$\bar{x}$ ve s Kontrol Diyagramları

- $\bar{x}$ ve R kontrol diyagramları kullanımı yaygın olmakla birlikte sürecin standart sapmasını R aralığından, dolaylı hesaplamaktansa, direkt olarak tahmin edilmesi arzu edilebilir.
- Bu sebeple $\bar{x}$ ve s kontrol diyagramlarına başvurulur.
- Burada s ile örneklem standart sapmasına ait kontrol diyagramı ifade edilmektedir.
- Özellikle;

1. Örneklem büyüklüğü $n > 10$ veya 12 olduğunda
2. Örneklem büyüklüğü olan n değeri değişken olduğunda kullanımı uygundur.

$\bar{x}$ ve s Diyagramlarının Oluşturulması ve Kullanımı

- $\bar{x}$ ve s kontrol diyagramlarının oluşturulması $\bar{x}$ ve R kontrol diyagramlarının inşa aşamaları ile aynıdır.
- Sadece burada her bir örneklem için örneklem ortalaması $\bar{x}$ ve örneklem standart sapması s hesaplanır.

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} \left(x_i - \bar{x}\right)^2}{n-1}$$

$\overline{x}$ ve s Diyagramlarının Oluşturulması ve Kullanımı

- Her ne kadar dağılımın varyansı bilinmediğinde örneklem varyansı dağılımın varyansının iyi bir tahmincisi olsa da aynı durum standart sapmalar için geçerli değildir.
- Örneklem standart sapması $c_4\sigma$ değerini tahmin eder ki burada c_4 değeri n örneklem büyüklüğüne bağlı bir sabittir. (Ek Tablo VI)
- s in standart sapması ise $\sigma\sqrt{1-c_4^2}$ dir.
- Bu bilgiler $\bar{x}$ ve s kontrol diyagramlarının oluşturulmasında kullanılır.

$\overline{x}$ ve s Diyagramlarının Oluşturulması ve Kullanımı

- Eğer dağılımın standart sapması σ biliniyorsa $E(s) = c_4\sigma$ merkez çizgi değerini verir.
- 3σ kontrol limitleri ise aşağıdaki gibidir:

$$\text{UCL} = c_4\sigma + 3\sigma\sqrt{1-c_4^2}$$

$$\text{LCL} = c_4\sigma - 3\sigma\sqrt{1-c_4^2}$$

- Eğer aşağıdaki tanımlamalar yapılırsa;

$$B_5 = c_4 - 3\sqrt{1-c_4^2} \qquad B_6 = c_4 + 3\sqrt{1-c_4^2} \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned} \text{UCL} &= B_6\sigma \\ \text{Center line} &= c_4\sigma \\ \text{LCL} &= B_5\sigma \end{aligned}$$

B_5 ve B_6 değerleri yine Ek Tablo VI da n değerleri için hesaplanarak verilmiştir.

Observations in Sample, n	Chart for Averages					Chart for Standard Deviations						Chart for Ranges				
	Factors for Control Limits			Factors for Center Line		Factors for Control Limits				Factors for Center Line		Factors for Control Limits				
	A	A_2	A_3	c_4	$1/c_4$	B_3	B_4	B_5	B_6	d_2	$1/d_2$	d_3	D_1	D_2	D_3	D_4
2	2.121	1.880	2.659	0.7979	1.2533	0	3.267	0	2.606	1.128	0.8865	0.853	0	3.686	0	3.267
3	1.732	1.023	1.954	0.8862	1.1284	0	2.568	0	2.276	1.693	0.5907	0.888	0	4.358	0	2.574
4	1.500	0.729	1.628	0.9213	1.0854	0	2.266	0	2.088	2.059	0.4857	0.880	0	4.698	0	2.282
5	1.342	0.577	1.427	0.9400	1.0638	0	2.089	0	1.964	2.326	0.4299	0.864	0	4.918	0	2.114
6	1.225	0.483	1.287	0.9515	1.0510	0.030	1.970	0.029	1.874	2.534	0.3946	0.848	0	5.078	0	2.004
7	1.134	0.419	1.182	0.9594	1.0423	0.118	1.882	0.113	1.806	2.704	0.3698	0.833	0.204	5.204	0.076	1.924
8	1.061	0.373	1.099	0.9650	1.0363	0.185	1.815	0.179	1.751	2.847	0.3512	0.820	0.388	5.306	0.136	1.864
9	1.000	0.337	1.032	0.9693	1.0317	0.239	1.761	0.232	1.707	2.970	0.3367	0.808	0.547	5.393	0.184	1.816
10	0.949	0.308	0.975	0.9727	1.0281	0.284	1.716	0.276	1.669	3.078	0.3249	0.797	0.687	5.469	0.223	1.777
11	0.905	0.285	0.927	0.9754	1.0252	0.321	1.679	0.313	1.637	3.173	0.3152	0.787	0.811	5.535	0.256	1.744
12	0.866	0.266	0.886	0.9776	1.0229	0.354	1.646	0.346	1.610	3.258	0.3069	0.778	0.922	5.594	0.283	1.717
13	0.832	0.249	0.850	0.9794	1.0210	0.382	1.618	0.374	1.585	3.336	0.2998	0.770	1.025	5.647	0.307	1.693
14	0.802	0.235	0.817	0.9810	1.0194	0.406	1.594	0.399	1.563	3.407	0.2935	0.763	1.118	5.696	0.328	1.672
15	0.775	0.223	0.789	0.9823	1.0180	0.428	1.572	0.421	1.544	3.472	0.2880	0.756	1.203	5.741	0.347	1.653
16	0.750	0.212	0.763	0.9835	1.0168	0.448	1.552	0.440	1.526	3.532	0.2831	0.750	1.282	5.782	0.363	1.637
17	0.728	0.203	0.739	0.9845	1.0157	0.466	1.534	0.458	1.511	3.588	0.2787	0.744	1.356	5.820	0.378	1.622
18	0.707	0.194	0.718	0.9854	1.0148	0.482	1.518	0.475	1.496	3.640	0.2747	0.739	1.424	5.856	0.391	1.608
19	0.688	0.187	0.698	0.9862	1.0140	0.497	1.503	0.490	1.483	3.689	0.2711	0.734	1.487	5.891	0.403	1.597
20	0.671	0.180	0.680	0.9869	1.0133	0.510	1.490	0.504	1.470	3.735	0.2677	0.729	1.549	5.921	0.415	1.585
21	0.655	0.173	0.663	0.9876	1.0126	0.523	1.477	0.516	1.459	3.778	0.2647	0.724	1.605	5.951	0.425	1.575
22	0.640	0.167	0.647	0.9882	1.0119	0.534	1.466	0.528	1.448	3.819	0.2618	0.720	1.659	5.979	0.434	1.566
23	0.626	0.162	0.633	0.9887	1.0114	0.545	1.455	0.539	1.438	3.858	0.2592	0.716	1.710	6.006	0.443	1.557
24	0.612	0.157	0.619	0.9892	1.0109	0.555	1.445	0.549	1.429	3.895	0.2567	0.712	1.759	6.031	0.451	1.548
25	0.600	0.153	0.606	0.9896	1.0105	0.565	1.435	0.559	1.420	3.931	0.2544	0.708	1.806	6.056	0.459	1.541

$\overline{x}$ ve s Diyagramlarının Oluşturulması ve Kullanımı

- Eğer σ değeri bilinmiyorsa, geçmiş verilerden tahmin edilmelidir.
- Diyelim ki m örneklem geçmişten alınmış olsun. Bunlara ait örneklem standart sapmaları (örneğin i. örneklem için) s_i hesaplanmış olsun.
- m adet standart sapmanın ortalaması aşağıdaki şekilde bulunur:

$$\bar{s} = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} s_i$$

- s diyagramının parametreleri 3 sigma limitleri için ise;

$$\text{UCL} = \bar{s} + 3\frac{\bar{s}}{c_4}\sqrt{1-c_4^2}$$

$$\text{Center line} = \bar{s}$$

$$\text{LCL} = \bar{s} - 3\frac{\bar{s}}{c_4}\sqrt{1-c_4^2}$$

$$B_4 = 1 + \frac{3}{c_4}\sqrt{1-c_4^2}$$

$$B_3 = 1 - \frac{3}{c_4}\sqrt{1-c_4^2}$$

$$\text{UCL} = B_4\bar{s}$$

$$\text{Center line} = \bar{s}$$

$$\text{LCL} = B_3\bar{s}$$

$\bar{x}$ ve s Diyagramlarının Oluşturulması ve Kullanımı

- Eğer σ nın tahmini için $\bar{s}/c_4$ kullanılırsa $\bar{x}$ diyagramının parametreleri aşağıdaki şekilde hesaplanır:

$$\text{UCL} = \bar{\bar{x}} + \frac{3\bar{s}}{c_4\sqrt{n}}$$

$$\text{Center line} = \bar{\bar{x}}$$

$$\text{LCL} = \bar{\bar{x}} - \frac{3\bar{s}}{c_4\sqrt{n}}$$

$$A_3 = 3/(c_4\sqrt{n}).$$

$$\text{UCL} = \bar{\bar{x}} + A_3\bar{s}$$

$$\text{Center line} = \bar{\bar{x}}$$

$$\text{LCL} = \bar{\bar{x}} - A_3\bar{s}$$

$\overline{x}$ ve s Diyagramlarının Oluşturulması ve Kullanımı

- **Örnek 24**
- Yanda bir motor parçasının iç çapları için $n = 5$ ile 25 adet örneklem alınmıştır. En sağdaki iki sütunda örneklem ortalamaları ve standart sapmaları verilmiştir.

Sample Number	Observations					$\bar{x}_i$	s_i
1	74.030	74.002	74.019	73.992	74.008	74.010	0.0148
2	73.995	73.992	74.001	74.011	74.004	74.001	0.0075
3	73.988	74.024	74.021	74.005	74.002	74.008	0.0147
4	74.002	73.996	73.993	74.015	74.009	74.003	0.0091
5	73.992	74.007	74.015	73.989	74.014	74.003	0.0122
6	74.009	73.994	73.997	73.985	73.993	73.996	0.0087
7	73.995	74.006	73.994	74.000	74.005	74.000	0.0055
8	73.985	74.003	73.993	74.015	73.988	73.997	0.0123
9	74.008	73.995	74.009	74.005	74.004	74.004	0.0055
10	73.998	74.000	73.990	74.007	73.995	73.998	0.0063
11	73.994	73.998	73.994	73.995	73.990	73.994	0.0029
12	74.004	74.000	74.007	74.000	73.996	74.001	0.0042
13	73.983	74.002	73.998	73.997	74.012	73.998	0.0105
14	74.006	73.967	73.994	74.000	73.984	73.990	0.0153
15	74.012	74.014	73.998	73.999	74.007	74.006	0.0073
16	74.000	73.984	74.005	73.998	73.996	73.997	0.0078
17	73.994	74.012	73.986	74.005	74.007	74.001	0.0106
18	74.006	74.010	74.018	74.003	74.000	74.007	0.0070
19	73.984	74.002	74.003	74.005	73.997	73.998	0.0085
20	74.000	74.010	74.013	74.020	74.003	74.009	0.0080
21	73.982	74.001	74.015	74.005	73.996	74.000	0.0122
22	74.004	73.999	73.990	74.006	74.009	74.002	0.0074
23	74.010	73.989	73.990	74.009	74.014	74.002	0.0119
24	74.015	74.008	73.993	74.000	74.010	74.005	0.0087
25	73.982	73.984	73.995	74.017	74.013	73.998	0.0162
					$\Sigma =$	1850.028	0.2351

$\overline{x}$ ve s Diyagramlarının Oluşturulması ve Kullanımı

- Örnek 24:

$$\overline{\overline{x}} = \frac{1}{25}\sum_{i=1}^{25} \overline{x}_i = \frac{1}{25}(1850.028) = 74.001$$

$$\overline{s} = \frac{1}{25}\sum_{i=1}^{25} s_i = \frac{1}{25}(0.2351) = 0.0094$$

$\overline{x}$

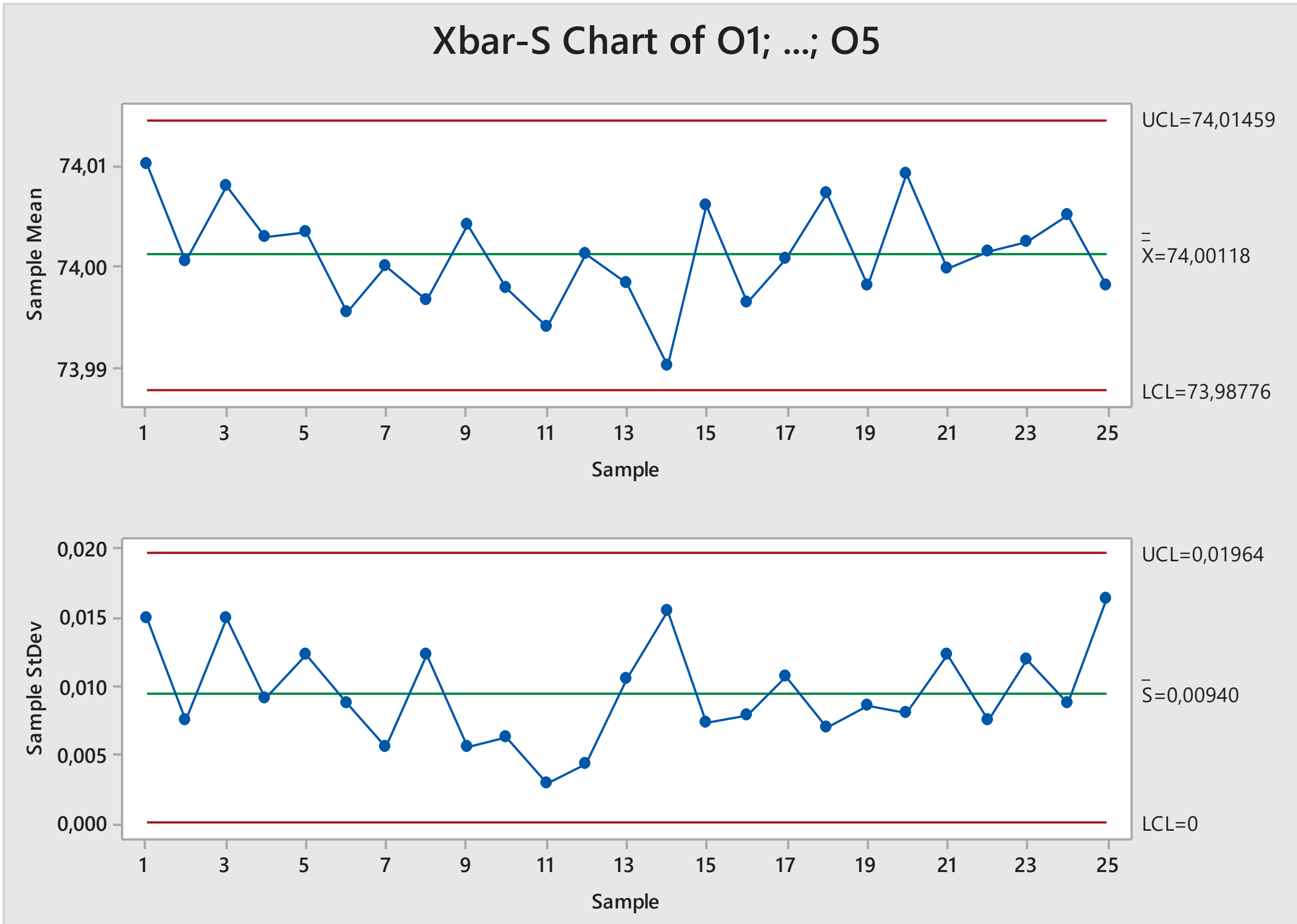
$$\text{UCL} = \overline{\overline{x}} + A_3\overline{s} = 74.001 + (1.427)(0.0094) = 74.014$$
$$\text{CL} = \overline{\overline{x}} = 74.001$$
$$\text{LCL} = \overline{\overline{x}} - A_3\overline{s} = 74.001 - (1.427)(0.0094) = 73.988$$

s

$$\text{UCL} = B_4\overline{s} = (2.089)(0.0094) = 0.0196$$
$$\text{CL} = \overline{s} = 0.0094$$
$$\text{LCL} = B_3\overline{s} = (0)(0.0094) = 0$$

$\overline{x}$ ve s Diyagramlarının Oluşturulması ve Kullanımı

- Örnek 24:



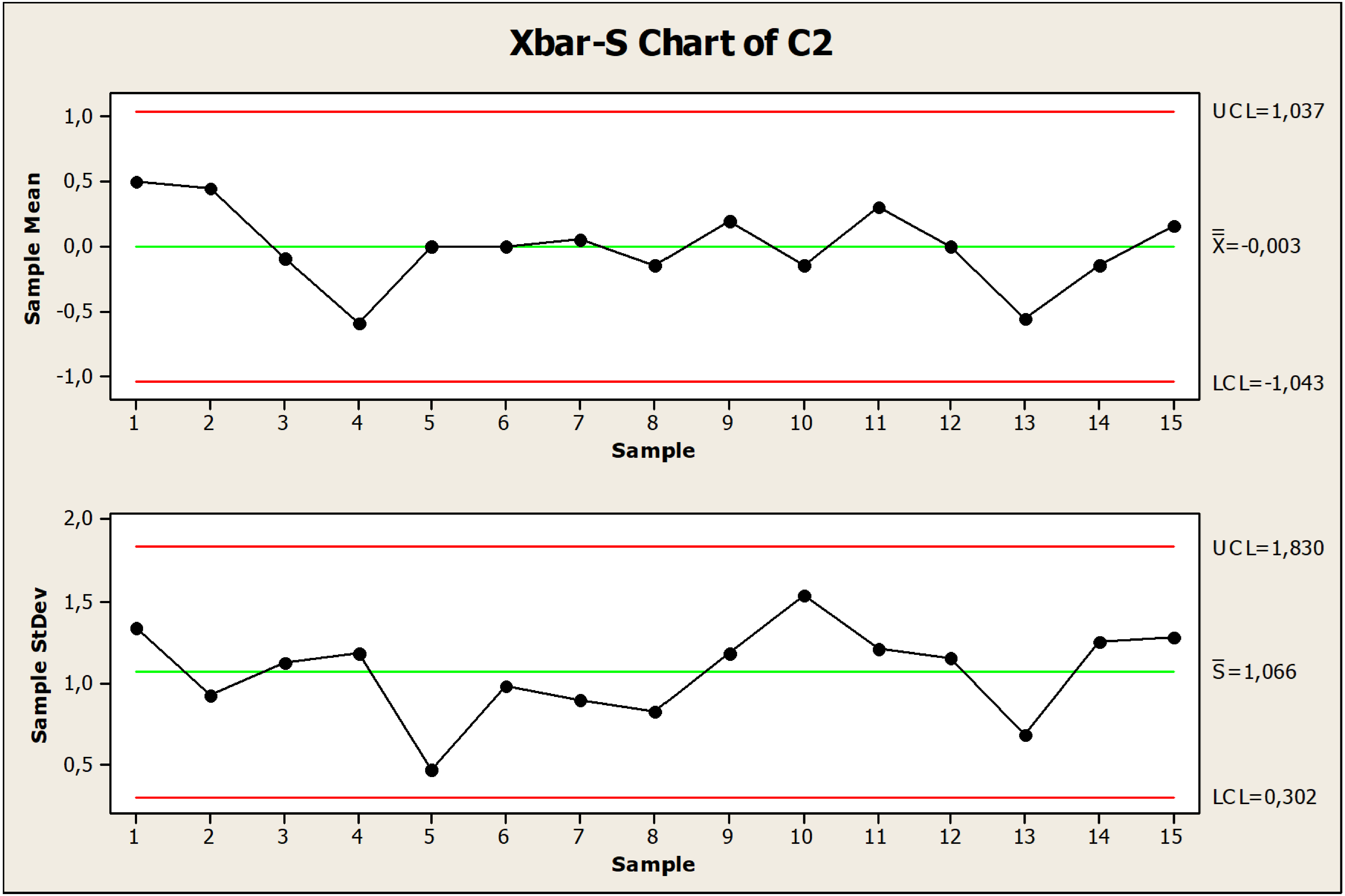
Örnek: $\bar{x} - s$ Kontrol Diyagramları

YILDIZ PVC üretmekte olduğu profil PVC lerin extrüzyon hattından çıktıktan sonraki uygunluklarının kontrolü amacı ile, extrüzyon sıcaklığını kontrol altında tutmaya çalışmaktadır. Bu amaç doğrultusunda, ekstrüzyon sıcaklığının hedef değere göre değişimleri Tablo 3'de verildiğine göre;

a-)Tablo 3'de verilen değerleri göz önüne alarak $\bar{x} - s$ Kontrol diyagramını oluşturunuz?

