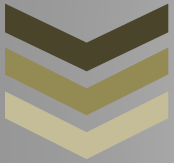


# YÖNEYLEM ARAŞTIRMASI



**2.DERS**

## Yöneylem Araştırmasının Tanımı

- Yöneylem araştırması, insan, makine, para ve malzemelerden oluşan, endüstriyel, ticari, resmi ve askeri sistemlerin yönetiminde karşılaşılan problemleri modern bilimin ele almasıdır.

## Yöneylem Araştırmasının Amacı:

- İnsan-Makine sistemlerinin yapısını ve davranışlarını inceler ve açıklar
- Bu sistemlerin amaç ve hedeflerine uygun, yönetim ve kontrollerine ilişkin karar verme sorunlarını çözebilmek veya bunun için yöntemler ve teknikler geliştirmektir.

### Yöneylem Araştırmasının Özellikleri

**Sistem Yaklaşımı Özelliği;** Çözüm aranan sorunlarla ilgili olan ve çözüm sonuçlarını, ihmal edilemeyecek biçimde etkileyecek olan problemlerin ilişkin olduğu oluşumun içindeki veya dışındaki tüm etkenlerin göz önüne alınması sistem yaklaşımı gereğidir.

**SİSTEM:** Aralarında karşılıklı ilişki bulunan çok sayıda elemanın oluşturduğu ortak bir yapı olarak tanımlanabilir.

**Disiplinler Arası Yaklaşım Özelliği;** Herhangi bir sorunu yöneylem araştırması yöntemleriyle çözümleyebilmek için bir araştırma ekibinin oluşturulması gerekir.

**Bilimsel Yöntemlerle Yaklaşım Özelliği;** Yöneylem araştırmasının probleme yaklaşım bakımından en önemli katkısı sistemin öğelerini ve aralarındaki ilişkileri temsi eden modeller kurabilmesi ve modeldeki parametrelerin veya karar değişkenlerinin bir diğerine olan etkisini kolayca analiz edebilmesidir.

## Yöneylem Araştırmasının Modelleme Yaklaşımı

### Yargılama Aşaması:

- Problem ile ilgili araştırmanın yapılması
- Amacın ve ilgili değerlerin belirlenmesi
- Etkinlik ölçülerinin belirlenmesi
- Amaca ilişkin problemin formüle edilmesi

### Araştırma Aşaması:

- Problemin anlaşılmasına yardımcı olacak verilerin toplanması
- Varsayımların ve modelin formüle edilmesi
- Varsayımların sınanması için deneylerin yapılması
- Varsayımlardan, sonuçların genelinden sonuçların tahmini

### Uygulama Aşaması:

- Öneriler ve karar verme
- Uygulama

## Yöneylem Araştırmasını Metodu

**Adım 1)** Problemin tanımlanması,

**Adım 2)** Verilerin toplanması ve sistemin gözlenmesi,

**Adım 3)** Matematiksel modelin formüle edilmesi,

**Adım 4)** Modelden çözümlerin elde edilmesi,

**Adım 5)** Modelin geçerliliğinin sınanması: Modeldeki hatalar mümkün olduğunca belirlenmeli ve düzeltilmeye çalışılmalıdır.

**Adım 6)** Modelin uygulanmaya hazırlanması.

**Adım 7)** Modelin uygulanması ve önerilerin değerlendirilmesi.

**MODEL:** Gerçek yaşamın birtakım varsayımlarla sadeleştirilmiş bir biçimidir. Modeller, konusuna, amacına, boyutuna veya temsil etme derecesine göre farklı açıdan ele alınarak sınıflandırılabilir. Geniş kapsamda ele alındığında modeller üç grupta toplanabilir.

- 1) **İkonik Modeller:** Bir sistemin belirli yönlerinin resimsel veya görsel olarak temsil edilmesidir. (Harita, maket,...) Gerçek obje ile model arasında fiziksel benzerlik vardır.
- 2) **Anolog Modeller:** Sözkonusu bir sistemde bir dizi özelliğin, kuralların ve prensiplerin başka bir dizi özelliklerle temsil edilmesidir. Gerçek obje ile model arasında fiziksel benzerlik yoktur. Akış diyagramı, histogram örnek olarak verilebilir.
- 3) **Sembolik Modeller:** Temsil edilen nesne veya olaylar birtakım sembollerle veya rakamlarla ifade edilir. Bu semboller matematiksel veya mantıksal olabilirler. Örneğin kimyasal bir maddenin formülü ve matematiksel bir denklem gibi.

