

İŞLETMEDE SAYISAL YÖNTEMLER



DR. ÖĞR. ÜYESİ PEMBE GÜÇLÜ

Ders İçeriği

1. Sayısal Yöntemler – Tanımı, Kapsamı, Tarihsel Gelişimi
2. Doğrusal Programlama- Tanımı, Varsayımları, Model Kurma
3. Doğrusal Programlama- Grafik Çözüm
4. Doğrusal Programlama- Simpleks Çözüm
5. Doğrusal Programlama- Simpleks Çözüm (Büyük M)
6. Doğrusal Programlama-İki Aşamalı Yöntem, Özel Durumlar
7. Doğrusal Programlama- Dualite
8. Doğrusal Programlama- Duyarlılık Analizleri
9. Doğrusal Programlama Excel Solver Uygulaması
10. Özel Amaçlı Algoritmalar-Atama Problemi
11. Özel Amaçlı Algoritmalar-Ulaştırma Problemi Başlangıç Çözüm Yöntemleri
12. Özel Amaçlı Algoritmalar-Ulaştırma Problemi, Atlama Taşı Yöntemi
13. Özel Amaçlı Algoritmalar-Ulaştırma Problemi MODI Yöntemi
- 14.Ulaştırma Atama Problemi Excel Solver Uygulaması

DOĞRUSAL PROGRAMLAMA



Dr. Öğr. Üyesi Pembe Güçlü

Doğrusal Programlama

- ∞ Minimizasyon ya da maksimizasyon yönlü bir amacın eniyilenmesi için sınırlı kaynakların en etkin biçimde nasıl kullanılması gerektiğini belirlenmesi için kullanılan bir karar verme aracıdır.
- ∞ Optimal hammadde/ürün karışımlarının belirlenmesi, faaliyet çizelgelerinin oluşturulması, beslenme reçetelerinin oluşturulması, kuruluş yeri belirlenmesi,gibi pek çok alanda uygulanabilir.

Doğrusal Programlama Modeli

- ☞ X_j : Karar değişkenleri ($j=1, 2, \dots, n$)
- ☞ c_j : Karar değişkenlerinin amaç fonksiyonu katsayıları
- ☞ a_{ij} : Teknoloji katsayıları. (Karar değişkenlerinin birim kaynak kullanımları)
- ☞ a_i : Kısıtların sağ taraf sabitleri (Kaynak miktarları) ($i=1, 2, \dots, m$)
- ☞ n : karar değişkeni sayısı
- ☞ m : kısıt sayısı

Olmak üzere

Doğrusal Programlama Modeli

∞ Amaç Fonksiyonu (Z_{max} ya da Z_{min})

$$Z = c_1X_1 + c_2X_2 + \dots + c_nX_n$$

∞ Kısıtlar

$$a_{11}X_1 + a_{12}X_2 + \dots + a_{1n}X_n \geq a_1$$

$$a_{21}X_1 + a_{22}X_2 + \dots + a_{2n}X_n \geq a_2$$

$$\begin{array}{cccc} \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{array}$$

$$a_{m1}X_1 + a_{m2}X_2 + \dots + a_{mn}X_n \geq a_m$$

∞ Pozitiflik Koşulu

$$X_j \geq 0 \quad (j = 1, 2, \dots, n)$$

Doğrusal Programlamanın Varsayımları

- Doğrusallık: Modelin girdileri ve çıktıları arasında doğrusal bir ilişki vardır.
- Bölünebilirlik: Her bir karar değişkeni sürekli değerler alır.
- Toplanabilirlik: Amaç fonksiyonu ve kısıtlar, ilişkili olan karar değişkenlerinin katkılarının toplanması ile elde edilir.
- Kesinlik: Modeli oluşturan tüm parametreler (c_j, a_{ij}, a_i) modelin çalıştırıldığı dönem boyunca sabittir, değişmez.