Tablo Extrüzyon Sıcaklıkları Sapmaları

Örnek No	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	2,5	0,5	2,0	-1,0	1,0	-1,0	0,5	1,5	0,5	-1,5
2	0,0	0,0	0,5	1,0	1,5	1,0	-1,0	1,0	1,5	-1,0
3	1,5	1,0	1,0	-1,0	0,0	-1,5	-1,0	-1,0	1,0	-1,0
4	0,0	0,5	-2,0	0,0	-1,0	1,5	-1,5	0,0	-2,0	-1,5
5	0,0	0,0	0,0	-0,5	0,5	1,0	-0,5	-0,5	0,0	0,0
6	1,0	-0,5	0,0	0,0	0,0	0,5	-1,0	1,0	-2,0	1,0
7	1,0	-1,0	-1,0	-1,0	0,0	1,5	0,0	1,0	0,0	0,0
8	0,0	-1,5	-0,5	1,5	0,0	0,0	0,0	-1,0	0,5	-0,5
9	-2,0	-1,5	1,5	1,5	0,0	0,0	0,5	1,0	0,0	1,0
10	-0,5	3,5	0,0	-1,0	-1,5	-1,5	-1,0	-1,0	1,0	0,5
11	0,0	1,5	0,0	0,0	2,0	-1,5	0,5	-0,5	2,0	-1,0
12	0,0	-2,0	-0,5	0,0	-0,5	2,0	1,5	0,0	0,5	-1,0
13	-1,0	-0,5	-0,5	-1,0	0,0	0,5	0,5	-1,5	-1,0	-1,0
14	0,5	1,0	-1,0	-0,5	-2,0	-1,0	-1,5	0,0	1,5	1,5
15	1,0	0,0	1,5	1,5	1,0	-1,0	0,0	1,0	-2,0	-1,5



Xbar-S Chart of C2
Sample Mean
1,0
0,5
0,0
-0,5
-1,0
UCL=1,037
X̿=-0,003
LCL=-1,043
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
Sample
Sample StDev
2,0
1,5
1,0
0,5
UCL=1,830
S̄=1,066
LCL=0,302
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
Sample

$\overline{x}$ ve s Diyagramlarında Değişken Örneklem Büyüklüğü

- Genellikle karşılaşılan bir durum da $\overline{x}$ ve s diyagramlarında değişken örneklem büyüklüğü kullanılmasıdır.
- Bu durumda diyagramların parametrelerinin hesaplanmasında ağırlıklı ortalama yaklaşımına yer verilir. Bu durumda merkez çizgi değerleri olan $\overline{\overline{x}}$ ve $\bar{s}$ değerleri aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$\overline{\overline{x}} = \frac{\sum_{i=1}^{m} n_i \overline{x}_i}{\sum_{i=1}^{m} n_i} \qquad \bar{s} = \left[\frac{\sum_{i=1}^{m} (n_i - 1) s_i^2}{\sum_{i=1}^{m} n_i - m} \right]^{1/2}$$

$\bar{x}$ ve s Diyagramlarında Değişken Örneklem Büyüklüğü

- Örnek 25: Örnek 24 de verilen ölçümler, örneklem büyüklükleri değişken hale getirilerek bir sonraki yansıda verilmiştir. Hesaplamalar aşağıdaki gibidir:

$$\bar{\bar{x}} = \frac{\sum_{i=1}^{25} n_i \bar{x}_i}{\sum_{i=1}^{25} n_i} = \frac{5(74.010) + 3(73.996) + \cdots + 5(73.998)}{5 + 3 + \cdots + 5} = \frac{8362.075}{113} = 74.001$$

$$\bar{s} = \left[\frac{\sum_{i=1}^{25} (n_i - 1) s_i^2}{\sum_{i=1}^{25} n_i - 25} \right]^{1/2} = \left[\frac{4(0.0148)^2 + 2(0.0046)^2 + \cdots + 4(0.0162)^2}{5 + 3 + \cdots + 5 - 25} \right]^{1/2} = \left[\frac{0.009324}{88} \right]^{1/2} = 0.0103$$

Ek Tablo VI'da verilen değerler n değerine bağlı olduğundan ve n değeri de her örneklemde değiştiğinden her örneklem için hesap tekrar yapılmalıdır. Bu hesaplama ilk örneklem için aşağıda yapılmıştır.

$\bar{x}$

$$\text{UCL} = \bar{\bar{x}} + A_3 \bar{s} = 74.001 + (1.427)(0.0103) = 74.016$$

$$\text{CL} = \bar{\bar{x}} = 74.001$$

$$\text{LCL} = \bar{\bar{x}} - A_3 \bar{s} = 74.001 - (1.427)(0.0103) = 73.986$$

s

$$\text{UCL} = B_4 \bar{s} = (2.089)(0.0103) = 0.022$$

$$\text{CL} = \bar{s} = 0.0103$$

$$\text{LCL} = B_3 \bar{s} = (0)(0.0103) = 0$$

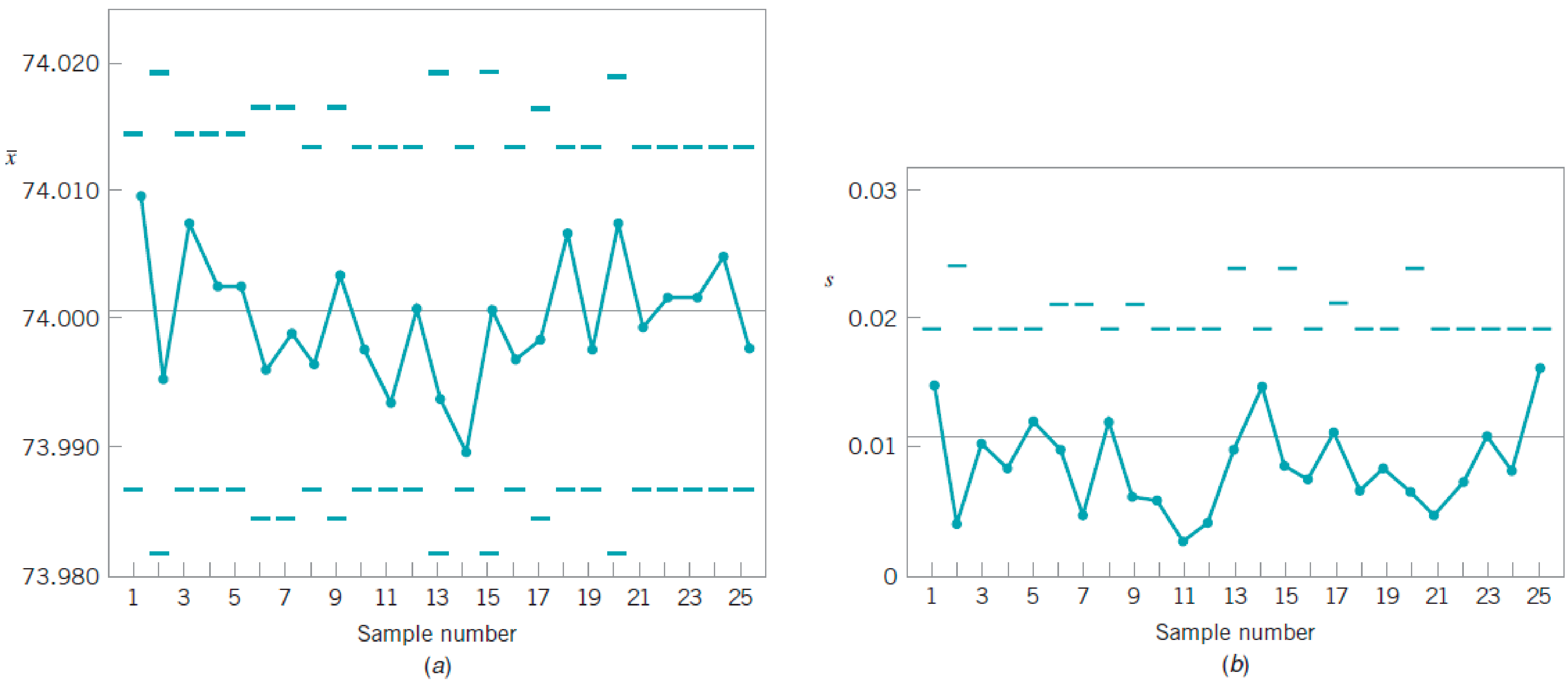
$\overline{x}$ ve s Diyagramlarında Değişken Örneklem Büyüklüğü

- Örnek-24

Sample	n	$\bar{x}$	s	A_3	$\bar{x}$ Chart LCL	$\bar{x}$ Chart UCL	B_3	B_4	s Chart LCL	s Chart UCL
1	5	74.010	0.0148	1.427	73.986	74.016	0	2.089	0	0.022
2	3	73.996	0.0046	1.954	73.981	74.021	0	2.568	0	0.026
3	5	74.008	0.0147	1.427	73.986	74.016	0	2.089	0	0.022
4	5	74.003	0.0091	1.427	73.986	74.016	0	2.089	0	0.022
5	5	74.003	0.0122	1.427	73.986	74.016	0	2.089	0	0.022
6	4	73.996	0.0099	1.628	73.984	74.018	0	2.266	0	0.023
7	4	73.999	0.0055	1.628	73.984	74.018	0	2.266	0	0.023
8	5	73.997	0.0123	1.427	73.986	74.016	0	2.089	0	0.022
9	4	74.004	0.0064	1.628	73.984	74.018	0	2.266	0	0.023
10	5	73.998	0.0063	1.427	73.986	74.016	0	2.089	0	0.022
11	5	73.994	0.0029	1.427	73.986	74.016	0	2.089	0	0.022
12	5	74.001	0.0042	1.427	73.986	74.016	0	2.089	0	0.022
13	3	73.994	0.0100	1.954	73.981	74.021	0	2.568	0	0.026
14	5	73.990	0.0153	1.427	73.986	74.016	0	2.089	0	0.022
15	3	74.008	0.0087	1.954	73.981	74.021	0	2.568	0	0.026
16	5	73.997	0.0078	1.427	73.986	74.016	0	2.089	0	0.022
17	4	73.999	0.0115	1.628	73.984	74.018	0	2.226	0	0.023
18	5	74.007	0.0070	1.427	73.986	74.016	0	2.089	0	0.022
19	5	73.998	0.0085	1.427	73.986	74.016	0	2.089	0	0.022
20	3	74.008	0.0068	1.954	73.981	74.021	0	2.568	0	0.026
21	5	74.000	0.0122	1.427	73.986	74.016	0	2.089	0	0.022
22	5	74.002	0.0074	1.427	73.986	74.016	0	2.089	0	0.022
23	5	74.002	0.0119	1.427	73.986	74.016	0	2.089	0	0.022
24	5	74.005	0.0087	1.427	73.986	74.016	0	2.089	0	0.022
25	5	73.998	0.0162	1.427	73.986	74.016	0	2.089	0	0.022

$\overline{x}$ ve s Diyagramlarında Değişken Örneklem Büyüklüğü

Örnek-24 için grafikler



$\overline{x}$ ve s Diyagramlarında Değişken Örneklem Büyüklüğü

- Hesaplama kolaylığı sağlamak için bazen farklı örneklem büyüklüklerinin ortalaması da kullanılabilir. Bu durumda ek tablo VI'daki değerler de sabitlenmiş olur.
- Örneğimizde $\bar{n} = 5$ için işlem yapılabilir.
- Elde edilecek diyagram parametreleri ve diyagramlar Örnek 23 ile aynıdır.

s^2 Diyagramları

- Uygulamada bazen s^2 diyagramları da kullanılabilir. Diyagram parametreleri aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$\mathrm{UCL} = \frac{\bar{s}^2}{n-1}\chi^2_{\alpha/2,n-1}$$

$$\text{Center line} = \bar{s}^2$$

$$\mathrm{LCL} = \frac{\bar{s}^2}{n-1}\chi^2_{1-(\alpha/2),n-1}$$

- Eğer dağılımın σ^2 değeri biliniyor ise $\bar{s}^2$ yerine kullanılabilir.
- Bu diyagramın olasılık limitleri ile tanımlandığına dikkat ediniz.

Tek Ölçüm ile Kontrol Diyagramlarının İnşası

- Aşağıda verilen bazı durumlarda $n = 1$ ile kontrol diyagramları çizilebilir:

1. Otomatik denetim ve ölçüm teknolojisi kullanıldığında üretilen her birim analiz edilir. Böylece rasyonel alt gruplandırma için bir temel bulunmamaktadır.
2. Veriler nispeten yavaş gelir ve analiz öncesi $n > 1$ numune boyutlarının birikmesine izin vermek uygun değildir. Gözlemler arasındaki uzun aralık, rasyonel alt gruplandırma ile ilgili problemlere neden olacaktır. Bu durum, hem imalat hem de imalat dışı durumlarda sıkça görülür.
3. Proses üzerindeki tekrar ölçümleri, birçok kimyasal proseslerde olduğu gibi laboratuvar veya analiz hatası nedeniyle farklılık göstermektedir.
4. Birden çok ölçüm, yarı iletken üretiminde bir levha üzerinde birkaç farklı yerde oksit kalınlığının ölçülmesi gibi aynı ürün birimi üzerinde yapılır.
5. Kağıt imalatı gibi proses tesislerinde, rulo boyunca kaplama kalınlığı gibi bazı parametrelerin ölçümleri çok az farklılık gösterecek ve hedef rulodaki kaplama kalınlığını kontrol etmek için çok küçük olan bir standart sapma üretecektir. Bu durum da alt gruplarla çalışmayı anlamsız hale getirir.

Tek Ölçüm ile Kontrol Diyagramlarının İnşası

- Bir çok uygulamada süreç değişkenliğini ölçmek için ardarda iki gözlem arasındaki hareketli aralık ölçülür.
- Bu ölçüye kısaca hareketli aralık (Moving Range, MR) denebilir ve i. örneklem için aşağıdaki şekilde hesaplanır:

$$\mathrm{MR}_i = \left| x_i - x_{i-1} \right|$$

- $\bar{x}$ diyagram parametreleri aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$\mathrm{UCL} = \bar{x} + 3\frac{\overline{\mathrm{MR}}}{d_2}$$

$$\text{Center line} = \bar{x}$$

$$\mathrm{LCL} = \bar{x} - 3\frac{\overline{\mathrm{MR}}}{d_2}$$

Tek Ölçüm ile Kontrol Diyagramlarının İnşası

- Örnek 25: Bir banka uzun vadeli kredi kullandırma uygulamalarının maliyetlerini izlemektedir. Haftalık işlem maliyetleri 20 hafta için yanda verilmiştir. Ortalama ve MR diyagramlarını kurunuz.

$$\mathrm{MR}_i = |x_i - x_{i-1}|$$

$$\mathrm{UCL} = \bar{x} + 3\frac{\overline{\mathrm{MR}}}{d_2} \qquad \mathrm{UCL} = D_4\overline{MR}$$

$$\text{Center line} = \bar{x} \qquad \text{Center Line} = \overline{\mathrm{MR}}$$

$$\mathrm{LCL} = \bar{x} - 3\frac{\overline{\mathrm{MR}}}{d_2} \qquad \mathrm{LCL} = D_3\overline{\mathrm{MR}}$$

Weeks	Cost x	Moving Range MR
1	310	
2	288	22
3	297	9
4	298	1
5	307	9
6	303	4
7	294	9
8	297	3
9	308	11
10	306	2
11	294	12
12	299	5
13	297	2
14	299	2
15	314	15
16	295	19
17	293	2
18	306	13
19	301	5
20	304	3
	$\bar{x} = 300.5$	$\overline{\mathrm{MR}} = 7.79$

Tek Ölçüm ile Kontrol Diyagramlarının İnşası

$$\text{UCL} = \bar{x} + 3\frac{\overline{\text{MR}}}{d_2}$$

$$\text{Center line} = \bar{x}$$

$$\text{LCL} = \bar{x} - 3\frac{\overline{\text{MR}}}{d_2}$$

$$\text{UCL} = D_4\overline{MR}$$

$$\text{Center Line} = \overline{\text{MR}}$$

$$\text{LCL} = D_3\overline{\text{MR}}$$

$n = 2$ için $d_2 = 1{,}128$

$$\text{UCL} = \bar{x} + 3\frac{\overline{\text{MR}}}{d_2} = 300.5 + 3\frac{7.79}{1.128} = 321.22$$

$$\text{Center line} = \bar{x} = 300.5$$

$$\text{LCL} = \bar{x} - 3\frac{\overline{\text{MR}}}{d_2} = 300.5 - 3\frac{7.79}{1.128} = 279.78$$

MR hesaplanırken iki veri arasındaki fark alındığından $n = 2$ için hesapların yapılması gerekir.

$D_3 = 0$

$D_4 = 3{,}267$

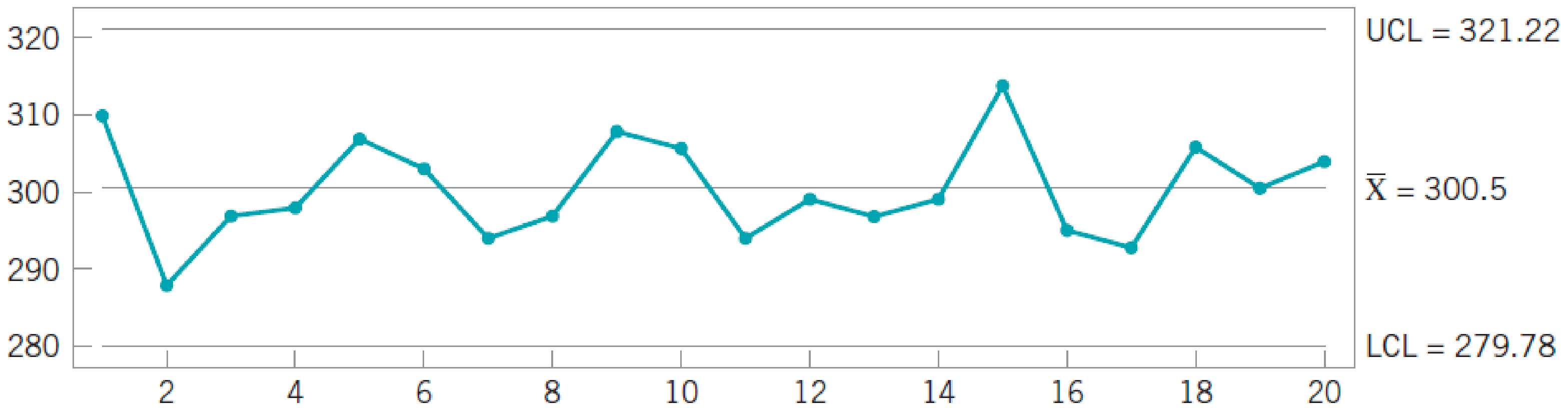
$\overline{\text{MR}} = 7{,}79$

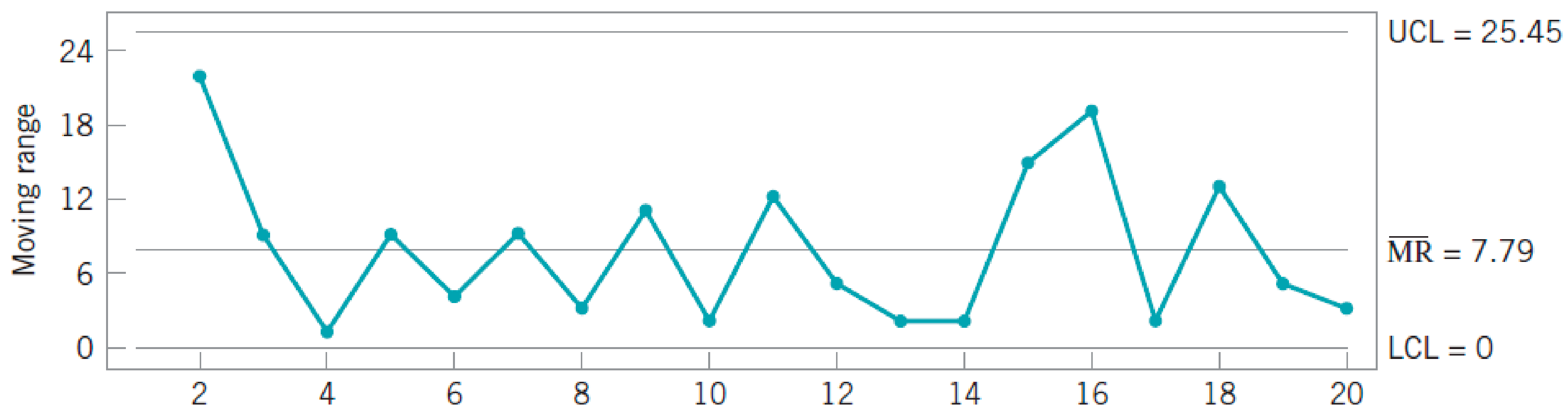
$\text{LCL} = 0$

$\text{UCL} = (3{,}267)7{,}79 = 25{,}45$

Weeks	Cost x	Moving Range MR
1	310	
2	288	22
3	297	9
4	298	1
5	307	9
6	303	4
7	294	9
8	297	3
9	308	11
10	306	2
11	294	12
12	299	5
13	297	2
14	299	2
15	314	15
16	295	19
17	293	2
18	306	13
19	301	5
20	304	3
	$\bar{x} = 300.5$	$\overline{\text{MR}} = 7.79$