✚ Yöneylem araştırmasında kullanılan modeller genellikle sembolik modellerdir. Model çeşitlerini farklı açılardan ele alarak daha detaylı sınıflandırmak mümkündür;

**Kapalı Model- Açık Model:** Kapalı modelde temsil edilen sistem elemanları ve etkileşme yönleri bilinmesine rağmen etkileşme miktarı belirgin değildir. Açık modelde ise ilişkilerin etki dereceleri belirlidir.

Ağaç Hacmi (V)=f(yaş, boy) Kapalı Model

Ağaç Hacmi (V)=0.036(yaş\* boy) Açık Model

**Kavramsal Model-Sayısal Model:** Kavramsal modelde elemanlar ve elemanlar arası ilişkiler şekil kutu ve oklarla gösterilirken, sayısal modelde değişkenler matematiksel ifadelerle gösterilir.

**Genel Model-Özel Model:** Genel model her yerde ve her şartta uygulanabilir. Özel model ise sadece belirli yer ve şartlara göre düzenlenen modellerdir.

**Stokastik Model-Deterministik Model:** Stokastik modelde süreçler tamamen olasılıklara dayanırken, deterministik modelde değişkenlerin davranışları tam olarak kestirilebilir ve sayısal olarak tanımlanarak hesaplanabilirler.

**Optimizasyon Modeli-Simülasyon Modeli:** Optimizasyon modeli matematiksel bir model olup karar seçenekleri arasında en iyisini garantilerken, simülasyon modeli optimal sonuca yakın olabilecek yaklaşımları deneme yanılma ile bulmaya çalışır.

**İstatistiksel Model-Süreç Tabanlı Model:** İstatistiksel model söz konusu sistem elemanları arasındaki ilişkilerin tamamen istatistiksel kurallara bağlı olduğu modeldir. Süreç tabanlı model ise gerçek olarak ölçülen değerlerin belirli faktörlere bağlı olarak değişimini gösteren model türüdür.

**Konumsal Model-Konumsal olmayan Model:** Konumsal model sistemdeki elemanların coğrafi konumlarını ele alırken, konumsal olmayan model konumu sistem dışında tutar.