Doğrusal Programlama-Model Kurma

🌀 ÖRNEK 1

Bir işletme iki ürün üretmektedir. Ürünlerin birim satışından sağlanan kar ise 1.ürün için 3TL ve 2.ürün için de 5TLdir. Bir br. birinci ürünün üretiminde 2 br. hammadde, 1 saat makine ve 2 saat işgücü; Bir br. İkinci ürünün üretiminde 5 br. hammadde, 2 saat makine ve 2 saat de işgücü kullanılmaktadır. İşletmenin elinde 12 br. hammadde, 8 saatlik makine kapasitesi ve 10 saatlik de işgücü bulunmaktadır.

İşletmenin **Karını Maksimize Edecek** Doğrusal Programlama Modelini Kurunuz.

∞ Amaç

İşletmenin **Karını Maksimize Etmek (Z_{\max})**

Karar Değişkenleri

X_1 : Birinci üründen üretilen miktar

X_2 : İkinci üründen üretilen miktar

∞ Kaynaklar: Hammadde, makine saat, işgücü

	Hammadde	Makine saat	İşgücü	Birim Kar
X1	2	1	2	3
X2	5	2	2	5
KAPASİTE	12	8	10	

∞ Amaç Fonksiyonu

$$Z_{max} = 3X_1 + 5X_2$$

∞ Kısıtlar

$$2X_1 + 5X_2 \leq 12 \rightarrow \text{Hammadde kısıtı}$$

$$X_1 + 2X_2 \leq 8 \rightarrow \text{Makine Saat Kısıtı}$$

$$2X_1 + 2X_2 \leq 10 \rightarrow \text{İşgücü Kısıtı}$$

∞ Pozitiflik Koşulu

$$X_1, X_2 \geq 0$$

	Hammadde	Makine saat	İşgücü	Birim Kar
X1	2	1	2	3
X2	5	2	2	5
KAPASİTE	12	8	10	

Doğrusal Programlama-Model Kurma

ÖRNEK 2 (Lorcu, 2016: 59)

Bir hazır giyim atölyesi pantolon, etek ve şort üretmektedir. Ürünlerin birim karları pantolon için 12 TL, etek için 10TL ve şort için 5 TL'dir. Firmanın bu ürünleri üretmek için kullandığı işgücü, makine saati ve kumaş miktarları ile mevcut kapasiteleri aşağıdaki tabloda verilmiştir. Kar amacı güden firmanın mevcut kapasitesini kullanarak hangi üründen ne kadar üretmesi gerektiğini belirlemek üzere doğrusal programlama modelini kurunuz.

	İşgücü Süresi	Makine Süresi	Kumaş Miktarı	Birim Kar
Etek	4	10	6	12
Pantolon	3	5	5	10
Şort	2	4	2	15
KAPASİTE	1200	600	500	

∞ Amaç

İşletmenin **Karını Maksimize Etmek (Z_{\max})**

Karar Değişkenleri

X_1 : *Etek üretim miktarı*

X_2 : *Pantolon üretim miktarı*

X_3 : *Şort üretim miktarı*

∞ Kaynaklar: İşgücü Saati, Makine Saati, Kumaş Miktarı

∞ Amaç Fonksiyonu

$$Z_{max} = 12X_1 + 10X_2 + 15X_3$$

	İşgücü Süresi	Makine Süresi	Kumaş Miktarı	Birim Kar
Etek	4	10	6	12
Pantolon	3	5	5	10
Şort	2	4	2	15
KAPASİTE	1200	600	500	

∞ Kısıtlar

$$4X_1 + 3X_2 + 2X_3 \leq 1200 \rightarrow \text{İşgücü kısıtı}$$

$$10X_1 + 5X_2 + 4X_3 \leq 600 \rightarrow \text{Makine Saat Kısıtı}$$

$$6X_1 + 5X_2 + 2X_3 \leq 500 \rightarrow \text{Kumaş Kısıtı}$$

∞ Pozitiflik Koşulu

$$X_1, X_2, X_3 \geq 0$$

Doğrusal Programlama-Model Kurma

ÖRNEK 3 (Tütek vd., 2011: 166)