Tek Ölçüm ile Kontrol Diyagramlarının İnşası



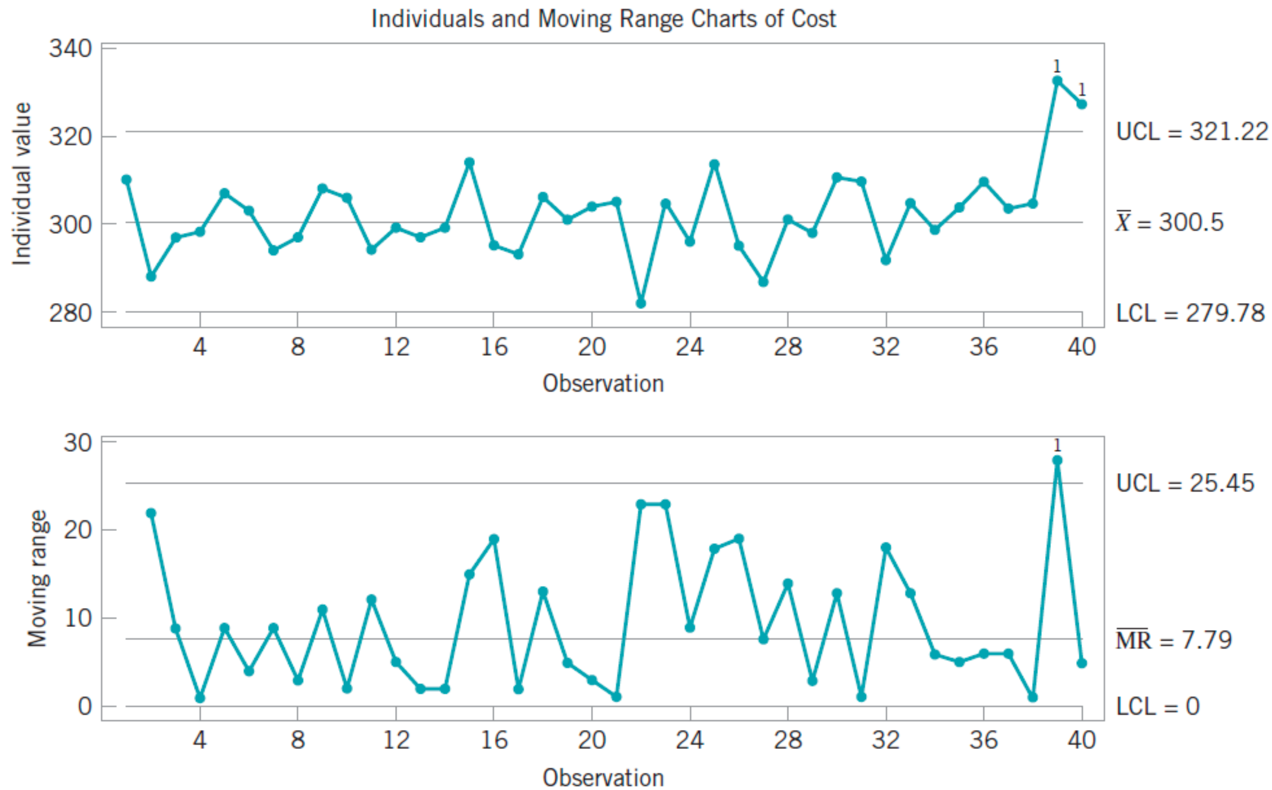


Tek Ölçüm ile Kontrol Diyagramlarının İnşası

- Sürecin faz II aşamasında yapılabilecekler aşağıda özetlenmiştir.
- Örnek 25 de verilen 20 haftalık veriye 21. hafta ve 40. hafta arası veriler ilave edilerek diyagramlara ait parametreler DEĞİŞTİRİLMEDEN diyagramlar yeniden çizilmiştir.

Week	Cost x	Week	Cost x
21	305	31	310
22	282	32	292
23	305	33	305
24	296	34	299
25	314	35	304
26	295	36	310
27	287	37	304
28	301	38	305
29	298	39	333
30	311	40	328

Tek Ölçüm ile Kontrol Diyagramlarının İnşası



MR diyagramları mutlaka $\bar{x}$ diyagramları ile birlikte incelenmelidir. MR diyagramlarında mutlaka bir korelasyon görülür ve bu korelasyon tek başına hatalı yorumlara sebep olabilir. Bunun için iki diyagramların birlikte incelenmesi uygundur.

$\bar{x}$ diyagramında 39. ve 40. haftalarda kontrol dışı sinyali alınmış ve bu sinyale MR diyagramı bir sıçrama ile karşılık vermiştir. Burada kredi kullandırma sürecinde muhtemelen uzun süren bir işlem ile karşılaşılmış yahut işlemi yeni memurlardan biri gerçekleştirmiş olabilir. Mutlaka atanabilir bir sebep ortaya çıkarılmalıdır.

Nitel Degiskenler icin Kontrol Diyagramlari

- Bir önceki bölümde kalite özellikleri için değişkenler olarak ifade edilen kontrol grafikleri tanıtıldı.
- Bu kontrol çizelgeleri yaygın olarak kullanılmasına rağmen, evrensel olarak uygulanabilir değildir, çünkü tüm kalite özellikleri değişken verileriyle ifade edilemez.
- Örneğin, sıvı bir ürün için bir cam kap düşünün. Bu kabı incelediğimizi ve kabın bir veya daha fazla kalite özelliğindeki gereklilikleri karşıladığına bağlı olarak "uygun" veya "uygun değil" olarak adlandırılan iki kategoriden birine sınıflandırdığımızı varsayalım. Bu, nitelik verilerine bir örnektir ve uygun olmayan kapların oranı için bir kontrol grafiği oluşturulabilir.

Giriş

Nitel Degiskenler icin Kontrol Diyagramlari

- Özellik diyagramları genellikle değişkenler çizelgeleri kadar bilgilendirici değildir çünkü yalnızca birimi uygun veya uygun değil olarak sınıflandırır.
- Bununla birlikte, özellik diyagramlarının önemli uygulamaları vardır.
- Özellikle hizmet endüstrilerinde ve imalat dışı kalitede iyileştirme çabalarında yararlıdır çünkü bu ortamlarda bulunan birçok kalite özelliği kolayca sayısal ölçekte ölçülmez.

Uygunsuzluk Oranı için Kontrol Diyagramları

- Uygunsuzluk oranı, bir popülasyondaki uygun olmayan öğelerin sayısının, bu popülasyondaki toplam öğe sayısına oranı olarak tanımlanır.
- Öğeler, kontrolcu tarafından eşzamanlı olarak incelenen birkaç kalite özelliğine sahip olabilir. Öğe, bu özelliklerin birinde veya daha fazlasında standartlara uymuyorsa, "uygun değil" olarak sınıflandırılır.
- Uygunsuzluk oranı diyagramları binom dağılımını esas alır.
- Üretim sürecinin istikrarlı bir şekilde çalıştığını ve herhangi bir birimin spesifikasyona uymama ihtimalinin p olduğunu ve üretilen birbirini izleyen birimlerin bağımsız olduğunu varsayalım. Ardından üretilen her birim, p parametresiyle Bernoulli rasgele değişkenini tanımlar. Eğerürünün n adet rasgele örneği seçilirse ve D uygun olmayan ürün sayısı ise, D, n ve p parametreleriyle binom dağılımına uyar.

$$P\{D=x\}=\binom{n}{x}p^x(1-p)^{n-x} \qquad x=0,\ 1,\ \ldots,\ n$$

D rassal değişkeninin ortalaması np ve varyansı ise $np(1-p)$ dir.

Kusurlu Oranı (p) Kontrol Diyagramı

$$P\{D = x\} = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x} \qquad x = 0,\ 1,\ \ldots,\ n$$

$$\hat{p} = \frac{D}{n}$$

Örnek kusurlu oranı
D: defective items
n : Örnek hacmi

$$\mu_{\hat{p}} = p$$

$$\sigma^2_{\hat{p}} = \frac{p(1-p)}{n}$$

Kusurlu oranı tahmini

Uygunsuzluk Oranı için Kontrol Diyagramları

- Örneklem uyumsuzluk oranı $\hat{p} = \frac{D}{n}$ olarak hesaplanır.
- $\hat{p}$ nin beklenen değeri ve varyansı ise aşağıdaki şekilde hesaplanır.

$$\mu_{\hat{p}} = p \qquad \sigma^2_{\hat{p}} = \frac{p(1-p)}{n}$$

- Gerçek p değerinin bilindiği varsayarsak UCL ve LCL aşağıdaki şekilde hesaplanabilir. Burada 3 değeri 3 sigma limitlerinden gelmektedir.

$$\begin{aligned} \text{UCL} &= p + 3\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \\ \text{Center line} &= p \\ \text{LCL} &= p - 3\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \end{aligned}$$

Burada p ve n değerine bağlı olarak LCL negatif değer çıkabilir. Bu durumda $\text{LCL} = 0$ alınır.

Uygunsuzluk Oranı için Kontrol Diyagramları

- Eğer p bilinmiyor ise bu değer gözlenen değerlerden tahmin edilir. Genellikle bir ön hazırlık için büyüklükleri n adet olan m kadar örneklem seçilir. Genellikle $m = 20$ veya 25 adet olur. Daha sonra aşağıdaki gibi p değeri tahmin edilir ($\bar{p}$).

$$\hat{p}_i = \frac{D_i}{n} \qquad i = 1, 2, \ldots, m \qquad\qquad \bar{p} = \frac{\sum_{i=1}^{m} D_i}{mn} = \frac{\sum_{i=1}^{m} \hat{p}_i}{m}$$

- Bu durumda kontrol diyagramı parametreleri aşağıdaki gibi olur.

$$\text{UCL} = \bar{p} + 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}}$$

$$\text{Center line} = \bar{p}$$

$$\text{LCL} = \bar{p} - 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}}$$

Kusurlu Oranı (p) Kontrol Diyagramı

Fraction Nonconforming Control Chart: Standard Given

$$\text{UCL} = p + 3\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$$

$$\text{Center line} = p$$

$$\text{LCL} = p - 3\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$$

Fraction Nonconforming Control Chart: No Standard Given

$$\text{UCL} = \overline{p} + 3\sqrt{\frac{\overline{p}(1-\overline{p})}{n}}$$

$$\text{Center line} = \overline{p}$$

$$\text{LCL} = \overline{p} - 3\sqrt{\frac{\overline{p}(1-\overline{p})}{n}}$$

Örnek:

- Bir inşaat şantiyesinde kullanılmak üzere satın alınan boyalarda bazı sorunlar olduğu gözlemlenmiş ve tedarikçiden gelen boya kutuları kontrol edilmeye başlanmıştır. Tedarikçiden 50'lik birimler halinde gelen boya kutularının kontrolleri ve elde edilen sonuçlar aşağıdaki gibidir.
- Sürecin istatistiksel olarak kontrol altında olup olmadığını analiz ediniz?

Örnek	Kusurlu Kutu Sayısı	Örnek	Kusurlu Kutu Sayısı
1	12	17	10
2	15	18	5
3	8	19	13
4	10	20	11
5	4	21	20
6	7	22	18
7	16	23	24
8	9	24	15
9	14	25	9
10	10	26	12
11	5	27	7
12	6	28	13
13	17	29	9
14	12	30	6
15	22		347
16	8		

Uygunsuzluk Oranı için Kontrol Diyagramları

Örnek 1

Örneklem Numarası	Uygun Olmayan Kutu Sayısı D_i	Örneklem Uygunsuz. oranı $\hat{p}_i$	Örneklem Numarası	Uygun Olmayan Kutu Sayısı D_i	Örneklem Uygunsuz. oranı $\hat{p}_i$
1	12	0.24	17	10	0.20
2	15	0.30	18	5	0.10
3	8	0.16	19	13	0.26
4	10	0.20	20	11	0.22
5	4	0.08	21	20	0.40
6	7	0.14	22	18	0.36
7	16	0.32	23	24	0.48
8	9	0.18	24	15	0.30
9	14	0.28	25	9	0.18
10	10	0.20	26	12	0.24
11	5	0.10	27	7	0.14
12	6	0.12	28	13	0.26
13	17	0.34	29	9	0.18
14	12	0.24	30	6	0.12
15	22	0.44		347	$\overline{p} = 0.2313$
16	8	0.16			

$n = 50$ olarak alınmıştır.

Uygunsuzluk Oranı için Kontrol Diyagramları

Örnek 1

- Önce $\bar{p}$ değeri yandaki gibi hesaplanır:

$$\bar{p} = \frac{\sum_{i=1}^{m} D_i}{mn} = \frac{347}{(30)(50)} = 0.2313$$

- Daha sonra $\bar{p}$ değeri sürecin uygunsuzluk oranı tahmini olarak kullanılarak UCL ve LCL hesaplanır:

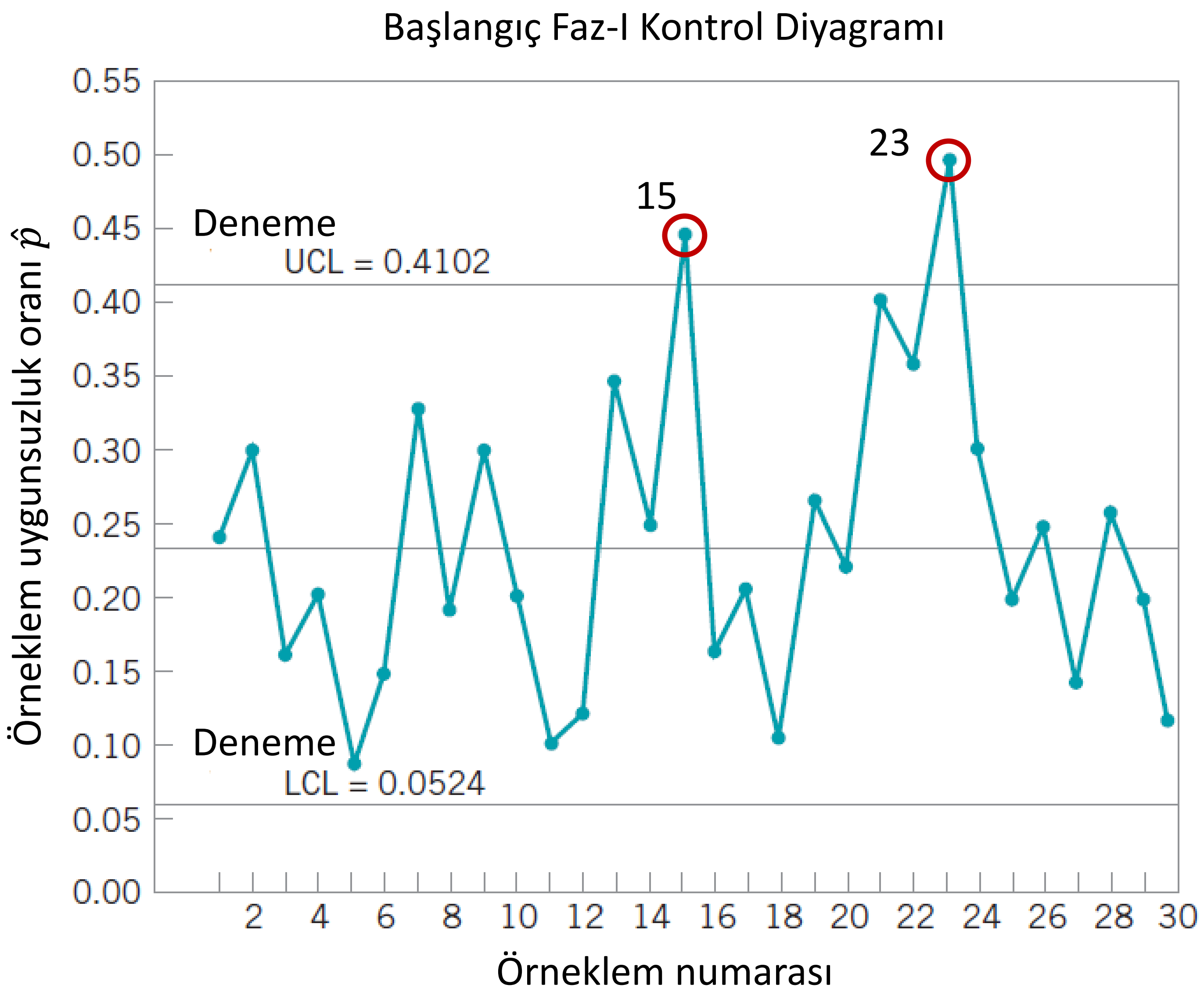
$$\begin{aligned}\bar{p} \pm 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}} &= 0.2313 \pm 3\sqrt{\frac{0.2313(0.7687)}{50}} \\ &= 0.2313 \pm 3(0.0596) \\ &= 0.2313 \pm 0.1789\end{aligned}$$

$$\text{UCL} = \bar{p} + 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}} = 0.2313 + 0.1789 = 0.4102$$

$$\text{LCL} = \bar{p} - 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}} = 0.2313 - 0.1789 = 0.0524$$

Uygunsuzluk Oranı için Kontrol Diyagramları

Örnek 1



- 15'inci ve 23'üncü örneklemler UCL dışına çıkmıştır.
- Atanabilir sebepler araştırılmış, 15 için yeni hammaddenin gelmesi, 23 için de yetersiz ihtisasta bir işçinin çalışması durumu tespit edilmiştir.
- Atanabilir bir sebep bulunduğundan 15 ve 23 elenerek yeni diyagram parametreleri hesaplanır.

Uygunsuzluk Oranı için Kontrol Diyagramları

Örnek 1

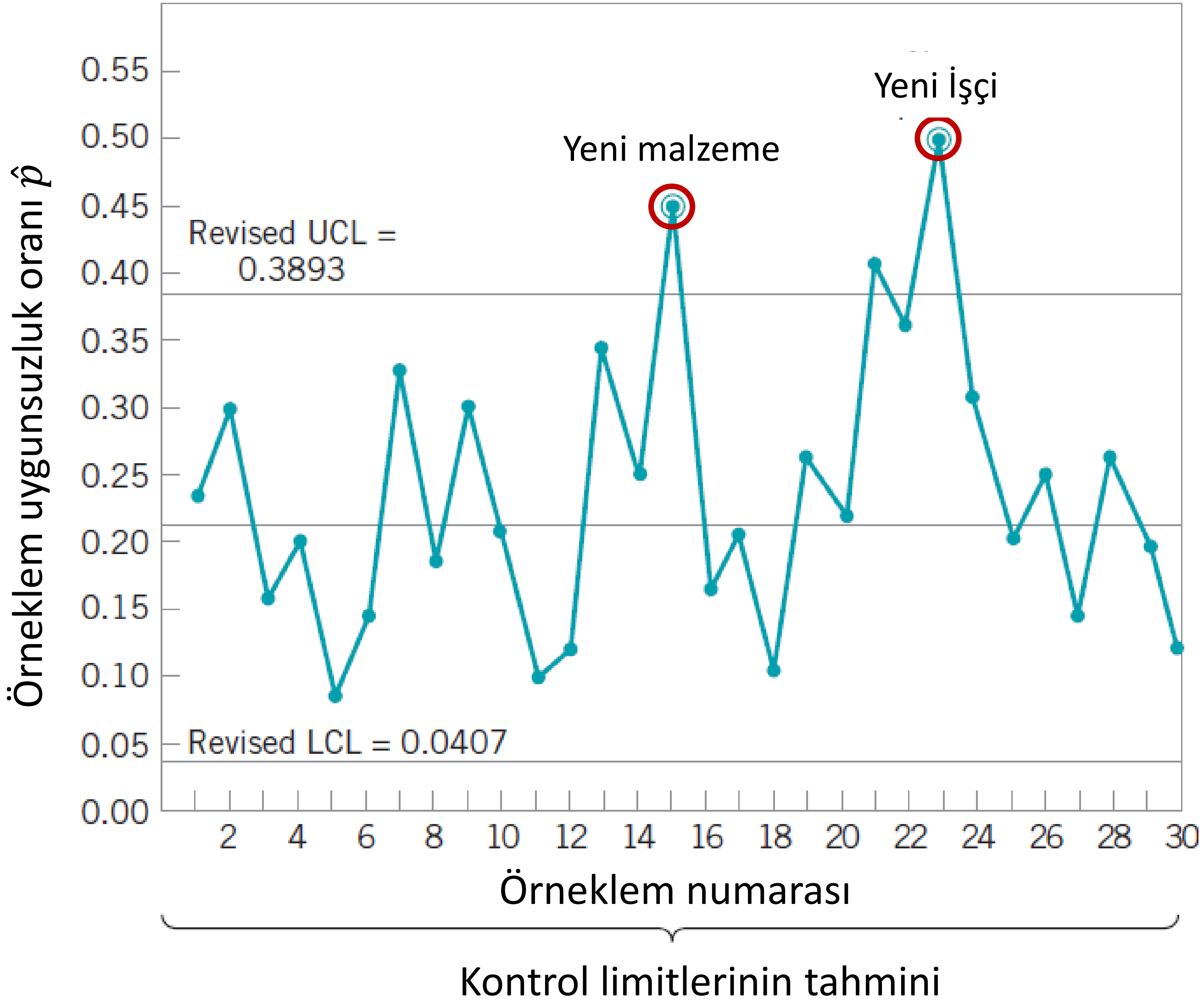
$$\overline{p} = \frac{301}{(28)(50)} = 0.2150$$

$$\text{UCL} = \overline{p} + 3\sqrt{\frac{\overline{p}(1-\overline{p})}{n}} = 0.2150 + 3\sqrt{\frac{0.2150(0.7850)}{50}} = 0.3893$$

$$\text{LCL} = \overline{p} - 3\sqrt{\frac{\overline{p}(1-\overline{p})}{n}} = 0.2150 - 3\sqrt{\frac{0.2150(0.7850)}{50}} = 0.0407$$

