

LUDWIG-MAXIMILIANS-UNIVERSITÄT MÜNCHEN

**MATHEMATISCHES INSTITUT** 



Sommersemester 2024

Peter Philip,

Paula Reichert, Lukas Emmert

## Analysis 2 (Statistik) Präsenzaufgabenblatt 5

**Aufgabe 1** Es sei M die Menge der Normen auf dem K-Vektorraum X. Zeigen Sie, dass die Äquivalenz von Normen eine Äquivalenzrelation auf M ist.

## Aufgabe 2

Gegeben seien der  $\mathbb{R}$ -Vektorraum  $C([0,1]) := \{f : [0,1] \to \mathbb{R}, f \text{ ist stetig}\}$  und die Funktion

$$\langle \cdot, \cdot \rangle : C([0,1]) \times C([0,1]), \ \langle f, g \rangle := \int_0^1 f(x)g(x)dx.$$

Zeigen Sie, dass  $\langle \cdot, \cdot \rangle$  ein Skalarprodukt auf C([0,1]) ist.

*Hinweis*: Sie können die folgende Aussage ohne Beweis verwenden (Sie können auch gerne versuchen, die Aussage zu beweisen).

Sei  $I \subseteq \mathbb{R}$  ein abgeschlossenes Intervall und  $f: I \to \mathbb{R}_0^+$  eine nichtnegative Funktion. Falls f auf I stetig ist, dann gilt:

$$\int_I f(x)dx = 0 \quad \Rightarrow \quad f \equiv 0 \quad \text{auf} \quad I.$$