

İçerik

- **Yapısal Eşitlik Modellemesinin Tanımı ve Tarihçesi**
- Temel Kavramlar
- SEM'in Temel Adımları
 - Model hipotezleri
 - Model belirleme
 - Model tanımlama
 - Modelde parametre kestirimi
 - Modelin testi ve değerlendirilmesi
 - Model modifikasyonu
- SEM'in Sınırlılıkları
- SEM için kullanılan yazılımlar

Yapısal Eşitlik Modellemesi (SEM)

- SEM – Structural Equation Modeling
 - Literatürdeki diğer adları
 - Kovaryans Yapı Analizi (Covariance Structure Analysis)
 - Nedensel Modeller (Causal Models)
 - Eşzamanlı Eşitlikler (Simultaneous Equations)
 - Örtük Değişken Modellemesi (Latent Variable Modeling)
 - LISREL-modellemesi
- Yol analizi ve doğrulayıcı faktör analizi (CFA) özel SEM türleridir.
- Yol Analizi (Path Analysis)
 - Doğrulayıcı Faktör Analizi (Confirmatory Factor Analysis)

Yapısal Eşitlik Modellemesi (SEM)

- 1960'ların sonunda 1970'lerin başında geliştirilmeye başlanmıştır
- Sosyal bilimler, psikoloji, ekonomi, işletme ve biyoloji alanlarında yoğun olarak uygulanır
- Nedensel ilişkiler hakkında teorik hipotezleri test eder
- Gözlemlenen ve gözlemlenmeyen değişkenler arasındaki ilişkileri test eder
- Regresyon analizi (yol analizi) ve faktör analizini birleştirir
- Araştırmacılar, belirli bir modelin geçerli olup olmadığını belirlemek için SEM kullanırlar

Yapısal Eşitlik Modellemesi (SEM)

- Yapısal eşitlik modellemesi (SEM) açımlayıcı faktörü analizi ve çoklu regresyon gibi istatistiksel tekniklerin bir kombinasyonudur.
- SEM'in amacı bir veya daha fazla Bağımsız Değişken (IV) ile bir veya daha fazla Bağımlı Değişken (DV) arasındaki bir dizi ilişkiyi incelemektir.

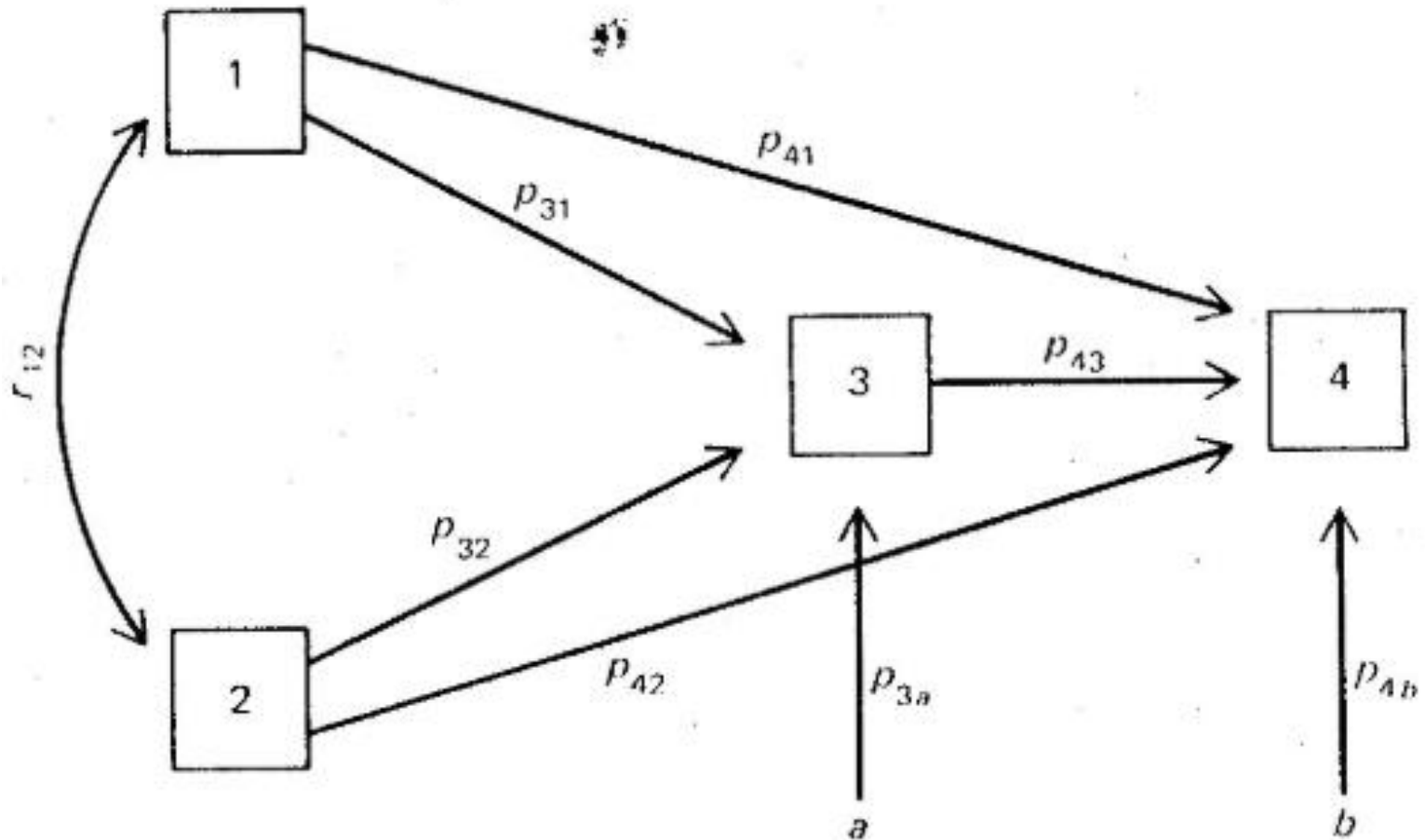
Yapısal Eşitlik Modellemesi (SEM)

- Hem bağımsız değişkenler hem de bağımlı değişkenler sürekli veya kesikli olabilir.
- Bağımsız değişkenler genellikle yordayıcı veya nedensel değişkenler olarak kabul edilir, çünkü bağımlı değişkenleri (tepki veya sonuç değişkenleri) yordar veya sebep olur.

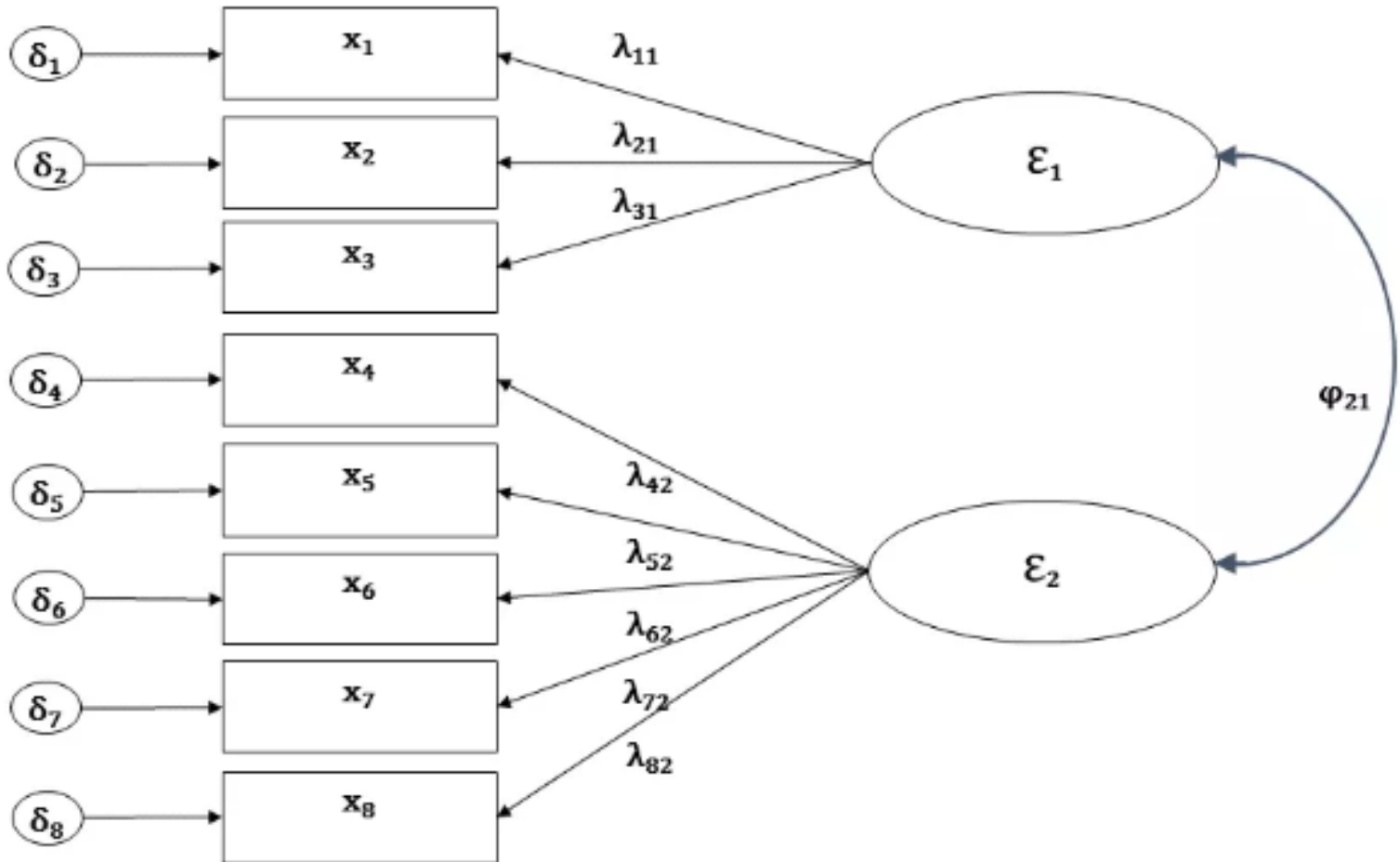
SEM'in Türleri

- **Yol analizi** (Path analysis)
- **Doğrulayıcı faktör analizi** (Confirmatory factor analysis)
- **Yapısal regresyon modelleri** (Structural regression models)
- **Örtük değişim modelleri** (Latent change models)

