

İstatistik-II Dersi

8.Bölüm: İNDEKSLER

İndeksler, basit yada bileşik bir olayın (üretilen mal veya hizmetlerin) zaman veya mekan itibariyle gösterdiği oransal değişimleri ifade eder. Değişimlerin mutlak rakamlar yerine yüzde olarak ifade edilmesi olayların yorumlanması ve anlaşılması yönünden tercih edilmektedir.

İndeksler	Basit İndeksler	Fiyat İndeksi
		Miktar İndeksi
	Bileşik İndeksler	Tartısız Fiyat İndeksi
		Tartılı Fiyat İndeksi
		Tartısız Miktar İndeksi
		Tartılı Miktar İndeksi

Basit İndeksler

Basit indeksler, tek bir kalem mal veya hizmetin zaman veya mekan itibariyle gösterdiği oransal değişimleri ifade eder. Hesaplama yapmak için;

1. Belli bir döneme ait (aylık, yıllık) mal veya hizmetin fiyatına (miktarına) ilişkin veriler elde edilir.
2. Kıyaslamaya esas alınacak dönem belirlenir. Belirlenen dönem (temel dönem) tüm hesaplamalarda sabit tutulacaksa bulunan indeks Sabit Esaslı; belirlenen dönem her hesaplama için değişecekse Değişen Esaslı İndeks söz konusudur.
3. Her dönemin fiyat veya miktarı, temel dönem olarak belirlenen dönemdeki fiyata veya miktara oranlanır. Bulunan değer 100 ile çarpılarak İndeks sayısı elde edilir

Sabit Esaslı Fiyat İndeksi

p_0 = Mal veya Hizmetin Temel Dönem Fiyatı

p_i = Mal veya Hizmetin i'inci Dönem Fiyatı

$$I = \frac{p_i}{p_0} \times 100$$

Sabit Esaslı Miktar İndeksi

q_0 = Mal veya Hizmetin Temel Dönem Miktarı

q_i = Mal veya Hizmetin i'inci Dönem Miktarı

$$I = \frac{q_i}{q_0} \times 100$$

Örnek: Bir ABD dolarının Satış Fiyatı yıllar itibariyle aşağıda verilmiştir. 2009 yılını temel dönem olarak Doların satış fiyatındaki değişmeyi bulunuz.

Yıllar	Dolar Satış Fiyatı
2009	1,513
2010	1,553
2011	1,906
2012	1,791
2013	2,138

p_0 = 2009 yılında 1 ABD Dolarının Satış Fiyatı (Temel Dönem Fiyatı)

p_i = 1 ABD Dolarının i'inci Dönem Satış Fiyatı

$$I = \frac{p_i}{p_0} \times 100$$

i	Yıllar	Dolar Satış Fiyatı	İndeks
0	2009	1,513	1,513/1,513 100
1	2010	1,553	1,553/1,513 102,64
2	2011	1,906	1,906/1,513 125,97
3	2012	1,791	1,791/1,513 118,37
4	2013	2,138	2,138/1,513 141,31

Bir ABD dolarının Satış Fiyatı 2013 yılında (2009 yılına göre) (141,31- 100) %41,31 oranında artmıştır. Ya da 2013 yılında 1 ABD dolarının Satış Fiyatı 2009 yılının 1,413 katıdır.

Örnek: Ülkemizde motorlu kara taşıt sayısı yıllar itibariyle aşağıda verilmiştir. 2009 yılını temel dönem olarak motorlu kara taşıtı sayısındaki değişimi inceleyiniz.