Uygunsuzluk Oranı için Kontrol Diyagramları

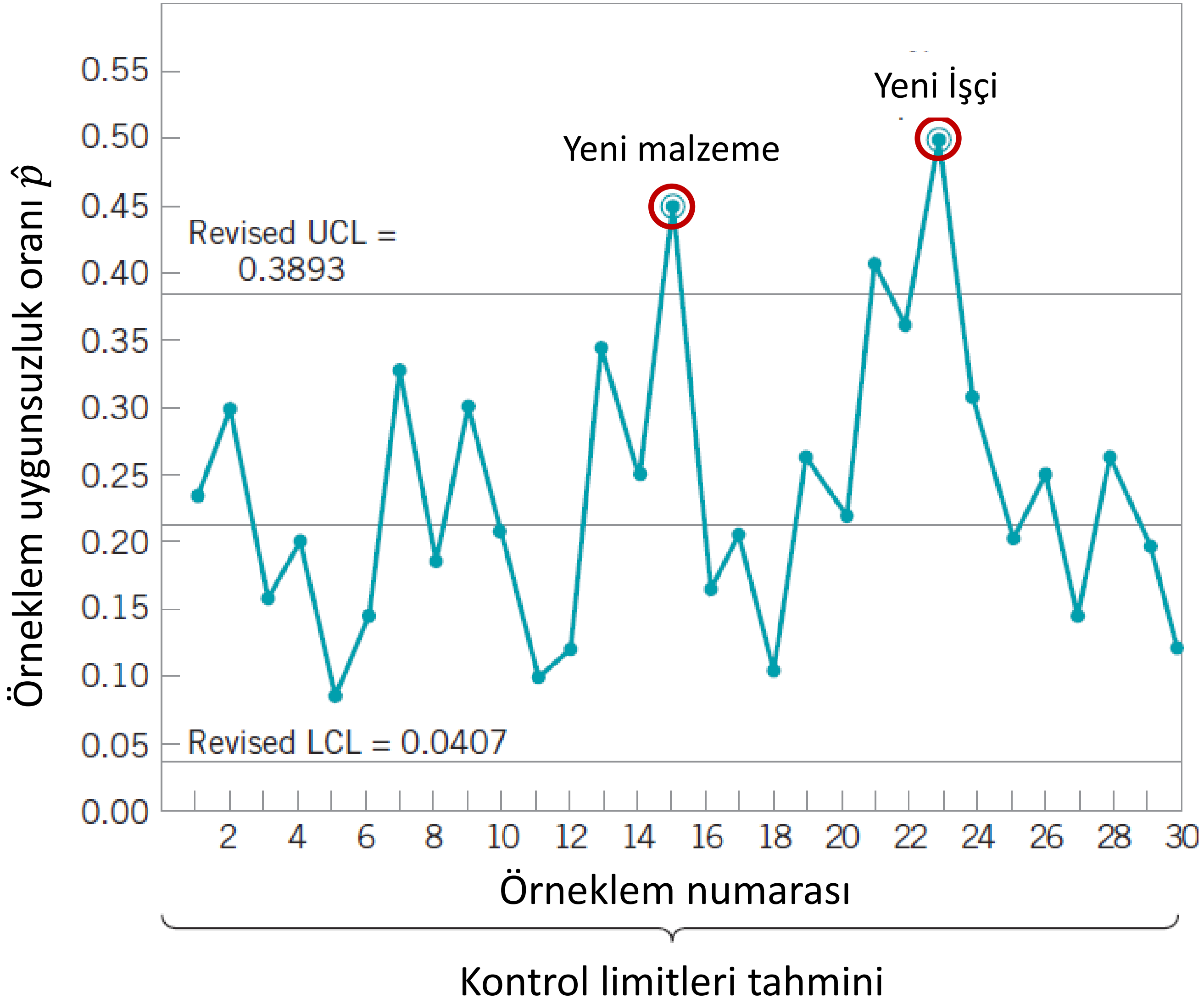
Örnek 1



- Yeni çizilen diyagramda 15 ve 23 elenmiş olmasına rağmen yine de gösterilir. Ama açıklama da yazılır.
- Bu diyagramda 21 no'lu örneklem kontrol dışında kalmıştır. Ancak atanabilir bir sebep yoktur (farz edelim).
- Bu sebeple bundan sonra alınacak örneklemler için bu limitlerin kullanılması uygundur.

Uygunsuzluk Oranı için Kontrol Diyagramları

Örnek 1



- Ayrıca diyagramın incelenmesiyle süreç hakkında diğer bazı bilgiler de elde edilebilir. Yeni limitler ile kontrol dışında kalan 21.örneklemin yine yeni işçi tarafından üretilen parçalardan alınan örneklem olduğu anlaşılabilir (mesela).
- Dolayısıyla 2 saatlik periyot için çalışan bu işçinin 21-24 arası ürettiği parçalara ilişkin ölçümler elenebilir.
- İş gücündeki iyileştirmeler, sürecin geliştirilmesinde katkı sağlayabilir.
- Ayrıca makinelerin yeniden ayarlanması da böyle bir katkı sağlayabilir.
- Yeni örneklemler alınmadan önce makinenin ayarlandığını farz edelim.
- Arkasından da 24 adet yeni örneklem alınmış olsun.

Uygunsuzluk Oranı için Kontrol Diyagramları

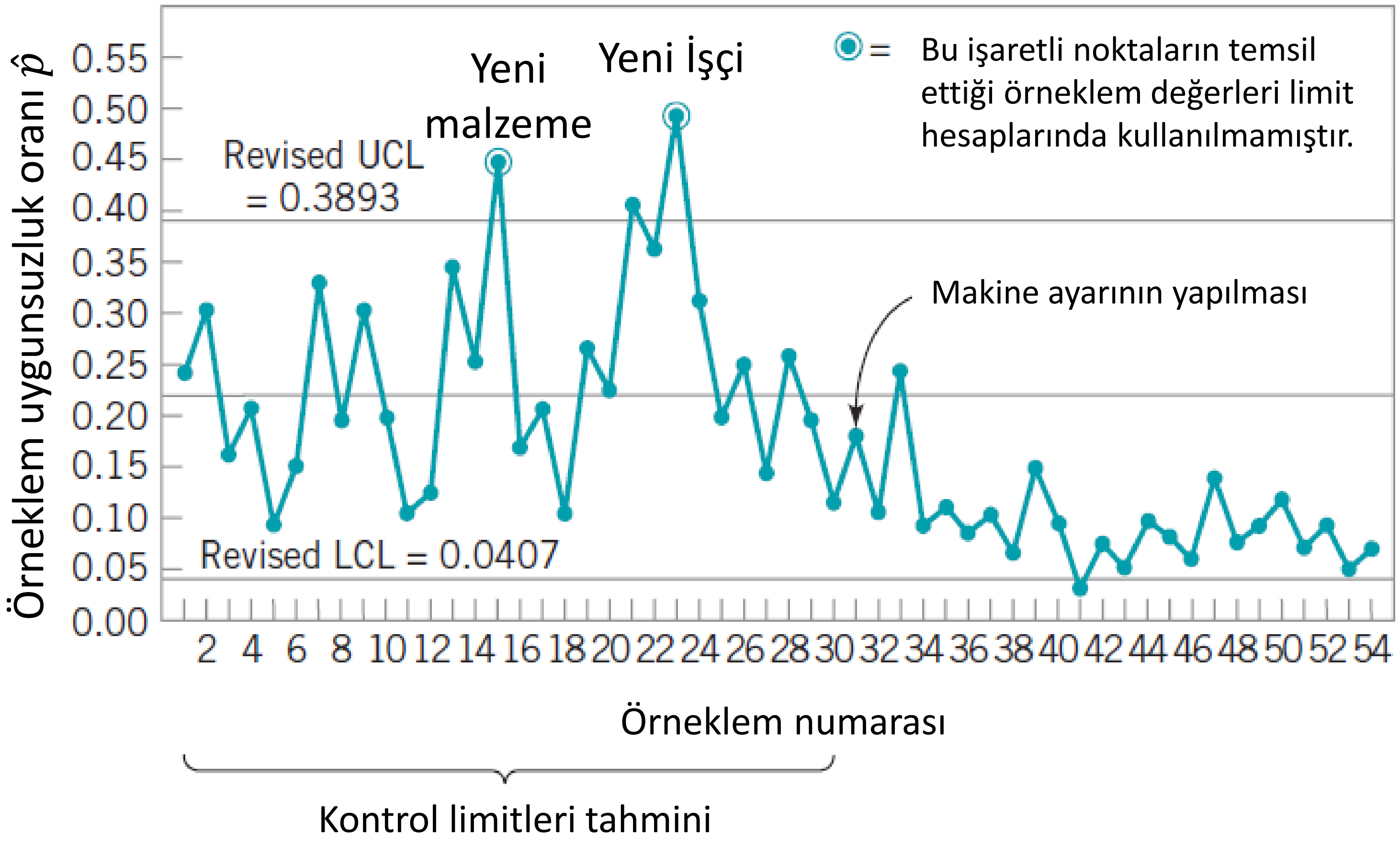
Örnek 1

Örneklem Numarası	Uygun Olmayan Kutu Sayısı D_i	Örneklem Uygunsuz. oranı $\hat{p}_i$	Örneklem Numarası	Uygun Olmayan Kutu Sayısı D_i	Örneklem Uygunsuz. oranı $\hat{p}_i$
31	9	0.18	44	6	0.12
32	6	0.12	45	5	0.10
33	12	0.24	46	4	0.08
34	5	0.10	47	8	0.16
35	6	0.12	48	5	0.10
36	4	0.08	49	6	0.12
37	6	0.12	50	7	0.14
38	3	0.06	51	5	0.10
39	7	0.14	52	6	0.12
40	6	0.12	53	3	0.06
41	2	0.04	54	5	0.10
42	4	0.08		133	$\bar{p} = 0.1108$
43	3	0.06			

$n = 50$ olarak alınmıştır.

Uygunsuzluk Oranı için Kontrol Diyagramları

Örnek 1



Makine ayarı yapıldıktan sonra süreç eski parametrelerden daha iyi yeni parametrelerle çalışma düzenine girmiştir. Bu yandaki grafikten de rahatlıkla görülmektedir. Sadece örneklem 41 alt limitlerin dışında kalmıştır. Diyagramın gösterdiği yörüngede belirli bir anlamlı şekil yoktur. (Yapılan incelemede atanabilir bir sebep de olmadığını farz edelim.)

Ancak istatistik olarak da desteklemek amacıyla yeni ve eski uyumsuzluk oranını hipotez testine sokabiliriz.

Test aşağıdaki hipotezleri kontrol edecektir:

$$H_0: \quad p_1 = p_2$$

$$H_1: \quad p_1 > p_2$$

$p_1 = 0{,}2150$ $p_2 = 0{,}1108$ olarak alınacaktır. Çünkü ana kütleler hakkında bu bilgi verilmemiştir.

Uygunsuzluk Oranı için Kontrol Diyagramları

Örnek 1

- Böyle bir hipotezi test etmek için aşağıdaki test istatistiği kullanılır:

$$Z_0 = \frac{\hat{p}_1 - \hat{p}_2}{\sqrt{\hat{p}(1-\hat{p})\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}}$$

- Formüldeki p için hesaplama ise aşağıdaki gibi yapılır:

$$\hat{p} = \frac{n_1\hat{p}_1 + n_2\hat{p}_2}{n_1 + n_2}$$

$$\hat{p} = \frac{(1400)(0.2150) + (1200)(0.1108)}{1400 + 1200} = 0.1669$$

$$Z_0 = \frac{0.2150 - 0.1108}{\sqrt{(0.1669)(0.8331)\left(\frac{1}{1400} + \frac{1}{1200}\right)}} = 7.10$$

Söz konusu 7,10 değeri, üst 0,05 noktası ile yani z kritik değeri 1,695 değeri ile karşılaştırıldığında açıkça H_0 hipotezi reddedilir. Böylece prosesin daha iyi limitler ile çalıştığına ilişkin elimizde kanıt olmuş olur.

Uygunsuzluk Oranı için Kontrol Diyagramları

Örnek 1

- Sürece ilişkin elde edilen son veriler yani 31 ile 54 arasındaki veriler için yeni diyagram parametreleri aşağıdaki şekilde yeniden hesaplanır:

$$\text{Center line} = \overline{p} = 0.1108$$

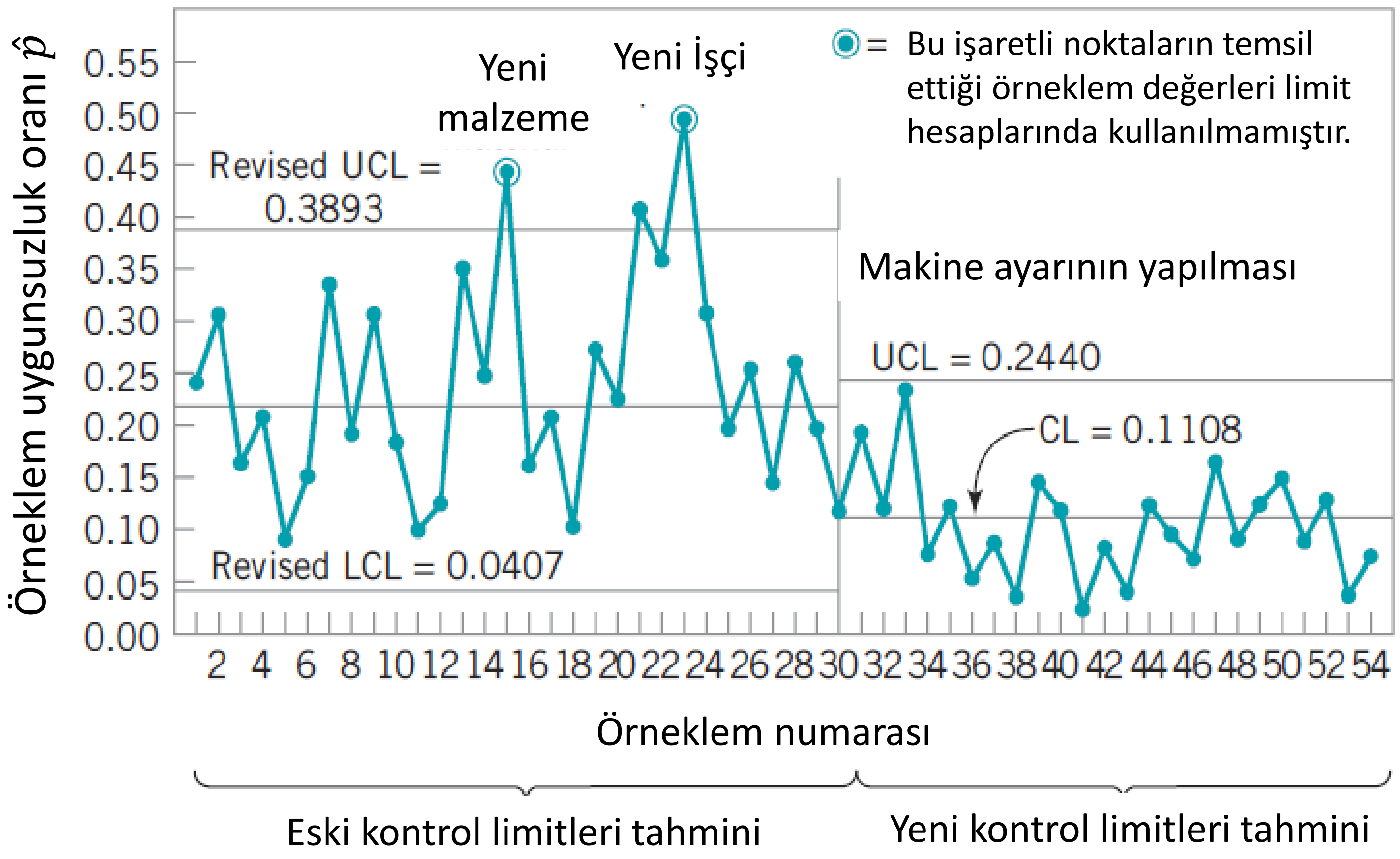
$$\text{UCL} = \overline{p} + 3\sqrt{\frac{\overline{p}(1-\overline{p})}{n}} = 0.1108 + 3\sqrt{\frac{(0.1108)(0.8892)}{50}} = 0.2440$$

$$\text{LCL} = \overline{p} - 3\sqrt{\frac{\overline{p}(1-\overline{p})}{n}} = 0.1108 - 3\sqrt{\frac{(0.1108)(0.8892)}{50}} = -0.0224 = 0$$

- Yeni parametrelerle diyagram sonraki yansıda verilmiştir.

Uygunsuzluk Oranı için Kontrol Diyagramları

Örnek 1



Uygunsuzluk Oranı için Kontrol Diyagramları

Örnek 1

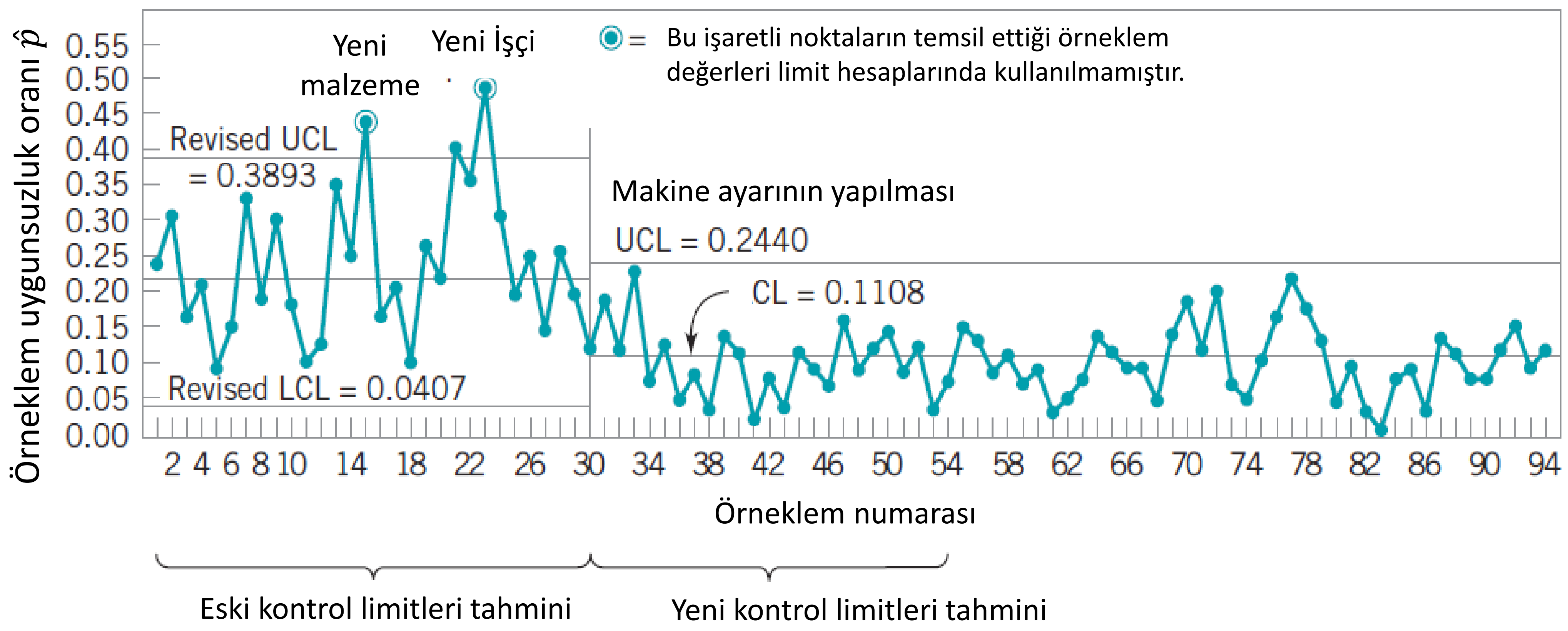
- Yeni veriler gelmeye devam etmektedir:

Örneklem Numarası	Uygun Olmayan Kutu Sayısı D_i	Örneklem Uygunsuz. oranı $\hat{p}_i$	Örneklem Numarası	Uygun Olmayan Kutu Sayısı D_i	Örneklem Uygunsuz. oranı $\hat{p}_i$
55	8	0.16	75	5	0.10
56	7	0.14	76	8	0.16
57	5	0.10	77	11	0.22
58	6	0.12	78	9	0.18
59	4	0.08	79	7	0.14
60	5	0.10	80	3	0.06
61	2	0.04	81	5	0.10
62	3	0.06	82	2	0.04
63	4	0.08	83	1	0.02
64	7	0.14	84	4	0.08
65	6	0.12	85	5	0.10
66	5	0.10	86	3	0.06
67	5	0.10	87	7	0.14
68	3	0.06	88	6	0.12
69	7	0.14	89	4	0.08
70	9	0.18	90	4	0.08
71	6	0.12	91	6	0.12
72	10	0.20	92	8	0.16
73	4	0.08	93	5	0.10
74	3	0.06	94	6	0.12

Uygunsuzluk Oranı (UO) için Kontrol Diyagramları

Örnek 1

- Yeni verilere ilişkin diyagram aşağıda verilmiştir:



Gelen veriler diyagrama işlendiğinde kontrol dışında kalan bir oran bulunmamaktadır. Ancak yine de CL değeri çok yüksektir.