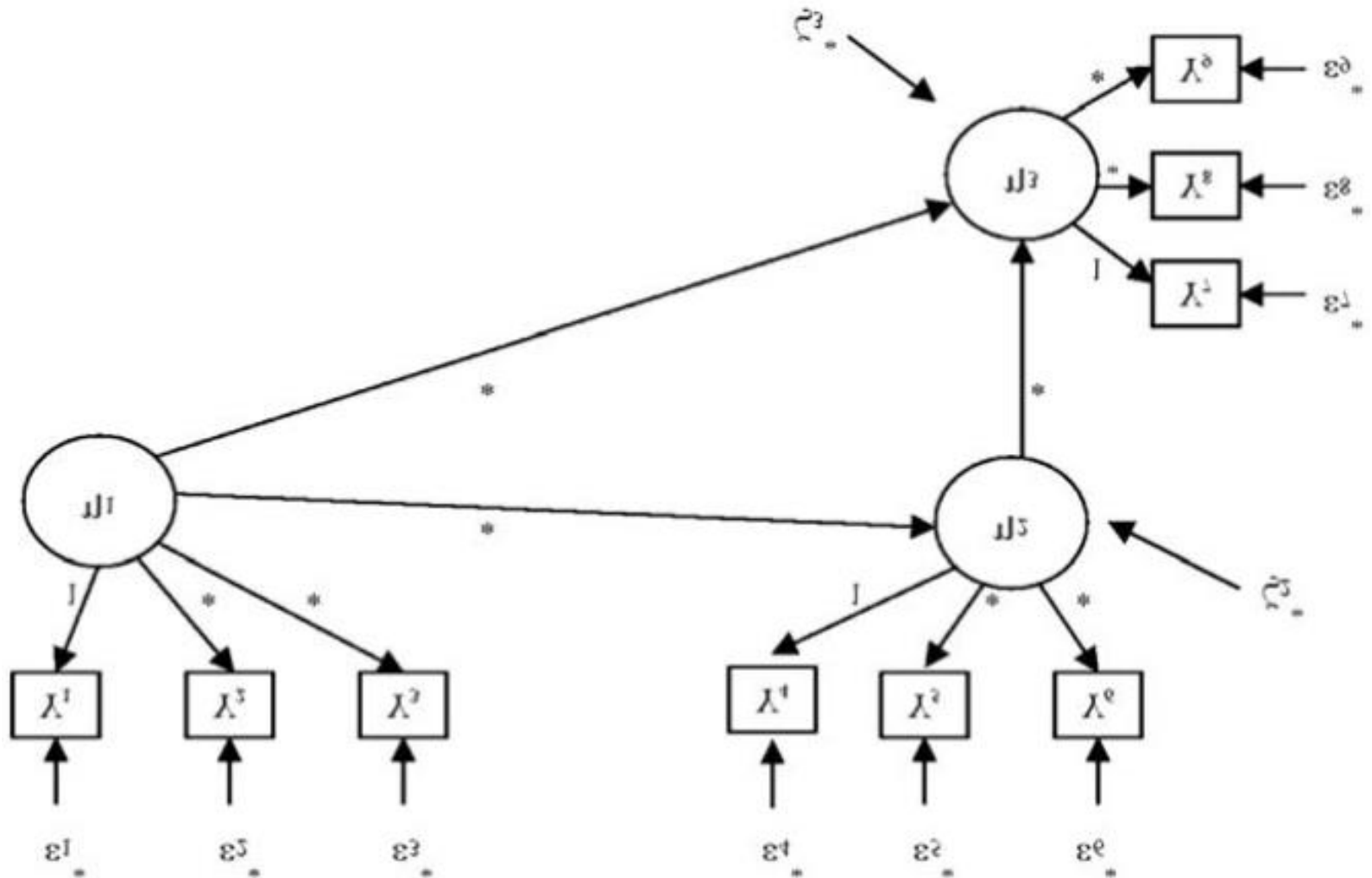
Yol Analizi



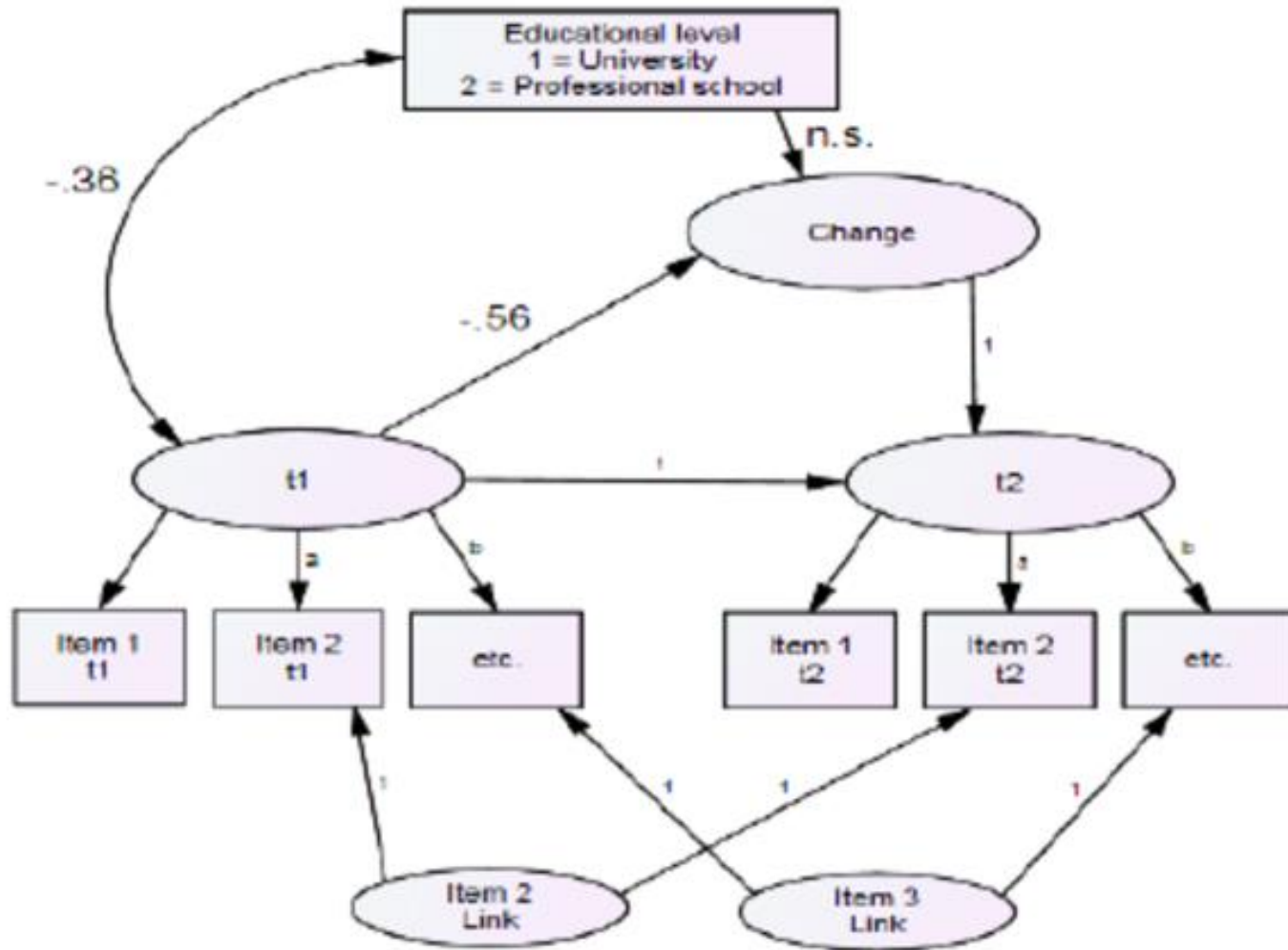
Doğrulayıcı Faktör Analizi



Yapısal Regresyon Modeli



Örtük Değişim Modeli



Yapısal Eşitlik Modelleri Ne Zaman Kullanılır?

- Eğer bir alanda bir konu ya da olgu hakkında bir teori kurulmuşsa bu teoriyi ampirik veri vasıtasıyla test etmek istenildiğinde doğrulayıcı faktör analizi kullanılabilir.
- Doğrulayıcı kullanımının yanında farklı örneklemelerden toplanmış veriler üzerinden bir teori oluşturma ya da kurmada keşfedici olarak da kullanılabilir.
- Yapı geçerliği için kanıt sunmada bir ölçme aracına ait psikometri incelemelerde kullanılır.
- Ölçme değişmezliği (measurement invariance)

Yapısal Eşitlik Modelleri Neden Kullanılır?

- Geleneksel regresyon analizleri yordayıcı (bağımsız) değişkenlerdeki olası ölçme hatalarını göz ardı eder. SEM gözlenen değişkenlerdeki hataları da hesaba katar.
- Çok değişkenli modelleri test etme, doğrudan ve dolaylı etkileri kestirme durumlarında kullanılır.

SEM'in Temel Özellikleri

- SEM'in en temel elemanı **parametredir**. Parametreler bilinmeyen değerleri temsil ettiği için kestirilir.
- SEM'de gözlenen ve gizil (örtük) olan iki geniş **değişken** sınıfı vardır.

Örtük ve Gözlenen Değişkenler

- SEM’de gözlenen ve gözlenmeyen değişkenlerin ayrımını yapmak çok önemlidir.
- **Gözlenen değişkenler** (göstergeler) bir grup üzerinde ölçülen ve kaydedilen verilerdir. Doğrudan ölçülebilen değişkenlerdir.
- Kişilerin ölçek maddelerine verdikleri cevaplar gözlenen değişkenlerdir.
- Farazi olarak var olduğu varsayılan değişkenler de **örtük değişkenler** olarak adlandırılır. Zeka kaygı, mutluluk, motivasyon, matematik başarısı vb. Örtük değişkenler doğrudan ölçülemeyen yani dolaylı ölçülebilen değişkenlerdir.

SEM Diyagramları

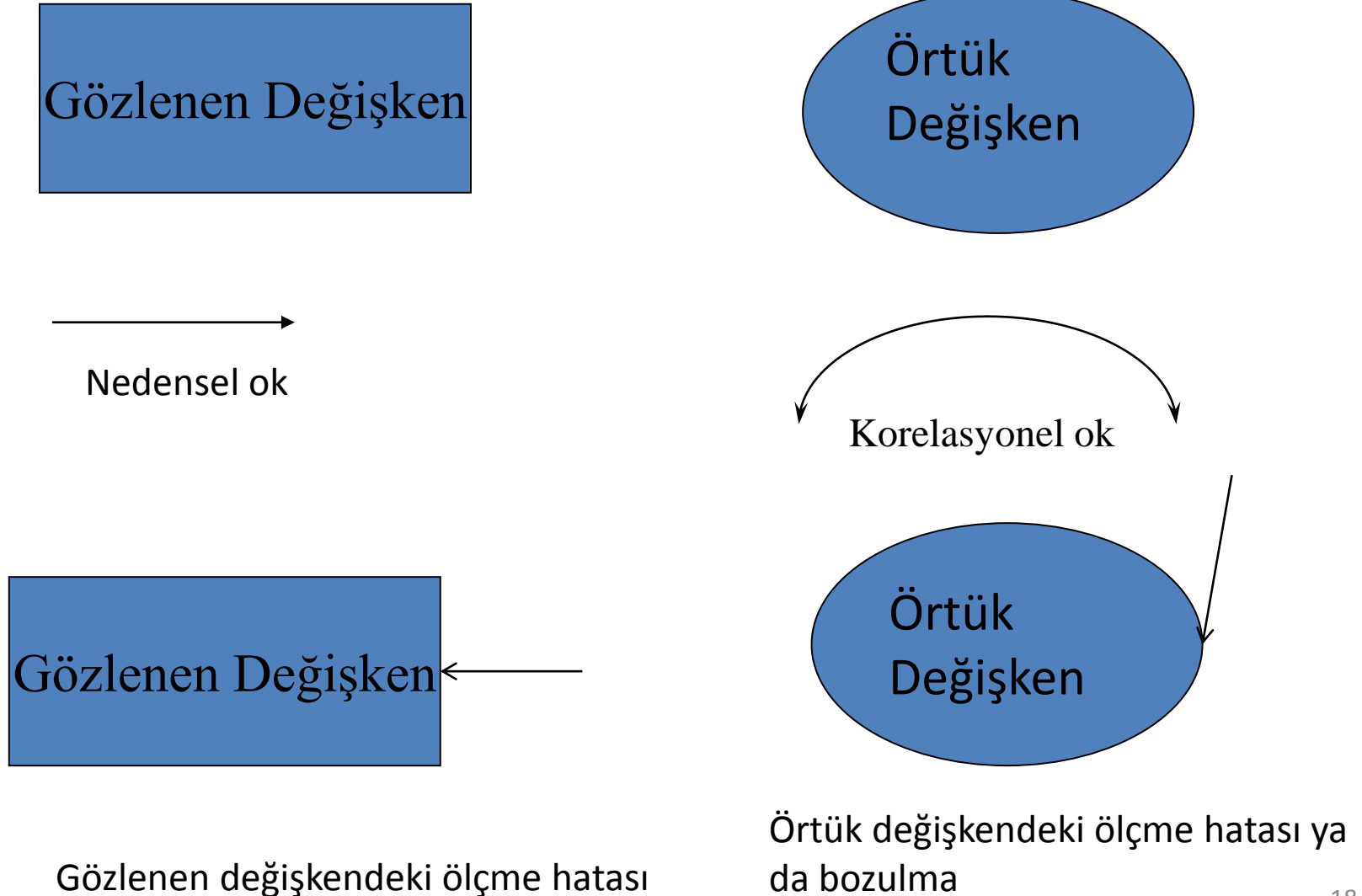
SEM'deki ilişkileri göstermenin en iyi yolu bir yol diyagramı (path diagram) çizmektir. Yol diyagramında bazı semboller kullanılmaktadır.

- \square = gözlenen/ölçülen değişken
- \circ = örtük değişken
- \Rightarrow = regresyon katsayısı veya faktör yükü
- \Leftrightarrow = kovaryans

SEM'de İlişkili Yollar

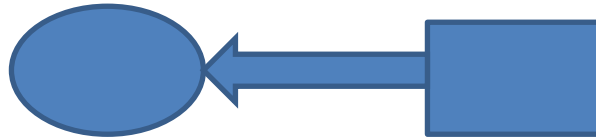
- SEM'de gözlenen değişkenlerin kare/dörtgen ve örtük değişkenlerin daire ile gösterilmesinin yanında gözlenen ve örtük değişkenler arası ilişkileri göstermek adına bazı ok işaretleri kullanılır.
- Tek yönlü oklar okun ucundaki değişkenin okun başındaki değişken tarafından açıklandığını gösterir. Nedensel ilişkileri sembolize eder! ve yol olarak da adlandırılır. Çoğunlukla örtük değişkenler gözlenen değişkenlerin nedeni olarak görülür.
- Çift yönlü oklar da iki değişken arasında kovaryans yani ortak ilişki olduğunu belirtmek için kullanılır. Yol diyagramında eğik ya da düz çizgi şeklinde sunulabilir.

Diyagram Sembolleri

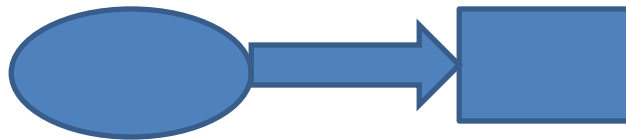


Göstergeler (Gözlenen değişkenler)

- **Göstergeler:** Her faktör için en az 3 gösterge
- **Biçimlendirici (Formative):** Oklar, gözlenen gösterge değişkenlerinden örtük değişkene doğru gider.



- **Yansıtıcı (Reflective):** Oklar gözlemlenmemiş yapıdan gözlenen gösterge değişkenlerine kadar uzanır.



Reflective vs. Formative

Yansıtıcı vs. Biçimlendirici

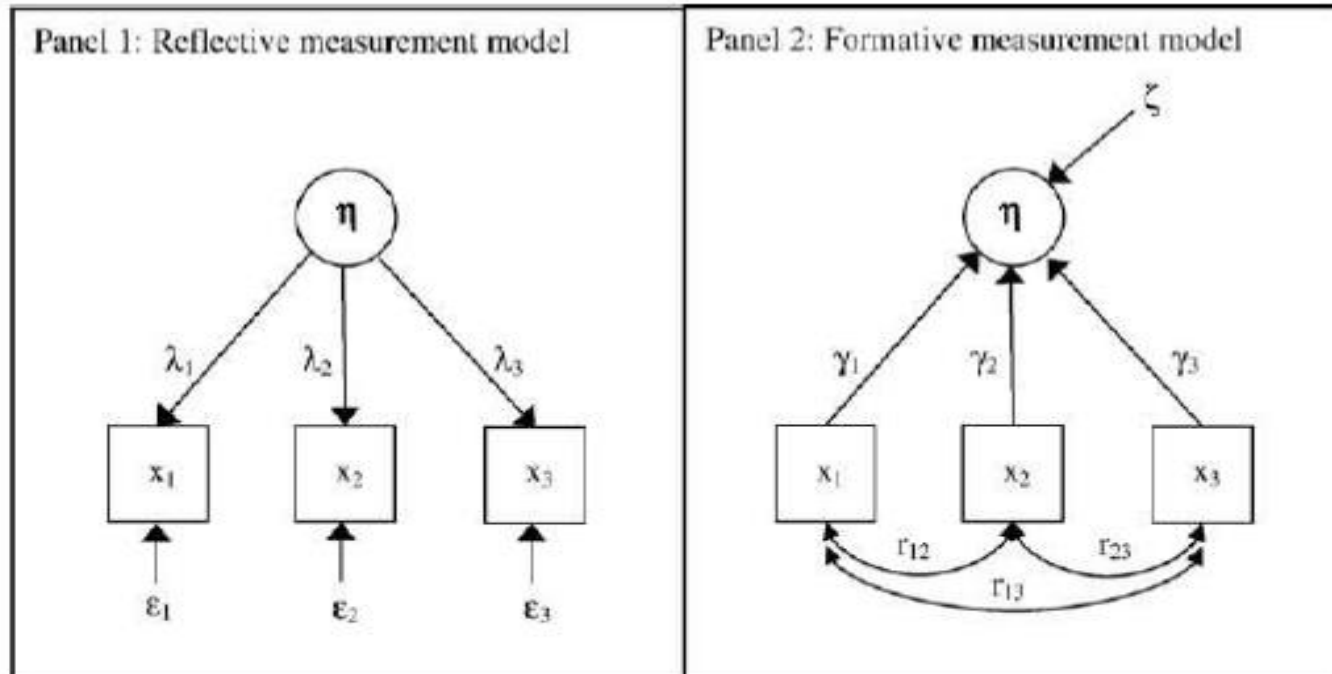


Figure: Measurement models (*Source: Diamantopoulos et al. 2008, JBR*)

Bağımlı ve Bağımsız Değişkenler

- SEM’de bağımlı değişkenler başka bir değişkenden kendisine en az bir yol (tek yönlü ok) içeren değişkenlerdir.
- Bağımsız değişkenler kendinden ok çıkan ama kendisine hiç ok bağlanmayan değişkenlerdir.
- Bazı karmaşık modellerde bir yerde bağımlı değişken olan bir değişken başka bir yerde bağımsız değişken halini alabilir.