**Model Elemanları:** Amaç ve Amaç Fonksiyonu-Karar Değişkenleri-Kısıtlayıcı Koşullar



## Yöneylem Araştırmasının Teknikleri

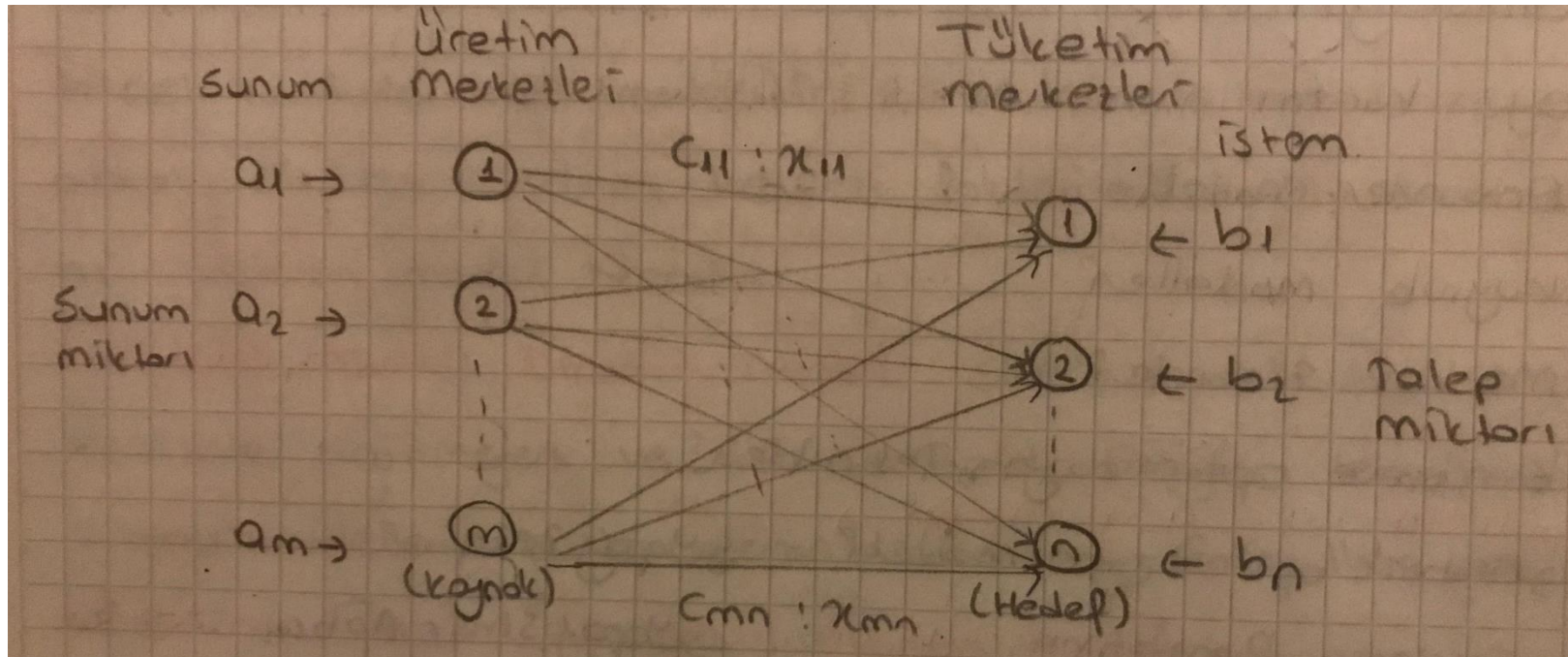
- Doğrusal Programlama
- Tamsayılı Programlama
- Dinamik Programlama
- Hedef Programlama
- Doğrusal Olmayan Programlama
- Kuadratik Programlama
- Ağ (Şebeke) Modelleri (Ulaştırma, Aktarma, Atama, Gezgin Satıcı, En Kısa Yol, Maksimum Akış, PERT-CPM, Karar Teorisi)
- Simülasyon
- Oyun Kuramı
- Envanter Modelleri
- Kuyruk Modelleri
- Markov Zincirleri
- Kombine Optimizasyon Teknikleri (Tabu Arama, Benzetimli Tavlama, Genetik Algoritma, Yapay Zeka, Bulanık Mantık, Yapay Sinir Ağları..)

### ULAŞTIRMA MODELİ

**Ulaştırma Modelinin Tanımı:** Ulaştırma modeli, doğrusal programlama probleminin özel bir biçimidir. Bu modelde malların kaynaklardan (fabrika gibi), hedefler (depo gibi) taşınmasıyla ilgilenilir. Amaç, bir taraftan hedefin talepleri (gereksinimleri) ve kaynakların arz miktarlarında denge sağlarken, diğer taraftan da her bir kaynaktan her bir hedefe yapılan taşımaların toplam maliyetini minimum kılacak taşıma miktarını belirlemektir. Modele, verilen rota üzerindeki taşıma maliyetlerinin, aynı rota üzerindeki taşıma miktarıyla doğru orantılı olduğu kabul edilmektedir.

Ulaştırma modelinde kısıtlayıcı koşulları istem ve sunum miktarlarına bağlı olarak daha çok eşitlik biçimindedir. Ulaştırma modeli şeklinde kurulan bir problem simplex yöntemle çözülebilir. Ancak ulaştırma problemlerinin kendine özgü teknikleri ile daha az zaman ve daha az hesaplamayla çözümlene imkânı vardır.