Bu sebeple araştırmalar devam etmeli gerekirse deneysel tasarım teknikleri kullanılarak oranın daha da aşağıya çekilmesi sağlanmalıdır.

Deneysel tasarım konusuna daha sonra değinilecektir.

UO için Kontrol Diyagramlarının Tasarımı

- Uygunsuzluk Oranı (UO) kontrol diyagramları çizilirken üç parametrenin daha bilinmesi gerekir:
  - Örneklem büyüklüğü n
  - Örneklem alma sıklığı
  - UCL, CL ve LCL
- Örneklem büyüklüğü n in ne olacağını seçmek önemlidir. Ana kütle içindeki hatalı ürün oranı küçük ise n değerinin yeteri kadar büyük seçilmesi gerekir. Yeteri kadar? Ama kaç tane?
- Bunun için bir γ olasılığı tanımlarız ki bu olasılık bir örneklemde en az bir hatalı ürün bulma olasılığı olur. Bunu biz belirleriz. Buna göre de n değerini tespit ederiz.

UO için Kontrol Diyagramlarının Tasarımı

- Diyelim ki $p = 0{,}01$ ve seçtiğimiz n adet parçada en az bir hatalı ürün bulunma olasılığı yani $\gamma = 0{,}95$ olsun.
- D ile uygun olmayan parça sayısı gösterilirse o zaman biz $P(D \geq 1) = 0{,}95$ olsun istemekteyiz.
  - $P(D \geq 1) = 0{,}95 \Rightarrow 1 - P(D = 0) = 0{,}95 \Rightarrow P(D = 0) = 0{,}05$
- Binomun poisson yakınması kullanılarak $\lambda = n.p$ yapabiliriz.

$$\frac{e^{-\lambda}\lambda^x}{x!} = \frac{e^{-\lambda}\lambda^0}{0!} = e^{-\lambda} = 0{,}05 \Rightarrow \lambda = 2{,}99 \cong 3$$

$\lambda = n.p = 3 \Rightarrow n = 300$ olur.

UO için Kontrol Diyagramlarının Tasarımı

- Diğer bir yaklaşım da n değerinin belirlenmesinde sürecin belirli bir değere artmasını %50 ihtimal ile yakalama esasına dayandırır. Örneğin sürecin $p = 0{,}01$ değerinden $p = 0{,}05$ değerine doğru değişimini yakalama olasılığını %50 yapan bir n değeri araştırılır. Bundan sonra da normal dağılımın binom dağılıma yakınsaması özelliğinden aşağıdaki formül çıkarılır:

$$\delta = L\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \quad \Rightarrow \quad n = \left(\frac{L}{\delta}\right)^2 p(1-p)$$

- Burada δ süreçteki değişim miktarı olup örnekte $\delta = 0{,}05 - 0{,}01 = 0{,}04$ tür. $p = 0{,}01$ olduğunda ve 3-sigma limitleri seçildiğinde $(L = 3)$;

$$n = \left(\frac{3}{0.04}\right)^2 (0.01)(0.99) = 56$$

UO için Kontrol Diyagramlarının Tasarımı

- Eğer UO küçük ise, LCL değerinin pozitif bir değer olması için örneklem büyüklüğünün ne olacağının bilinmesi kullanışlı olabilir.
- Bu, bizi çok az sayıda uygunsuz ürün içeren bir veya daha fazla örneği araştırmaya zorlayacak bir mekanizmaya sahip olmamızı sağlar.

$$\mathrm{LCL} = p - L\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} > 0 \quad \Rightarrow \quad n > \frac{(1-p)}{p}L^2$$

- Örneğin $p = 0{,}05$ ve üç sigma ile çalışılıyor ise;

$$n > \frac{0.95}{0.05}(3)^2 = 171$$

Yani $n \geq 172$ olursa LCL pozitif olacaktır.

$n.p$ Kontrol Diyagramları

- Bazen kontrol grafikleri, UO yerine uygun olmayan ürün sayısı kullanılarak da çizilebilir. Bunun için aşağıdaki diyagram parametreleri kullanılır:

$$\text{UCL} = np + 3\sqrt{np(1-p)}$$

$$\text{Center line} = np$$

$$\text{LCL} = np - 3\sqrt{np(1-p)}$$

- Eğer p bilinmiyorsa, bu parametre yerine $\bar{p}$ kullanılabilir. Örnek-1 de kullanılan tabloyu bu amaçla bir de burada kullanalım.

Kusurlu Sayısı (np) Kontrol Diyagramı

The *np* Control Chart

$$
\begin{aligned}
\mathrm{UCL} &= np + 3\sqrt{np(1-p)} \\
\text{Center line} &= np \\
\mathrm{LCL} &= np - 3\sqrt{np(1-p)}
\end{aligned}
\tag{7.13}
$$

$n.p$ Kontrol Diyagramları

$$\text{UCL} = np + 3\sqrt{np(1-p)}$$
$$\text{Center line } = np$$
$$\text{LCL} = np - 3\sqrt{np(1-p)}$$

Örnek 2

Örneklem Numarası	Uygun Olmayan Kutu Sayısı D_i	Örneklem Uygunsuz. oranı $\hat{p}_i$	Örneklem Numarası	Uygun Olmayan Kutu Sayısı D_i	Örneklem Uygunsuz. oranı $\hat{p}_i$
1	12	0.24	17	10	0.20
2	15	0.30	18	5	0.10
3	8	0.16	19	13	0.26
4	10	0.20	20	11	0.22
5	4	0.08	21	20	0.40
6	7	0.14	22	18	0.36
7	16	0.32	23	24	0.48
8	9	0.18	24	15	0.30
9	14	0.28	25	9	0.18
10	10	0.20	26	12	0.24
11	5	0.10	27	7	0.14
12	6	0.12	28	13	0.26
13	17	0.34	29	9	0.18
14	12	0.24	30	6	0.12
15	22	0.44		347	$\overline{p} = 0.2313$
16	8	0.16			

$n = 50$ olarak alınmıştır.

Değişken Örneklem Boyutu

- Uyumsuzluk oranı için bazı kontrol diyagramları uygulamalarında, örneklem, zamanın bazı periyotlarında sürecin %100'üdür. Her bir periyotta farklı sayılarda ürün üretildiğinde, kontrol diyagramları o zaman bir değişken örneklem büyüklüğüne sahip olur.
- Değişken örneklem büyüklüğüne sahip bir kontrol diyagramının inşasında ve işletilmesinde üç yaklaşım vardır.
- Birincisi Değişken Genişlikte Kontrol Limitleri kullanmaktır. Eğer n_i ile i.örneklemin büyüklüğü gösterilirse üst ve alt kontrol limitleri için;

$$\bar{p} \pm 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n_i}}$$

Değişken Örneklem Boyutu

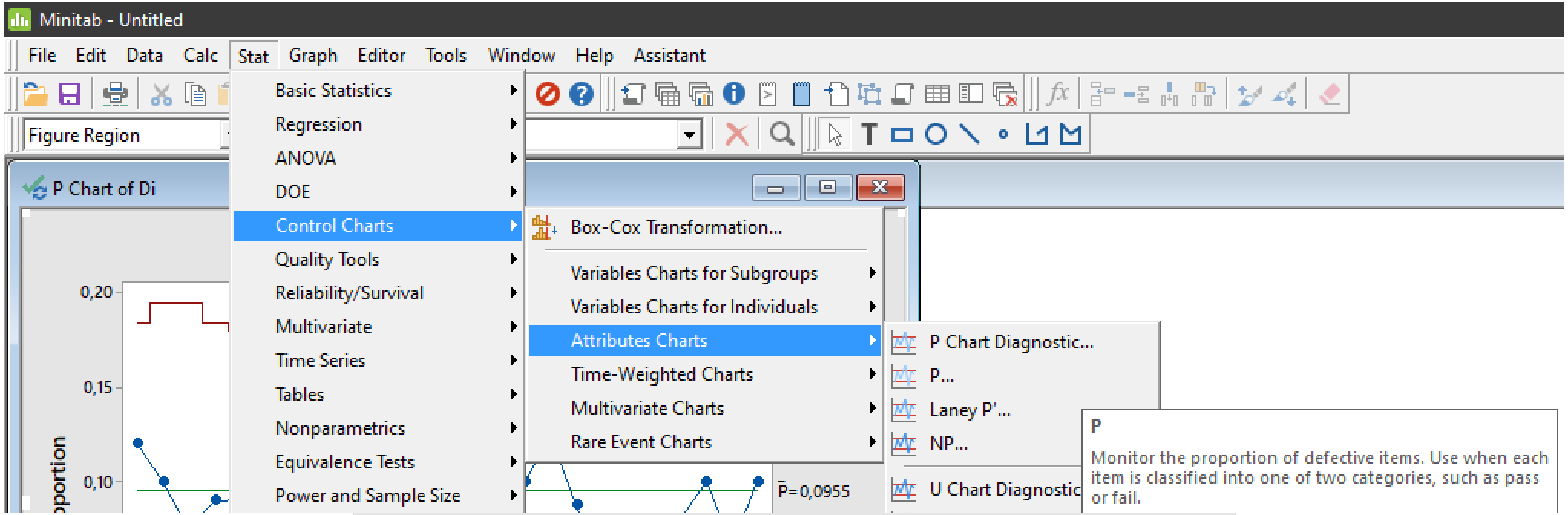
$$\bar{p} \pm 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n_i}}$$

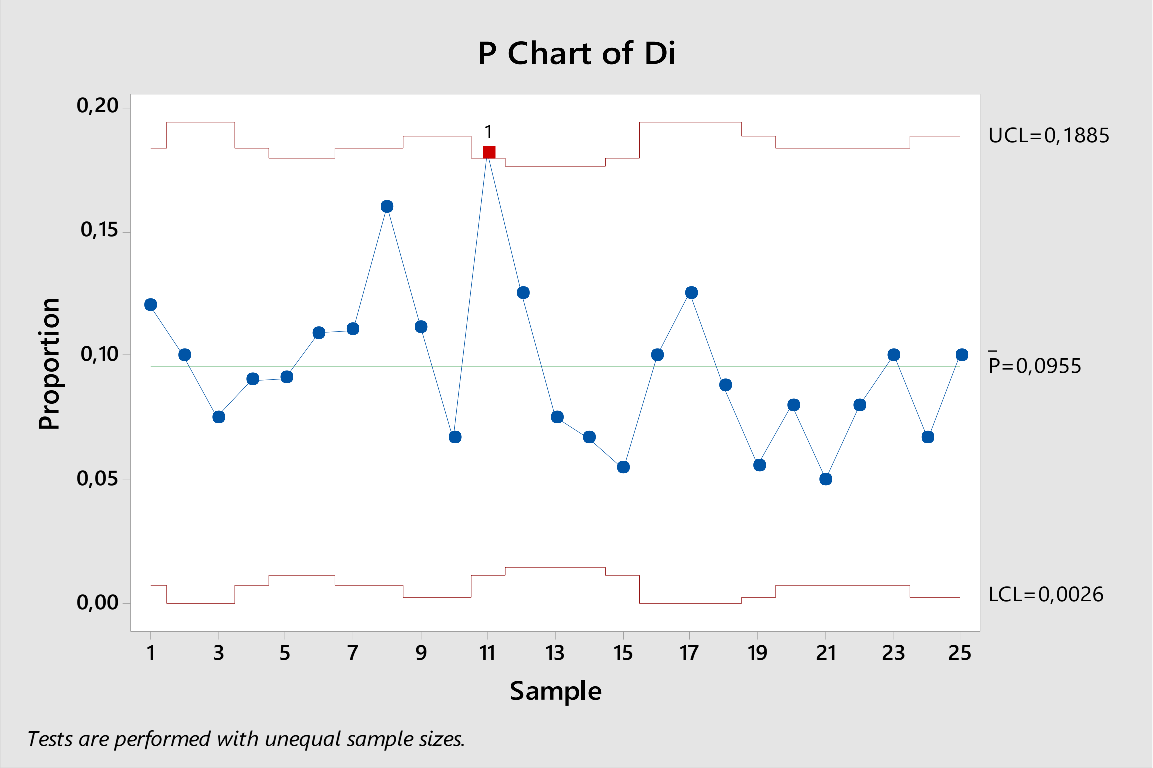
$$\bar{p} = \frac{234}{2450} = 0{,}096$$

$$\text{UCL} = \bar{p} + 3\hat{\sigma}_{\hat{p}} = 0{,}096 + 3\sqrt{\frac{0{,}096(0{,}904)}{n_i}}$$

$$\text{LCL} = \bar{p} - 3\hat{\sigma}_{\hat{p}} = 0{,}096 - 3\sqrt{\frac{0{,}096(0{,}904)}{n_i}}$$

Örn.nu. i	Örn.bü. n_i	Uygun olm. # D_i	Oran $\hat{p} = D_i/n_i$	Std.Sapma $\hat{\sigma}_{\hat{p}} = \sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n_i}}$	Kontrol Limitleri LCL	UCL
1	100	12	0.120	0.029	0.009	0.183
2	80	8	0.100	0.033	0	0.195
3	80	6	0.075	0.033	0	0.195
4	100	9	0.090	0.029	0.009	0.183
5	110	10	0.091	0.028	0.012	0.180
6	110	12	0.109	0.028	0.012	0.180
7	100	11	0.110	0.029	0.009	0.183
8	100	16	0.160	0.029	0.009	0.183
9	90	10	0.110	0.031	0.003	0.189
10	90	6	0.067	0.031	0.003	0.189
11	110	20	0.182	0.028	0.012	0.180
12	120	15	0.125	0.027	0.015	0.177
13	120	9	0.075	0.027	0.015	0.177
14	120	8	0.067	0.027	0.015	0.177
15	110	6	0.055	0.028	0.012	0.180
16	80	8	0.100	0.033	0	0.195
17	80	10	0.125	0.033	0	0.195
18	80	7	0.088	0.033	0	0.195
19	90	5	0.056	0.031	0.003	0.189
20	100	8	0.080	0.029	0.009	0.183
21	100	5	0.050	0.029	0.009	0.183
22	100	8	0.080	0.029	0.009	0.183
23	100	10	0.100	0.029	0.009	0.183
24	90	6	0.067	0.031	0.003	0.189
25	90	9	0.100	0.031	0.003	0.189
	2450	234	2.383			


Minitab - Untitled
File Edit Data Calc Stat Graph Editor Tools Window Help Assistant
Figure Region
P Chart of Di
Basic Statistics
Regression
ANOVA
DOE
Control Charts
Quality Tools
Reliability/Survival
Multivariate
Time Series
Tables
Nonparametrics
Equivalence Tests
Power and Sample Size
Box-Cox Transformation...
Variables Charts for Subgroups
Variables Charts for Individuals
Attributes Charts
Time-Weighted Charts
Multivariate Charts
Rare Event Charts
P Chart Diagnostic...
P...
Laney P'...
NP...
U Chart Diagnostic
P
Monitor the proportion of defective items. Use when each item is classified into one of two categories, such as pass or fail.
P̄=0,0955


P Chart of Di
Proportion
Sample
UCL=0,1885
P̄=0,0955
LCL=0,0026
Tests are performed with unequal sample sizes.

Değişken Örneklem Boyutu

- İkincisi ortalama örneklem büyüklüğü ile çalışmaktır. Ortalama örneklem büyüklüğü, $\bar{n}$, veriden hesaplandıktan sonra (örneğimizde $2450/25 = 98$) aşağıdaki formülle alt ve üst kontrol limitleri hesaplanabilir:

$$\bar{p} \pm 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{\bar{n}}}$$

- Üçüncü yaklaşım ise standardize kontrol diyagramlarıdır. Burada p bilinmiyor ise $\bar{p}$ kullanılır.

$$Z_i = \frac{\hat{p}_i - p}{\sqrt{\frac{p(1-p)}{n_i}}}$$

Çalışma Karakteristik (OC) Fonksiyonu ve Ortalama Çalışma Uzunluğu (ARL)

- Bir UO kontrol diyagramının OC fonksiyonu, hatalı bir şekilde doğru kabul edilen (tip-II hata veya β) istatistiksel kontrol hipotezinin olasılığının grafiksel gösterimidir.
- OC eğrisi, kontrol diyagramının duyarlılığını ölçer. Bu, sürecin nominal değeri olan $\bar{p}$ nin belirli bir p değerine sıçramasının tespiti yeteneği demektedir.
- D ile uygun olmayan parça sayısı olup, tip II hata olasılığı yani β, aşağıdaki şekilde hesaplanabilir:

$$\beta = P\{\hat{p} < \mathrm{UCL} | p\} - P\{\hat{p} \le \mathrm{LCL} | p\}$$
$$= P\{D < n\mathrm{UCL} | p\} - P\{D \le n\mathrm{LCL} | p\}$$

D, n ve p parametreli binom dağılımına uyduğundan β değeri kümülatif binom dağılımı ile de hesaplanabilir.

LCL negatif olduğunda sıfıra eşit olacağından bu durumda yukarıdaki hesap sadece UCL kullanılarak yapılır.

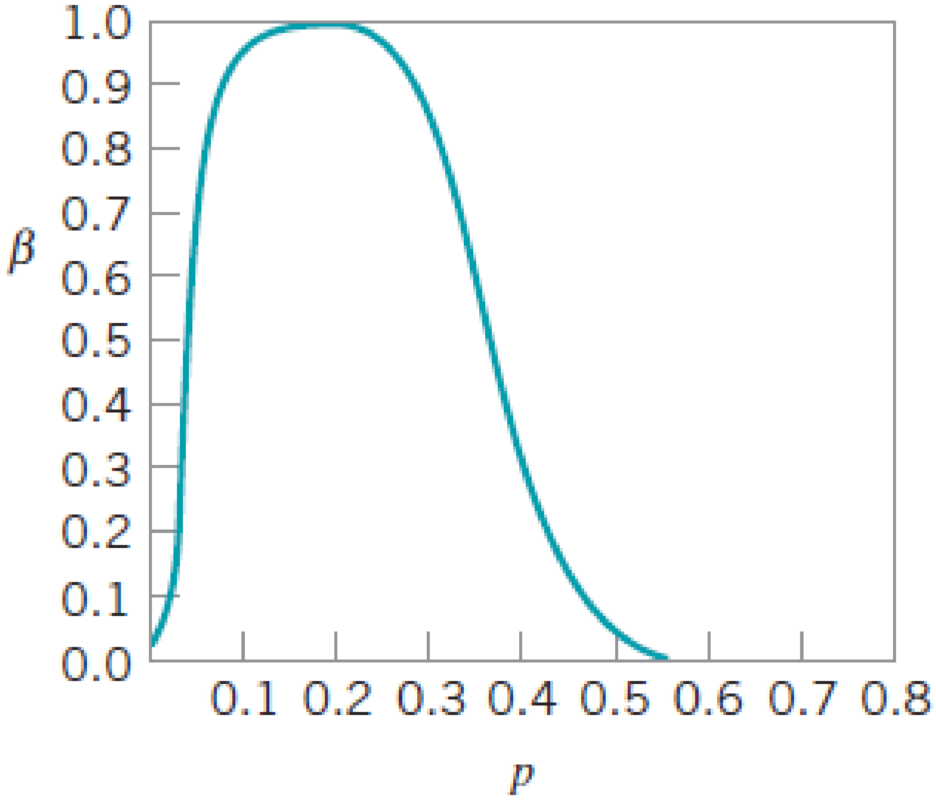
Çalışma Karakteristik (OC) Fonksiyonu ve Ortalama Çalışma Uzunluğu (ARL)

- OC eğrisi oluşturmak için belirli bir n, LCL ve UCL değerlerine göre çizilmiş tablolar kullanılabilir.
- Örneğin $n = 50$, $\mathrm{LCL} = 0{,}0303$ ve $\mathrm{UCL} = 0{,}3697$ için yandaki gibi bir tablo hazırlanabilir.
- Ancak binom dağılımı kullanıldığından (kesikli olduğu için) $n\mathrm{LCL}$ ve $n\mathrm{UCL}$ değerleri sırasıyla 1 ve 18 alınacaktır.

p	$P\{D \le 18 \mid p\}$	$P\{D \le 1 \mid p\}$	$\beta = P\{D \le 18 \mid p\} - P\{D \le 1 \mid p\}$
0.01	1.0000	0.9106	0.0894
0.03	1.0000	0.5553	0.4447
0.05	1.0000	0.2794	0.7206
0.10	1.0000	0.0338	0.9662
0.15	0.9999	0.0029	0.9970
0.20	0.9975	0.0002	0.9973
0.25	0.9713	0.0000	0.9713
0.30	0.8594	0.0000	0.8594
0.35	0.6216	0.0000	0.6216
0.40	0.3356	0.0000	0.3356
0.45	0.1273	0.0000	0.1273
0.50	0.0325	0.0000	0.0325
0.55	0.0053	0.0000	0.0053

Tablodan oluşturulan OC grafiği sonraki yansıda verilmiştir.