İçsel ve Dışsal Değişkenler

- **Exogenous:** Diğer değişkenleri yordayan ya da açıklayan değişkenlerdir.
- **Endogenous:** Diğer değişkenler tarafından yordanan ya da açıklanan değişkenlerdir.
- Hem göstergeler hem de örtük değişkenler exogeneous ya da endogeneous olabilir.

- İçsel/Bağımlı (Endogenous).



- Dışsal/bağımsız (Exogenous).



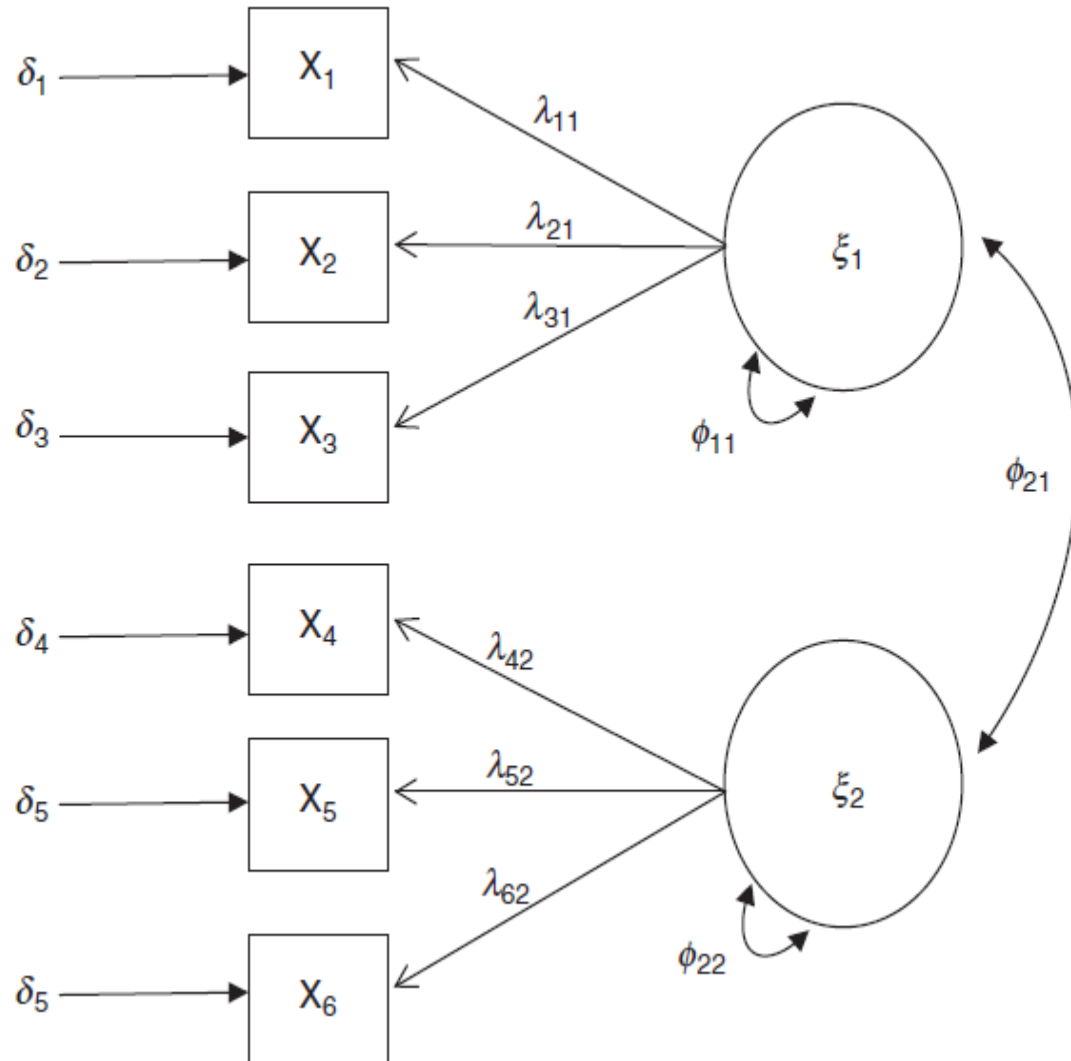
Hata ve Bozulma

- Hata (Error, E): Variance left over after prediction of a measured variable
- Bozulma (Disturbance): Her içsel değişken bir **bozulmaya** sahiptir ve genellikle D olarak gösterilir. Bozulma artık (açıklanamayan) varyansı temsil eder. Bir bozulma içsel değişkeninin modele dâhil edilmemiş bütün nedenlerini artı ölçme hatasını temsil eder.

Terminoloji

- Doğrudan etki (Direct Effect)
 - Doğrudan tahminin regresyon katsayıları
- Dolaylı etki (Indirect Effect)
 - X_1 'in y ile x_2 arasındaki aracılık etkisi

CFA (Doğrulayıcı Faktör Analizi)

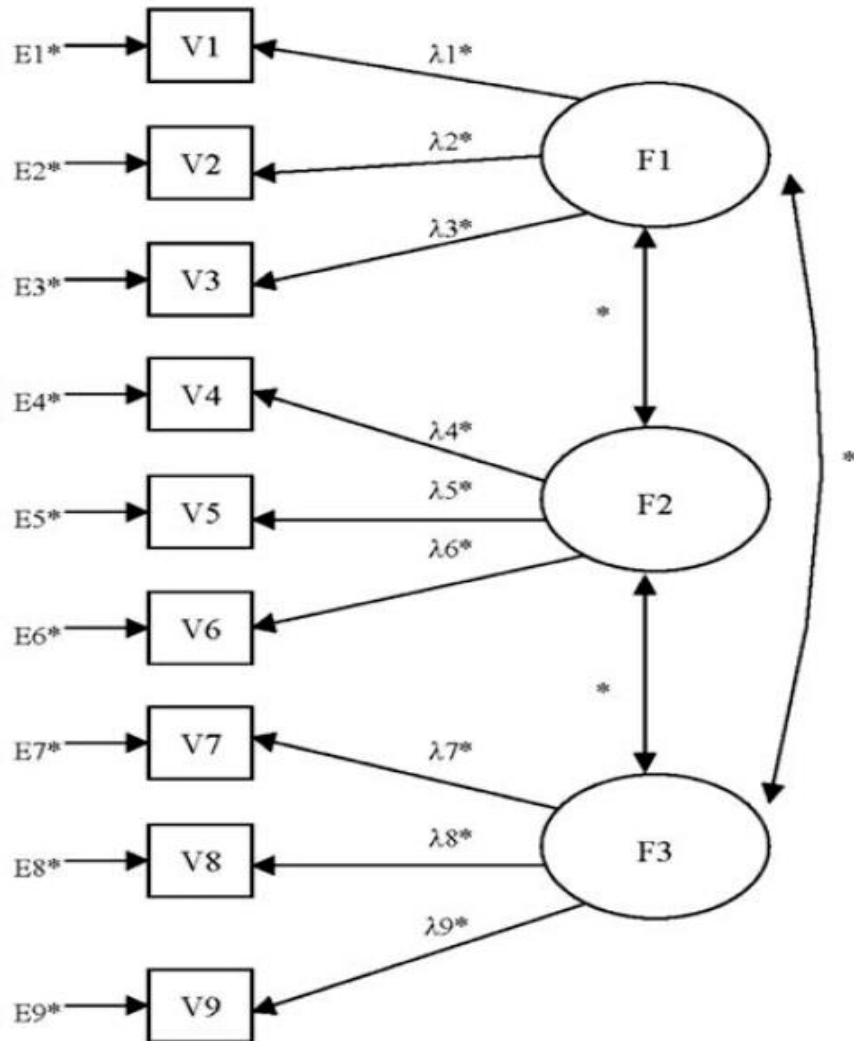


Greek Letters Used in CFA

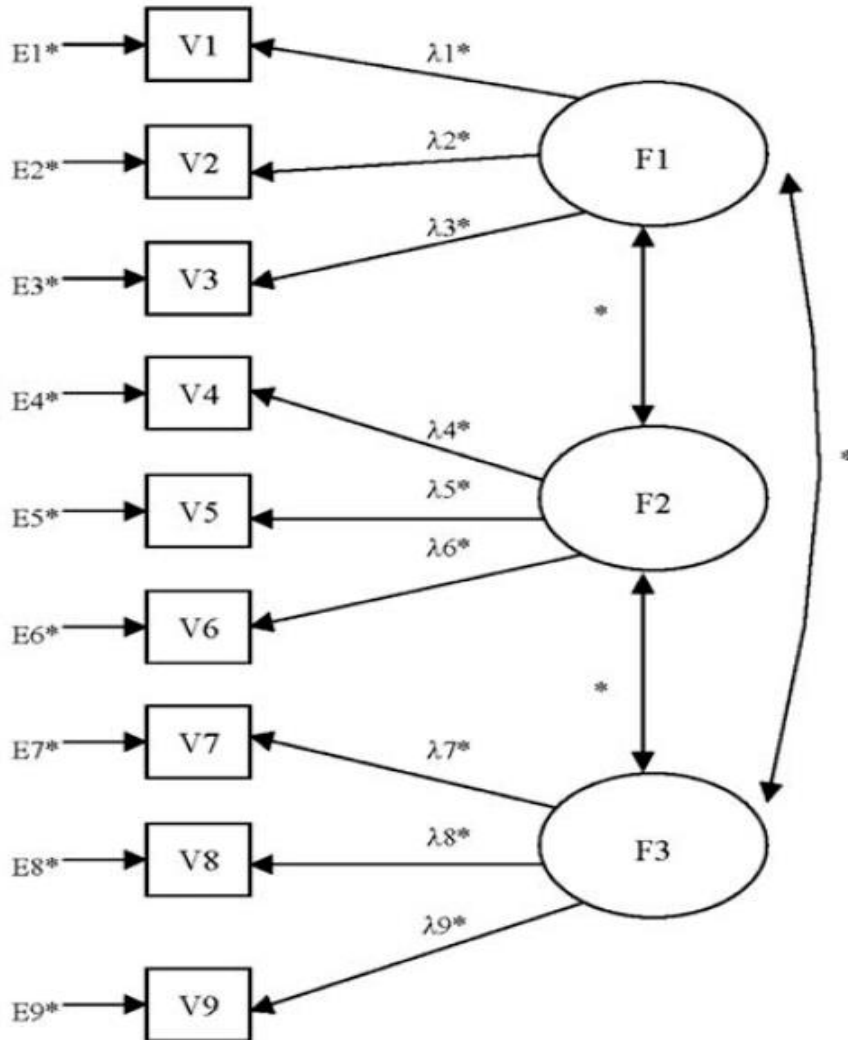
CFA symbol	Spelling	What it represents
λ	Lambda	Factor (pattern) loading
ε or δ	Epsilon or delta	Measurement error
θ_ε or θ_δ	Theta epsilon or theta delta	Measurement error variance
ξ or η	Ksi or eta	Factor scores
ϕ	Phi	Factor correlation

- 2 faktör 6 göstergeli bir CFA modeli

CFA Parametreleri



CFA Parametreleri



- Yan tarafta 3 faktör ve 9 madde içeren bir model sunulmaktadır.
- Toplam 12 bağımsız değişken (3 faktör+9 hata)**
- Hatalar (artık değerler): E1-E9
«Faktörler tarafından açıklanamayan varyansları temsil ederler»
- Faktörler: F1-F3
- Toplam 9 bağımlı değişken var**
- Göstergeler: V1-V9
- Faktör yükleri: λ_1 - λ_9
- İki yönlü oklar faktörler arası korelasyonları (ϕ) temsil eder.

Model Eşitlikleri

- Gözlenen ve örtük değişkenler arasındaki ilişkiler aşağıdaki eşitliklerle gösterilebilir:

$$V_1 = \lambda_1 F_1 + E_1,$$

$$V_2 = \lambda_2 F_1 + E_2,$$

$$V_3 = \lambda_3 F_1 + E_3,$$

$$V_4 = \lambda_4 F_2 + E_4,$$

$$V_5 = \lambda_5 F_2 + E_5,$$

$$V_6 = \lambda_6 F_2 + E_6,$$

$$V_7 = \lambda_7 F_3 + E_7,$$

$$V_8 = \lambda_8 F_3 + E_8,$$

$$V_9 = \lambda_9 F_3 + E_9,$$

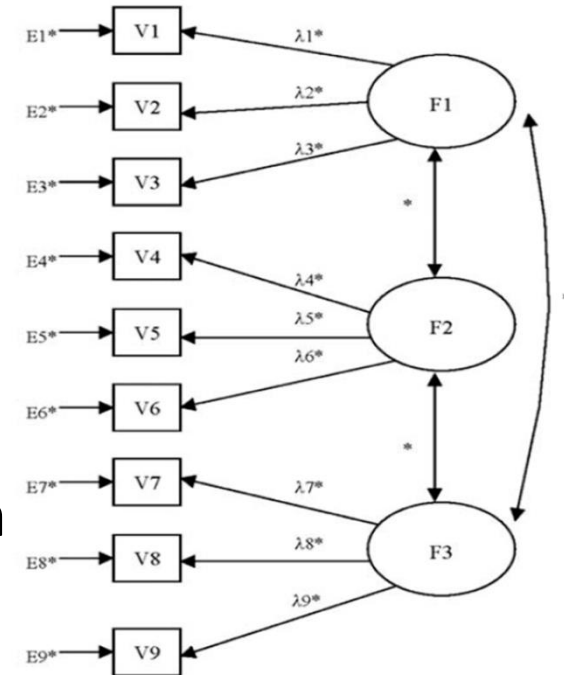
SEM'deki Parametreler

Model parametreleri şunları içerir:

- 1) Bağımsız değişkenlerin varyansları. Artık değişkenler ve bozulmalar da bağımsız değişkenler olarak alındığı için onların varyansları da model parametreleridir.
- 2) Bağımsız değişkenler arasındaki tüm kovaryanslar.
- 3) Göstergeleri faktörlere bağlayan tüm faktör yükleri
- 4) Örtük ve gözlenen değişkenler arasındaki tüm regresyon katsayıları.
- 5) Bağımlı değişkenlerin varyansları model parametresi değildir.
- 6) Model eklenen her örtük faktör de mutlaka ölçeklenmelidir.

