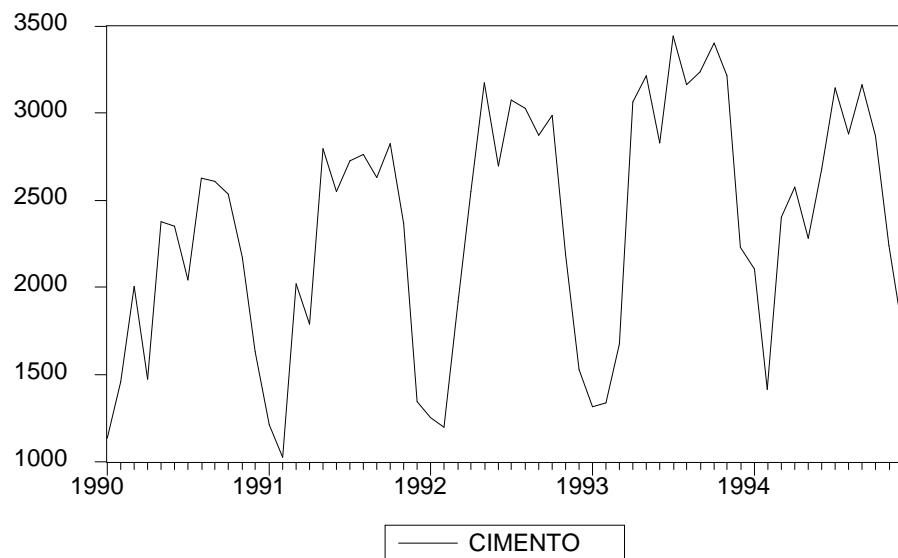
- Mevsim etkileri, 1 yıl içinde tamamlanan ve veride yıl bazında tekrarlanan dörtlulerin seyri olarak ifade edilir.
- Bu dalgalanmanın uzunluğu periyodu verir. Mevsimsel verilerin periyodu genellikle 4, aylık verilerinki 12, günlük verilerin haftadaki 7 sayısı durumuna göre 5, 6 ya da 7 olur.

Mevsimsel Zaman Serisi Kalıpları

- Genelde mevsimsel etkiler aylık dönemler itibariyle ortaya çıkar. Mevsimin etkisinde olan değerler yılın bazı dönemlerinde diğerlerine oranla daha yüksek veya daha düşük de erlere ulaşırlar. Örneğin, bir yılın belli dönemlerinde sokak içeceklerin tüketiminin artması veya azalması, bazı dönemlerde doğalgaz kullanımının artması veya azalması, sıcaklık, düen yamur miktarı vs. gibi zaman serilerinde dönemsel olma özellikleri sahip olsalar bile ardılık dönemlerde tam olarak tekrarı söz konusu olmayabilir.

Mevsimsellik çok farklı ekillerde ortaya çıkabilir. Örneğin, bir yılın belirli mevsimlerinde, belirli aylarında, belirli haftalarında, bir çeyrek yılın belirli bir ayında, belirli bir haftasında, belirli bir gününde ortaya çıkabilir. Belirli mevsimlerde sokuk içecek talebinin artması veya azalması, Müslüman bir ülke için dini günler, bayramlar, ramazan ayı alıverilerindeki artıları, her yıl aynı günde kutlanan anneler günü, babalar günü, öğretmenler günü, günün belirli saatlerinde telefon görüşmelerindeki artıları vb. mevsimsellik özellikle ne örnek verilebilir. Mevsimsellik altı ay, üç ay, bir ay, bir hafta, bir gün ve bir saat gibi dönemleri kapsayabilir. Daha uzun süreli mevsimselliklere örnek olarak belirli yıllarda tekrarlanan olimpiyat oyunları ve diğer sportif etkinlikler verilebilir.

ekil 1.10: 1990:1-1994:12 yıllarına ait aylık çimento üretim verileri



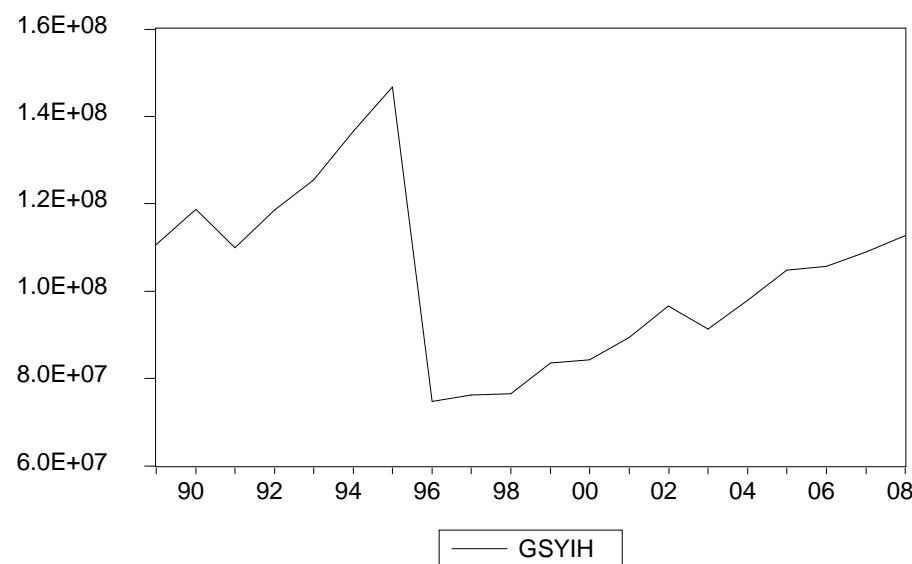
Döngüsel Dalgalanma(konjonktür)

- Döngüsel dalgalanma, 2-10 yıl veya daha uzun bir dönemde serinin seyrinde olu an de i melerdir ya da zaman serisindeki dalgalanmalar bir yıldan daha uzun dönemi kapsar ekilde seyir izliyorsa bu gidi at döngüsel dalgalanma olarak adlandırılır.