Şehrin merkezine yapılacak olan parkın bahçesi çiçeklendirilecektir. Mimar, bahçe için 3 farklı tasarım belirlemiş ve her tasarımda Lale, Gül ve Nergis kullanılmasını planlamıştır. Plan gereği birinci tip tasarımda, 60 Lale, 8 Gül ve 40 Nergis kullanılmalıdır. İkinci tip tasarımda ise 20 Lale, 6 gül ve 80 Nergis ve de üçüncü tip tasarımda 40 Lale, 4 Gül ve 100 nergis kullanılmalıdır. Tasarımların her birinde net kar sırasıyla 25 TL, 30 TL ve 15 TL'dir. Mimarın elinde 2000 Lale, 200 Gül ve 1600 Nergis vardır. Birinci tip tasarımın sayısı üçüncü tip tasarımın sayısını geçmemelidir. İkinci tip tasarımdan en az 4 tane yapılmalıdır.

Mimarın maksimum kar elde etmesi için bahçede her bir tasarımdan kaç tane yapması gerektiği problemini çözümleyen Doğrusal Programlama Modelini formüle ediniz.

🌀 Amaç

Mimarın **Karını Maksimize Etmek (Zmax)**

Karar Değişkenleri

X_1 : 1. tip tasarım miktarı

X_2 : 2. tip tasarım miktarı

X_3 : 3. tip tasarım miktarı

🌀 kaynaklar: Lale, Gül , Nergis

UNUTMA: Birinci tip tasarımın sayısı üçüncü tip tasarımın sayısını geçmemelidir. İkinci tip tasarımdan en az 4 tane yapılmalıdır.

	Lale	Gül	Nergis	Birim Kar
X1	60	8	40	25
X2	20	6	80	30
X3	40	4	100	15
KAPASİTE	2000	200	1600	

∞ Amaç Fonksiyonu

$$Z_{max} = 25X_1 + 30X_2 + 15X_3$$

∞ Kısıtlar

$$60X_1 + 20X_2 + 40X_3 \leq 2000 \rightarrow \text{Lale}$$

$$8X_1 + 6X_2 + 4X_3 \leq 200 \rightarrow \text{gül}$$

$$40X_1 + 80X_2 + 100X_3 \leq 1600 \rightarrow \text{Nergis}$$

$$X_1 - X_3 \leq 0 \rightarrow \text{Birinci tasarımın sayısı üçüncü tasarımın sayısını geçmemeli}$$

$$X_2 \geq 4 \rightarrow \text{ikinci tip tasarımdan en az 4 tane yapılmalıdır.}$$

∞ Pozitiflik Koşulu

$$X_1, X_2, X_3 \geq 0$$

	Lale	Gül	Nergis	Birim Kar
X1	60	8	40	25
X2	20	6	80	30
X3	40	4	100	15
KAPASİTE	2000	200	1600	

Doğrusal Programlama-Model Kurma

ÖRNEK 4 (Esin ve Şahin, 2012: 71)

Bir holdingin yöneticileri, ellerindeki 4.000.000 TL ile piyasada sırasıyla %6, %7, %3 ve %5 faiz getiren İ1, İ2, İ3 ve İ4 iş sahalarına getiriği maksimize edecek şekilde yatırım yapmak istemektedir. Holdingin yöneticileri risk faktörlerini göz önüne alarak;

- İ1 ve İ2 iş sahalarına yapılacak olan toplam yatırımın en fazla 1.750.000 TL,
- İ1 ve İ3 iş sahalarına yapılacak olan toplam yatırımın ise en az 2.000.000 TL olmasına karar vermişlerdir.

Holdingin karını enbüyükleyecek doğrusal programlama modelini kurunuz.