Örnek Model Parametreleri

- Kural 1'e göre 3 faktör varyansı ve 9 hata varyansı bulunmakta
- Kural 2'ye göre 3 faktör kovaryansı bulunmakta.
- Kural 3'e göre 9 faktör yükü bulunmakta.
- Kural 4 bu model için uygulanmaz çünkü burada regresyon tipi bir parametre yok.
- Kural 6'ya göre burada 3 faktörün varyansını 1'e eşitlemek ya da faktörlerden çıkan 1 faktör yükünü 1'e sabitlemek gerekir. Burada 3 faktörün varyansını 1'e sabitlediğimizde bunlar tahmin edilmez ve parametre hesabına katılmaz. Bu modelde toplamda 21 parametre yer almaktadır.



SEM'deki Parametreler

- Faktör yükleri aynı regresyonda olduğu gibi yorumlanır. Faktör yükünün karesi gösterge içerisinde bağlı olduğu faktör tarafından açıklanan varyansın oranını temsil eder.
- Hatalar ise bir göstergede faktör tarafından açıklanamayan varyansı gösterir.

SEM'deki Parametre Türleri

- **Serbest** (free): Önceki slaytlarda sunulan 6 kurala göre tahmin edilen parametreler serbest parametreler olarak adlandırılır ve tahmin edilir.
- **Sabit** (fixed): Sabit parametrelerin değerleri model analizleri yapılırken belirli bir değere eşitlenir ve tahmin edilmez.
- **Kısıtlanmış** (Constrained): Model içerisindeki bazı parametreler üzerinden belirlenen ya da belli bir sınırlama uygulanan ($x_1 > 0$) parametrelerdir. Ne tamamıyla serbest parametrelerdir ne de sabit parametrelerdir.

Terminoloji

Ölçme (Measurement) modeli

- Modelin ölçülen değişkenlerini gizli faktörlerle ilişkilendiren kısmı
- Ölçme modeli, SEM'in faktör analitik kısmıdır.

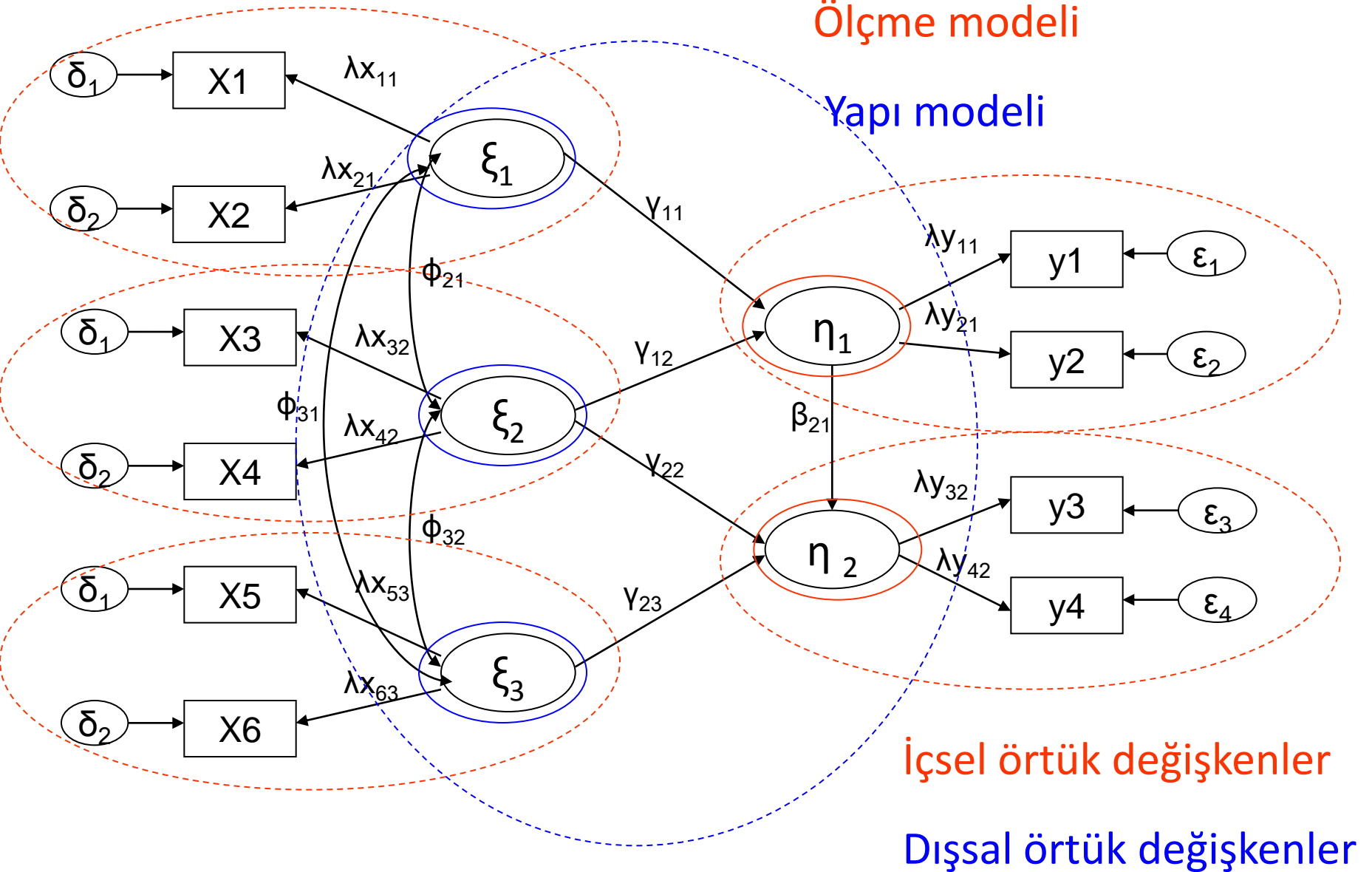
Yapı (Structure) modeli

- Bu, modelin değişkenlerini veya faktörlerini birbiriyle ilişkilendiren kısmıdır (tahmin)
- SEM'in regresyon kısmıdır
- Modelde hiçbir faktör yoksa, ölçülen değişkenler arasında sadece yol modeli bulunur.

Yapısal modelin analizinin anlamlı olabilmesi için önce ölçme modelinin uygun bir şekilde belirtilmesi gerekir.

Ölçme modeli

Yapı modeli



İçsel örtük değişkenler

Dışsal örtük değişkenler

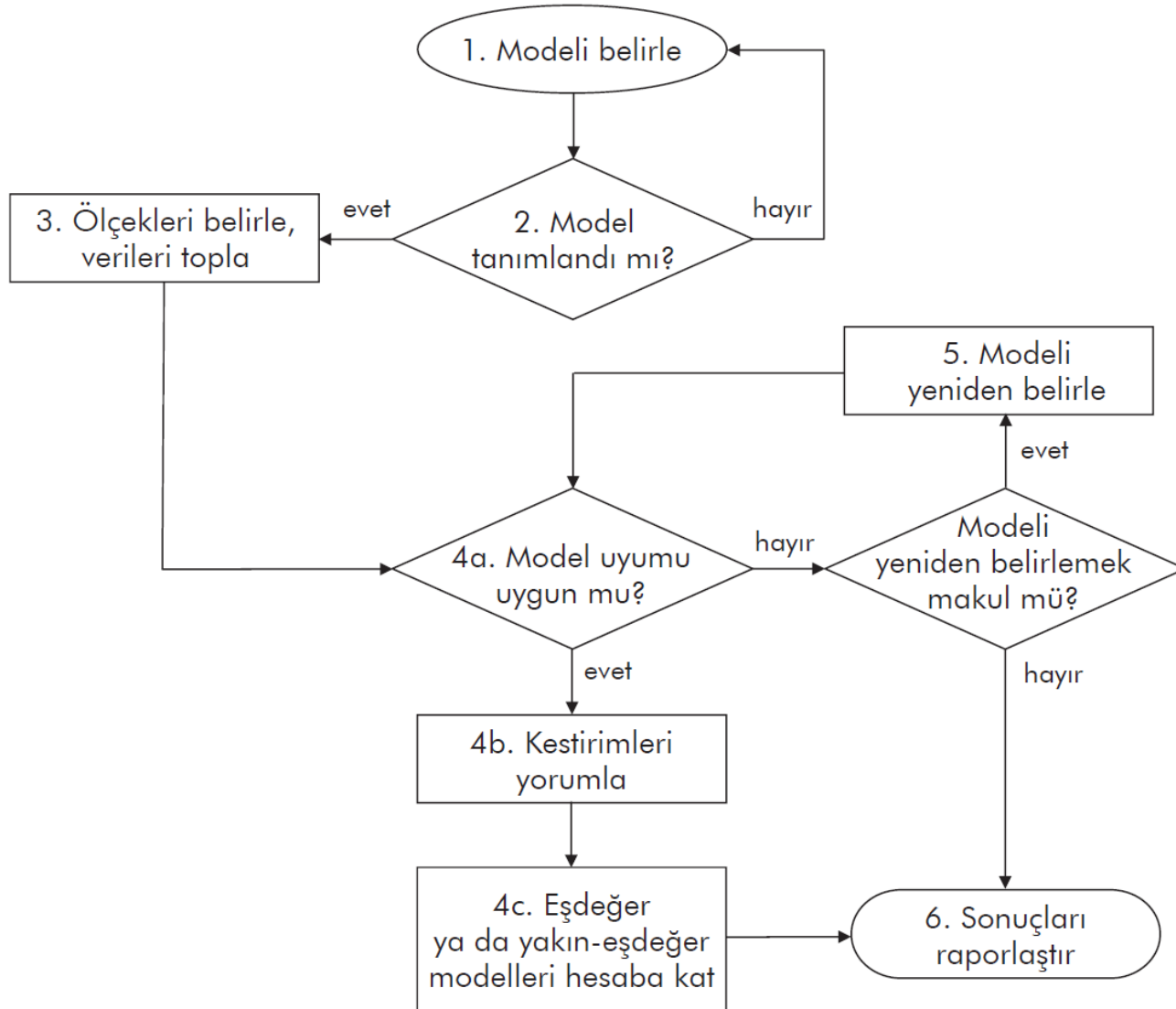
Terminoloji

- Kovaryans yapısı (Covariance Structure)
 - Varyans ve kovaryansa dayalı ilişkiler
- Ortalama yapısı (Mean Structure)
 - Modeldeki ortalamaları (kesen değeri) içerir

SEM ile Cevaplanan Sorular

- Model örneklem verisine uyan bir popülasyon kovaryans matrisi üretir mi?
- Veriye en iyi uyum gösteren model hangisidir?
- Değişkenler içerisinde faktörler tarafından açıklanan varyans yüzde kaçtır?
- Göstergelerin güvenirliği nedir?
- Modelden elde edilen parametre kestirimleri nelerdir?
- Modelde dolaylı ya da aracı etki mevcut mu?
- Grup farklılıkları mevcut mu?
- Varyanstaki değişim zaman üzerinden takip edilebilir mi?

SEM'in Temel Adımları



SEM'in Temel Adımları

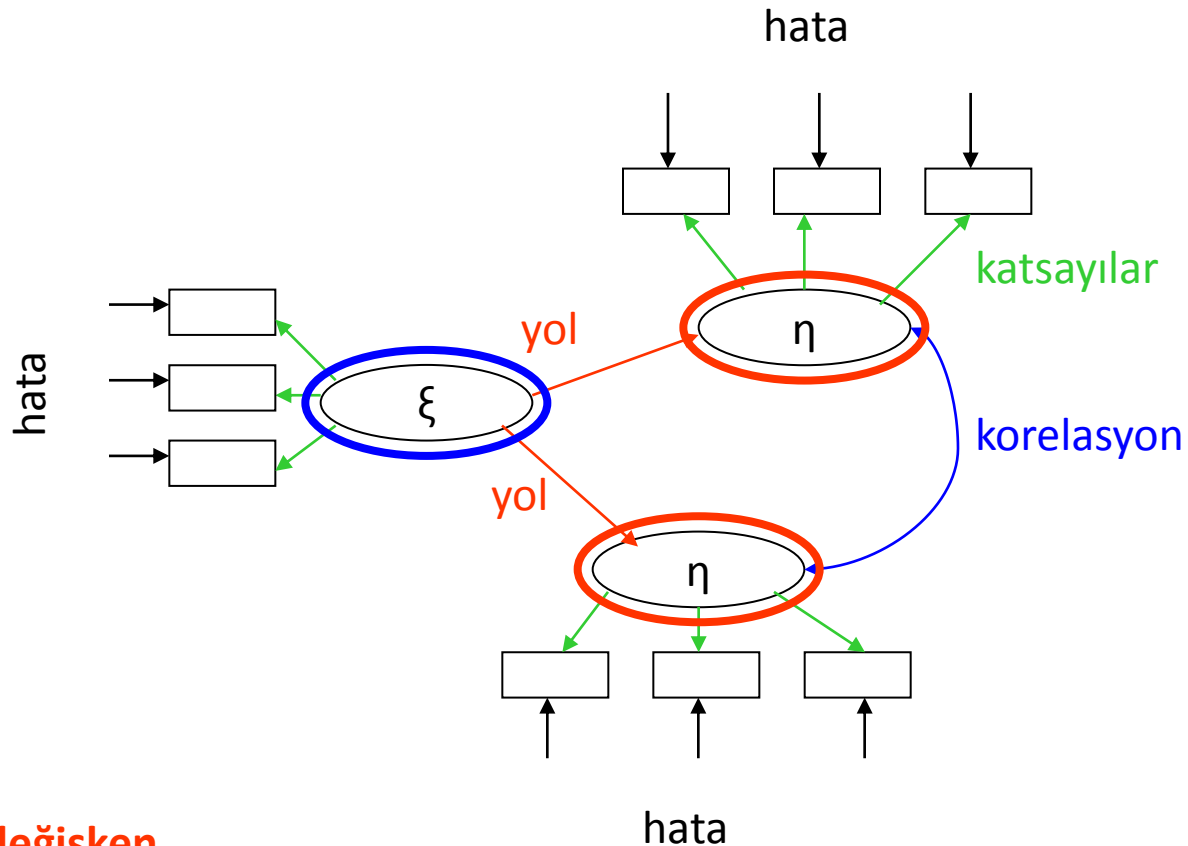
SEM'in adımlarına geçmeden önce SEM ile cevaplanacak araştırma soruları ya da hipotezler belirlenir ve yol diyagramı çizilir. Ayrıca SEM için gerekli varsayımlar göz önünde bulundurulur.