Konjonktürel Zaman Serisi Kalıpları

Konjonktürel hareketler daha çok ekonominin veya sektörlerin refah ya da durgunluk (ekonomik kriz) dönemlerini içeren de imelerdir. Refah dönemlerinde yatırımlar, üretimler, gelirler ve satışlar gibi ekonomik göstergeler bir süre için artı gösterir ve durgunluk dönemlerinde ise düşer meler ba gösterir. Genelde konjonktürel hareketler periyodik olmayan fakat 5 ile 8 yıllık dalgalanmalar ile tekrarlanır. Mevsimsel hareketlerde dönemler düzenli ve periyodik bir salınım gösterirken, konjonktürel hareketlerde dönemler düzensiz ve periyodik olmayan bir yapıdadır. Ayrıca konjonktürel hareketlerin ortalama uzunlukları mevsimsel dalgalanmalardan daha uzundur ve konjonktürün hacmi(geni li i) mevsimselli e göre daha fazla bir de i kenli e sahiptir.

ekil 1.11: 1989-2008 yıllarına ait GSY H verileri

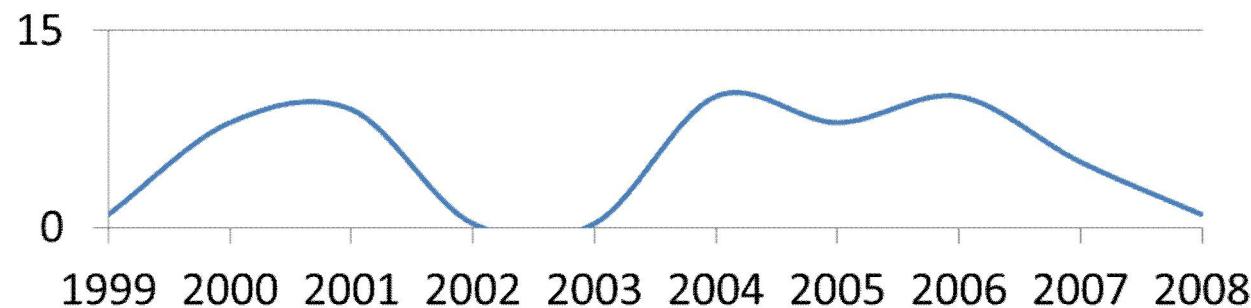


Düzensiz(rassal) Hareketler-hata terimi-

- Düzensiz(rassal) hareketler, zaman serisindeki düzensiz de i melerdir ve di er bile enlerden hiçbir bu de i melerin nedeni olarak gösterilemez.
- Düzensiz(rassal) hareketlerin tanımlanabilir bir seyirleri yoktur.
- Serideki yanıltıcı hareketlerdir.
- Serinin di er bile enleri hesaplandı ında geride kalan büyükliklerdir.

Şekil 1.12: Düzensiz Değişmeler

Sergileyen Seri



- Zaman serisi trend, mevsimsel dalgalanma, döngüsel dalgalanma ve düzensiz hareketlerden(hata terimi) olumaktadır.
- Zaman Serisi= f (Trend, Mevsimsel Dalgalanma, Döngüsel Dalgalanma, Düzensiz Hareketler)
- Yani kısaca

Zaman serisi= zlenen seyir+hata terimi olur.

- Geleneksel Zaman Serisi Ayrı lm Yöntemleri;
 - Toplamsal Ayrı tırma Yöntemi
 - Çarpımsal Ayrı tırma Yöntemi

Geleneksel zaman serisi ayrı lm yönteminde, özellikle zaman serilerinin trend, konjonktürel ve mevsimsel hareketlerin etkisi altında kaldı l varsayıılır.

- Zaman serileri analizi, yalnızca serilerdeki trend, konjonktür ve mevsimsel etkileri arındırma amacını gütmez.
- Serilerin gelecekte alabilecekleri muhtemel değerleri önraporlamak ve serilerin temsil ettiği sistemi kontrol etmek gibi farklı amaçları da vardır.
- Zaman serisi verilerinin dura an olduğunu varsayılar.
- Eğer bir zaman serisinin ortalaması, varyansı ve kovaryansı zaman boyunca sabit kalıyorsa, serinin dura an olduğunu söylenebilir.

D. GEC KME SAYISI

- Zaman serilerinin verilerinin dönem kaydırılması sonucu zaman serilerinin gecikmelerine ait seriler elde edilir.
- Zaman serisi, z_t serisinin; bir dönem gecikmeli serisi z_{t-1} , iki dönem kaydırıldıında z_{t-2} iki dönem gecikmeli seri k dönem kaydırıldıında z_{t-k} k dönem gecikmeli serisi oluşturur.

- Eğer orijinal zaman serisi trende sahip ise bu serinin k gecikmeli serisi orijinal seriyi k dönemde sonrasından takip ederek yine trende sahip olacaktır. Aynı ekilde, mevsimselli e sahip serilerin gecikmeleri de yine mevsimselli e sahip olurlar.
- Sonuç olarak, serilerin gecikmeleri orijinal seriyle aynı yapıda olup yapısal bir de i iklik gecikmeli serilerde görülmez.

- Bu bilgilerin k döneminin çok uzun seçilmedi i varsayıımı altında doğru oldu una dikkat edilmelidir.
- k döneminin en çok gözlem sayısından iki eksi kadar olabilece i de unutulmamalıdır. Aksi takdirde, olu turulacak serinin en çok bir verisi olur ki bu durumda olu turulan seri bir seri de il bir sabit olacaktır.
- Karma ik modellerde i lemlerin kolay yapılabilmesi için $Bz_t = z_{t-1}$ biçiminde tanımlanan B gecikme sayacı kullanılmaktadır. Bu tanıma göre k gecikmeli serisi $B^k z_t$ eklinde gösterilir.

