

İSTATİSTİK

ile Hipotez Testi
Bir Örnek

Telif Hakkı © 2015, 2012, 2009 Pearson Education, Inc. Tüm Hakları Saklıdır

Bölüm Anahattı

- Hipotez Testine Giriş
- Hipotez testinin adımları
- Ortalama için Hipotez Testi (Geniş örneklem)
- Ortalama için Hipotez Testi (Küçük örneklem)
- Oranlar için Hipotez Testi

GİRİŞ

- İstatistiksel bir hipotez, bir nüfus hakkında bir ifadedir parametre.
- Parametre, bir bütünün özelliğini tanımlayan bir değerdir. nüfus, popülasyon parametresinin dikkate alınan popülasyonun veya nesnelerin ortalama, varyans, standart sapma, mod, medyan veya oranından oluştuğu anlamına gelir.
- İşletme, pazarlama, tıp, tarım ve eğitim gibi çeşitli alanlardaki araştırmacılar ve bilim adamları, örneklem bilgilerine dayalı olarak popülasyon parametreleri hakkında kararlar almak için hipotez testinden yararlanır.

İSTATİSTİKSEL HİPOTEZ TESTİ

İstatistiksel hipotezlerin bazı örnekleri aşağıda verilmiştir:

- Bir sınıftaki öğrencilerin ortalama yaşı 26,5'tir.
- Gözlük kullananların oranı, kontakt lens kullananların oranının neredeyse dört katıdır.
- Belirli bir model otomobilin çeşitli yol ve trafik koşullarındaki yakıt tüketimindeki değişim 100 km'de 0,76 litredir.
- Pili üreticisi, belirli şarj edilebilir pil türleri için ortalama şarj döngüsü sayısının yaklaşık 900 şarj döngüsü olduğunu iddia etmektedir.
- Final haftasında öğrencilerin üniversite kütüphanesinde geçirdikleri haftalık ortalama saat sayısı 1818 saattir.

HİPOTEZ TESTİNDEKİ ADIMLAR

- İstatistiksel ifadeleri test etmek için aşağıdaki adımlar izlenebilir:
- 1. Adım: Boş ve alternatif hipotezleri belirtin
- 2. Adım: Bir önem düzeyi seçin
- 3. Adım: Test istatistiğini tanımlayın
- 4. Adım: Bir karar kuralı formüle edin
- 5. Adım: Bir numune alın ve kararı verin

Adım 1: Sıfır ve Alternatif Hipotezleri Belirtin

- H_0 : sıfır hipotezi
- H_1 : alternatif hipotez
- Bir popülasyon parametresini test etmek için, biri iddiayı temsil eden, diğeri ise onun tamamlayıcısı olan bir çift hipotezi dikkatlice belirtmelisiniz.
- Bu hipotezlerden biri yanlış olduğunda diğeri doğru olmalıdır.

DEFINITION

1. A **null hypothesis** H_0 is a statistical hypothesis that contains a statement of equality, such as \leq , $=$, or \geq .
 2. The **alternative hypothesis** H_a is the complement of the null hypothesis. It is a statement that must be true if H_0 is false and it contains a statement of strict inequality, such as $>$, \neq or $<$.
- H_0 is read as "H sub-zero" or "H naught" and H_a is read as "H sub-a."

Adım 1: Sıfır ve Alternatif Hipotezleri Belirtin

- Sıfır ve alternatif hipotezleri yazmak için, popülasyon parametresi hakkında öne sürülen iddiayı sözlü bir ifadeden matematiksel bir ifadeye çevirin. Ardından, tamamlayıcısını yazın.

$$\begin{cases} H_0: \mu = k \\ H_a: \mu \neq k \end{cases} \quad \begin{cases} H_0: \mu \geq k \\ H_a: \mu < k \end{cases} \quad \begin{cases} H_0: \mu \leq k \\ H_a: \mu > k \end{cases}$$

- p veya o, o2 gibi diğer popülasyon parametrelerini test etmek için benzer ifadeler yapılabilir.