1. Model belirleme (specification)
2. Model tanımlama (identification)
3. Parameter kestirimi (estimation)
4. Model testi ve değerlendirmesi (testing and evaluation)
5. Model modifikasyonu (modification)

Model Belirleme

- Model belirleme aşaması birden fazla değişken arasındaki ilişkileri açıkladığını düşündüğünüz hipotezli bir model oluşturma ve modeli çoklu eşitliklere dönüştürme süreçlerini içerir.
- Teorik model oluşturmak için ilgili tüm teori, araştırma ve bilgiyi kullanmayı içerir.
- ***Model belirleme en önemli adımdır*** çünkü sonraki adımlardan elde edilen sonuçlar, modelin –araştırmacının hipotezlerinin– temelde doğru olduğunu varsayar.

Bir Yol (Path) Diyagramı Oluşturun



İçsel örtük değişken

Dışsal örtük değişken

Model Belirleme

- Bir doğrulayıcı faktör modelinin belirlenmesi ile ilgili bazı belirlemelerin yapılması gerekmektedir:
 - ortak faktörlerin sayısı,
 - gözlenen değişkenlerin sayısı,
 - ortak faktörler arasındaki varyans ve kovaryanslar,
 - gözlenen değişkenler ve örtük faktörler arasındaki ilişkiler,
 - artık değişkenler arasındaki ilişkiler ve
 - artık değişkenler arasındaki değişkenler ve kovaryanslar.

Model Tanımlama

- Tanımlama, modelin teoriye dayanan bir özelliğidir, ne veriye ne de kestirime dayanır.
- İstatistiksel modeller genellikle belirli kurallara veya kısıtlamalara uymak zorundadır.
- **Model tanımlama** bu gerekliliklerden biridir. Bilgisayarın her model parametresinin özgün bir kestirimini elde etmesi *teorik olarak mümkünse* o model tanımlanmıştır. Bu koşulun sağlanmadığı durumda model tanımlanmamıştır.
 - Modelimiz tanımlandığında, parametrelerin benzersiz tahminlerini elde ederiz.
 - “*Tanımlanmayan modelleri tahmin etme girişimleri, parametrelerin keyfi tahminlerine yol açar.*”(Long, 1983, s. 35.)

Model Tanımlama

- Model Tanımlama aşamasında karşımıza üç farklı durum çıkması olasıdır.
- Eksik tanımlanmış (under identified)
- Tam tanımlanmış (just identified)
- Aşırı tanımlanmış (over identified)

Bir modelin tanımlı olabilmesi için modelin bağımsız, kısıtlanmamış parametrelerinin sayısı $p(p + 1)/2$ 'den küçük veya ona eşit olmalıdır.

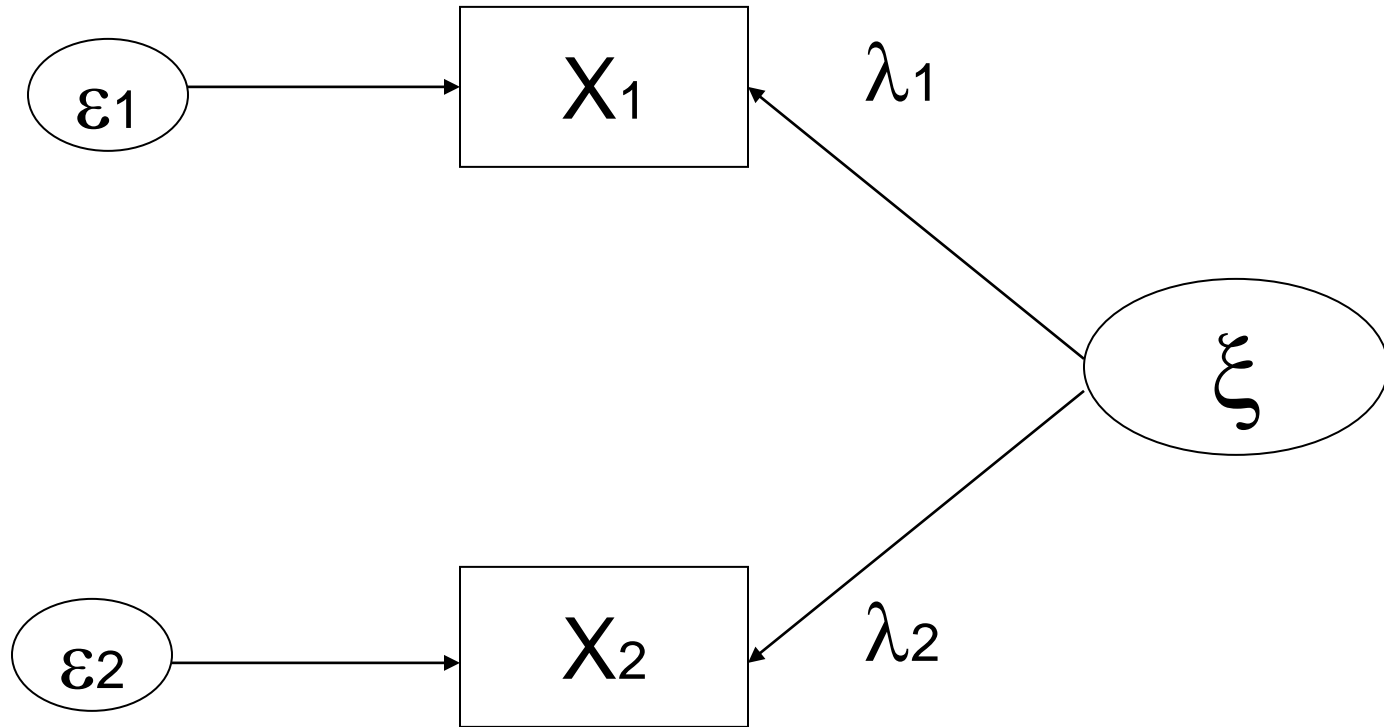
Model Tanımlama

- p gözlenen/ölçülen değişken sayısı olmak üzere serbestlik derecesi (**sd**) şu şekilde hesaplanır:
- $sd = [p*(p+1)]/2 - (\text{kestirilen parametre sayısı})$
- Eğer $sd < 0$ ise model eksik tanımlanmıştır.
- Eğer $sd = 0$ ise model **tam tanımlanmıştır** (saturated model)
- Eğer $sd > 0$ ise model **aşırı tanımlanmıştır**
- **sd değerinin sıfır ya da sıfırdan büyük olması tanımlama için gerekli ama yeterli şart değildir!**

Model Tanımlama

- *Eksik tanımlanmış (tanımlanmamış)*
 - Eşitliklerin sayısı < parametre sayısı
 - Sonsuz sayıda çözüm olabilir
 - $a+b=7$
 - Model kestirimi yapılamaz
- *(Tam) tanımlanmış*
 - Her parametre için tek bir tahmini değer olur
 - Eşitlik sayısı = tahmin edilecek parametre sayısı
 - $a+b=5$, $a-b=2$
 - Model kestirimi yapılabilir
- *Aşırı tanımlanmış*
 - Eşitliklerin sayısı > parametre sayısı
 - Model kestirimi yapılabilir ya da model hatalı olabilir

Eksik Tanımlanmış Model

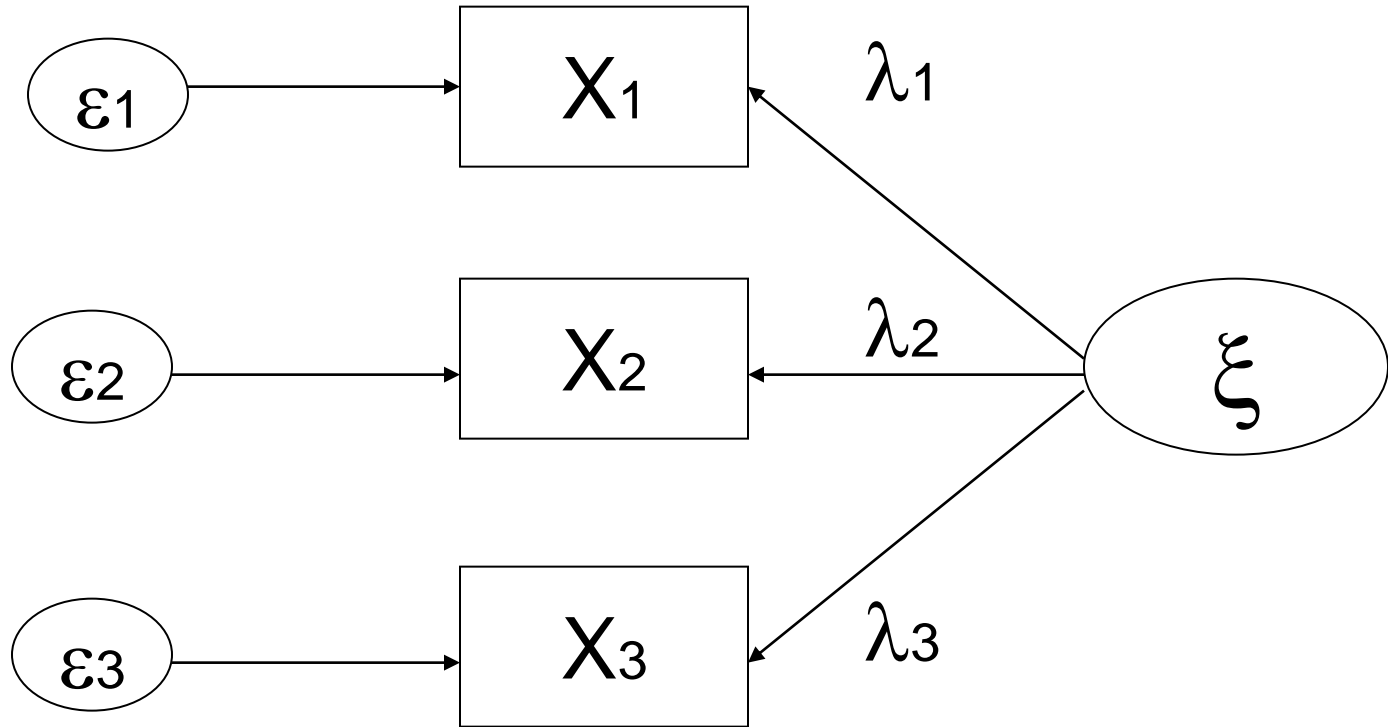


Input Matrix (3 elements)

	X_1	X_2
X_1	σ_{11}	
X_2	σ_{21}	σ_{22}

Freely Estimated Model Parameters = 4
(e.g., 2 factor loadings, 2 error variances)

Tam Tanımlanmış Model

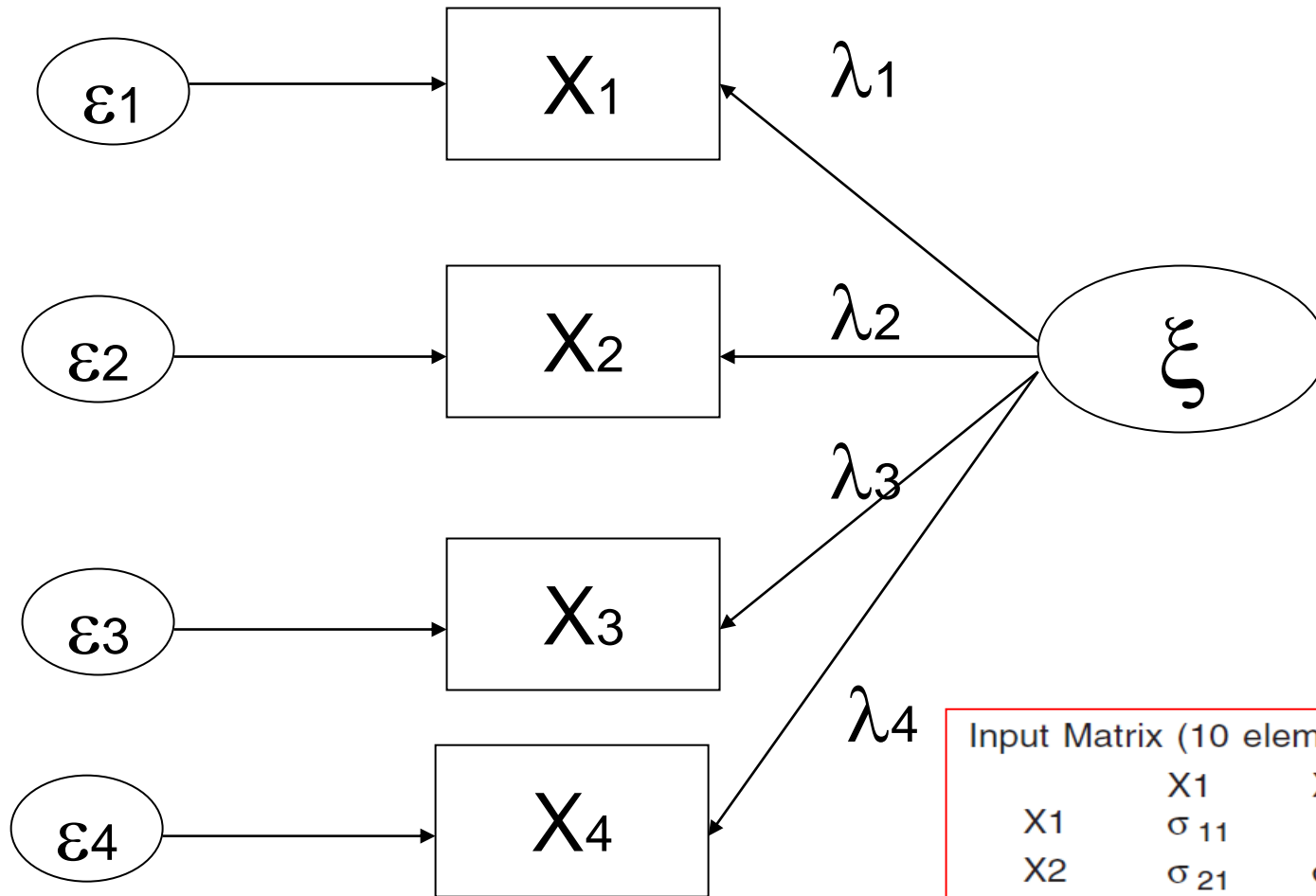


Input Matrix (6 elements)

	X1	X2	X3
X1	σ_{11}		
X2	σ_{21}	σ_{22}	
X3	σ_{31}	σ_{32}	σ_{33}

Freely Estimated Model Parameters $\overline{50} = 6$
(e.g., 3 factor loadings, 3 error variances)

Aşırı Tanımlanmış Model



Input Matrix (10 elements)

	X1	X2	X3	X4
X1	σ_{11}			
X2	σ_{21}	σ_{22}		
X3	σ_{31}	σ_{32}	σ_{33}	
X4	σ_{41}	σ_{42}	σ_{43}	σ_{44}

Freely Estimated Model Parameters = 8
(e.g., 4 factor loadings, 4 error variances)

Model Tanımlama

- Bir faktörün tanımlanması için gerekenler:
 - **Örtük değişkenin ölçeklendirilmesi** (scaling)
Yüklerden biri ya da faktör varyansı 1'e sabitlenir.
- Bollen (1989)'ın tanımlanma için önerdiği 3 kural:

- **Her gösterge bir faktöre yüklenmeli**
- **Her faktöre yüklü yeterli gösterge sayısı**

Her faktör en az 3 gösterge içermesi

- **İlişkilendirilmiş hata olmaması** (no correlated error variance)

Bunlar yeterli şartlar olsa da tanımlanmayı garanti etmez.