∞ Amaç

Kar Maksimizasyonu (Z_{\max})

Karar Değişkenleri

X_1 : I1'e yapılan yatırım miktarı

X_2 : I2'ye yapılan yatırım miktarı

X_3 : I3'e yapılan yatırım miktarı

X_4 : I4'e yapılan yatırım miktarı

Kısıtlar

I1 ve I2'ye yatırım yapma koşulu

I1 ve I3'e yatırım yapma koşulu

Bütçe kısıtı

∞ Amaç Fonksiyonu

$$Z_{max} = 0.06X_1 + 0.07X_2 + 0.03X_3 + 0.05X_4$$

∞ Kısıtlar

$$X_1 + X_2 \leq 1750000$$

$$X_1 + X_3 \geq 2000000$$

$$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 \leq 40000000$$

∞ Pozitiflik Koşulu

$$X_1, X_2, X_3, X_4 \geq 0$$

Örnek 5

Örnek 2. 8. ATLAS Lastik işletmesi, üç fabrikasında kamyon lastiği üretmektedir. Bu türünlerini, dört ayrı bölgede bulunan bayilerine göndererek, bayileri aracılığı ile pazarlamaktadır. Fabrikaların aylık üretim kapasiteleri, bayilerin aylık talepleri ve her bir fabrikadan her bir bayiye birim taşıma maliyetleri aşağıda verilmiştir.

Fabrikalar	A	B	C	Toplam
Aylık üretim kapasitesi	380.000	220.000	350.000	950.000

Bayilerin gelecek ay talepleri ise:

Bayi	1	2	3	4	Toplam
Talep	180.000	250.000	340.000	150.000	920.000 adet

Birim taşıma maliyetleri (*₺100)

Bayi Fab.	1	2	3	4
A	25	38	30	19
B	22	34	18	36
C	35	15	15	32

Hangi fabrikadan hangi bayiye, minimum maliyetle ne kadar lastik gönderilebileceğinin bilinmesi istenmektedir. Bir ulaştırma problemi olan bu problemin, doğrusal programlama modelini kurunuz.

Kaynak: Şeniş, F.
(Edt.). *Yöneylem
Araştırması 1.*
Anadolu
Üniversitesi. s.25

X_{ij} = i ' inci fabrikadan j ' inci bayiye gönderilecek lastik miktarı, (i=1,2,3) (j=1,2,3,4)

$$\text{Max } Z = 25X_{11} + 38X_{12} + 30X_{13} + 19X_{14} + 22X_{21} + 34X_{22} + 18X_{23} + 36X_{24} + 35X_{31} + 15X_{32} + 15X_{33} + 32X_{34}$$

Kısıtlayıcılar

$$X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} \leq 380.000$$

$$X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} \leq 220$$

$$X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} \leq 350$$

$$X_{11} + X_{21} + X_{31} \geq 180.000$$

$$X_{12} + X_{22} + X_{32} \geq 250.000$$

$$X_{13} + X_{23} + X_{33} \geq 340.000$$

$$X_{14} + X_{24} + X_{34} \geq 150.000$$

$$\text{ve } X_{ij} \geq 0 \quad (i=1,2,3) \quad (j=1,2,3,4)$$

Kaynak: Şeniş, F. (Edt.). *Yöneylem Araştırması 1*. Anadolu Üniversitesi. s.25

Dr. Öğr. Üyesi Pembe GÜÇLÜ

Bölüm Kaynakları

- ✎ Tütek, H., Gümüšoğlu, Ş., & Özdemir, A. (2012). *Sayısal Yöntemler: Yönetmel Yaklaşım*. Beta.
- ✎ Tütek, H., Gümüšoğlu, Ş., Özdemir, A. & Özdemir, A.(2011). *Sayısal yöntemlerde Problem Çözümleri ve Bilgisayar Destekli Uygulamalar*. Beta.
- ✎ Lorcu, F. (2016). *Yöneylem Araştırması 1*. Detay Yayıncılık.
- ✎ Esin, A. ve Şahin, S.T. (2012). *Yöneylem Araştırmasında Yararlanılan Karar Yöntemleri*. Gazi Kitabevi.
- ✎ Şeniş, F. (Edt.). *Yöneylem Araştırması 1*. Anadolu Üniversitesi.