Adım 1: Sıfır ve Alternatif Hipotezleri Belirtin

Verbal Statement H_0 The mean is ...	Mathematical Statements	Verbal Statement H_a The mean is ...
... greater than or equal to k. ... at least k. ... not less than k.	$\begin{cases} H_0: \mu \geq k \\ H_a: \mu < k \end{cases}$... less than k. ... below k. ... fewer than k.
... less than or equal to k. ... at most k. ... not more than k.	$\begin{cases} H_0: \mu \leq k \\ H_a: \mu > k \end{cases}$... greater than k. ... above k. ... more than k.
... equal to k. ... k. ... exactly k.	$\begin{cases} H_0: \mu = k \\ H_a: \mu \neq k \end{cases}$... not equal to k. ... different from k. ... not k.

Adım 1: Sıfır ve Alternatif Hipotezleri Belirtin

- Bir okul, müfredat dışı en az bir etkinliğe katılan öğrencilerin oranının %61 olduğunu duyurur.

$$H_0: p = 0.61 \quad (\text{Claim})$$

$$H_a: p \neq 0.61$$

- Bir otomobil bayisi, ortalama yağ değişime süresinin 15 dakikadan az olduğunu duyurur.

$$H_0: \mu \geq 15 \text{ minutes}$$

$$H_a: \mu < 15 \text{ minutes} \quad (\text{Claim})$$

- Bir şirket, fırınlarının ortalama ömrünün 18 yıldan fazla olduğunu ilan ediyor.

$$H_0: \mu \leq 18 \text{ years}$$

$$H_a: \mu > 18 \text{ years} \quad (\text{Claim})$$

Adım 1: Sıfır ve Alternatif Hipotezleri Belirtin

- Varsayalım ki kalite kontrol mühendisi, üretim süreci boyunca belli bir silindirik makine parçasının çapıyla ilgilenmektedir.

- Bu sırada silindirik makine parçasının çapı bir olasılık dağılımı ile tanımlansın ve kalite kontrol mühendisinin silindirik parçanın ortalama çapıyla ilgilendiğini varsayalım.

- Özellikle kalite kontrol mühendisi, silindirik makine parçasının ortalama çapının 25 milimetre olup olmadığına karar vermekle ilgilenir.

$$H_0: \mu = 25 \text{ milimeters}$$

$$H_1: \mu \neq 25 \text{ milimeters}$$

- kalite kontrol mühendisi, 25 milimetreden büyük veya 25 milimetreden küçük olabilen silindirik parçanın çapını belirtebilir.

$$H_0: \mu = 25 \text{ milimeters}$$

$$H_1: \mu > 25 \text{ milimeters}$$

$$H_0: \mu = 25 \text{ milimeters}$$

$$H_1: \mu < 25 \text{ milimeters}$$

2. Adım: Önem Düzeyini Seçin

- Eşitlik koşulunun sağlandığı varsayılarak bir hipotez testi başlatılır. sıfır hipotezi doğrudur.

- Bir hipotez testi yaptığınızda iki karardan birini verirsiniz:

- boş hipotezi reddetmek veya 2.
- boş hipotezi reddetmekte başarısız olmak.

2. Adım: Önem Düzeyini Seçin

- Kararınız popülasyonun tamamına değil de bir örneğe dayalı olduğundan, yanlış karar verme olasılığınız her zaman vardır.

- Örneğin, belirli bir madeni paranın adil olmadığını iddia ettiğinizi varsayalım.

- İddianızı test etmek için yazı turasını 100 kez atarsınız ve 49 tura alırsınız ve 51 yazı.

– İddianızı desteklemek için yeterli kanıtınız olmadığını muhtemelen kabul edeceksiniz.

- Ama madeni parayı 100 kez çevirirsiniz ve 21 tura ve 79 yazı alırsınız ne olur?

– Yani, madeni paranın olmadığını iddianızı desteklemek için muhtemelen yeterli kanıtınız var. Adil değil.



2. Adım: Önem Düzeyini Seçin

DEFINITION

A **type I error** occurs if the null hypothesis is rejected when it is true.

A **type II error** occurs if the null hypothesis is not rejected when it is false.