E. OTOKORELASYON FONKS YONU

- Otokorelasyon katsayısı, zaman serisiyle bu serinin gecikmeli serileri arasındaki ilişkileri verir.
- Tüm gecikmelere ait otokorelasyon katsayısı değerleri otokorelasyon fonksiyonunu (ACF) oluşturmaktadır. Bu durumda $k=1,2,\dots,(T-2)$ olmak üzere otokorelasyon katsayısı:

$$r_k = \frac{\sum_{t=1}^{T-k} (z_t - \bar{z})(z_{t+k} - \bar{z})}{\sum_{t=1}^T (z_t - \bar{z})^2}$$

formülünden bulunur.

$$r_k = \frac{\sum_{t=1}^{T-k} (z_t - \bar{z})(z_{t+k} - \bar{z})}{\sum_{t=1}^T (z_t - \bar{z})^2}$$

z_t : orijinal zaman serisi

z_{t+k} : k dönem erken zaman serisi

\bar{z} : zaman serisinin ortalaması

r_k : k'inci gecikmeye ait otokorelasyon değeri anlamına gelmektedir.

Otokorelasyon fonksiyonunun veri sayısından iki eksiği kadar otokorelasyon değerine sahip olduğuna dikkat edilmelidir.

- İlişki değeri ρ , -1 ile +1 arasında değer aldığından r_k otokorelasyon katsayısı da bu aralıklarda değer almaktadır. İlişkinin önem testi, bir başka deyişle $H_0: \rho_k = 0$ yokluk hipotezinin testi *Bartlett Testi* ile yapılmaktadır. Bu t testine dayalı bir test olup:

$$t = \frac{r_k}{\sqrt{\frac{1}{T} \sqrt{1+2 \sum_{i=1}^{k-1} r_i^2}}}$$

Formülü kullanılmaktadır.

- Burada t testi değeri t tablo değerinden büyük olduğunda yokluk hipotezi reddedilir ve ilişkinin önemli olduğu söylenir. Burada ilişkinin varyansının;

$$V(r_k) = \frac{T-k}{T(T+2)}$$

biçiminde olduğu gösterilmiştir. Burada, ilişki varyansı değerinin gecikme sayısı arttıkça küçüldüğüne ve otokorelasyon değerlerinden bağımsız olduğuna dikkat edilmelidir. Bu nedenle bu yönteme *bağımsız modele göre varyans bulma yöntemi* adı da verilmektedir.

- Gecikme sayılarına (k) karılık otokorelasyon de erlerinin yer aldığı grafiye otokorelasyon fonksiyonu grafiği ya da korelogram adı verilir. Bu grafikte x ekseninde gecikmeler, y ekseninde ise otokorelasyon değerleri yer almaktadır. Dolayısıyla, y ekseninin $(-1,1)$ aralığında olurken x eksenini sadece pozitif tamsayılara sahiptir.

F.KISM OTOKORELASYON FONKS YONU

- *Kısmi korelasyon katsayısı*, di er de i kenler sabit iken yani bu de i kenlerin etkilerinin olmadığı varsayıldıında iki de i ken arasındaki ili kinin miktarını verir.
- *Kısmi otokorelasyon katsayısı* ise di er gecikmeli serilerin ($z_{t-1}, z_{t-2}, \dots, z_{t-k+1}$) etkileri ihmal edildiinde z_t ile z_{t+k} serileri arasındaki ili ki miktarını verir.

- Kısmi otokorelasyon katsayısı;

$$r_{kk} = \frac{r_k - \sum_{j=1}^{k-1} (r_{k-1,j})(r_{k-j})}{1 - \sum_{j=1}^{k-1} (r_{k-1,j})(r_j)}$$

formülünden ifade edilir. Burada;

r_k : k gecikmeli otokorelasyon katsayısı

r_{kj} : j'inci gecikmeli serinin etkisi yok edildiğinde k gecikmeli kısmi otokorelasyon katsayısı, yani;

$$r_{kj} = r_{k-1,j} - (r_{kk}) (r_{k-1,k-j})$$

olmaktadır.

- Formülün daha iyi anlaşılabilmesi için r_{33} kısmi otokorelasyon katsayısı değerini bulabilmek amacıyla kullanılması gereken formülü çıkarsayalım:

$$r_{33} = \frac{r_3 - [(r_{21})(r_2) + (r_{22})(r_1)]}{1 - [(r_{21})(r_1) + (r_{22})(r_2)]}$$

ve

$$r_{21} = r_{11} - (r_{22})(r_{11}) \text{ dir.}$$

Her zaman birinci gecikmeye ait otokorelasyon katsayısı değeri ile kısmi otokorelasyon katsayısı değeri birbirine eşittir. Bu nedenle $r_{11}=r_1$ eşitliği sağlanmaktadır. Yani birinci gecikmeye ait kısmi otokorelasyon katsayısını bulmaya gerek yoktur.

- Tüm gecikmelere ait kısmi otokorelasyon katsayısı de erleri *kısmi otokorelasyon fonksiyonunu (PACF)* olu turmaktadır. Gecikme sayıları x ekseninde yer almak üzere *kısmi otokorelasyon fonksiyonunun grafi* nde y eksenindeki kısmi otokorelasyon de erleri (-1,1) aralı ında yer almaktadır.

- Kısmi otokorelasyon katsayısının önemlilik testi *Quenouille Testi* 'ne göre yapılmaktadır. Bu teste göre;

$$t = \frac{r_{kk}}{\sqrt{1/T}}$$

testi sonucu $t_{(\alpha/2,T-1)}$ tablo değerinden daha büyük olduğunda kısmi otokorelasyon değerinin istatistiksel olarak önemli olduğu, dolayısıyla önemli bir kısmi ilişkinin olduğu anlamına gelmektedir.

G. FARK LEMLER

- Zaman serisinin akı kanlı bir ekilde son de erlerinden belli bir dönem önceki de erlerinin çıkarılması ilemleme *fark ilemi* denmektedir. Bu ilem özellikle serideki de imin yönünü ve büyülü ünün görebilmek amacıyla yararlıdır. Ayrıca fark ilemi sayesinde serideki trend ya da mevsimsel dalgalanmaları yok etmek mümkün olmaktadır.

- Zaman serisinin birinci farkları;

$$\Delta z_t = z_t - z_{t-1}$$

i lemiyle elde edilir.