## Problemin genel hali:



Her biri birer düğüm olarak gösterilen  $m$  kaynak ve  $n$  hedef vardır.  
Bağlantılar, kaynaklarla hedefler arasındaki rotaları belirten ifadelerdir.

$$C_{ij} = \text{Taşıma maliyeti}$$

$$x_{ij} = \text{Taşıma miktarı}$$

$$a_i = i.\text{kaynağın arz miktarı}$$

$$b_j = j.\text{kaynağın talep miktarı}$$

Olmak üzere, modelin amacı; tüm arz ve talep kısıtlarını sağlayan, ayrıca toplam taşıma maliyetlerini minimum kılan  $x_{ij}$  taşıma miktarlarını belirlemektir.

## YÖNEYLEM ARAŞTIRMASI

### Ulaştırma Tablosu

$\begin{matrix} T.M \\ U.M \end{matrix}$	1	2	---	n	Sum
1	$c_{11}$ $x_{11}$	$c_{12}$ $x_{12}$	---	$c_{1n}$ $x_{1n}$	$Q_1$
2	$c_{21}$ $x_{21}$	$c_{22}$ $x_{22}$		$c_{2n}$ $x_{2n}$	$Q_2$
!					!
m	$c_{m1}$ $x_{m1}$	$c_{m2}$ $x_{m2}$		$c_{mn}$ $x_{mn}$	$Q_m$
İsten	$b_1$	$b_2$	---	$b_n$	

Genel ulaştırma modellerinde toplam sunumun, toplam isteme eşit olduğu kabul edilir. Bu durumda Ulaştırma Problemi dengededir.

$$\sum_{j=1}^n b_j = \sum_{i=1}^m a_i$$

Gerçek uygulamalı problemlerde bu denge durumu oluşmayabilir. Yani toplam sunum, toplam istemden az veya çok olabilir.

Bu durumda problemin dengeye getirilebilmesi için probleme kukla (dummy) üretim ya da tüketim merkezi eklenir. Ulaştırma problemi doğrusal programlama problemi olarak modellenip simplex yöntem ile çözülecekse dengelemeye gerek yoktur.

## YÖNEYLEM ARAŞTIRMASI

**ÖRNEK PROBLEM:** Plastik imal eden bir şirketin 3 ayrı yerde üretim yapan fabrikası vardır. Şirket bu 3 fabrikanın üretimini 4 ayrı yerdeki depolara dağıtmak istemektedir. Fabrikaların 1 haftalık üretimleri sırasıyla 120,140,100 tondur. Depoların haftalık ihtiyaçları ise sırasıyla, 100,60,80 ve 120 tondur. 1 ton ürünün fabrikalardan depolara aktarılması maliyetleri aşağıdaki tabloda verilmiştir. Toplam ulaşım maliyeti en küçüklenecek ve istem ve sunum kısıtları sağlanacak biçimde her fabrikadan depolara ne kadar ürün taşınmalıdır.

	DEPO				
FABRİKA	1	2	3	4	$a_i$
1	5	7	9	6	120
2	6	7	10	5	140
3	7	6	8	1	100
$b_j$	100	60	80	120	360

Böyle bir problem doğrusal programlama problemi olarak modellenip **Simplex Yöntemle çözülebilir.**

$C_{ij}$  = *i. fabrikadan j. depoya taşıma maliyeti*

$x_{ij}$  = *i. fabrikadan j. depoya taşınacak miktar*

$$\text{Min } Z = 5x_{11} + 7x_{12} + 9x_{13} + \dots + 1x_{34}$$

$$x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} = 120$$

$$x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} = 140$$

$$x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} = 100$$

$$x_{11} + x_{21} + x_{31} = 100$$

$$x_{12} + x_{22} + x_{32} = 60$$

$$x_{13} + x_{23} + x_{33} = 80$$

$$x_{14} + x_{24} + x_{34} = 120$$

$$x_{ij} \geq 0 \quad i = 1,2,3 \quad j = 1,2,3,4$$



**Ulaştırma algoritması (çözüm tekniği) ile de çözülebilir.**

Ulaştırma problemleri çözülürken uygulanacak ilk adım başlangıç temel uygun çözümün bulunmasıdır. Başlangıç temel uygun çözümün elde edilmesi için başvurulacak yöntemler;

- Kuzey-Batı Köşe Yöntemi
- Minimum Maliyet Yöntemi
- Vogel Yöntemi

## YÖNEYLEM ARAŞTIRMASI

**Kuzey-Batı Köşe Yöntemi:** Ulaştırma tablosunun sol üst hücresinden ( $x_{11}$ ) başlanarak birinci üretim yerinden mallar mümkün olduğu kadar dağıtılır. Dağıtım işlemi bittiğinde  $(m+n-1)$  tane gözeye dağıtım yapılmış olmalıdır.