Decision	Truth of H_0	
	H_0 is true.	H_0 is false.
Do not reject H_0 .	Correct decision	Type II error
Reject H_0 .	Type I error	Correct decision

2. Adım: Önem Düzeyini Seçin

Örnek: I. Tip ve II. Tip Hataları Belirleme

- Salmonella için ABD Tarım Bakanlığı (USDA) sınırı tavuk için kontaminasyon% 20'dir. Bir et müfettişi, bir şirket tarafından üretilen tavuğun USDA sınırını aştığını bildirdi.
- Etin olup olmadığını belirlemek için bir hipotez testi yaparsınız. müfettişin iddiası doğrudur.
- Bir tip I veya tip II hatası ne zaman ortaya çıkacak? Hangisi daha ciddi?

Çözüm $H_0: p \leq 0.2$ The proportion is less than or equal to 20%.
 $H_a: p > 0.2$ (Claim) The proportion is greater than 20%.

2. Adım: Önem Düzeyini Seçin

- Kirlenmiş tavuğun gerçek oranı 0,2'den küçük veya eşitse, ancak H_0 'ı reddederseniz bir tip I hatası oluşur.
- Kirlenmiş tavuğun gerçek oranı 0,2'den büyükse, ancak H_0 'ı reddetmezseniz bir tip II hatası oluşur.
- I. tip bir hatayla, bir sağlık korkusu yaratabilir ve USDA limitlerini fiilen karşılayan tavuk üreticilerinin satışlarına zarar verebilirsiniz.
- Tip II hatayla, USDA kontaminasyon sınırını aşan tavuğun tüketicilere satılmasına izin veriyor olabilirsiniz.
- Tip II hata daha ciddidir çünkü hastalığa veya ölüm bile.

2. Adım: Önem Düzeyini Seçin

	H_0 is true	H_0 is false
Reject the null hypothesis (H_0)	Type I error (α)	Correct decision
Fail to reject the null hypothesis (H_0)	Correct decision	Type II error (β)

DEFINITION

In a hypothesis test, the **level of significance** is your maximum allowable probability of making a type I error. It is denoted by α , the lowercase Greek letter alpha.

The probability of a type II error is denoted by β , the lowercase Greek letter beta.

3. Adım: Test İstatistiğini Tanımlayın

- Sıfır hipotezindeki parametre ile karşılaştırılan istatistiğe test istatistiği denir.
- Kullanılan test türü ve örneklem dağılımı, _____ test istatistiği

Population parameter	Test statistic	Standardized test statistic
μ	\bar{x}	z (Section 7.2, $n \geq 30$), t (Section 7.3, $n < 30$)
p	\hat{p}	z (Section 7.4)
σ^2	s^2	χ^2 (Section 7.5)

- Tek bir normal popülasyonun ortalaması (μ) için hipotez testinde ve popülasyonun standart sapması σ biliniyorsa, test istatistiği z aşağıdaki gibi elde edilebilir;

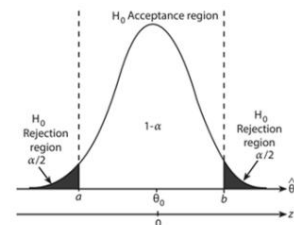
$$z = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}}$$

4. Adım: Bir Karar Kuralı Oluşturun

- Hipotez tezi veya istatistiksel karar kuralları, sıfır hipotezinin (H_0) α anlamlılık düzeyinde reddedilmesi veya kabul edilmesi anlamına gelir.
- Test istatistiklerinin kritik değeri reddi belirtir veya ayırır ve hipotez tezinin kabul bölgesi.
- Kritik değerler α anlamlılık düzeyine bağlıdır,