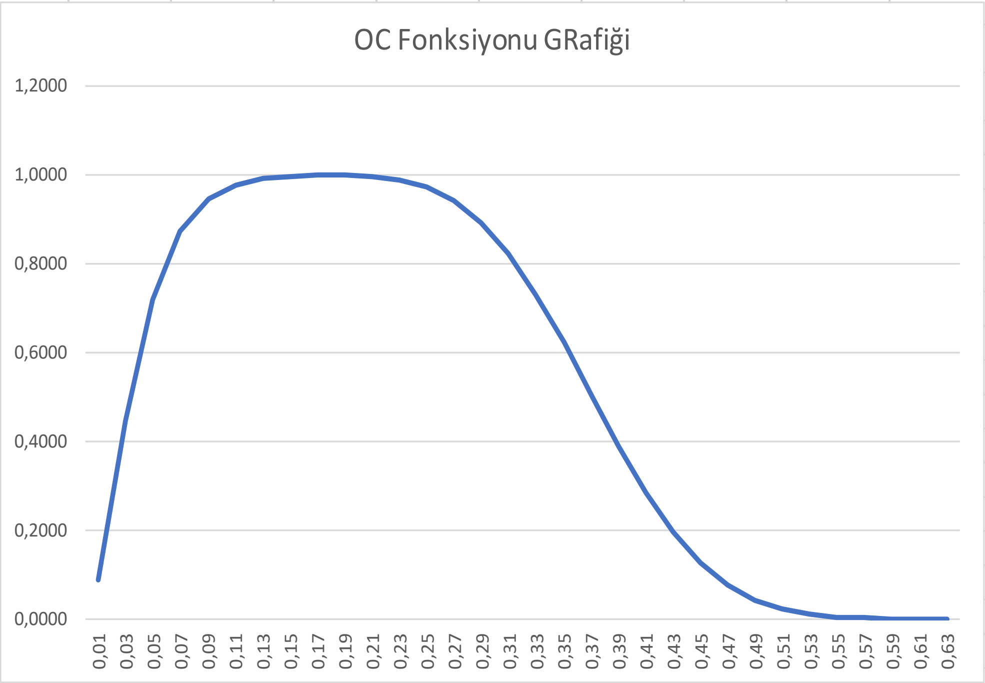
Çalışma Karakteristik (OC) Fonksiyonu ve Ortalama Çalışma Uzunluğu (ARL)



Çalışma Karakteristik (OC) Fonksiyonu ve Ortalama Çalışma Uzunluğu (ARL)

n	50
LCL	0,03
UCL	0,37

p	P(D<=18|p)	P(D<=1|p)	Beta
0,01	1,0000	0,9106	0,0894
0,03	1,0000	0,5553	0,4447
0,05	1,0000	0,2794	0,7206
0,07	1,0000	0,1265	0,8735
0,09	1,0000	0,0532	0,9468
0,11	1,0000	0,0212	0,9788
0,13	1,0000	0,0080	0,9920
0,15	0,9999	0,0029	0,9970
0,17	0,9997	0,0010	0,9987
0,19	0,9987	0,0003	0,9983
0,21	0,9955	0,0001	0,9954
0,23	0,9878	0,0000	0,9877
0,25	0,9713	0,0000	0,9713
0,27	0,9410	0,0000	0,9410
0,29	0,8920	0,0000	0,8920
0,31	0,8214	0,0000	0,8214
0,33	0,7297	0,0000	0,7297
0,35	0,6216	0,0000	0,6216
0,37	0,5051	0,0000	0,5051
0,39	0,3899	0,0000	0,3899
0,41	0,2848	0,0000	0,2848
0,43	0,1963	0,0000	0,1963
0,45	0,1273	0,0000	0,1273
0,47	0,0775	0,0000	0,0775
0,49	0,0441	0,0000	0,0441
0,51	0,0234	0,0000	0,0234
0,53	0,0116	0,0000	0,0116
0,55	0,0053	0,0000	0,0053
0,57	0,0022	0,0000	0,0022
0,59	0,0009	0,0000	0,0009
0,61	0,0003	0,0000	0,0003
0,63	0,0001	0,0000	0,0001



$$\beta = P\{\hat{p} < \mathrm{UCL}|p\} - P\{\hat{p} \le \mathrm{LCL}|p\}$$
$$= P\{D < n\mathrm{UCL}|p\} - P\{D \le n\mathrm{LCL}|p\}$$

Çalışma Karakteristik (OC) Fonksiyonu ve Ortalama Çalışma Uzunluğu (ARL)

- Burada aynı zamanda UO kontrol diyagramları için ARL de hesaplanabilir.
- Her hangi bir Shewhart kontrol diyagramı için ARL hesabı;
  - Eğer süreç gözlemleri arasında korelasyon yok ise $\mathrm{ARL} = 1/p$ olarak hesaplanır ki burada p her hangi bir noktanın kontrol limitleri dışında kalma olasılığıdır.

Kontrol altındaki süreç için

$$\mathrm{ARL}_0 = \frac{1}{\alpha}$$

Kontrol altında olmayan süreç için

$$\mathrm{ARL}_1 = \frac{1}{1-\beta}$$

- α ve β olasılıkları binom dağılımı ile direkt olarak hesaplanabildiği gibi OC eğrilerinden de hesaplanabilir.

Çalışma Karakteristik (OC) Fonksiyonu ve Ortalama Çalışma Uzunluğu (ARL)

- Örneğin $n = 5$, $\mathrm{UCL} = 0.3697, \quad \mathrm{LCL} = 0.0303$ ve $\bar{p} = 0.20$ olup yansı-24 de verilen ölçümler için OC grafiğinden $\beta = 0.9973$ ölçülür. (Aslında grafikte 0.19 ve 0.21 var, 0.20 yok.)
- Bu durumda $\alpha = 1 - \beta = 1 - 0.9973 = 0.0027$ olur.
- $\mathrm{ARL}_0 = \frac{1}{\alpha} = \frac{1}{0.0027} \cong 370$ olur ki, bu değer eğer süreç kontrol altında ise 370 örnekte bir yanlış kontrol dışına çıkma sinyali verecektir.

Çalışma Karakteristik (OC) Fonksiyonu ve Ortalama Çalışma Uzunluğu (ARL)

- Şimdi ise sürecin $p = 0.30$ kontrol dışına çıktığını farz edelim.
- Bu durumda $\beta = 0.8594$ olur ve $\mathrm{ARL}_1 = \frac{1}{1-\beta} = \frac{1}{1-0.8594} \cong 7$ olur ki, bu sıçramanın tespiti için ortalama olarak 7 örnek alınması gerektiğini göstermektedir.

Uygunsuzluklar İçin Kontrol Grafikleri (Kusurlar)

- Uygun olmayan bir ürün, söz konusu ürün için bir veya daha fazla teknik özelliği karşılamayan bir ürün demektir. Bir özelliğin karşılanmadığı her bir nokta, bir kusur veya uygunsuzlukla sonuçlanır.
- Sonuç olarak, uygun olmayan bir ürün en az bir uygunsuzluk içerebilir.
- Bununla birlikte, niteliklerine ve ciddiyetlerine bağlı olarak, bir birimin birkaç uygunsuzluk içermesi ve uygunsuzluk olarak SINIFLANDIRILMAMASI oldukça mümkündür.
  - Örnek olarak, kişisel bilgisayarlar ürettiğimizi varsayalım. Her birimin kabin kaplamasında bir veya daha fazla çok küçük kusuru olabilir ve bu kusurlar ünitenin işlevsel çalışmasını ciddi bir şekilde etkilemediğinden, uygun olarak sınıflandırılabilir.
  - Bununla birlikte, bu kusurların çok fazla olması durumunda, kişisel bilgisayar uygunsuz olarak sınıflandırılmalıdır, çünkü kusurlar müşteri tarafından çok fark edilebilir ve ünitenin satışını etkileyebilir.
- Doğrudan uygunsuzluk oranı yerine doğrudan hata sayısı veya uygunsuzluklarla çalışmayı tercih ettiğimiz birçok pratik durum vardır.
  - 100 m petrol boru hattındaki kusurlu kaynakların sayısını, bir uçak kanadındaki kırık perçinlerin sayısını, bir elektronik mantık cihazındaki işlevsel kusurların sayısını, bir belgedeki hataların sayısını ve benzerlerini içerir.

Uygunsuzluklar İçin Kontrol Grafikleri (Kusurlar)

- Bir üründeki toplam uygunsuzluk sayısı veya ürün başına ortalama uygunsuzluk sayısı için kontrol grafikleri geliştirmek mümkündür.
- Bu kontrol çizelgeleri genellikle sabit büyüklükteki numunelerde uygunsuzlukların ortaya çıkmasının Poisson dağılımı ile iyi modellenmiş olduğunu varsayar.

$$p(x) = \frac{e^{-c} c^{x}}{x!} \qquad x = 0,\ 1,\ 2,\ \ldots$$

- Burada x ile uygun olmayan ürün sayısı ve c ise Poisson parametresidir. c parametresi dağılım hem ortalaması hem de varyansıdır. Bu sebeple üç sigma kontrol limitleri, şayet anakütle parametresi biliniyorsa;

$$\begin{aligned} \mathrm{UCL} &= c + 3\sqrt{c} \\ \text{Center line } &= c \\ \mathrm{LCL} &= c - 3\sqrt{c} \end{aligned}$$

Şayet LCL negatif değer olursa $\mathrm{LCL} = 0$ yapılır.

Kusur Sayısı (c) Kontrol Diyagramı

Control Chart for Nonconformities: Standard Given

$$
\begin{aligned}
\mathrm{UCL} &= c + 3\sqrt{c} \\
\text{Center line} &= c \\
\mathrm{LCL} &= c - 3\sqrt{c}
\end{aligned}
\tag{7.16}
$$

Control Chart for Nonconformities: No Standard Given

$$
\begin{aligned}
\mathrm{UCL} &= \bar{c} + 3\sqrt{\bar{c}} \\
\text{Center line} &= \bar{c} \\
\mathrm{LCL} &= \bar{c} - 3\sqrt{\bar{c}}
\end{aligned}
\tag{7.17}
$$

Uygunsuzluklar İçin Kontrol Grafikleri (Kusurlar)

- Eğer anakütle parametresi verilmez ise c parametresi, örneklemlerin uygun olmayan ürün sayısının ortalaması yani $\bar{c}$ olarak alınır ve limitler aşağıdaki gibi olur:

$$\text{UCL} = \bar{c} + 3\sqrt{\bar{c}}$$

$$\text{Center line} = \bar{c}$$

$$\text{LCL} = \bar{c} - 3\sqrt{\bar{c}}$$

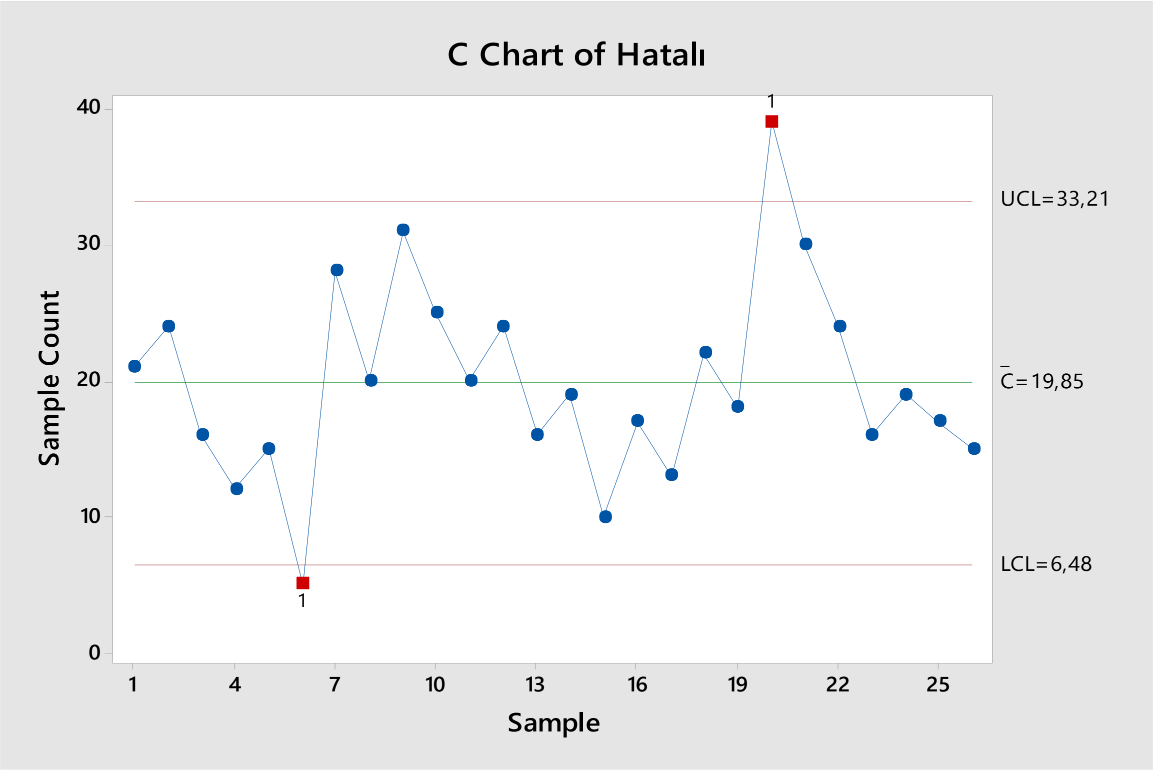
Uygunsuzluklar İçin Kontrol Grafikleri (Kusurlar)

Örnek-3: Devre levhaları üretiminde alınan örneklemlere ait veriler:

Örneklem Numarası	Hatalı Ürün Sayısı	Örneklem Numarası	Hatalı Ürün Sayısı
1	21	14	19
2	24	15	10
3	16	16	17
4	12	17	13
5	15	18	22
6	5	19	18
7	28	20	39
8	20	21	30
9	31	22	24
10	25	23	16
11	20	24	19
12	24	25	17
13	16	26	15

Uygunsuzluklar İçin Kontrol Grafikleri (Kusurlar)

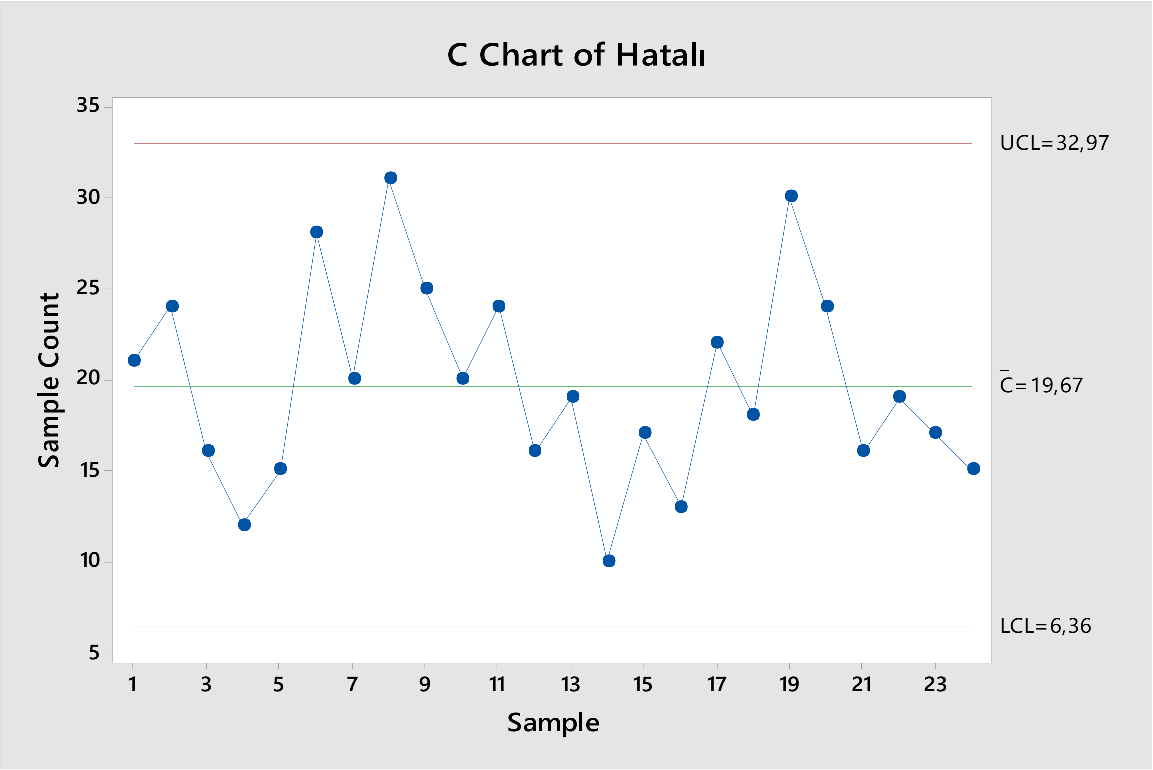
Örnek-3



Burada 6'ncı ve 20'nci örneklem kusurlu ürün sayısının limitlerin dışında kaldığı görülmektedir.
6'ncı örneklemi inceleyen kontrol işçisi, elektronik kart üzerindeki birkaç hatayı görememiştir.
20 örneklem probleminin ise lehim makinesindeki aşırı ısınmadan kaynaklandığı görülmüştür.
Her iki problem de giderilerek, bu örneklemlere ait veriler dışarıda bırakılmış ve kontrol diyagramı yeniden çizilmiştir.

Uygunsuzluklar İçin Kontrol Grafikleri (Kusurlar)

Örnek-3



Görüldüğü gibi hatalı örneklemler dışarıda tutulduğunda oluşan yeni center line LCL ve UCL yandaki c −kontrol diyagramında görülmektedir.

Uygunsuzluklar İçin Kontrol Grafikleri (Kusurlar)

Örnek-3

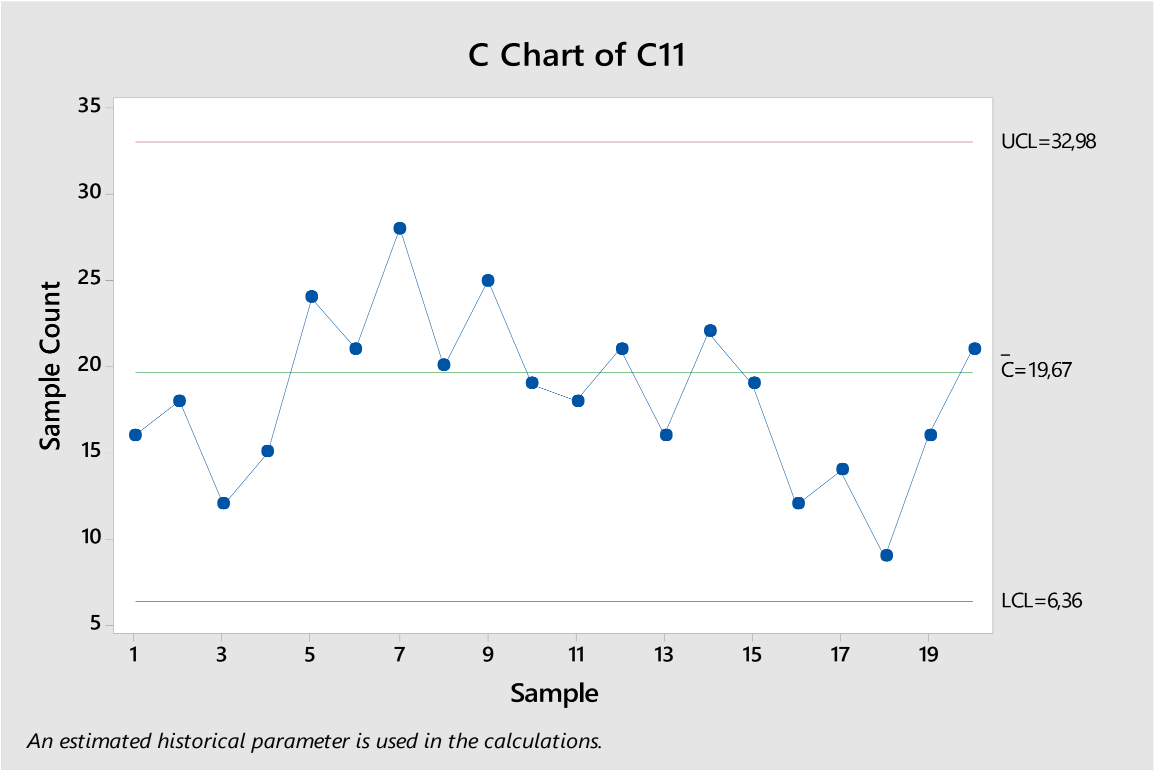
- Yeni veriler gelmeye devam etmektedir:

Örneklem Numarası	Hatalı Ürün Sayısı	Örneklem Numarası	Hatalı Ürün Sayısı
27	16	37	18
28	18	38	21
29	12	39	16
30	15	40	22
31	24	41	19
32	21	42	12
33	28	43	14
34	20	44	9
35	25	45	16
36	19	46	21

Uygunsuzluklar İçin Kontrol Grafikleri (Kusurlar)

Örnek-3

- Daha önce hatalar giderildikten sonra belirlenen yeni center line,LCL ve UCL ile yeni verileri c $-$kontrol diyagramında gösterirsek sürecin kontrol altında olduğunu görürüz.