	1	2	3	4	Değer
1	5 100	7 20	9 //	6 //	200
2	6 =	7 40	10 80	5 20	200
3	7 =	6 //	3 //	1 100	0
Değer	0	0	0	100	360

$$\sum_{j=1}^n b_j = \sum_{i=1}^m a_i = 360$$

dengede.

$$4+3-1=6$$

Gözeye atama yapıldı.

$$\text{Maliyet} = (5 * 100) + (7 * 20) + (7 * 40) + (10 * 80) + (5 * 20) + (1 * 100) = 1920$$

## YÖNEYLEM ARAŞTIRMASI

**Minimum Maliyet Yöntemi:** Bir minimum problemi için en küçük maliyetli gözeden başlanır. İki tane minimum varsa herhangi biri seçilir.

	1	2	3	4	Qİ
1	5 (100)	7 (20)	3 //	6 //	1000 120
2	6 //	7 (40)	10 (80)	5 (20)	120 140 80
3	7 //	6 //	8 //	1 (100)	0 100
5	0 100	0 40	80	200 100	360

Başlangıç temel uygun çözümdeki değişkenler;

$$x_{11}, x_{12}, x_{22}, x_{23}, x_{24}, x_{34}$$

Bu başlangıç temel uygun çözüm için maliyet;

$$\text{Maliyet} = (5 * 100) + (7 * 20) + (7 * 40) + (10 * 80) + (5 * 20) + (1 * 100) = 1920$$

Verilen iki yöntemde de ara işlemlerde istem ve sunumun eşit olması durumunda eşitliğin bulunduğu satır veya sütundaki herhangi bir gözeye sıfır değeri atanır. Bu durumda bozulmuş temel uygun çözüm olduğu söylenir.

**Vogel Yöntemi:** Bir minimum problemi için

- Ulaştırma tablosunun her satırındaki en küçük iki fiyatın farkı alınır ve tablonun yanına yazılır.
- Aynı biçimde her sütundaki en küçük iki fiyatın farkı tablonun alt satırına yazılır.
- Satır ve sütunlar için elde edilen farkların en büyüğü bulunur (k. Sütuna ait fark en büyük olsun.)

k. sütundaki en küçük fiyat  $C_{ik}$  ise; o zaman

$x_{ik} = \min\{a_i, b_k\}$  değeri  $(i, k)$  gözesine yazılır.

$x_{ik} = a_i$  ise  $i$ . satır,  $x_{ik} = b_k$  ise  $k$ . sütun kapatılır.

## YÖNEYLEM ARAŞTIRMASI

- Geri kalan tablo üstünde aynı işlemler yinelenir.  $a_i = b_k$  ise satır ve sütun aynı anda çizilmez, sadece biri çizilerek devam edilir.
- Çizilmeyen tek satır ya da sütun kaldığında diğer değişkenler en küçük maliyetli yöntemde olduğu gibi belirlenir.

	1	2	3	4	ar	
1	5 (100)	7 //	9 (20)	6 //	20 120	1 1* 1 2
2	6 //	7 (60)	10 (60)	5 (20)	120 140 60	1 1 2* 3*
3	7 //	6 //	8 //	1 (100)	0 100	5* - - - ← max. (5*) bu satırda
$b_j$	0 120	0 60	60 80	0 120	360	ilk işlem ki en küçük maliyetli çözümde başlanır.
	1	1	1	4		
	1	0	1	1		
	-	0	1	1		
	-	0	1	-		

$maliyet = 500 + 180 + 420 + 600 + 100 + 100 = 1900$

Farklı yöntemlerle seçilen başlangıç çözümler farklı olabilir. Dolayısıyla maliyetler de farklı olacaktır. Bulunan sadece başlangıç çözüm olduğu için bunun önemi yoktur.