Bu i lem yapıldıktan sonra eğer seride halen trend var ise ikinci dereceden farklar uygulanır. Serinin ikinci farkları, birinci farklar uygulanılarak elde edilen serinin tekrar birinci farklarının alınmasıyla elde edilmektedir ve

$$\Delta^2 z_t = (1-B)^2 z_t = \Delta z_t - \Delta z_{t-1}$$

biçiminde gösterilmektedir.

- kinci farklar genellikle üstel fonksiyona sahip serilerin trentsiz hale getirilmesinde gerekmektedir. Bu tür serilerde *e rise/ trend* vardır. Uygulamalarda üçüncü farkın alınmasına gerek kalmamaktadır.
- Mevsimsel farklar i lemi genellikle periyodik serilerde yani periyoda sahip olan mevsimsel serilerde uygulanmaktadır. Bu i lem, serinin son verilerinden periyot kadar önceki verileri çıkartılarak yapılmaktadır.

- Örne in, periyot 12 iken birinci mevsimsel fark:

$$\Delta_{12}z_t = z_t - z_{t-12} = (1-B^{12}) z_t$$

olmakta, periyot 4 iken

$$\Delta_4 z_t = z_t - z_{t-4} = (1-B^4) z_t$$

olmaktadır. Serideki mevsimsel hareket birinci mevsimsel farkların alınmasına rağmen hala etkin ise bu durumda seride ikinci mevsimsel fark işlemi:

$$\Delta_s^2 z_t = (1-B^s)^2 z_t = \Delta_s z_t - \Delta_s z_{t-s} \text{ biçimindedir.}$$

- Burada s periyodu göstermektedir. Görüldü ü
gibi, ikinci mevsimsel fark birinci mevsimsel
fark serisinin tekrar birinci mevsimsel farkı
olmaktadır. Dikkat edilirse mevsimsel fark,
örne in periyodu 12 olan aylık verilerde bir
önceki yılın verisi son yılın aynı ayının
verisinden çıkartılarak elde edilmektedir.
Böylece yıldan yıla aylık de i imler
incelenebilmektedir. Mevsimsel verilerde de
mevsimsel de i imlerin incelenmesi mümkün
olmaktadır.

H. DURA ANLIK

- E er seri *güçlü dura an* ise serinin da ılım fonksiyonu zaman içinde de i memeli, yani;
$$F(z_{t1}, z_{t2}, \dots, z_{tT}) = F(z_{t1+k}, z_{t2+k}, \dots, z_{tT+k})$$
e itli i sa lanmalıdır. Burada k gecikme sayısını göstermektedir. Bu özelli in uygulamalarda sa lanabilmesi oldukça güçtür. Bu nedenle, dura anlık kavramı genellikle *zayıf dura anlık* biçiminde ele alınmaktadır.

- E er bir seri *dura an* ise bu serinin beklenen de eri ve varyansı sabit, kovaryansı zamandan ba ımsız sadece gecikme sayısına dayalı olmalıdır. Dolayısıyla;

$$E(z_t) = \mu$$

$$V(z_t) = \sigma^2$$

$$\text{cov}(z_t, z_{t+k}) = \gamma_k$$

e itliklerinin hepsi sağlanmalıdır.

- Eğer bir seri trende sahip ise bu serinin beklenen de eri ya da bir bağıntı deyiyle *ortalama düzeyi* (zamanla ortalama devamlı artıyor ya da azalıyor) genellikle zamana bağlı olacak ve serinin gözlemleri arasında da bir ilişki olacaktır. Yani, elde edilen son gözlem bir önceki ya da daha önceki gözlemlerden etkileniyor olacaktır. Dolayısıyla, yaklaşık tüm gecikmeler için,