SEM'de Aşırı Tanımlanma

- Tanımlama durumunu kontrol etmek için serbestlik derecesi değerini kontrol etmekle başlayabiliriz
- Eğer ilişkilerin sayısı tam tanımlanmış bir model için gerekli olan sayıyı geçerse o zaman model aşırı tanımlanmıştır.
- *SEM aşırı tanımlanmış modelleri tahmin etmemize ve istatistiksel olarak kabul edilebilir bir model çözümü bulmamıza izin verir.*
- **Tanımlama problemlerinin işaretleri**
 - Standart hata değerleri çok büyük olabilir
 - Göstergeler birbirleriyle yüksek korelasyona sahip olabilir
 - Bazı parametre tahminleri kabul edilemez değerlere sahip olabilir (negatif varyans)

Model Tanımlama

- Bir araştırmacının belirli bir teoriye uygun bir model belirlediğini varsayalım, ancak ortaya çıkan bu model tanımlanamaz olsun. Bu durumda, SEM’de modelin tanımlanabilir bir duruma getirmek için **yeniden belirlemesi** dışında fazla bir seçenek yoktur. Tanımlanmamış parametreleri tanımlı hale getirerek model yeniden belirlenir ve tanımlılık durumu tekrar incelenir.

Parametre Kestirimi

- Gözlemlenen korelasyon matrisi \mathbf{S} ve modelde ima edilen (teorik) korelasyon matrisi, model parametrelerinin bir fonksiyonu olan Σ' 'dir.
- Kestirimdeki amaç, bilinmeyen parametre değerlerini bulmaktır; teorik kovaryans matrisi Σ' 'nin, ampirik kovaryans matrisi \mathbf{S}' 'ye mümkün olduğu kadar yakın olmasıdır. Parametre değerleri bu iki matris arasındaki farkın en az olmasını amaçlar.
- *beklenen kovaryans yapısı, gözlenen verilerin kovaryans matrisine karşı test edilir*
- $H_0: \Sigma = \Sigma(\gamma)$

Örneklem Matrisi

- Önceki slaytlarda verilen 9 göstergeli modele ait kovaryans matrisi:

$$S = \begin{bmatrix} 1.01 & & & & & & & & \\ 0.32 & 1.50 & & & & & & & \\ 0.43 & 0.40 & 1.22 & & & & & & \\ 0.38 & 0.25 & 0.33 & 1.13 & & & & & \\ 0.30 & 0.20 & 0.30 & 0.70 & 1.06 & & & & \\ 0.33 & 0.22 & 0.38 & 0.72 & 0.69 & 1.12 & & & \\ 0.20 & 0.08 & 0.07 & 0.20 & 0.27 & 0.20 & 1.30 & & \\ 0.33 & 0.19 & 0.22 & 0.09 & 0.22 & 0.12 & 0.69 & 1.07 & \\ 0.52 & 0.27 & 0.36 & 0.33 & 0.37 & 0.29 & 0.50 & 0.62 & 1.16 \end{bmatrix}$$

Modelden Üretilen Matris

- 9 göstergeli bir modelden üretilen varyans ve kovaryansları içeren matrisin $9 \times 10 / 2 = 45$ elemanı vardır:

$$\Sigma(\gamma) = \begin{bmatrix} \lambda_1^2 + \theta_1 & & & & & & & & & \\ \lambda_1 \lambda_2 & \lambda_2^2 + \theta_2 & & & & & & & & \\ \lambda_1 \lambda_3 & \lambda_2 \lambda_3 & \lambda_3^2 + \theta_3 & & & & & & & \\ \lambda_1 \lambda_4 \phi_{21} & \lambda_2 \lambda_4 \phi_{21} & \lambda_3 \lambda_4 \phi_{21} & \lambda_4^2 + \theta_4 & & & & & & \\ \lambda_1 \lambda_5 \phi_{21} & \lambda_2 \lambda_5 \phi_{21} & \lambda_3 \lambda_5 \phi_{21} & \lambda_4 \lambda_5 & \lambda_5^2 + \theta_5 & & & & & \\ \lambda_1 \lambda_6 \phi_{21} & \lambda_2 \lambda_6 \phi_{21} & \lambda_3 \lambda_6 \phi_{21} & \lambda_4 \lambda_6 & \lambda_5 \lambda_6 & \lambda_6^2 + \theta_6 & & & & \\ \lambda_1 \lambda_7 \phi_{31} & \lambda_2 \lambda_7 \phi_{31} & \lambda_3 \lambda_7 \phi_{31} & \lambda_4 \lambda_7 \phi_{32} & \lambda_5 \lambda_7 \phi_{32} & \lambda_6 \lambda_7 \phi_{32} & \lambda_7^2 + \theta_7 & & & \\ \lambda_1 \lambda_8 \phi_{31} & \lambda_2 \lambda_8 \phi_{31} & \lambda_3 \lambda_8 \phi_{31} & \lambda_4 \lambda_8 \phi_{32} & \lambda_5 \lambda_8 \phi_{32} & \lambda_6 \lambda_8 \phi_{32} & \lambda_7 \lambda_8 & \lambda_8^2 + \theta_8 & & \\ \lambda_1 \lambda_9 \phi_{31} & \lambda_2 \lambda_9 \phi_{31} & \lambda_3 \lambda_9 \phi_{31} & \lambda_4 \lambda_9 \phi_{32} & \lambda_5 \lambda_9 \phi_{32} & \lambda_6 \lambda_9 \phi_{32} & \lambda_7 \lambda_9 & \lambda_8 \lambda_9 & \lambda_9^2 + \theta_9 \end{bmatrix}$$

Parametre Kestirimi

- Örneklem kovaryans matrisi (\mathbf{S}) ile modelden üretilen kovaryans matrisindeki ($\mathbf{\Sigma}$) her bir eleman eşleneği ile karşılaştırılır. Hepsinin arasındaki fark sıfır çıktığında iki matris arasında mükemmel uyum vardır. Yani modelimizi o kadar iyi ki modelden üretilen matris örneklemden gelen matrisle eşdeğerdir. Uyum fonksiyonunu hesaplamanın farklı yolları bulunmaktadır. Bunlar parametre kestirim yöntemleri olarak bilinirler.

Parametre Kestirim Yöntemleri

- Uyum fonksiyonunu elde etmek için kullanılan kestirim yöntemleri:
- **Ağırlıklandırılmamış en küçük kareler** (unweighted least squares): **ULS**
- **Genelleştirilmiş en küçük kareler** (generalized least squares): **GLS**
- **Maksimum olabilirlik** (maximum likelihood): **ML**
- **Ağırlıklandırılmış en küçük kareler** (weighted least squares): **WLS**

Parametre Kestirim Yöntemleri

- Kestirim yöntemlerinin karşılaştırılması

Estimation method	Weight matrix	Comments
Unweighted least squares (ULS)	$W = I$; the weight matrix is the identity matrix	Because the weight matrix is an identity matrix, all residuals are weighted equally. This can cause problems if variables are on very different scales.
Generalized least squares (GLS)	$W = S$; the weight matrix is the sample covariance matrix	Research has shown that GLS can result in biased parameter estimates and inaccurate assessment of model fit if the model is misspecified.
Maximum likelihood (ML)	$W = \sum(\hat{\theta})$; the weight matrix is the reproduced covariance matrix	Research has shown that ML estimates and model fit indices will be more accurate than those from GLS estimates if the model is misspecified.
Weighted least squares (WLS), also referred to as asymptotically distribution-free (ADF)	W = asymptotic covariance matrix of the observed sample covariances. This matrix takes non-normality of the variables (specifically, nonzero kurtosis) into account.	This method was developed to yield unbiased estimates, standard errors, and fit index values for data that are non-normally distributed. However, research has shown that, unless the sample size is very large (at least 2000), WLS will yield biased parameter estimates, standard errors, and fit index values.

Parametre Kestirimi

- Yapısal eşitlik modelleri için kestirim/tahmin işlemi aşağıdaki adımlarla özetlenebilir:
- 1. İterasyonlar, Λ , Φ , Θ 'nın elementleri için bazı makul “başlangıç değerleri” ekleyerek başlar.
- 2. Yeniden üretilen kovaryans matrisi daha sonra aşağıdaki eşitlik kullanılarak hesaplanır.

$$\Sigma_X = \Lambda\Phi\Lambda' + \Theta_\delta$$

- 3. Üretilen kovaryans matrisi, gözlenen kovaryans ile karşılaştırılır.
- 4. İki matris yeterince yakın değilse, tahminler ayarlanır ve 2-4. Adımlar tekrarlanır.
- 5. Üretilen ve gözlemlenen kovaryans matrislerinin yeterince yakın olması durumunda, yinelemelerin “yakınsanmış” olduğu söylenir ve işlem sona erer. Bu aşamadaki tahminler nihai parametre tahminleri olarak alınır.

Parametre Kestirimi

- Bu adım analiz yapmak için bir SEM bilgisayar programını kullanmayı içerir.
- Modelin veriye uyumunu test etmede kullanılır
- Model veriye iyi uyum gösteriyorsa parametre kestirimleri yorumlanır
- Üç tür parametre vardır: 0, 1 ya da başka bir değere sabitlenmiş parametreler, başka bir parametre üzerine sabitlenmiş parametreler ve serbestçe kestirilen parametreler
- Parametrelerin hesaplanmasında farklı kestirim teknikleri kullanılabilir
- Kestirim yöntemleri: maksimum olabilirlik-maximum likelihood(ML), olağan en küçük kareler yöntemi-ordinary least Squares (OLS)
- Model parametrelerinin tahminlerini elde etmek için bir model uydurma programı (Amos, EQS, LISREL, Mplus, R) kullanılır.
- Burada eşdeğer veya yakın-eşdeğer modeller de gözden geçirilir.

Parametre Kestirimi

- *SEM’de kestirimin önemli yönleri*
 - Bireysel vakalar sadece kovaryans matrisini elde etmek için tahmin sürecine girerler
 - SEM, bireysel gözlemleri (vakaları) parametrelerin kestiriminde kullanmaz.
 - Kestirim bireysel vakalara değil, kovaryans matrisine dayanmaktadır.
 - Böylece, serbestlik dereceleri kovaryans matrisindeki elementlere atıfta bulunur.
 - Yeterli bir örneklem büyüklüğü hala gerekli
 - Kovaryans matrisinin elementlerinin çoğu, örneklem büyüklüğü yeterince büyük olmadıkça sıfıra yakın olduğunda tanımlama sorunları ortaya çıkabilir.
 - Basit bir kural, ölçülen değişken veya gösterge başına en az onbeş gözlem gerektirir

Parametre Kestirimi

Maksimum olabilirlik (ML) yöntemi

- Maksimum Olabilirlik (ML), en yaygın olarak kullanılan tahmin prosedürüdür. Bununla birlikte, ML **çok değişkenli normallik varsaymaktadır**.
- Yani göstergeler çok değişkenli normal bir dağılım takip etmelidir.
- Örtük yapıların da normal dağıldığı varsayılmaktadır.
- Büyük örneklem gerektirir.
- Makul örneklem büyüklüğü, örn. yaklaşık 200 gözlem gereklidir.
- Birçok programda varsayılan kestirim yöntemidir.
- Veriler MVN değilse, diğer prosedürler kullanılabilir (örn. Satorra-Bentler robust ML).

Parametre Kestirimi

Diğer kestirim yöntemleri

Asymptotically Distribution Free (ADF)

- Sürekli (veya sıralı) ama normal olmayan verilerde kullanılabilir
- Ağırlıklandırılmış en küçük kareler olarak da bilinir (WLS; weighted least squares)
- Büyük örneklem büyüklükleri gerektirir

Unweighted Least Squares (ULS)

- Normal olmayan verilerde kullanılır

Parametre Kestirimi

- **4 parametre kestirim yönteminden birini kullanarak aşağıdaki parametreler için tahmini değerler üretilir:**
- Standartlaştırılmış (ya da standartlaştırılmamış) faktör yükleri
- Faktör varyansları
- Faktör kovaryansları
- Bozulmalar
- Hatalar
- Bazı modellere has ek parametreler (ör. Faktör ortalamaları)

Modeli Test Etme

- Model tahmin edildikten sonra bir sonraki görev, modelin verilere ne kadar uygun olduğunu değerlendirmektir. Yani, teorik modelin verilerle ne kadar iyi desteklendiğini göstermektedir.
- **Burada teoriyi test ederken 2 soruya cevap aranır:**
- Parametre kestirimleri hem teoriye göre hem de istatistiksel olarak kabul edilebilirlik açısından makul olmalıdır.
- Modelin genel uyumu iyi olmalıdır
- (a) Tüm modelin uyum iyiliği için küresel tip omnibus testleri (SEM'de en popüler olanlardan biri χ^2 uyum testinin iyiliği, "ki-kare testi" dir).
- (b) Bireysel parametre testleri: (i) bireysel parametre tahminlerinin istatistiksel manidarlığı ("t-oranları"), (ii) kısıtlamalar, örneğin bazı parametrelerin eşitliği. vb.