Uygunsuzluklar İçin Kontrol Grafikleri (Kusurlar)

- Ancak kusurlu ürün sayısı hala yüksektir. Daha ileri analizler gerekmektedir.
- Farz edin ki, 500 kart üzerinde yapılan incelemelerde 16 değişik hata türü tespit edilmiştir. Ancak bunlardan özellikle iki tanesinin, toplam hatanın %60 olduğu anlaşılmıştır:
  - Hata-10 (Yetersiz Lehim Miktarı) %40
  - Hata-9 (Lehim Soğuk Birleşme Problemi) %20
- Her iki sorun da lehimleme süreci ile ilgili problemlerdir.

Uygunsuzluklar İçin Kontrol Grafikleri (Kusurlar)

- İncelenen elektronik kart basma hattında farklı tiplerde kart basıldığından aslında hangi tip kartta sorun olduğunun belirlenmesi uygun olacaktır.
- Aşağıdaki parça bazlı incelemede her iki hatanın da 0001285 parçasında yapıldığı görülmüştür.

Parça Nu.	Hata-1	Hata-2	Hata-3	Hata-4	Hata-5	Hata-6	Hata-7	Hata-8	Hata-9	Hata-10	Hata-11	Hata-12	Hata-13	Hata-14	Hata-15	Hata-16	Hata-17	Toplam
0001285	1	0	0	0	0	1	0	5	20	40	0	0	0	2	1	1	0	71
Genel%	1,02	0,00	0,00	0,00	0,00	1,02	0,00	5,10	20,41	40,82	0,00	0,00	0,00	2,04	1,02	1,02	0,00	72,45
Satır%	1,41	0,00	0,00	0,00	0,00	1,41	0,00	7,04	28,17	56,32	0,00	0,00	0,00	2,82	1,41	1,41	0,00	
Sütun%	50,00	0,00	0,00	0,00	0,00	100,00	0,00	71,43	100,00	100,00	0,00	0,00	0,00	66,67	33,33	100,00	0,00	
0001481	1	2	2	6	3	0	1	2	0	0	5	1	1	1	2	0	0	27
Genel%	1,02	2,04	6,12	3,06	0,00	0,00	1,02	2,04	0,00	0,00	5,10	1,02	1,02	1,02	2,04	0,00	0,00	27,55
Satır%	3,70	7,41	22,22	11,11	0,00	0,00	3,70	7,41	0,00	0,00	18,52	3,70	3,70	3,70	7,41	0,00	0,00	
Sütun%	50,00	100,00	100,00	100,00	100,00	0,00	100,00	28,57	0,00	0,00	100,00	100,00	100,00	33,33	66,67	0,00	0,00	
0006429	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Genel%	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Satır%	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	
Sütun%	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	
Toplam	**2**	**2**	**2**	**6**	**3**	**1**	**1**	**7**	**20**	**40**	**5**	**1**	**1**	**3**	**3**	**1**	**0**	**98**
%	2,04	2,04	2,04	6,12	3,06	1,02	1,02	7,14	20,41	40,82	5,10	1,02	1,02	3,06	3,06	1,02	0,00	100,00

Demerit Sistemleri

- Otomobiller, bilgisayarlar veya beyaz eşyalar gibi karmaşık ürünlerde, genellikle birçok farklı türde uygunsuzluk veya kusur ortaya çıkabilir.
- Bu tür kusurların hepsi eşit derecede önemli değildir. Çok ciddi bir kusuru olan bir ürün birimi muhtemelen gereksinimlere uymayan olarak sınıflandırılır, ancak birkaç küçük kusuru olan bir ünite ise tam tersi uygunsuz olarak işaretlenmeyebilir.
- Bu gibi durumlarda, uygunsuzlukları veya kusurları ciddiyete göre sınıflandırmak ve çeşitli kusur türlerini makul bir şekilde ağırlıklandırmak için bir yönteme ihtiyaç duyulur.
- Özellik verileri için demerit sistemleri bu durumlarda değerli olabilir.

Demerit Sistemleri

- **Aşağıda bir demerit sistemine ait sınıf tanımları verilmiştir:**
- **A Sınıfı Kusurlar** — Çok Ciddi. Ünite ya hizmet için tamamen uygun değildir ya da sahada kolayca düzeltilemeyecek şekilde ya da kişisel yaralanmaya ya da maddi hasara neden olacak şekilde hizmette başarısız olacaktır.
- **B Sınıfı Kusurlar** - Ciddi. Ünite muhtemelen A Sınıfı işletme arızasına maruz kalacak veya kesinlikle daha az ciddi işletme sorunlarına neden olacak veya kesinlikle daha az ömür veya daha yüksek bakım maliyetine sahip olacaktır.
- **C Sınıfı Kusurlar** - Orta derecede Ciddi. Ünite muhtemelen hizmette arıza yapar veya çalışma arızasından daha az ciddi sorunlara neden olur veya muhtemelen ömrü azalır veya bakım maliyetleri artar veya bitirme, görünüm veya iş kalitesinde büyük bir kusur vardır.
- **D Sınıfı Kusurlar** — Minör. Ünite hizmette başarısız olmaz, ancak işin bitişi, görünümü veya kalitesi konusunda küçük kusurlar vardır.

Demerit Sistemleri

- c_{iA}, c_{iB}, c_{iC} ve c_{iD} ile i.kontrol biriminde (kontrol edilen i.parça) tespit edilen A,B,C ve D sınıfı kusur sayıları gösterilsin.
- Burada her bir kusur sınıfı birbirinden bağımsız olduğunu, kusurların ortaya çıkma olayının ise Poisson ile modellendiğini kabul edelim.
- Bu durumda, ilgili kontrol birimindeki demerit sayısı d_i aşağıdaki şekilde yaygın olarak hesaplanır:

$$d_i = 100c_{i\mathrm{A}} + 50c_{i\mathrm{B}} + 10c_{i\mathrm{C}} + c_{i\mathrm{D}}$$

- n kontrol biriminin kullanılması durumunda birim başına düşen demerit sayısı $u_i = D/n$ olur ki burada $D = \sum_{i=1}^{n} d_i$ dir.

Demerit Sistemleri

- u_i, poisson dağılımının doğrusal kombinasyonu olduğundan bir kontrol grafiği olarak gösterilebilir. Bunun için aşağıdaki diyagram parametreleri kullanılır.

$$\bar{u} = 100\bar{u}_A + 50\bar{u}_B + 10\bar{u}_C + \bar{u}_D$$

$$\begin{aligned} \text{UCL} &= \bar{u} + 3\hat{\sigma}_u \\ \text{Center line} &= \bar{u} \\ \text{LCL} &= \bar{u} - 3\hat{\sigma}_u \end{aligned}$$

$$\hat{\sigma}_u = \left[\frac{(100)^2\bar{u}_A + (50)^2\bar{u}_B + (10)^2\bar{u}_C + \bar{u}_D}{n} \right]^{1/2}$$

Birim Başına Kusur Sayısı (u) Kontrol Diyagramı

$$u = \frac{x}{n}$$

x :Toplam uygunsuzluk sayısı
n: Muayene örneği

Control Chart for Average Number of Nonconformities per Unit

$$\begin{aligned} \text{UCL} &= \bar{u} + 3\sqrt{\frac{\bar{u}}{n}} \\ \text{Center line} &= \bar{u} \\ \text{LCL} &= \bar{u} - 3\sqrt{\frac{\bar{u}}{n}} \end{aligned} \tag{7.19}$$

Data on Number of Shipping Errors in a Supply Chain Network

Sample Number (week), i	Sample Size, n	Total Number of Errors (Nonconformities), x_i	Average Number of Errors (Nonconformities) per Unit, $u_i = x_i/n$
1	50	2	0.04
2	50	3	0.06
3	50	8	0.16
4	50	1	0.02
5	50	1	0.02
6	50	4	0.08
7	50	1	0.02
8	50	4	0.08
9	50	5	0.10
10	50	1	0.02
11	50	8	0.16
12	50	2	0.04
13	50	4	0.08
14	50	3	0.06
15	50	4	0.08
16	50	1	0.02
17	50	8	0.16
18	50	3	0.06
19	50	7	0.14
20	50	4	0.08
		74	1.48

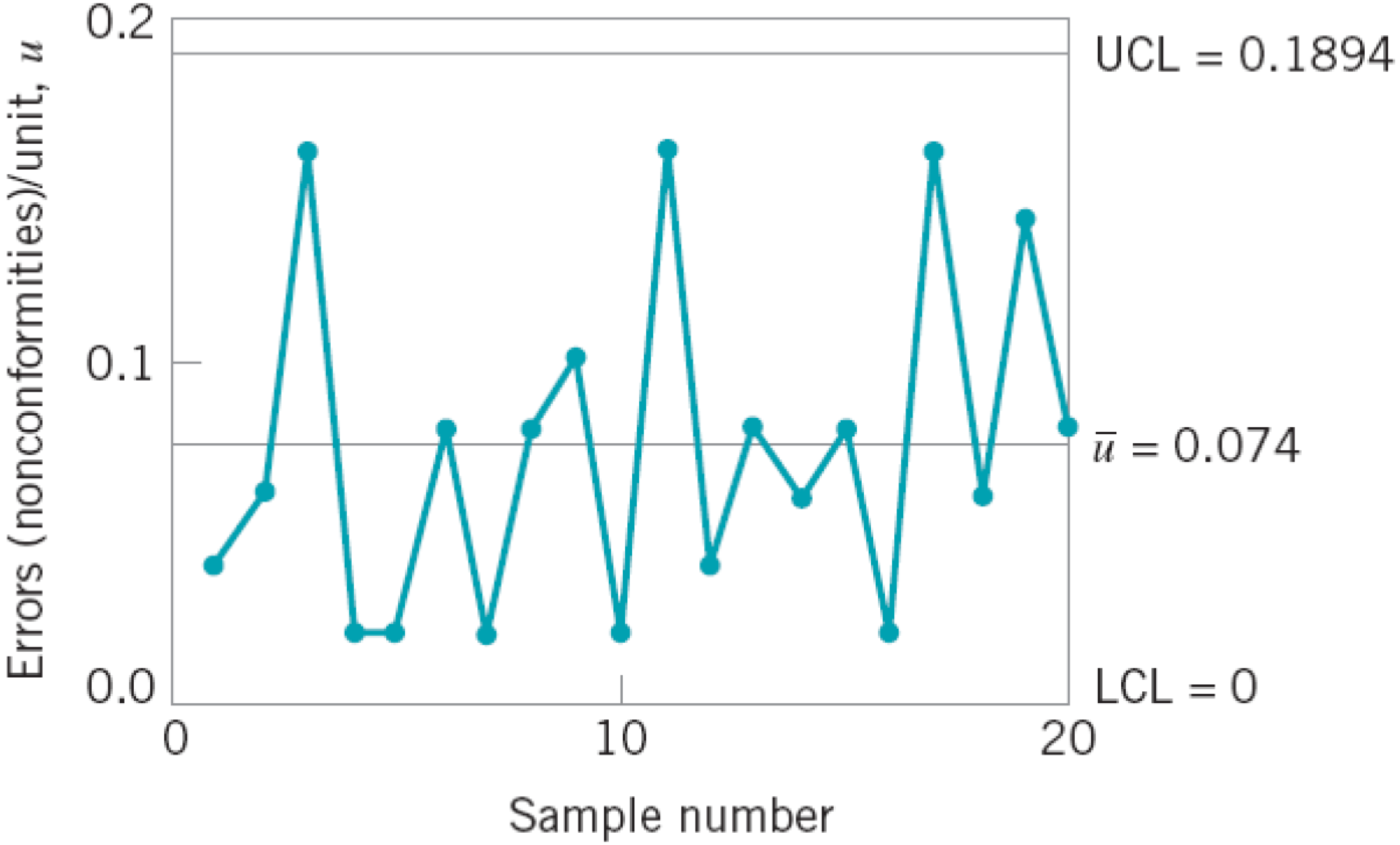


FIGURE 7.16 The control chart for nonconformities per unit from Minitab for Example 7.4.

$$\bar{u} = \frac{\sum_{i=1}^{20} u_i}{20} = \frac{1.48}{20} = 0.0740$$

$$\text{UCL} = \bar{u} + 3\sqrt{\frac{\bar{u}}{n}} = 0.0740 + 3\sqrt{\frac{0.0740}{50}} = 0.1894$$

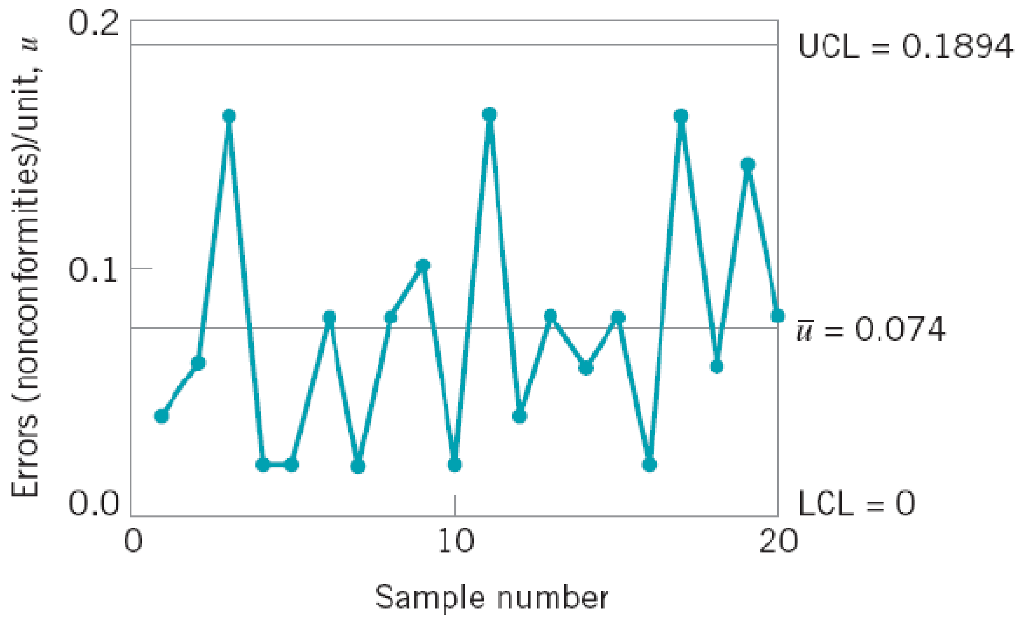
$$\text{Center line} = \bar{u} = 0.0740$$

$$\text{LCL} = \bar{u} - 3\sqrt{\frac{\bar{u}}{n}} = 0.0740 - 3\sqrt{\frac{0.0740}{50}} = -0.0414$$

■ TABLE 7.10

Data on Number of Shipping Errors in a Supply Chain Network

Sample Number (week), i	Sample Size, n	Total Number of Errors (Nonconformities), x_i	Average Number of Errors (Nonconformities) per Unit, $u_i = x_i/n$
1	50	2	0.04
2	50	3	0.06
3	50	8	0.16
4	50	1	0.02
5	50	1	0.02
6	50	4	0.08
7	50	1	0.02
8	50	4	0.08
9	50	5	0.10
10	50	1	0.02
11	50	8	0.16
12	50	2	0.04
13	50	4	0.08
14	50	3	0.06
15	50	4	0.08
16	50	1	0.02
17	50	8	0.16
18	50	3	0.06
19	50	7	0.14
20	50	4	0.08
		74	1.48



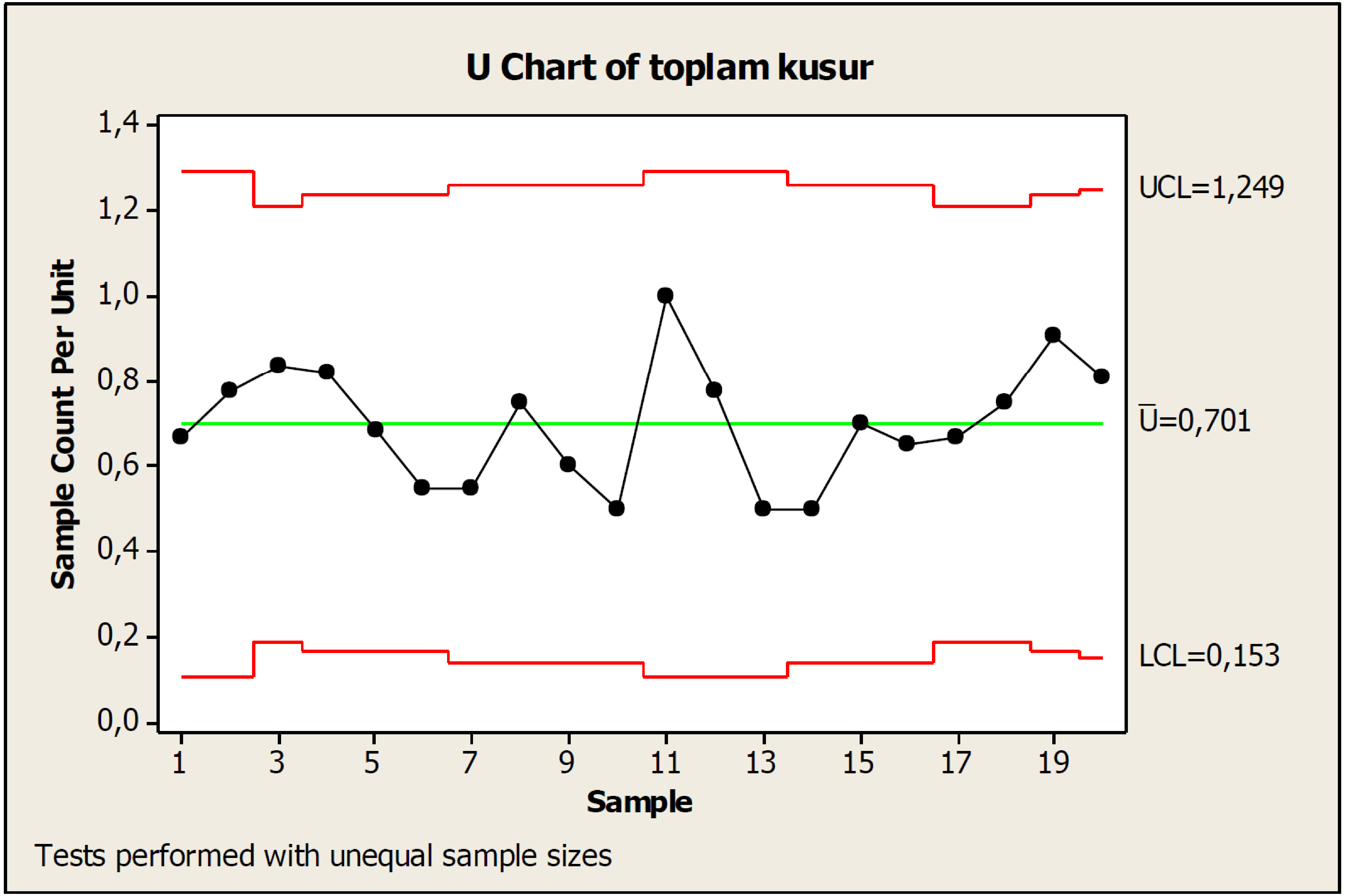
■ **FIGURE 7.16** The control chart for nonconformities per unit from Minitab for Example 7.4.

Bir kağıt fabrikası tamamlanmış kağıtların kontrolü için kontrol diyagramları kullanmaktadır. (Tamamlanmış kağıtlar rulolar halindedir). 20 gün boyunca yapılan kontroller sonunda elde edilen veriler Tablo 2'de sunulmuştur.