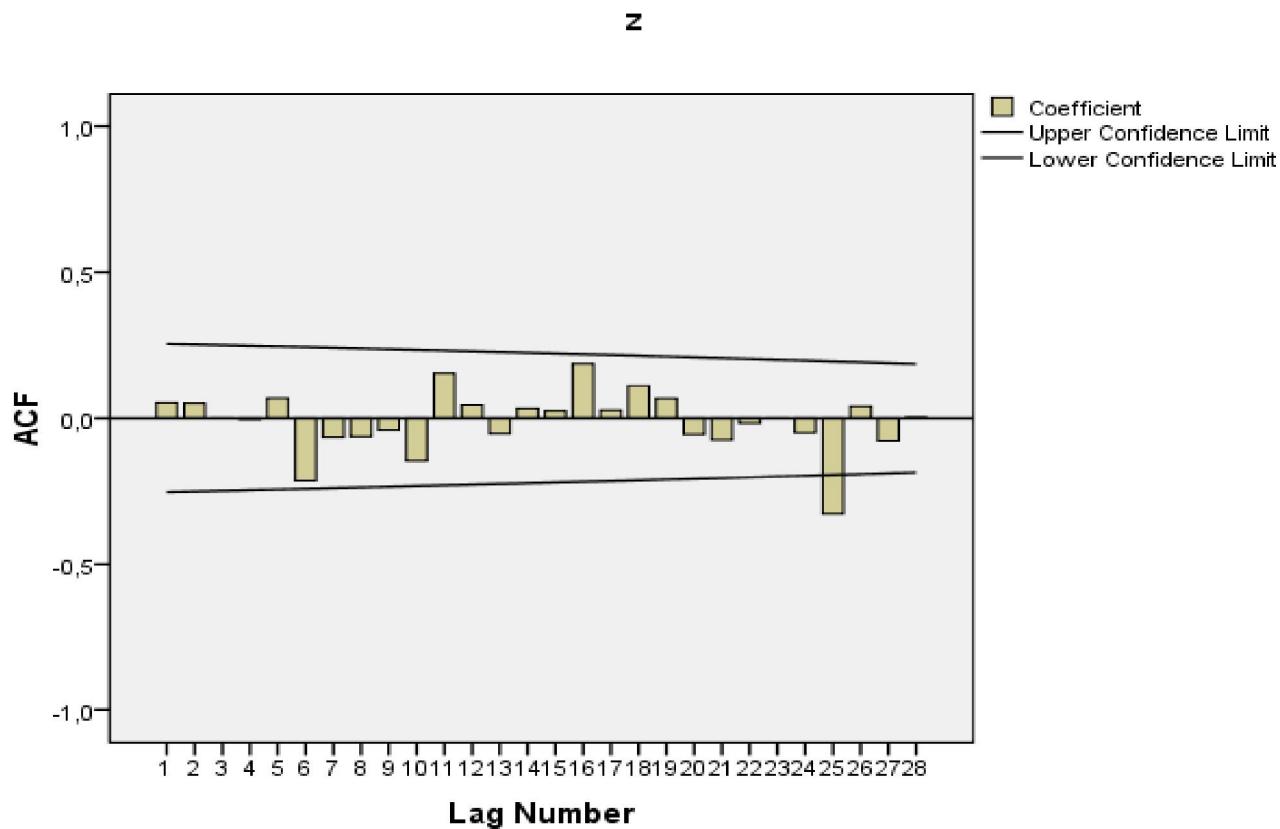
$$H_0 : r_k = 0$$

yönlük hipotezi reddedilecektir.

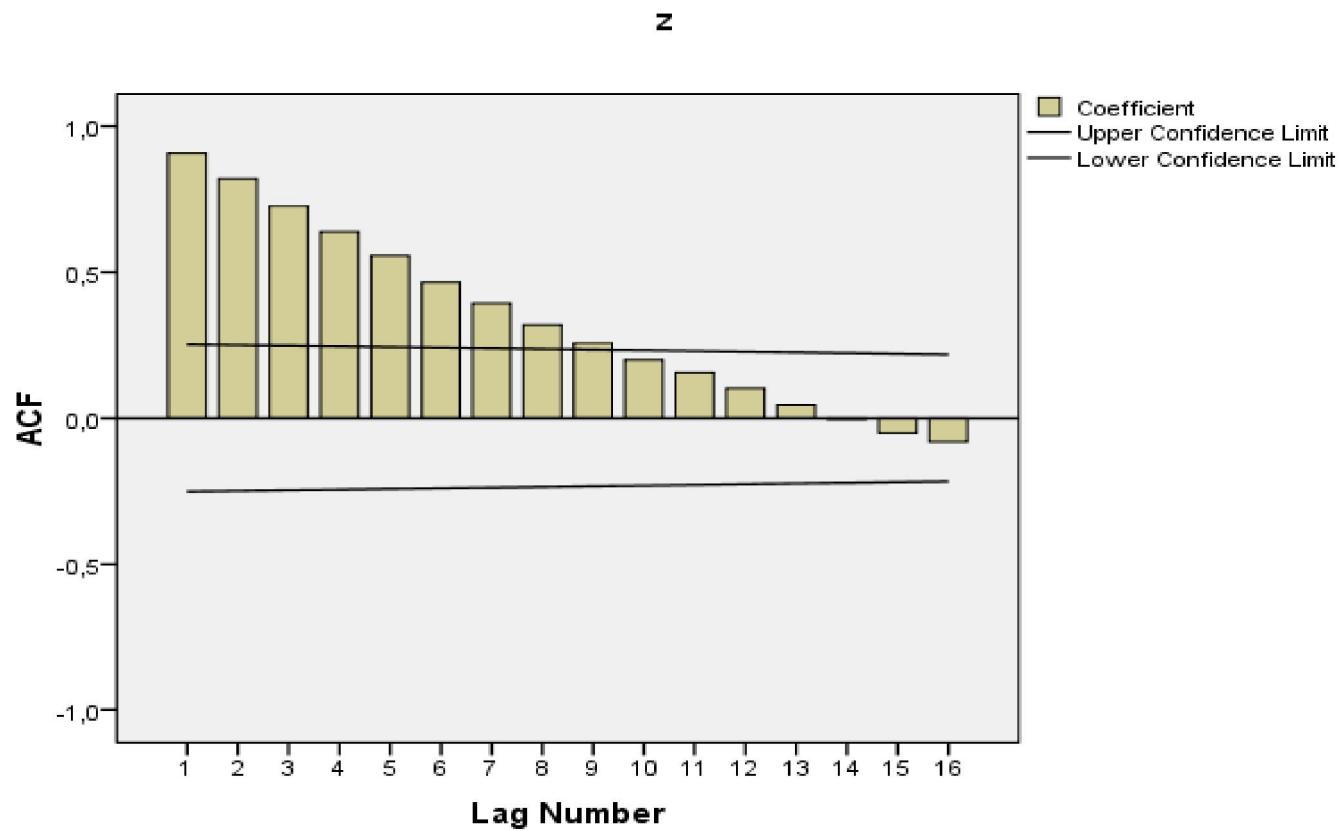
- Buradan, gecikmeler arasındaki ili kiler önemli ise bu serinin dura an olmadıının anla ılabilece i sonucu çıkmaktadır. Bu sonuca göre e er ACF grafi inde gecikmelere ait genelde *önemlı ili kiler*, yani iki güven sınırını geçen ili kiler var ise «*bu seri dura an de ildir*» denir. Dolayısıyla, uygulamalarda serinin dura an olup olmadıının kontrolü *ACF grafikleri* ile yapılmaktadır.

- Eğer bir seri d kez farkı alınarak durağan hale geliyorsa bu serilere *fark durağan serileri* adı verilmektedir. Bu seriler, ayrıca *d'inci dereceden bütünsel ik seriler* adını da almaktır ve $I(d)$ biçiminde gösterilmektedir. Bu serilerin analizi *Box-Jenkins modelleri* kullanılarak yapılır. Eğer bir seri fark ilemiyle durağan hale getirilmiyor onun yerine *regresyon analizi* ile inceleniyorsa, başka bir deyişle regresyon varsayımlarını sağlanıysa bu tür serilere *trend durağan serilerdenmektedir*.

Örnek: Aşağıdaki ACF grafiinden serinin durağan olup olmadığıını tartışınız.