Yıllar	Motorlu kara taşıtı sayısı
2009	14 316 700
2010	15 095 603
2011	16 089 528
2012	17 033 413
2013	17 939 447

q_0 = 2009 yılında Ülkemizdeki motorlu kara taşıt sayısı (Temel Dönem Miktarı)

q_i = 'inci Dönemde (yıl)da Ülkemizdeki motorlu kara taşıt sayısı

$$I = \frac{q_i}{q_0} \times 100$$

i	Yıllar	Motorlu kara taşıtı sayısı	İndeks
0	2009	14 316 700	14 316 700 / 14 316 700 = 100
1	2010	15 095 603	15 095 603 / 14 316 700 = 105,44
2	2011	16 089 528	16 089 528 / 14 316 700 = 112,38
3	2012	17 033 413	17 033 413 / 14 316 700 = 118,98
4	2013	17 939 447	17 939 447 / 14 316 700 = 125,30

2012 yılında, Motorlu kara taşıt sayısı (2009 yılına göre) %18,98 oranında (118,98-100) artmıştır. Ya da 2012 yılında motorlu kara taşıt sayısı 2009 yılındaki motorlu kara taşıt sayısının 1,1898 katıdır.

Örnek: Bir ABD dolarının Satış Fiyatı yıllar itibariyle aşağıda verilmiştir. Yıllara göre (bir önceki yılı baz alarak) Doların satış fiyatındaki değişmeyi bulunuz.

Yıllar	Dolar Satış Fiyatı
2009	1,513
2010	1,553
2011	1,906
2012	1,791
2013	2,138

$$p_i = i' \text{ inci dönemde 1 ABD Dolarının Satış Fiyatı}$$

$$p_{i-1} = i - 1' \text{ inci (bir önceki) dönemde 1 ABD Dolarının Satış Fiyatı}$$

$$I = \frac{p_i}{p_{i-1}} \times 100$$

i	Yıllar	Dolar Satış Fiyatı		İndeks
0	2009	1,513	*	*
1	2010	1,553	1,553/1,513	102,64
2	2011	1,906	1,906/1,553	122,73
3	2012	1,791	1,791/1,906	93,97
4	2013	2,138	2,138/1,791	119,37

Bir ABD dolarının Satış Fiyatı 2012 yılında (bir önceki yıla göre) (100 - 93,97) %6,03 oranında azalmıştır. Ya da 2012 yılında 1 ABD dolarının Satış Fiyatı, bir önceki (2011) yılın 0,9397 katıdır.

Örnek: Ülkemizde motorlu kara taşıt sayısı yıllar itibariyle aşağıda verilmiştir. Yıllara göre (bir önceki yılı baz alarak) motorlu kara taşıtı sayısındaki değişimi inceleyiniz.

Yıllar	Motorlu kara taşıtı sayısı
2009	14 316 700
2010	15 095 603
2011	16 089 528
2012	17 033 413
2013	17 939 447

$$q_i = i' \text{ inci dönemde (yılıda) Ülkemizdeki motorlu kara taşıt sayısı}$$

$$q_{i-1} = i - 1' \text{ inci (bir önceki) dönemde Ülkemizdeki motorlu kara taşıt sayısı}$$

$$I = \frac{q_i}{q_{i-1}} \times 100$$

i	Yıllar	Motorlu kara taşıtı sayısı		İndeks
0	2009	14 316 700	*	*
1	2010	15 095 603	15 095 603 /14 316 700	105,44
2	2011	16 089 528	16 089 528 /15 095 603	106,58
3	2012	17 033 413	17 033 413 /16 089 528	105,87
4	2013	17 939 447	17 939 447/17 033 413	105,32

2012 yılında, Motorlu kara taşıtı sayısı (bir önceki yıla göre) %5,87 oranında (105,87-100) artmıştır. Ya da 2012 yılında motorlu kara taşıtı sayısı 2011 yılındaki motorlu kara taşıtı sayısının 1,0587 katıdır.

Bileşik İndeksler

Birbiriyle ilgili iki veya daha fazla maddenin fiyatlarında veya miktarlarında zaman içinde meydana gelen oransal değişimlerin belirlenmesinde bileşik endeksler kullanılır.

Bileşik endekse dahil olacak madde sayısı ne çok az ne de çok fazla olmalıdır. Çünkü az sayıda maddeye dayanan endeks temsili olmayacağı gibi, çok sayıdaki madde de hesaplamayı zorlaştırır.