Sürecin istatistiksel olarak kontrol altında olup olmadığını belirtiniz?

Tablo 2 Kağıt Fabrikası Rulo Kontrol Değerleri

Gün	Kontrol Edilen Rulo Sayısı	Toplam Kusur Sayısı	Gün	Kontrol Edilen Rulo Sayısı	Toplam Kusur Sayısı
1	18	12	11	18	18
2	18	14	12	18	14
3	24	20	13	18	9
4	22	18	14	20	10
5	22	15	15	20	14
6	22	12	16	20	13
7	20	11	17	24	16
8	20	15	18	24	18
9	20	12	19	22	20
10	20	10	20	21	17



$$CL = \bar{u} = 0.701$$

$$UCL_i = \bar{u} + 3\sqrt{\frac{\bar{u}}{n_i}} = 1.249$$

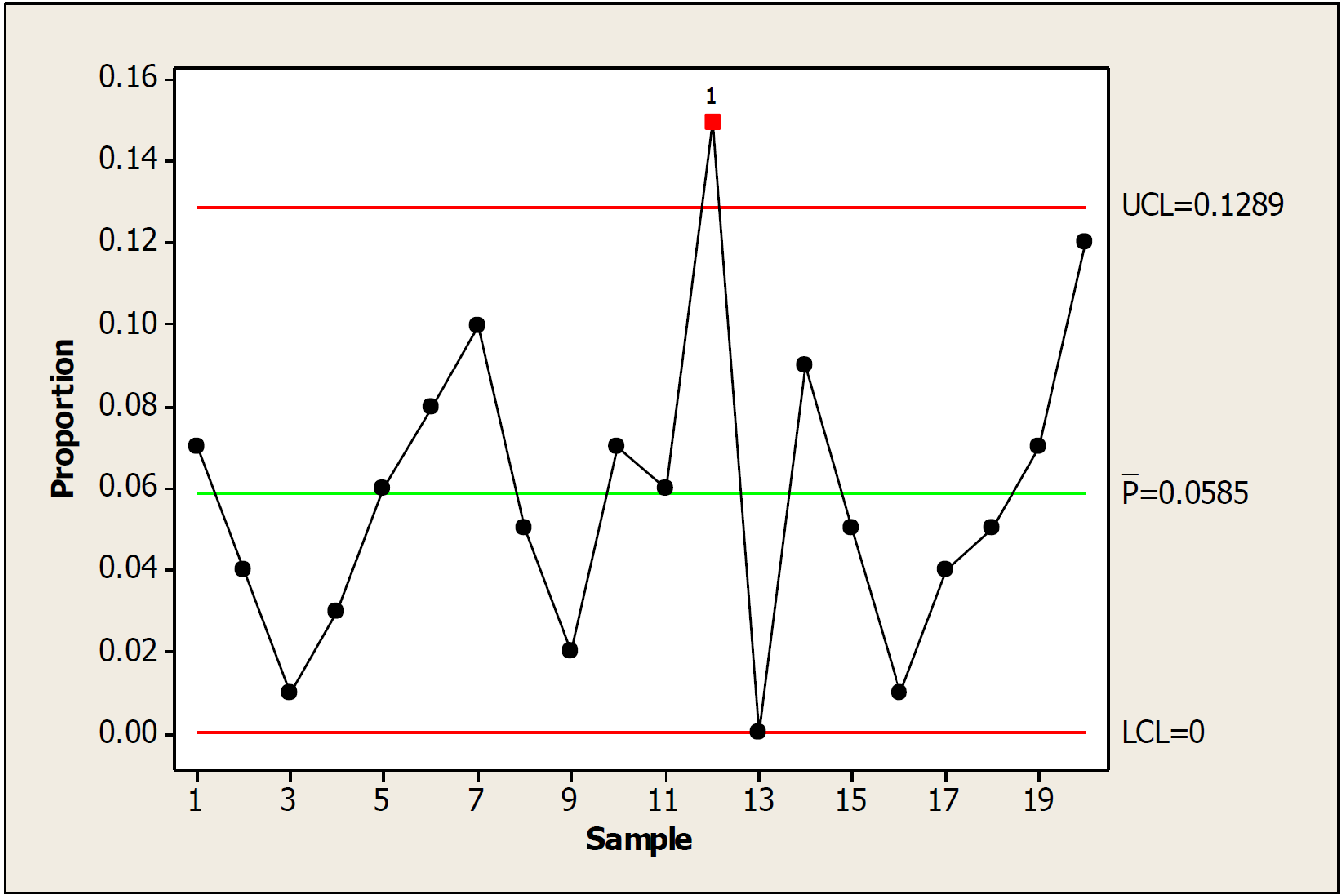
$$UCL_i = \bar{u} - 3\sqrt{\frac{\bar{u}}{n_i}} = 0.153$$

Örnek:

Bir işletmenin örnek hacmi 100 olan rulman yataklarının sızdırmazlık kontrolü için kusurlu sayısı 20 örnek için Tablo 3'de sunulmuştur. Prosesin istatistiksel olarak kontrol altında olup olmadığını belirtiniz?

Tablo 3 Rulman Yatağı Kontrolü Uygunsuzluk Sayısı

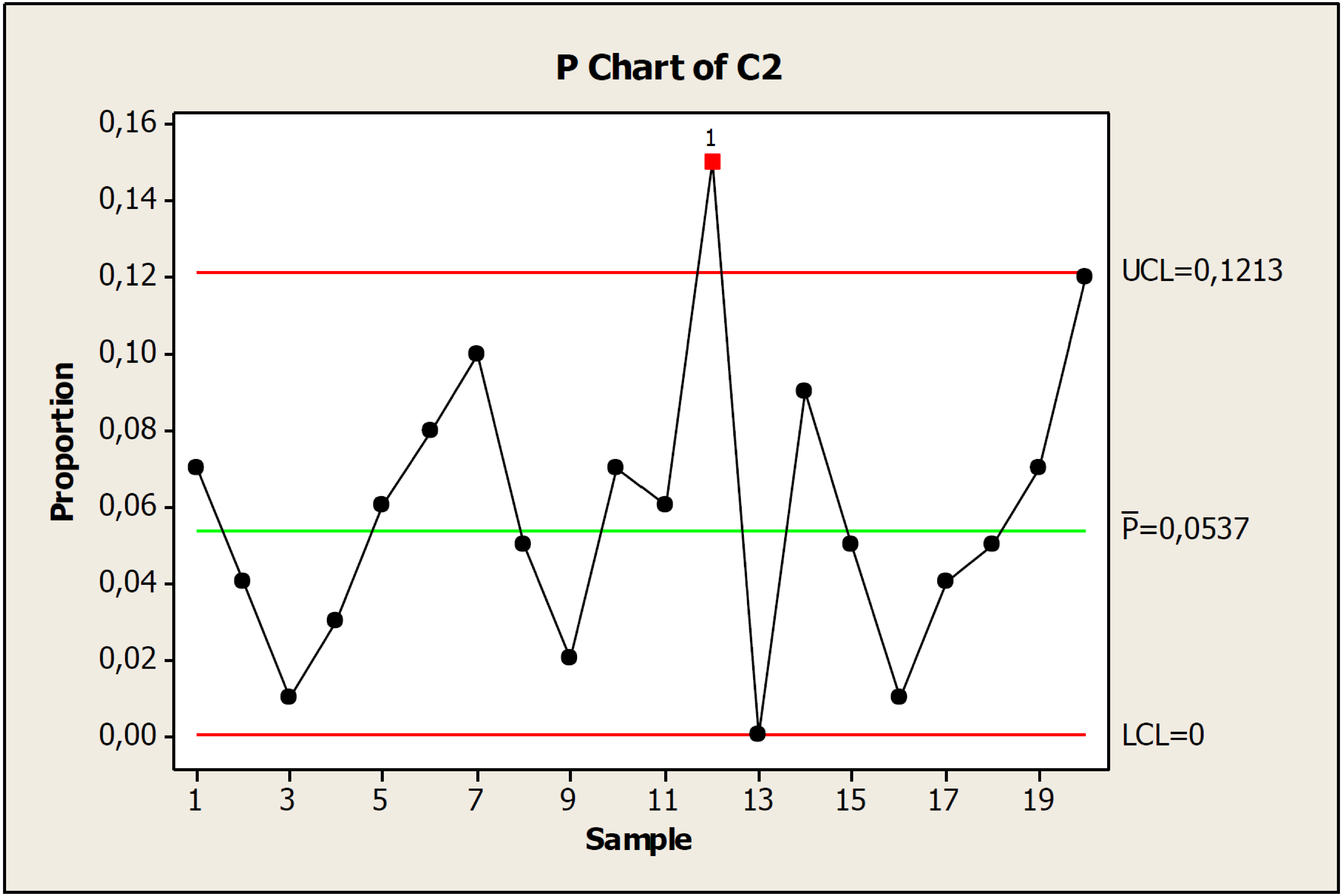
Örnek No	Kusurlu Sayısı	Örnek No	Kusurlu Sayısı
1	7	11	6
2	4	12	15
3	1	13	0
4	3	14	9
5	6	15	5
6	8	16	1
7	10	17	4
8	5	18	5
9	2	19	7
10	7	20	12



12 numaralı örnek için kontrol dışı durumlar var.

Bunların elemine edilerek sınırların yeniden hesaplanması gerekir.

Son durumda kontrol limitleri aşağıdaki gibi olur.

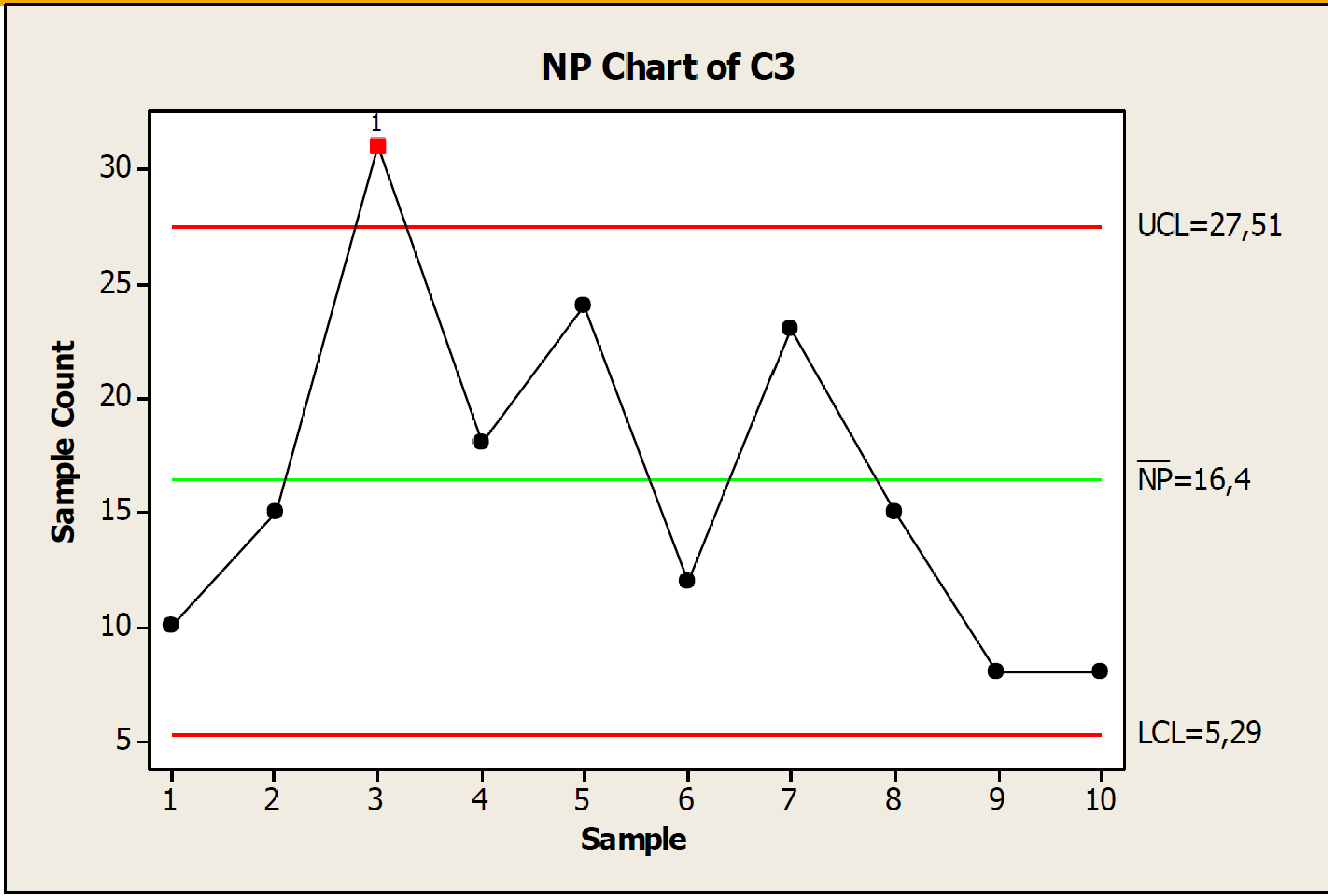


Örnek:

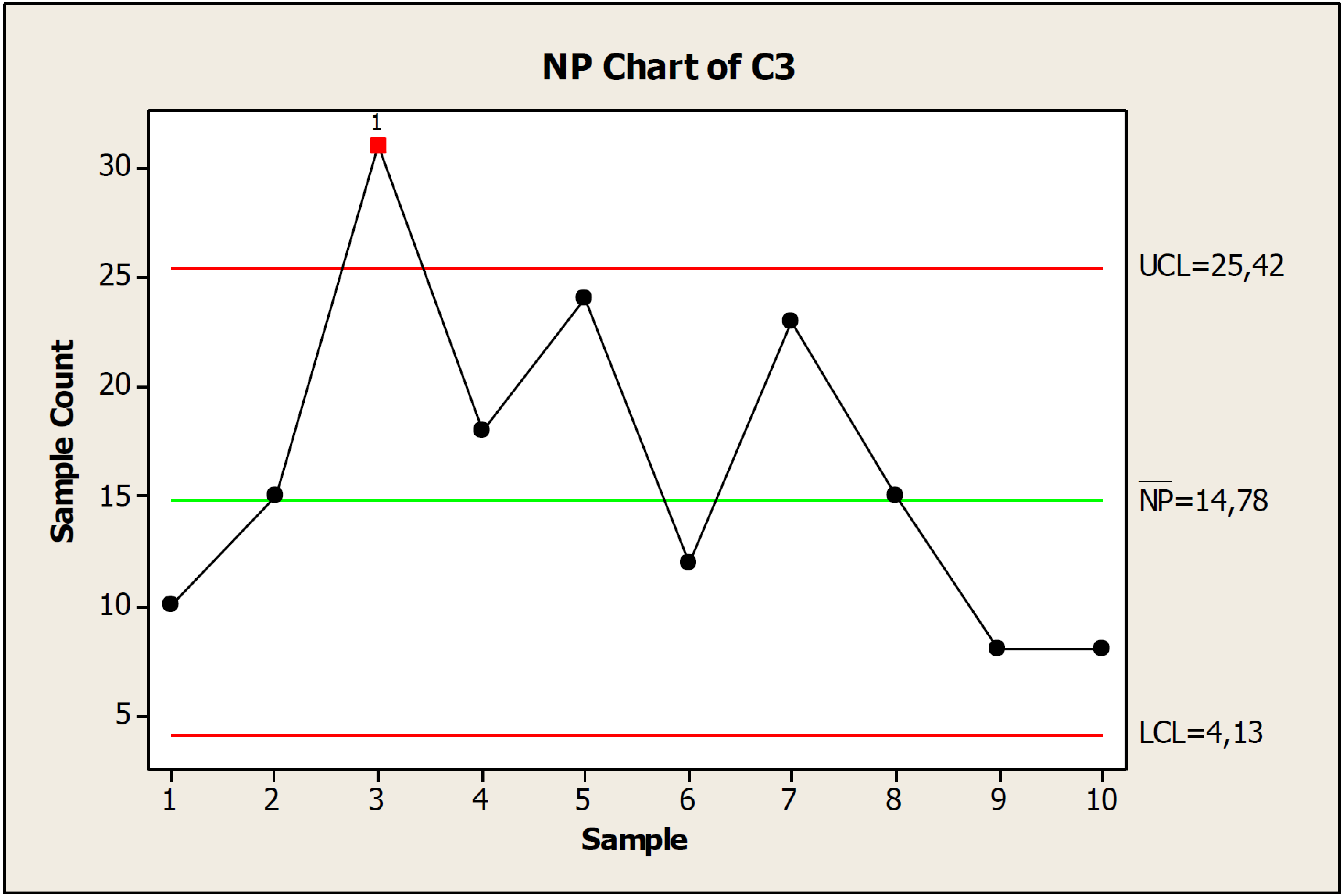
Bir işletmenin örnek hacmi 100 olan örneklerin kontrolü için kusurlu sayıs kontrol diyagramı kullandığını düşünelim. Değerler 10 örnek için Tablo 4'de sunulmuştur. Sürecin istatistiksel olarak kontrol altında olup olmadığını belirtiniz?

Tablo 4 Kusurlu Sayıları

Örnek Numarası	Örnek Hacmi	Kusurlu Sayısı
1	100	10
2	100	15
3	100	31
3	100	18
5	100	24
6	100	12
7	100	23
8	100	15
9	100	8
10	100	8



3 numaralı örnek için kontrol dışı durumlar var. Bunların elemine edilerek sınırların yeniden hesaplanması gerekir.


NP Chart of C3
Sample Count
30
25
20
15
10
5
1
UCL=25,42
$\overline{NP}$=14,78
LCL=4,13
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
Sample

c ve u için Çalışma Karakteristik (OC) Fonksiyonu

- Hem c hem de u diyagramları için OC fonksiyonunu oluşturulurken Poisson dağılımı kullanılabilir.
- c için tip-II β hatası ile GERÇEK kusurlu sayısı c kullanılarak OC eğrisi bulunabilir.

$$\beta = P\{x < \mathrm{UCL} | c\} - P\{x \leq \mathrm{LCL} | c\}$$

- Yukarıdaki hesapta x, parametresi c olan poisson dağılımlı rassal değişkendir. LCL değerinini sıfırdan küçük olması durumunda ikinci terim düşer.

c ve u için Çalışma Karakteristik (OC) Fonksiyonu

- u için tip-II β hatası ise aşağıdaki şekilde bulunur.

$$\beta = \sum_{x=(n\mathrm{LCL})}^{(n\mathrm{UCL})} \frac{e^{-nu}(nu)^x}{x!}$$

- Burada $(n\mathrm{LCL})$ ile $n\mathrm{LCL}$ değerine eşit veya büyük en küçük tamsayı, $(n\mathrm{UCL})$ ile de $n\mathrm{UCL}$ değerine eşit veya küçük en büyük tamsayı gösterilmektedir.

Özellik veya Değişken için Kontrol Diyagramlarından Hangisi Seçilmeli?

- Özellik veya değişken kontrol diyagramlarından hangisinin seçilmesi gerektiği bazen çok açık olabildiği gibi, bazen de bulanık olabilir.
- **Özellik kontrol diyagramları**, birçok kalite özelliğinin birlikte düşünülebilmesi ve ünitenin herhangi bir spesifikasyonu karşılayamaması halinde uygun olmayan olarak sınıflandırılması avantajına sahiptir. Yani uyumsuzluğun ne çeşit bir uyumsuzluk olduğuna bakılmaksızın KUSURLU olarak ayrılabilme avantajı sağlar ki bu da pahalı ve zaman alıcı bazı tekniklerden kaçınılması konusunda avantaj sağlar.

Özellik veya Değişken için Kontrol Diyagramlarından Hangisi Seçilmeli?

- **Değişken için kontrol diyagramları**, süreç performansı hakkında bir özellik kontrol şemasına göre çok daha yararlı bilgiler sağlar. İşlem ortalaması ve değişkenliği hakkında doğrudan bilgi elde edilir. Ek olarak, değişkenler kontrol diyagramları, noktalar kontrolden çıktığında, genellikle bu kontrol dışı sinyalin potansiyel nedenine göre çok daha fazla bilgi sağlanır. Bir işlem yeteneği çalışması için, değişkenler için kontrol diyagramları hemen hemen her zaman özellik kontrol diyagramlarına tercih edilir. Bunun istisnaları, çok sınırlı sayıda uygunsuzluk kaynağının bulunduğu makineler veya operatörler tarafından üretilen uygunsuzluklarla ilgili çalışmalar veya doğrudan işlem verimleri ve serpintileriyle ilgili çalışmalardır.

Özellik veya Değişken için Kontrol Diyagramlarından Hangisi Seçilmeli?

- Değişken için kontrol diyagramları hatalı ürün üretilmeden hatayı yakaladığından, özellikler için kullanılan kontrol diyagramlarına göre daha iyidir. Özellikler için kullanılan kontrol diyagramları ise hatalı oran izlediklerinden hata oluştuktan sonra yakalar.