Örnek: Aşağıdaki ACF grafiinden serinin durağan olup olmadığıını tartışınız.



I. BEYAZ GÜRÜLTÜ SERİLERİ

- Eğer bir seri beyaz gürültü serisi ise:

$$E(z_t) = \mu$$

$$V(z_t) = \sigma^2$$

$$\text{cov}(z_t, z_{t+k}) = 0$$

koşulları sağlanmalıdır.

- Beyaz gürültü serisi *rasgele hareketlere* sahip modellenemez bir seri iken durağan serilerin hareketlerinin belli bir sistematik varıdır ve bu nedenle modellenebilmektedir.

- Beyaz gürültü serisinin tüm gecikmelerinden otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon de erleri önemsizdir. Böylece;

$$H_0 : r_k = 0 \text{ ve } H_0 : r_{kk} = 0$$

yokluk hipotezleri tüm gecikmelerde kabul edilmektedir. Ancak uygulamalarda bazen güven sınırını biraz geçen ya da yokluk hipotezi kabul edilemeyen bir iki otokorelasyon de eri oldu u halde bu serilere de *beyaz gürültü serisi* denilebilmektedir. Fakat bu sınırı a an otokorelasyon ya da kısmi otokorelasyon de eri kesinlikle ilk gecikmeye ait olmamalıdır.

- ACF grafiği için bu hipotezin testi *Box-Ljung Testi* ile de yapılmaktadır. Bir seri tam bir beyaz gürültü serisi ise, her gecikme için uygulanan Box-Ljung testi sonucunun hepsinde $H_0 : r_k = 0$ yokluk hipotezinin kabul edilmesi gereklidir. Box-Ljung test istatistiği:

$$Q = T(T+2) \sum_{i=1}^k \frac{r_i^2}{T-i}$$

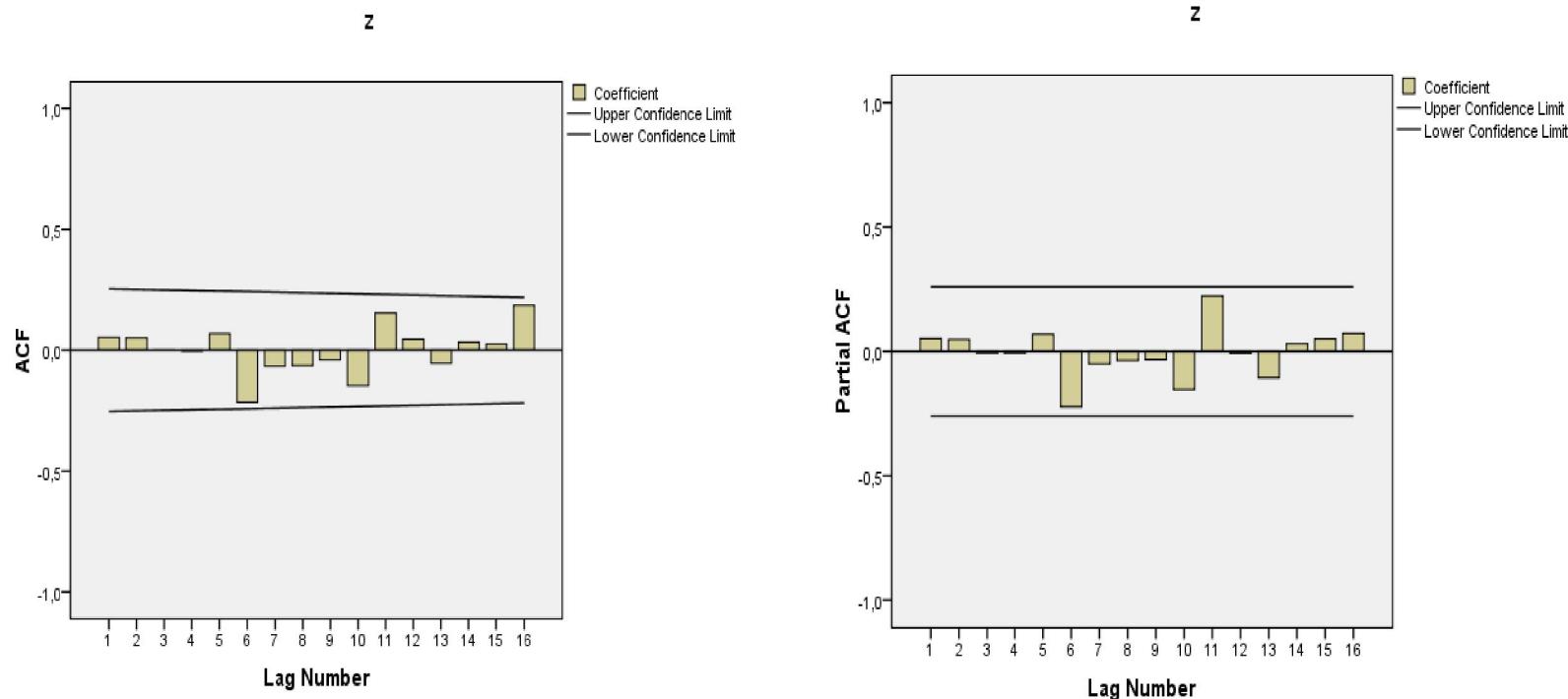
formülüyle hesaplanmaktadır. Bu istatistik değeri kı kare tablo değeri ile karşılaştırılarak yokluk hipotezi yorumlanır.

- Bu teste alternatif olarak *Box-Pierce Testi* vardır. Bu test istatistiği ise:

$$Q^* = T \sum_{i=1}^k r_i^2$$

formülüyle hesaplanıp aynı şekilde yokluk hipotezi yorumlanmaktadır. Bu teste *Portmanteau Testi* de denilmektedir.

Örnek: Aşağıda verilen ACF ve PACF grafiklerinden seriyi yorumlayınız.