Uygulamada bileşik endeks Laspeyres-Paasche Endeksleri ve Fisher Endeksi yaklaşımları ile hesaplanır.

Laspeyres ve Paasche Endeksleri

Laspeyres ve Paasche endeksleri maddelerin önem farklılıklarını dikkate almamızı sağlayan endekslerdir. Bunlar hem fiyat hem de miktar serileri için hesaplanır.

<p>Laspeyres Fiyat Endeksi</p> $I_{LFE} = \frac{\sum p_i q_0}{\sum p_0 q_0} \times 100$	<p>Paasche Fiyat Endeksi</p> $I_{PEE} = \frac{\sum p_i q_i}{\sum p_0 q_i} \times 100$
<p>Laspeyres Miktar Endeksi</p> $I_{LME} = \frac{\sum p_0 q_i}{\sum p_0 q_0} \times 100$	<p>Paasche Miktar Endeksi</p> $I_{PME} = \frac{\sum p_i q_i}{\sum p_i q_0} \times 100$

$i=0$ ise yukarıdaki formüllerin sonucu %100 olur. Yani esas devrenin Laspeyres ve Paasch fiyat ve miktar endeksleri daima %100 dür.

p_0 :	Esas devredeki fiyat
q_0 :	Esas devredeki miktar
p_i :	i devresindeki fiyat
q_i :	i devresindeki miktar
$\Sigma p_0 q_0$:	Esas devrede satın alınan belirli miktarlardaki mallar için yapılan harcamalar toplamı
$\Sigma p_i q_0$:	Esas devrede satın alınan belirli miktarlardaki malları i devresinde satın alabilmek için yapılması gerekli olan harcamalar toplamı
$\Sigma p_i q_i$:	i devresinde satın alınan belirli miktarlardaki mallar için yapılan harcamalar toplamı
$\Sigma p_0 q_i$:	i devresinde satın alınan belirli miktarlardaki malları esas devrede satın alabilmek için yapılması gerekli olan harcamalar toplamı

Not: Laspeyres endekslerinde tartılar değişmediği için, bu endeksler kıyaslanabilir. Paasch endekslerinde ise her devre için değişik tartılar kullanıldığından, kıyaslama yapmak mümkün değildir. Bu yüzden Paasche endeksleri pek tercih edilmez.

Örnek: 3 maddenin bazı yıllardaki satış fiyat ve miktarları aşağıdaki gibidir. Laspeyres ve Paasche fiyat ve miktar endekslerini bulunuz?

Yıllar	A Maddesi		B Maddesi		C Maddesi	
	Fiyat-p	Miktar-q	Fiyat-p	Miktar-q	Fiyat-p	Miktar-q
1996	20	15	30	30	15	20
1997	16	18	18	20	20	22
1998	24	16	22	18	23	16

Laspeyres Fiyat İndeksleri

$$I_{LFE} = \frac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_0} \times 100 = \frac{(16 \times 15) + (18 \times 30) + (20 \times 20)}{(20 \times 15) + (30 \times 30) + (15 \times 20)} \times 100 = \%78.7$$

$$I_{LFE} = \frac{\sum p_2 q_0}{\sum p_0 q_0} \times 100 = \frac{(24 \times 15) + (22 \times 30) + (23 \times 20)}{(20 \times 15) + (30 \times 30) + (15 \times 20)} \times 100 = \%98.7$$

3 maddenin fiyatlarında esas devre olan 1996'ya göre ortalama 1997'de %21.3 ve 1998'de %1.3 oranında bir azalış olmuştur.