Model Değerlendirmesi

- SEM’de toplanan veriyle çelişmeyecek bir model bulmak amaçlanır.
- Eğer modelin veriye uymadığı (yokluk hipotezi) hipotezi çürütülürse bu bizim modelimizin tek doğru model olduğunu göstermez.
- Modelimize eşdeğer birçok model de aynı uyumu gösterebilirdi.
- Bu sebeple model değerlendirilirken mutlaka teoriye başvurulmalı ve tekrar toplanan örneklemeler üzerinden aynı model test edilmelidir.

Model Değerlendirmesi

- SEM programı tarafından kestirilen modele ait kestirimler yakınsanmamış olursa bu analiz sonucu elde edilen model parametrelerinin uyumunu incelemeye gerek yoktur.
- Ayrıca model tarafından elde edilen parametre değerlerinin işaretleri (+-) ve büyüklükleri de literatürle paralellik göstermeli.
- Parametrelere ait standart hata değerleri de aşırı derece büyük olmamalı.

Model Değerlendirmesi

- **Modelin tamamı için**
- Ki-kare (χ^2) testi
- Null hipotez: model popülasyon kovaryans matrisine uymaktadır
- teorik olarak beklenen değerler ve ampirik veriler karşılaştırılır
- Bir uyumsuzluk ölçüsü ile uğraştığımız için, teorik modelin verilere uygun olduğuna karar vermek için χ^2 için p değerinin 0.05'ten büyük olması gerekir.
- Büyük örneklerde p değerinin 0.05'ten küçük olma ihtimali artar. Tek başına kullanılması önerilmez!
- Uyum endeksleri RMSEA, CFI, SRMR vb.
- **Modelin parametreleri için**
- 0'dan (veya düzeltmek istediğimiz diğer herhangi bir değerden) farklı olup olmadıklarını gösteren tahmini parametreler için t değeri;
 $t > 1.96$, $p < .05$

Uyum Ölçülerinin Sınıflandırılması

- **1) Mutlak uyum (Absolute fit):** Modelinizin gözlemlenen verileri ne kadar iyi ürettiğini ($S=\Sigma$) gösterir. Ki-kare testi (χ^2), GFI (Goodness of fit index), AGFI (Adjusted goodness of fit index), RMR (Root mean square residual), SRMR (Standardized root mean square residual)
- **2) Artımlı uyum:** Tahmini modelin göreceli temel modele ne kadar uyduğunu gösterir. Temel model, gözlenen tüm değişkenlerin alakasız olduğunu varsayar; bu, tek bir gösterge skalasına sahip olduğunuz anlamına gelir. NFI (Normed fit index), CFI (Comparative), TLI (Tucker-Lewis), RNI (Relative non-centrality), IFI (Incremental fit index).
- **3) Tutumluluk Düzeltmesi (Parsimony Correction):** Modelin tutumlu olup olmadığı ve modelin daha az tahmin edilen yollar belirlenerek geliştirilebileceğini gösterir. RMSEA (Root Mean square error approximation).

Uyum Ölçüleri

- Test istatistikleri
- Ki-kare testi
- Akaike ve Bayesci Bilgi Kriterleri (AIC, BIC)
- Root Mean Square Error Of Approximation (RMSEA)
- Goodness of Fit Index (GFI, AGFI)
- CFI
- Tucker-Lewis Index (TLI)
- Bunlar, modelin sadece genel veya ortalama uygunluğunu gösterir ve sonuçların teorik olarak anlamlı olup olmadığını göstermez.
- Buradaki ve diğer uyum endeksleriyle ilgili detaylı bilgi için:
<http://davidakenny.net/cm/fit.htm>

Uyum Ölçüleri

- Ki-kare testi (χ^2)
 - Manidar olmamalı($p>0.05$)
 - Mutlak uyum endeksi
 - Büyük örneklemeler için uygun değildir, ($p<0.05$)'i çok kolay reddeder
- χ^2/sd (görelî χ^2)
 - sd = serbestlik derecesi olmak üzere
 - $\chi^2/sd > 3$ olmalı
 - Çok tavsiye edilmez

Uyum Ölçüleri

Mutlak Uyum ölçüsü:

- Standardized Root Mean Square Residual
- SRMR = Standart metrikte gözlenen ve ima edilen kovaryanslar arasındaki fark
- $<.08$ olması istenir, ancak fikir birliği yoktur.

Uyum Ölçüleri

- GFI (Goodness of Fit Index): model tarafından açıklanan varyans ve kovaryans miktarını gösterir. Regresyondaki R-kareye eşdeğerdir.
- AGFI (Adjusted GFI): GFI hesaplanmasında serbestlik derecesi hesaba katılır
- IFI (Increment Fit Index)
 - 0-1 arası değerler alırlar
 - Önerilen kriterler:
 - >0.90 ("yeterli")
 - >0.95 ("iyi")

Uyum Ölçüleri

Temel modellerle karşılaştırarak hesaplanan göreceli ölçüler:

- Normed Fit Index (NFI)
- Non-Normed Fit Index (NNFI)
= Tucker-Lewis Index (TLI)
- Comparative Fit Index (CFI)
 - 0-1 arası değerler alır
 - Önerilen kriterler.
 - >0.90 ("yeterli")
 - >0.95 ("iyi")
 - ✓ NFI ve NNFI, önerilen modeli, hiçbir değişken arasında hiçbir ilişki olmadığı varsayılan bir modelle karşılaştırma fikrine dayanmaktadır.

Uyum Ölçüleri

Parametre sayısı ile ilgili olanlar:

- RMR (Root Mean square Residual)
- RMSEA (Root Mean Square Error of Approximation)
 - 0-1 arası değerler alır:
 - Eğer <0.08 (veya <0.10) ise "yeterli",
 - Eğer <0.05 (veya 0.06) ise "iyi".

Uyum Ölçüleri

Model karşılaştırmalarında kullanılan ölçüler:

- Akaike's Information Criteria (AIC)
- Consistent AIC (CAIC)
- Bayes Information Criteria (BIC)

Daha iyi model daha düşük değere sahiptir.

Uyum Ölçüleri

- Uyum iyiliği konusundaki hiçbir karar, endeks modelin ne kadar uygun olduğunu gösterirse gösterebilir, tek bir endekse dayanmamalıdır.
- Her endeks önerilen bir modelin uygunluğunun belirli bir yönünü temsil eder ve bu anlamda modelin ne kadar iyi olduğu veya gelecekte ne kadar iyi performans gösterebileceği konusunda sınırlı bir bilgi kaynağıdır (ör. aynı popülasyondan başka bir örneklem üzerinde).
- Bu nedenle, bir modeli reddetme veya elde tutma kararı her zaman birden fazla uyum endeksine dayanmalıdır.
- **Genel öneri Ki-kare, RMSEA, CFI, TLI, SRMR değerlerinin raporlanması yönünde**

Uyum Ölçüleri

	Ölçüt	Arzu edilen
Ki-kare	$p > 0.05$ olmalı	Manidar olmayan değerler
RMSEA	< 0.06	Küçük değerler
SRMR	< 0.08	Küçük değerler
CFI	> 0.95	Büyük değerler
TLI	> 0.95	Büyük değerler

Burada verilen ölçütler Hu ve Bentler (1999) çalışmasından alınmıştır. Bu ölçütlerin ihtiyatlı bir şekilde kullanılması gerektiği ve her model durumu için geçerli olmadığı unutulmamalıdır.

Modifikasyon

- Modelin uyumu yeterince iyi değilse, model değiştirilmeli ve ardından değiştirilen modelin uygunluğu değerlendirilmelidir.
- Mplus gibi modern SEM paketlerinde, modelin nasıl değiştirileceğini değerlendirmek için güçlü araçlar vardır.
- Bu araçların başında artık değerler ve modifikasyon endeksleri gelmektedir.
- Uyum endeksleri modelin genel uyumu hakkında bilgi sunarken modifikasyon endeksleri (MI değerleri) ve artık değerler daha çok yerel uyum (local fit) hakkında bilgiler sunar. Bu bilgiler ışığında modeldeki problemliler tespit edilir.

Model Modifikasyonu

- Model modifikasyonu, modele daha iyi bir uyum elde etmek amacıyla modele parametreler eklemek için uygun olmayan kaynakların araştırılmasından elde edilen bilgileri kullanmaktır.
- Bu uygulama ile ilgili başlıca problem, araştırmacı tarafından test edilen orijinal modeli değiştirmesidir.
- Ve SEM'deki model, araştırmacının araştırma hipotezini temsil ettiğinden, bu, verilere baktıktan sonra birinin hipotezini değiştirmeye neden olur.

Artık Değerler (Residuals)

- Her bir veri çifti için örneklem kovaryans matrisindeki (S) değer ile modelden üretilen matristeki (Σ) değer arasındaki fark bize artık değeri (residual) verir. Bu değerleri içeren matrise de artık değerler matrisi denir. [**artık değerler matrisi**]= $S-\Sigma$
- Kovaryans artıkları ya da model artıkları olarak da adlandırılır.
- Standartlaştırılmamış ve standartlaştırılmış olmak üzere 2 çeşit artık değer vardır.
- Standartlaştırılmamış artıklar ölçme birimlerinin farklı olması durumunda yorumlanamayacağı için standartlaştırılmış artıklara bakılır. Standartlaştırılmış artıklar z-puanı gibidir.
- ± 2 sınırı dışında olan standartlaştırılmış artık değerleri olası uyumsuzluğa işaret eder.
- İlgili yollara ait ekleme çıkarma yapılmalı.

Modifikasyon Endeksleri

- Genellikle MI olarak adlandırılan model modifikasyon endeksleri, modele belirli bir parametre eklenirse ki-kare değerinin düşeceği miktarın ölçümleridir.
- Bu nedenle, artık değerlerde olduğu gibi, iki değişken arasında belirli bir kovaryansla ilişkilendirilmek yerine, MI değerleri, modele uyumu arttırmak için eklenebilecek belirli model parametrelerini (çapraz yüklemeler veya ölçüm hata kovaryansları gibi) önerir.
- MI değerlerine yönelik bir eleştiri, sadece ki-kare değerinde düşüşün neyin sebep olacağına dair istatistiksel düşüncelere dayanmalarıdır.
- Önerilen parametreler teorik açıdan hiçbir anlam ifade etmeyebilir. MI değerlerinin modele bir parametre eklemesi gerektiği gerçeği, araştırmacıların bu parametreyi eklemesi gerektiği anlamına gelmez. Diğer bir deyişle, araştırmacılar MI değerleri uyumsuzluk nedenlerini anlamak için kullanılabilecek başka bir kaynak olarak görmelidir.

Modifikasyon Endeksleri

- Bu modifikasyon endeksleri, uygulanan kısıtlamalardan hangisinin ampirik verilerle en fazla uyuşmadığını göstermektedir.
- Verilen değer, karşılık gelen parametre serbest bırakılırsa ki-kare istatistiğinin düşmesinin beklendiği minimum miktardır.
- Modeli basitleştirmek için önemli olmayan parametreleri veya büyük standart hatası olan parametreleri silebilirsiniz. Bunların yerine model uyumunu artıracak başka parametreler eklenebilir.
- Bu modifikasyonları yaparken teorik gerekçe gereklidir.

Modifikasyon Endeksleri

- Modifikasyon endeksleri verilere tatmin edici şekilde uymayan başlangıçta belirtilen bir modelin nasıl geliştirileceği sorusunu ele almaktadır.
- Her ne kadar bu endekslerin anlamlı bir model modifikasyonunu garanti etmek için ne kadar büyük olması gerektiğine dair kesin kurallar mevcut olmasa da, tamamen istatistiksel düşüncelere dayanarak, sadece en yüksek modifikasyon endeksleriyle ilişkili parametrelerde değişiklik yapmayı düşünebilirsiniz.
- Eğer yüksek modifikasyon endeksleri olan birkaç parametre varsa, bir tanesi bir defada en büyükten başlayarak serbest bırakmayı düşünebilirsiniz, çünkü genel doğrusal modelleme çerçevesindeki gibi yapısal bir denklem modelinde tek bir değişiklik çözümün diğer kısımlarını etkileyebilir. LISREL veya Mplus kullanıldığında, 5'ten büyük değişiklik göstergeleri genel olarak dikkate değerdir.
- **DEĞİŞİKLİK ÖNERİLEN PARAMETRELER İÇİN TEORİYE UYGUN OLMAYAN DURUMLARDA EN YÜKSEK DEĞERE SAHİP DİĞER PARAMETREYE GEÇİLEBİLİR.**

Modifikasyon Endeksleri

- Aşağıdaki tabloda hangi göstergeler arasında yüksek MI değerleri olduğunu görebilirsiniz.

Suggested parameter	Value of MI	Completely standardized EPC	Item wording
Measurement error covariance I5,I7	40.37	.214	I5: The fear of performing poorly is what motivates me. (PAV) I7: I'm afraid that I may not understand the content of my courses as thoroughly as I'd like. (MAV)
Measurement error covariance I5,I6	33.83	-.591	I5: The fear of performing poorly is what motivates me. (PAV) I6: My goal this semester is to avoid performing poorly compared to other students. (PAV)
Cross-loading of I1 on PAV	30.61	-.174	I1: My goal this semester is to get better grades than most of the other students. (PAP)
Measurement error covariance I4,I9	23.21	-.189	I4: I just want to avoid doing poorly compared to other students this semester. (PAV) I9: I am definitely concerned that I may not learn all that I can this semester. (MAV)

Modifikasyon Endeksleri

- Örneğin aşağıdaki tabloda verilen modifikasyon endekslerine bakıldığında

Modification Indices (Group number 1 - Default model)		
Covariances: (Group number 1 - Default model)		
	M.I.	Par Change
eps2 <--> eps4	13.161	3.249
eps2 <--> eps3	10.813	-2.822
eps1 <--> eps4	11.968	-3.228
eps1 <--> eps3	9.788	2.788

- | | M.I. | Par Change |
|----------------|-------------|-------------------|
| eps2 <--> eps4 | 13.161 | 3.249 |
| eps2 <--> eps3 | 10.813 | -2.822 |
| eps1 <--> eps4 | 11.968 | -3.228 |
| eps1 <--> eps3 | 9.788 | 2.788 |
- eps2 ve eps4'ün hata terimlerinin korelasyon göstermesine izin verilirse, Ki-kare istatistiği 13.161 birim daha düşük olurdu ve serbestlik derecesi bir azalır.
- Modelde yalnızca teoriyle doğrulanmışsa değişiklikler yapın.

