

İlişkili İki Örneklem İçin Parametrik Olmayan Testler

Nihat Tak

2023-04-14

McNemar Testi

-İki eşleştirilmiş kategorik değişken arasındaki farkın istatistiksel olarak anlamlı olup olmadığını belirlemek için kullanılır. Özellikle, iki farklı tedavi yöntemi veya iki farklı sınıflandırma yöntemi gibi durumlarda tercih edilir.

- 2x2 tablo kullanılarak yapılır. Bu tablo, iki değişkenin birbirine göre nasıl eşleştirildiğini gösterir.
- Ölçmenin nominal ölçekte olduğu, her deneğin kendisinin kontrol olarak kullanıldığı, “önce ve sonra” şeklindeki araştırma düzenlerinde değişimlerdeki anlamlılığı test etmek için kullanılır.
- Bir denek kendi kontrolü olarak kullanıldığında farklı zamanlarda her iki işleme de tabi tutulur.
- Seçim çalışmalarında yapılanların seçmenin tercihinine etkisi
- Bir eğitimin kişinin davranış veya düşüncelerine etkisi

gibi önce ve sonra etkisinin araştırıldığı durumlarda kullanılabilir

Testin İlkesi

- Deneklerin kendilerinin kontrol olarak kullanıldığı “önceki ve sonraki” değişikliği değerlendirmede nominal ölçme kullanılması

Test yöntemi

Gözlenen bir değişikliğin anlamlılığını bu yöntemle test etmek için, aynı kişilerden alınan önceki ve sonraki cevap grupları dört hücreli bir tablo ile belirtilir.

		Sonra	
		—	+
Önce	+	A	B
	—	C	D

- A :Önceki cevabı + sonraki cevabı - olanların sayısı
- B :Önceki ve sonraki cevabı + olanların sayısı

- C :Önceki ve sonraki cevabı - olanların sayısı
- D :Önceki cevabı - sonraki cevabı + olanların sayısı

Değişim gösterenler A ve D hücrelerinde belirtilir.

Değişim göstermeyenler B ve C hücrelerinde belirtilir.

A+D değişim gösterenlerin toplam sayısıdır.

B+C değişim göstermeyenlerin toplam sayısıdır.

Hipotez testi adımları

1.Adım Hipotezler kurulur.

Çift taraflı hipotezler

$H_0: p_1 = p_2$ önce ve sonra cevapları arasında anlamlı fark yok. (ilacın rahatsızlığı gidermede etkisi yoktur.)

$H_1: p_1 \neq p_2$ önce ve sonra cevapları arasında anlamlı fark var

Tek taraflı hipotezler

$H_0: p_1 \leq p_2$ veya $H_0: p_1 \geq p_2$

$H_1: p_1 > p_2$ veya $H_1: p_1 < p_2$

2. Adım Test istatistiği hesaplanır.

$\chi^2 = \frac{(A-D)^2}{A+D}$ formülü elde edilir.

Sürekli ki-kare dağılımı süresiz bir dağılıma yaklaşımda kullanıldığından düzeltme işlemi yapılır. Beklenen frekanslar küçük olduğunda bu yaklaşım zayıf bir yaklaşım olabilir. Süreklilik için düzeltme hesaba katıldığında formülümüz:

$$\chi^2 = \frac{(|A - D| - 1)^2}{(A + D)}$$

not: Beklenen frekanslar küçük ise ($A + D < 10$) McNemar testi yerine Binom testinin kullanılması gerekir.

Binom testi için : $N = A + D$, x =gözlenen değerlerden (A, D) küçük olanı ve $p = q = 1/2$ olarak test hesaplanır.

3. Adım: Kritik tablo değeri bulunur.

- Tek taraflı test için $\chi^2_{\alpha,1}$ tablo değeri bulunur.
- Çift taraflı test için $\chi^2_{\alpha/2,1}$ tablo değeri bulunur.

4.Adım Karar verilir.

$\chi^2_{hesap} \geq \chi^2_{tablo}$ ise H_0 reddedilir.

not Ki-kare ve standart normal dağılım arasındaki ilişki göz önünde bulundurulduğunda, bu test için standart normal dağılımdan da faydalınabilir, şöyleki:

$$Z_{hes} = \frac{A - D}{\sqrt{A + D}}$$

α veya $\alpha/2$ anlamlılık düzeyindeki Z tablo değeri ile kıyaslama yapılarak karar verilir.

Örnek 1. Bir araştırmacı seçim kampanyasında, adayların TV tartışma programlarındaki performanslarının seçmenlerin tercihlerini etkileyip etkilemediğini araştırmak istemektedir. Bu amaçla rasgele seçtiği 75 seçmenin, tartışma programından önce ve sonra tercih ettikleri adaylar sorulur. TV tartışması seçmenlerin tercihini değiştirmiş midir? ($\alpha = 0,05$)

		Tv Tartışmasından sonra	
Tv Tartışmasından önce		Reagan	Carter
	Carter	13	28
	Reagan	27	7

1. Adım Hipotezler kurulur.

$H_0 : P[\text{Reagan} \rightarrow \text{Carter}] = P[\text{Carter} \rightarrow \text{Reagan}]$ (TV tartışma programının adayları destekleyen seçmenlerin tercihlerinde anlamlı bir değişikliğe neden olmamıştır.)