Pasche Fiyat İndeksleri

$$I_{PFE} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} \times 100 = \frac{(16 \times 18) + (18 \times 20) + (20 \times 22)}{(20 \times 18) + (30 \times 20) + (15 \times 22)} \times 100 = \%84.3$$
$$I_{PFE} = \frac{\sum p_2 q_2}{\sum p_0 q_2} \times 100 = \frac{(24 \times 16) + (22 \times 18) + (23 \times 16)}{(20 \times 16) + (30 \times 18) + (15 \times 16)} \times 100 = \%104.4$$

Hesaplama her bir yıl için farklı tartılar kullanıldığından kıyaslama yapılmaz.

Laspeyres Miktar Endeksleri

$$I_{LME} = \frac{\sum p_0 q_1}{\sum p_0 q_0} \times 100 = \frac{(20 \times 18) + (30 \times 20) + (15 \times 22)}{(20 \times 15) + (30 \times 30) + (15 \times 20)} \times 100 = \%86.0$$
$$I_{LME} = \frac{\sum p_0 q_2}{\sum p_0 q_0} \times 100 = \frac{(20 \times 16) + (30 \times 18) + (15 \times 16)}{(20 \times 15) + (30 \times 30) + (15 \times 20)} \times 100 = \%73.3$$

3 maddenin miktarlarında esas devre olan 1996'ya göre ortalama 1997'de %14 ve 1998'de %26.7 oranında bir azalış olmuştur.

Paasche Miktar Endeksleri

$$I_{PME} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_1 q_0} \times 100 = \frac{(16 \times 18) + (18 \times 20) + (20 \times 22)}{(16 \times 15) + (18 \times 30) + (20 \times 20)} \times 100 = \%92.2$$
$$I_{PME} = \frac{\sum p_2 q_2}{\sum p_2 q_0} \times 100 = \frac{(24 \times 16) + (22 \times 18) + (23 \times 16)}{(24 \times 15) + (22 \times 30) + (23 \times 20)} \times 100 = \%77.6$$

Farklı tartılarla hesaplama yapıldığından bu endeksler kıyaslanamaz.

Fisher Endeksi

Fisher endeksi Laspeyres ve Paasche endekslerinin geometrik ortalamasıdır.

Fisher Fiyat Endeksi

$$I_{FisherFE} = \sqrt{LFE \times PFE} = \sqrt{\left(\frac{\sum p_i q_0}{\sum p_0 q_0} \times 100 \right) \times \left(\frac{\sum p_i q_i}{\sum p_0 q_i} \times 100 \right)}$$

Fisher Miktar Endeksi

$$I_{FisherME} = \sqrt{LME \times PME} = \sqrt{\left(\frac{\sum p_0 q_i}{\sum p_0 q_0} \times 100 \right) \times \left(\frac{\sum p_i q_i}{\sum p_i q_0} \times 100 \right)}$$

Örnek: Bir önceki örneğe göre Fisher fiyat ve miktar endekslerini bulunuz?

Fisher Fiyat Endeksi

$$I_{FisherFE1997} = \sqrt{\left(\frac{\sum p_i q_0}{\sum p_0 q_0} \times 100 \right) \times \left(\frac{\sum p_i q_i}{\sum p_0 q_i} \times 100 \right)}$$

$$= \sqrt{(78.7) \times (84.3)} = \%81.5$$

$$I_{FisherME1998} = \sqrt{(98.7) \times (104.4)} = \%101.5$$

Fisher Miktar Endeksi

$$I_{FisherFE1997} = \sqrt{\left(\frac{\sum p_0 q_i}{\sum p_0 q_0} \times 100 \right) \times \left(\frac{\sum p_i q_i}{\sum p_i q_0} \times 100 \right)}$$

$$= \sqrt{(86) \times (92.2)} = \%89$$

$$I_{FisherFE1998} = \sqrt{(73.3) \times (77.6)} = \%75.4$$

Kaynaklar:

1. Prof.Dr. Yüksel Terzi, Ondokuz Mayıs Üniversitesi İstatistik Bölümü, İstatistik 1 ders notları.
2. Ankara Üniversitesi açık ders notları
https://acikders.ankara.edu.tr/pluginfile.php/73933/mod_resource/content/1/Unite_11.pdf