Modifikasyon Endeksleri

- Aşağıdaki MI değerlerine bakarak EXTRAV adlı faktöre ait E1 göstergesi ile NEUROT adlı faktör arasında bir yol eklemek modeli ki-kare değerini 1.32 civarında düşürecektir.

Modification indices for LAMBDA-X

	NEUROT	EXTRAV
	-----	-----
N1	- -	0.2719
N2	- -	0.1422
N3	- -	0.8988
N4	- -	1.0607
E1	1.3206	- -
E2	1.1146	- -
E3	0.0143	- -
E4	0.0125	- -

Beklenen Parametre Değişikliği (EPC; Expected Parameter Change)

- Genel model ki-karesi ve standartlaştırılmış artıklar gibi, modifikasyon endeksleri de örneklem büyüklüğüne duyarlıdır. Örneğin, N çok büyük olduğunda, büyük bir modifikasyon endeksi, eğer serbestçe tahmin edilirse, söz konusu parametrenin büyüklüğünün oldukça önemsiz olmasına rağmen (örneğin, ilgili büyük bir modifikasyon endeksi ile ilişkilendirilmiş olsa da), verilen bir parametrenin eklenmesi gerektiğini önerebilir.
- Bu sorunu çözmek için, örtük değişken yazılım programları, her bir değişiklik dizini için beklenen parametre değişikliği (EPC; expected parameter change) değerleri sunar. Bu programlar tarafından sunulan EPC değerleri standartlaştırılmamış, standartlaştırılmış veya tamamen standartlaştırılmış olabilir.

Beklenen Parametre Değişikliği (EPC)

- Mplus ve LISREL gibi bazı programlar, üç EPC değerini de sunar. Adından da anlaşılacağı gibi, EPC değerleri, sonraki bir analizde serbestçe tahmin edilirse, bir parametrenin pozitif veya negatif yönde ne kadar değişmesinin beklendiğine dair bir tahmin sağlar. Standartlaştırılmamış EPC değerleri, söz konusu gözlemlenen ölçümlerin ölçeğiyle orantılıdır. Bu nedenle uygun teşhis tipik olarak tamamen standartlaştırılmış EPC değerlerine odaklanır.
- Özellikle büyük örneklerde, EPC değerlerinin büyüklüğü ve yönü, onaylamanın kavramsal ve istatistiksel olarak uygulanabilir olup olmadığının belirlenmesine yardımcı olmak için modifikasyon endekslerine paralel olarak dikkate alınmalıdır.

Beklenen Parametre Değişikliği (EPC)

- Aşağıdaki tabloya göre E1 ile NEUROT arasına bir yol eklediğimizde parametre değişimi -0.0613 civarında olacaktır.

Completely standardized expected change for LAMBDA-X

	NEUROT	EXTRAV
	-----	-----
N1	- -	-0.0226
N2	- -	0.0175
N3	- -	-0.0443
N4	- -	0.0448
E1	-0.0613	- -
E2	0.0551	- -
E3	0.0064	- -
E4	-0.0065	- -

Wald Endeksi

- Modifikasyon sorununa alternatif bir yaklaşım getiren **Wald endeksi** adı verilen başka bir değişiklik endeksi de vardır.
- Wald endeksinin değeri, belirli bir parametrenin 0'a sabitlenmesi durumunda önerilen bir modelin ki-kare değerinin ne kadar artacağını gösterir (yani, eğer parametre düşünülen bir modelden düşerse).
- Kısacası Wald istatistiği gereksiz parametreleri tespit etmemize yardımcı olur.
- MI istatistiğinin aksine Wald istatistiği model kırpma için kullanılır.
- $p > 0.05$ olan ya da Wald test değeri > 3.84 olan yolları silmeyi düşünebilirsiniz.
- EQS programında Wald test değeri hesaplanabilirken Mplus gibi diğer programlarda standartlaştırılmamış parametrelerin z değerinin karesi alınarak Wald değeri hesaplanabilir.

SEM'de Ek Meseleler

- SEM büyük örneklemeler gerektirir. Tahmin edilen parametre sayısının en az on katı olan bir örneklem büyüklüğü önerilmektedir.
- Değişkenler eşit oranlı ya da eşit aralıklı olmalıdır. Sıralı ve sınıflama değişkenlerini de analiz edebilen kestirim yöntemleri de mevcuttur.
- Çok değişkenli normallik gerektirse de normal olmayan dağılımlar için kullanılabilecek.
- Tek değişkenli ve çok değişkenli uçdeğerlerin (outliers) incelenmesi gerekir. z skorları ya da Mahalanobhis D değeri kullanılır.
- Kayıp veriyle başa çıkan yöntemler literatürde mevcut olsa da kayıp veri problemini önlemek adına dikkat edilmelidir. Full estimation maximum likelihood (FIML) kestirim yöntemini tercih edin.

Çok Değişkenli Normallik

- Çok değişkenli normallik SEM'deki bazı kestirim yöntemlerinin varsayımları arasında yer alır.
- Tek değişkenli (univariate) normallik yani göstergelerin ayrı ayrı normal olması gerekli ama yeterli değildir. Ayriyeten çok değişkenli normalliğin kontrol edilmesi ve sağlanması gerekir.
- Çok değişkenli normallik varsayımı sağlanmadığında standart hataların olduğundan küçük tahmin edilmesi, ki-kare değerinin ve uyum endekslerinin yanlış tahmini ortaya çıkabilir.

Çok Değişkenli Normallik

- Tek değişkenli normallik için çarpıklık (skewness) ve basıklık (kurtosis) değerleri $|2.0|$ 'nin altında olması önerilir. Çarpıklık için $|7.0|$ 'nin altında olması yeterli diyenler de vardır.
- Çok değişkenli normallik için Mardia's normalized coefficient (normalleştirilmiş katsayısı) gibi çok değişkenli basıklık değerlerinin 3'ten küçük olması yeterli görülür.
- Normallik ihlali durumunda ADF kestirim yöntemi kullanılabilir
-

Çok Değişkenli Normallik Testi

```
R Console
> library(MVN)
> setwd("C:/Users/Lenovo/Desktop")
> cfadata=read.table("cfadata.txt")
> mvn(cfadata)
$multivariateNormality
      Test      Statistic      p value Result
1 Mardia Skewness 169.112005947387 2.7378189723394e-13 NO
2 Mardia Kurtosis  2.9241646749114 0.00345381977696402 NO
3          MVN          <NA>          <NA>      NO

$univariateNormality
      Test Variable Statistic  p value Normality
1 Shapiro-Wilk  V1      0.9928  0.1582      YES
2 Shapiro-Wilk  V2      0.9697 <0.001      NO
3 Shapiro-Wilk  V3      0.9523 <0.001      NO
4 Shapiro-Wilk  V4      0.9827 0.0011      NO
5 Shapiro-Wilk  V5      0.9769 1e-04      NO
6 Shapiro-Wilk  V6      0.9538 <0.001      NO

$Descriptives
      n      Mean Std.Dev Median      Min      Max      25th      75th      Skew
V1 301 4.935770 1.167432  5.000 0.6666667 8.500000 4.166667 5.666667 -0.2543455
V2 301 6.088040 1.177451  6.000 2.2500000 9.250000 5.250000 6.750000  0.4700766
V3 301 2.250415 1.130979  2.125 0.2500000 4.500000 1.375000 3.125000  0.3834294
V4 301 3.060908 1.164116  3.000 0.0000000 6.333333 2.333333 3.666667  0.2674867
V5 301 4.340532 1.290472  4.500 1.0000000 7.000000 3.500000 5.250000 -0.3497961
V6 301 2.185572 1.095603  2.000 0.1428571 6.142857 1.428571 2.714286  0.8579486

      Kurtosis
V1 0.30753382
V2 0.33239397
V3 -0.90752645
V4 0.08012676
V5 -0.55253689
V6 0.81655717
```

- Yandaki kodu yazarak R programı içerisinde MVN paketini kullanarak çok değişkenli normallik durumunu inceleyebilirsiniz.

SEM'de Ek Meseleler

- Regresyonda olduğu gibi ilişkiler doğrusal olmalı
- Çoklu doğrudaşlık (multicollinearity) problemi olmamalı
- Artık değer kovaryansları
 - küçük olmalı
 - sıfır etrafında toplanmalı
 - hataların simetrik dağılımları

SEM'de Güvenirlik Hesaplaması

- SEM'de Cronbach alfaya alternatif olarak önerilen güvenirlik katsayıları arasında **Coefficient Omega** (Omega katsayısı) değeri bulunmaktadır. Aşağıdaki formülle hesaplanır. Faktör yüklerinin toplamının karesinin faktör yüklerinin toplamının karesi ile ölçme hatalarının kareleri toplamına bölünmesi ile elde edilir.

$$\omega = \frac{(\sum \lambda_i)^2}{(\sum \lambda_i)^2 + (\sum \theta_{\delta_i}^2)}$$

SEM'de Güvenirlik Hesaplaması

- Raykov (2004) ve Hancock ve Mueller (2001) yansıtıcı ölçmenin belirlendiği CFA modellerinde veya SR modellerinde faktör ölçümünün güvenirliliğini hesaplayan katsayıları açıklamaktadırlar. Bu katsayılar genellikle göstergelerin tek bir faktöre bağlı olup olmadığını doğrudan ölçmeyen Cronbach alfa'dan daha iyi alternatiflerdir.
- Faktör rho katsayısı olarak da adlandırılan **bileşik güvenirlilik** (composite reliability; CR), açıklanan varyansın toplam varyansa oranıdır.

SEM'de Güvenirlik Hesaplaması

- Göstergeleri arasında herhangi bir hata korelasyonu olmayan faktörler için bileşik güvenirlik, standartlaştırılmamış çözümde şöyle hesaplanır:

$$CR = \frac{(\sum \hat{\lambda}_i)^2 \hat{\phi}}{(\sum \hat{\lambda}_i)^2 \hat{\phi} + \sum \hat{\theta}_{ii}}$$

Burada $\sum \hat{\lambda}_i$ aynı faktörün göstergeleri arasındaki standartlaştırılmamış örüntü katsayılarının toplamı, $\hat{\phi}$ kestirilen faktör varyansı ve $\sum \hat{\theta}_{ii}$ ise standartlaştırılmamış hata varyanslarının toplamıdır. Göstergeler en az bir

SEM'de Güvenirlik Hesaplaması

- Hesaplama için daha basit bir alternatif, aynı faktöre bağlı göstergeler için standartlaştırılmış örüntü katsayılarının karelerinin ortalamasını oluşturan ancak diğer faktörlerin (basit göstergelerin) ölçülmesi için belirlenmemiş, **çıkarılan varyansın ortalamasıdır** (average variance extracted; AVE).
- AVE standartlaştırılmış katsayılara dayandığından, değerleri farklı örneklerdeki aynı göstergeler için doğrudan karşılaştırılabilir olmayabilir. Bu durumda CR tercih edilmelidir, çünkü eşitliği örnekler üzerinde doğrudan karşılaştırılabilen standartlaştırılmamış katsayılar gerektirir.

SEM'in Avantajları

- Gizli değişken başına birden fazla göstergeye sahip olarak ölçüm hatasını azaltmak için doğrulayıcı faktör analizi kullanımı
- grafik modelleme arayüzü
- tek tek katsayılar yerine genel olarak test modelleri
- çoklu bağımlı test modelleri
- dolaylı değişkenlerin modellenmesi
- çoklu denek grupları arasındaki katsayıları test etme imkanı

SEM'in Sınırlılıkları

- SEM doğrulayıcı bir yaklaşımdır
 - İlişkiler hakkında teori kurmuş olmanız gerekir
 - Keşif yöntemleri (örneğin model değişikliği), orijinal teorinin üstünde kullanılabilir
 - SEM nedensel değildir; deneysel tasarım = neden

SEM'in Sınırlılıkları

- Çok süslü bir tekniktir ancak kötü bir yöntemin telafisi değildir.
- Kovaryansların / korelasyonların kararlı tahminlerini almak için büyük olması gerekir
- Küçük ve orta boy modeller için 200 katılımcı.
- Tahmini parametre başına en az 10 vaka.
- Tahmini değişken başına en az 5 vaka yeterli olabilir fakat 10:1 daha iyidir
- Etki büyüklüğü ve gerekli istatistiksel güçten de etkilenir.

Model Örnekleri

- Basit doğrusal regresyon
 - Çoklu doğrusal regresyon
 - Yol (path) analizi
 - Açımlayıcı faktör analizi (EFA)
 - Doğrulayıcı faktör analizi (CFA)
 - Yapısal regresyon modeli (Structural regression)
 - Örtük değişim modelleri (Latent change models)
 - Çok düzeyli SEM (Multilevel SEM)
 - Aracılı ve düzenleyici SEM (Mediated and moderated SEM)
 - Çok örneklemlili SEM (Multi-group SEM)
- SEM Modelleri vs SEM dışı Modeller

SEM için Kullanılan Yazılımlar

SEM'in tahmin ve test edilme aşamalarındaki matematiksel işlemlerin kompleksliği sebebiyle SEM analizleri için bir bilgisayar programı kullanmak zorunluluktur:

- Mplus (www.statmodel.com)
- AMOS (www.spss.com/amos)
- EQS (www.mvsoft.com)
- LISREL (www.ssicentral.com)
- Mx
- R paketleri *sem* in R
- RAMONA
- SEPATH
- SAS (PROC CALIS)
- Stata

<http://www.hawaii.edu/sem/sem.html>

SEM'de Raporlama

- Modeli teorik ya da ampirik gerekçeleri
- Model belirlemeye ait açıklamalar
- Hangi göstergelerin hangi faktörlerle neden ilişkili olduğu
- Betimleyici istatistikler (N, örnekleme yöntemi, örneklem karakteristikleri, veri türü)
- Kestirim yönteminin varsayımlarının kontrol edilip edilmediği
- Kayıp veri ve baş etme durumu
- Verinize ait korelasyon matrisini (ortalama ve St.sapma değerleri ile birlikte)
- Hangi yazılımın kullanıldığı
- Hangi veri türünün (ham, korelasyon, kovaryans matrisi) kullanıldığı
- Hangi kestirim yönteminin kullanıldığı
- Model genel uyum indekslerinin değerleri (ki-kare, SRMR, RMSEA, CFI, TLI)
- Yerel uyum değerleri (MI, EPC, st. artıklar, Wald)
- Tamamıyla standartlaştırılmış parametre tahminleri (faktör yükleri, faktör varyansları/kovaryansları, hata varyansları) manidar olmayanları da ekleyerek sunulmalı
- Standart hata ve güven aralığı değerleri de sunulmalı