J. HATA TER M

- Bir modelin ele alınan serİYE uygun olup olmadığıının tespiti hata teriminin incelenmesi ile yapılabilmektedir.

$$e_t = z_t - \hat{Z}_t$$

- Eğer model doğru oluşturulmuşsa hata serisinin ortalamasının sıfıra yakın olması beklenir.
- Hata serisi tamamıyla *rasgele hareketlere* sahip olmalı ve ele alınan zaman serisi ile ilgili hiçbir bilgi taşımamalı dolayısıyla modellenmemelidir.

K. ZAMAN SERİSİNDÜZLETRLMES

- Mevsimsel, döngüsel veya düzensiz dalgalanmaları yok etme ya da belli bir miktar düzle tirme amacıyla *basit hareketli ortalama* ya da *merkezsel hareketli ortalama* ilemlerine ihtiyaç duyulmaktadır.

1. Basit hareketli ortalama

- Basit hareketli ortalama işlemi;

$$\text{BHO} = \frac{Z_t + Z_{t-1} + \dots + Z_{t-(k-1)}}{k}$$

formülü kullanarak yapılmaktadır. Burada, k germe sayısı olmaktadır. Germe kelimesinin kullanımının nedeni, dalgalanmanın yavaş yavaş yok olması, dolayısıyla serinin grafiğinin düzleşmesinden kaynaklanmaktadır. Germe sayısının seçimi tamamıyla karar vericiye bağlıdır.

- Serinin iyice düzle mesi isteniyorsa k büyük seçilmeli, ancak seri yine dalgalanmalara sahip olsun deniliyorsa bu durumda k küçük seçilmelidir. Bunun yanında k de eri genellikle periyot ile aynı büyüklükte tercih edilmektedir. Ayrıca germe büyündükçe kayıp gözlem sayısının da artaca unutulmamalıdır.

2. Merkezsel Hareketli Ortalama

- Merkezsel hareketli ortalamanın basit hareketli ortalamadan farkı, kullanılan gözlemlerin seçimindedir. Basit hareketli ortalamada hep geçmi¹ dönemlere ait veriler kullanılırken, merkezsel hareketli ortalamada hem geçmi¹ hem de gelecek dönemlere ait veriler kullanılır. Örne in, germe sayısı 5 iken, merkezsel hareketli ortalama de eri bulunmak isteniyorsa iki dönem önceki, iki dönem sonraki ve o dönemdeki verilerin ortalaması alınmaktadır.

- Basit hareketli ortalamada olduğu gibi merkezsel hareketli ortalamada da germe sayısı büyüdükçe serinin grafiği daha düz olmaktadır. Ama burada germe sayısının tek ya da çift olması merkezsel hareketli ortalama formülünü değiştirmektedir. Germe sayısı tek olduğunda:

$$\text{MHO} = \frac{Z_{t-((k-1)/2)} + \dots + Z_t + \dots + Z_{t+(\frac{k-1}{2})}}{k}$$

- Germe sayısı çift olduğunda;

$$MHO = \frac{(\frac{1}{2})Z_{t-(k/2)} + \dots + Z_t + \dots + (\frac{1}{2})Z_{t+(k/2)}}{k}$$

formülü kullanılmaktadır. Burada Z_t verisinin k gözlemin tam ortasında yer aldığına dikkat edilmelidir. Germe sayısı çift olduğunda merkezsel hareketli ortalama değeri hesaplamak için alternatif bir yöntem daha vardır.

- Bu yönteme göre;

$$HO1 = \frac{Z_{t-(k/2)} + \dots + Z_t + \dots + Z_{t+(\frac{k}{2})-1}}{k}$$

$$HO2 = \frac{Z_{t-(\frac{k}{2})+1} + \dots + Z_t + \dots + Z_{t+(\frac{k}{2})}}{k}$$

Değerleri bulunup, bu değerlerin ortalamaları alınarak;

$$MHO = \frac{HO1 + HO2}{2}$$

Biçiminde merkezsel hareketli ortalama değeri hesaplanır.

L.ENDEKS SAYILAR

- Ekonomi ve i letme ile ilgili zaman serilerine ait birçok istatistikler *endeks sayıları* yapısında ifade edilir. Bunun nedeni endeks sayılarının zaman serilerinin zaman içinde nasıl bir de i im gösterdi inin kolay bir ölçümü olmasındandır. Bu ölçüm de erleri tüm alınan dönemlere ait verilerin belirlenen bir dönemin verisine oranının 100 ile çarpılmasından elde edilmektedir.

- Belirlenen bu döneme temel dönem adı verilmektedir. Örne in, TÜ K Türkiye verileri için 1994 yılını temel dönem olarak alırsa, Türkiye'nin zaman serilerinin 1994 yılına ait endeks de erleri daima 100 olmaktadır. Bu seçim işlemi tamamen ara tırmacıının kararıdır. Fakat, ara tırmacı ortalamaya yakın derece sahip veriye karılık gelen bir dönemi temel dönem olarak seçmelidir. Üç de erlere sahip verilere karılık gelen dönemler temel dönem olarak seçilmezler.

- Zaman serileri analizinde yaygın olarak kullanılan üç tür endeks vardır. Bunlar, fiyatlarla ilgili zaman serileri verileri kullanılarak elde edilen *fiyat indeksi*, tüketilen ya da üretilen miktarlarla ilgili zaman serileri verileri kullanılarak hesaplanan *miktar indeksi* ve fiyatlarla miktarların çarpılmasından bulunan toplam satı larla ilgili zaman serileri verilerinden yararlanarak elde edilen *satı endeksi*dir.

1. Basit Endeks

- Basit endeks;

$$I_t = \frac{z_t}{z_0} 100 \quad ; t = 1, 2, \dots, T$$

formülünden hesaplanmaktadır. Burada, z_0 temel döneme ait verinin değeri olmaktadır.