$H_1 : P[\text{Reagan} \rightarrow \text{Carter}] \neq P[\text{Carter} \rightarrow \text{Reagan}]$

2. Adım Test istatistiği hesaplanır.

$A+D=20$ olduğundan McNemar testi kullanılabilir.

$$\chi^2 = \frac{(|A - D| - 1)^2}{(A + D)} = \frac{(|13 - 7| - 1)^2}{(13 + 7)} = 1,25$$

3. Adım Kritik tablo değeri bulunur.

Çift taraflı test olduğu için $sd=1$ ve $\alpha=0,05/2=0,025$ alınarak bakılan tablo değeri:

$$\chi^2_{1,0.025} = 5.02$$

4. Adım Karar verilir.

$\chi^2_{hes} = 1.25 < 5.02 = \chi^2_{tablo}$ olduğundan H_0 reddedilemez.

Yani, %5 anlam düzeyinde TV tartışma programının adayları destekleyen seçmenlerin tercihlerinde anlamlı bir değişikliğe neden olduğu söylenemez.

```

mcnemar<-function(data,alpha)
{
A<-data[1,2]
D<-data[2,1]

kikare<-(abs(A-D)-1)^2 / (A+D)
pdegeri<-1-pchisq(kikare,1)
kikaretab<-qchisq(1-alpha,1)
return(list(kikare=kikare,kikaretab=kikaretab,pdegeri=pdegeri))
}

data1 <- matrix(c(28, 7, 13, 27), nrow = 2,
                dimnames = list( before= c("Carter", "Reagan"),
                                after = c("Carter", "Reagan")))

data1

##           after
## before  Carter Reagan
##  Carter    28    13
##  Reagan     7    27

mcnemar(data1,0.025)

## $kikare
## [1] 1.25
##
## $kikaretab
## [1] 5.023886
##
## $pdegeri
## [1] 0.2635525

mcnemar.test(data1)

##
## McNemar's Chi-squared test with continuity correction
##
## data:  data1
## McNemar's chi-squared = 1.25, df = 1, p-value = 0.2636

```

Örnek: Sigaranın zararları konulu bir seminerden önce ve sonra 150 öğrenciye sigaranın kansere neden olup olmadığı sorusu sorulmuştur. Öğrencilerin verdiği cevaplar aşağıdaki gibidir. Buna göre seminer öğrencilerin fikirlerini sigaranın kansere neden olduğu yönünde değiştirmiş midir?

	Seminerden sonra		
Seminerden önce		Hayır	Evet
	Evet	10	30
	Hayır	43	67

1. Adım Hipotezler kurulur.

P_1 : Fikir değiştirenlerin önce hayır sonra evet demesi olasılığı

P_2 : Fikir değiştirenlerin önce evet sonra hayır demesi olasılığı

$$H_0: P_1 \leq P_2$$

$$H_1: P_1 > P_2$$

2. Adım Test istatistiği hesaplanır.

$$\chi^2 = \frac{(|A - D| - 1)^2}{(A + D)} = \frac{(|10 - 67| - 1)^2}{(10 + 67)} = 40,727$$

3. Adım Kritik tablo değeri bulunur.

Tek taraflı test olduğu için $sd = 1$ ve $\alpha = 0,05$ alınarak bakılan tablo değeri:

$$\chi_{1,0.05}^2 = 3.84$$

4. Adım Karar verilir.

$\chi_{hes}^2 = 40.727 > 3.84 = \chi_{tablo}^2$ olduğundan H_0 reddedilir. Yani, seminerin, öğrencilerin düşüncelerini sigaranın kansere neden olduğu yönünde etkilediği söylenebilir.

```
data2 <- matrix(c(30, 10, 67, 43), nrow = 2,
                 dimnames = list("Seminerden Önce" = c("Evet", "Hayır"),
                                "Seminerden Sonra" = c("Evet", "Hayır")))
```

```
data2
```

```
##           Seminarde Sonra
## Seminarde Önce Evet Hayır
##           Evet    30    67
##           Hayır   10    43
```

```
mcnemar(data2, 0.05)
```

```
## $kikare
## [1] 40.72727
##
## $kikaretab
## [1] 3.841459
##
```

```
## $pdegeri
## [1] 1.750273e-10

mcnemar.test(data2)

##
## McNemar's Chi-squared test with continuity correction
##
## data: data2
## McNemar's chi-squared = 40.727, df = 1, p-value = 1.75e-10
```

Ödev Deniz tutmasına karşı kullanılan bir ilacın etkinliğini saptamak amacı ile 200 kişi rasgele iki gruba ayrılarak bir gruba önce denenen ilaç diğer gruba placebo* verilmiştir. Daha sonra, önce ilaç alanlara placebo, placebo alanlara da ilaç verilerek aynı deney tekrarlanmıştır. İki deneyin sonuçları birleştirilerek aşağıdaki tablo hazırlanmıştır. İlaç deniz tutmasını önlemede etkili olmuş mudur? (+ deniz tutanlar, - deniz tutmayanlar) ($\alpha = 0,05$)

	Placebo alındığında		
İlaç alındığında		-	+
	+	10	40
	-	120	30

not: Placebo, içinde etken madde olmayan ilaç görünümlü madde