2. Birle ik Endeks

- Bazı durumlarda, birçok zaman serisinin birleşiminden elde edilen endeks değerine ihtiyaç duyulur. Örneğin, borsa birleşik indeksi, tüketici fiyat indeksi, toptan eşya fiyat indeksi gibi. Birleşik indeks;

$$I_t = \frac{\sum_{i=1}^n z_{i,t}}{\sum_{i=1}^n z_{i,0}} 100 \quad ; t = 1, 2, \dots, T$$

formülünden hesaplanmaktadır. Burada n: zaman serisi sayısı, $z_{i,t}$: t'inci dönemde i'inci zaman serisinin değeri, $z_{i,0}$: temel dönemde i'inci zaman serisinin değeridir.

3. Laspeyres Endeksi

- Bazı durumlarda çeşitli zaman serilerini birleştiren endeksler, zaman serilerine farklı ağırlıklar vererek elde edilebilmektedir.

$$I_t = \frac{\sum_{i=1}^n P_{i,t} Q_{i,0}}{\sum_{i=1}^n P_{i,0} Q_{i,0}} 100 \quad ; t = 1, 2, \dots, T$$

$P_{i,t}$: t'inci dönemde i'inci zaman serisinin fiyatı

$P_{i,0}$: Temel dönemde i'inci zaman serisinin fiyatı

$Q_{i,0}$: Temel dönemde i'inci zaman serisinin satış miktarı

4. Paasche Endeksi

- Laspeyres endeksine alternatif bir endeksdır. Laspeyres endeksinde ağırlıklar ilk dönemin satış miktarları iken Paasche endeksinde ağırlıklar son dönemin satış miktarları olmaktadır.

$$I_t = \frac{\sum_{i=1}^n P_{i,t} Q_{i,T}}{\sum_{i=1}^n P_{i,0} Q_{i,T}} 100 \quad ; t = 1, 2, \dots, T$$

Burada $Q_{i,T}$ i'inci zaman serisinin son dönemindeki satış miktarı olmaktadır.

5. deal Endeks

- Fiyat hareketlerini, gerçeğe göre Laspeyres endeksi daha abartılı, Paasche ise daha az dalgalı gösterdiğinden bu iki endeksin ortasının bulunması amacıyla ideal endeks önerilmektedir. İdeal endeks, Laspeyres endeksiyle Paasche endeksinin geometrik ortalaması olmaktadır.

$\text{İdeal} = \sqrt{(\text{Laspeyres})(\text{Paasche})}$

formülünden hesaplanmaktadır.

6. Temel Dönemin Değiştirilmesi

- Endeks serilerinin karşılaştırılabilmesi için bu serilerin temel dönemlerinin aynı olması gereklidir. Aksi takdirde yapılan karşılaştırma anlamlı olmaz. Bu nedenle endeks serilerin hepsinin ortak bir temel dönem belirlenerek tekrar hesaplanması, yani endekslerin temel dönemlerinin değiştirilmesi gereklidir.

$$I_t^* = \frac{I_t}{I_{\text{yeni temel dönem}}} \cdot 100$$

formülüyle hesaplanır.

M. REEL KAVRAMI

- Değişen fiyatların, incelenenecek olan seri üzerindeki etkisinin arındırılması iktisatçıların ilgi alanına girmektedir. Dolayısıyla, serinin nominal yani orijinal halinin analizi yerine serinin reel değerlerinin incelenmesi iktisatçılar için daha anlamlı olmaktadır. Bu amaçla nominal değerler aşağıdaki formül kullanılarak reel değerlere dönüştürülür. Bu işlemeye *deflate* adı verilir.

$$z^*_t = \frac{z_t}{(Fiyat Endeksi)_t} 100$$

N. K BA İNA KAVRAMI

- Gelir, gider, üretim, tüketim, harcama tasarruf gibi seriler tek başlarına yorum bakımından yeterli bir bilgiye sahip değildir. Örneğin, Türkiye'nin geliri ile Kuveyt'in gelirinin karşılaştırması Türkiye'nin gelirinin daha fazla olduğunu sonucuna varmak anlamlı değildir, çünkü burada incelenmek istenen gelir düzeyi olduğunu undan bakılması gereken seri ki başına düşen gelir olmalıdır. Ki başına düşen gelir olmalıdır. Ki başına düşen gelir serisine bakıldığında Kuveyt'in gelir düzeyinin Türkiye'nin gelir düzeyinden çok daha yüksek olduğunu anlaılır.

O. EKSİK VERİLERİN TAMAMLANMASI

- Zaman serileri analizinde gözlemlerin birbirine eşit aralıklarla elde edilmesi gerekmektedir. Bu özellikten dolayı çoğu zaman serilerinde eksik gözlem problemi ya anılmaktadır. Bu problemin ya anmaması için verilerin de iyi meyen bir sistem içinde ya da büyük bir özenle gözlemlenmesi gerekmektedir. Eksik verilerle zaman serileri analizinin yapılması özellikle yorum bakımından birtakım sorunlara neden oldu undan bu eksik verilerin uygun bir yöntemle tahmin edilmesi gereklidir.

- Bu yöntemler 4 farklı şekilde toplanır:
 1. Serini ortalamasının bulunması ve bu ortalama de erinin eksik gözlem yerine konulması.
 2. Eksik verinin bulunduğu dönemlere hareketli ortalama işlemi uygulanarak eksik verinin tahmin edilmesi.
 3. Bir önceki dönemin verisinin eksik gözlem yerine konulması.
 4. Trend terimi (t) bağımsız değilken, zaman serisi bağımlı değilken olmak üzere regresyon uygulanarak eksik veri tahmin edilir. Burada T gözlem sayısı olmak üzere $t=1, 2, \dots, T$ biçiminde oldu unutulmamalıdır.

Kaynak Kitaplar

- SPSS UYGULAMALI ZAMAN SER LER ANALİZ NEĞRİ ; DR. CEM KADILAR
- EKONOMETRİK ZAMAN SER LER ANALİZ EVİWS UYGULAMALI; PROF.DR. MUSTAFA SEVÜKTEKNİ, ARAŞ. GÖR. MEHMET NARGELEÇEKENLER, NOBEL YAYINDA İTIM
- GELENEKSEL ZAMAN SERİS YÖNTEMLER ; PROF.DR. İLAKGÜL, DER YAYINLARI