$$H_0: \mu = k$$

$$H_a: \mu \neq k$$



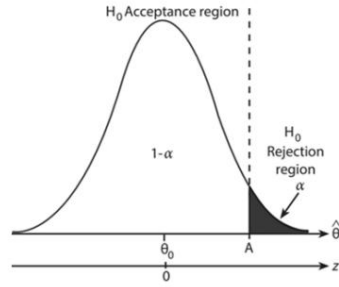
Kritik Değerler
ve Kabul ve Red

bölge için
İki Taraflı
Testler

4. Adım: Bir Karar Kuralı Oluşturun

$$H_0: \mu \leq k$$

$$H_a: \mu > k$$

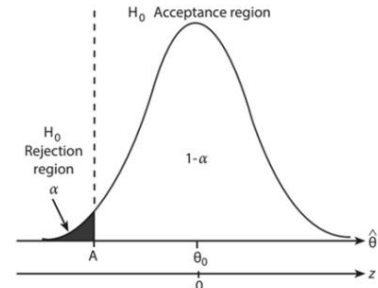


Kritik Değerler ve Kabul ve
Tek Taraflı Doğru Masal için Reddetme Bölgesi

4. Adım: Bir Karar Kuralı Oluşturun

$$H_0: \mu \geq k$$

$$H_a: \mu < k$$



Kritik Değerler ve Kabul ve
Tek Taraflı Sol Masal için Reddetme Bölgesi

4. Adım: Bir Karar Kuralı Oluşturun

1. Bir okul, müfredat dışı en az bir etkinliğe katılan öğrencilerin oranının %61 olduğunu duyurur.

$$H_0: p = 0.61 \quad (\text{Claim})$$

iki kuyruklu bir hipotez testi.

$$H_a: p \neq 0.61$$

2. Bir otomobil bayisi, ortalama yağ değiştirme süresinin 15 dakikadan az olduğunu duyurur.

$$H_0: \mu \geq 15 \text{ minutes}$$

sol kuyruklu hipotez testi

$$H_a: \mu < 15 \text{ minutes} \quad (\text{Claim})$$

3. Bir şirket, fırınlarının ortalama ömrünün 18 yıldan fazla olduğunu ilan ediyor.

$$H_0: \mu \leq 18 \text{ years}$$

sağ kuyruklu hipotez testi

$$H_a: \mu > 18 \text{ years} \quad (\text{Claim})$$

5. Adım: Örnek Bilgileri Kullanın ve Karar Verin

• Bir hipotez testinin yalnızca iki olası sonucu vardır:

- (1) boş hipotezi reddetmek ve – (2) boş hipotezi reddetmekte başarısız olmak.

Decision	Claim	
	Claim is H_0 .	Claim is H_a .
Reject H_0 .	There is enough evidence to reject the claim.	There is enough evidence to support the claim.
Fail to reject H_0 .	There is not enough evidence to reject the claim.	There is not enough evidence to support the claim.

Gözden geçirmek

• ÖRNEK - Hipotezleri Yazmak

• Bir tıbbi araştırma ekibi, yeni bir cerrahi tedavinin faydalarını araştırıyor. İddialardan biri, yeni tedavi sonrası hastaların ortalama iyileşme süresinin 96 saatten az olduğu yönünde. Eğer sıfır ve alternatif hipotezleri nasıl yazardınız?

• (1) araştırma ekibindesiniz ve iddiayı desteklemek mi istiyorsunuz?

$$H_0: \mu \geq 96$$

$$H_a: \mu < 96 \quad (\text{Claim})$$

• (2) rakip bir takımdasınız ve iddiayı reddetmek mi istiyorsunuz?

$$H_0: \mu \leq 96 \quad (\text{Claim})$$

$$H_a: \mu > 96$$

Ortalama için Hipotez Testi (Geniş örneklem)

25

Ortalama için Hipotez Testi (Geniş örneklem)

- Normal popülasyon VEYA rastgele örnek büyük ($n \geq 30$)
- Tek bir normal popülasyonun ortalaması (μ) için hipotez testinde ve popülasyonun standart sapması σ biliniyorsa, test istatistiği z aşağıdaki gibi elde edilebilir;

$$z = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}}$$

Karar Vermek için P-değerlerini Kullanma

DECISION RULE BASED ON P-VALUE

To use a P -value to make a conclusion in a hypothesis test, compare the P -value with α .

- If $P \leq \alpha$, then reject H_0 .
- If $P > \alpha$, then fail to reject H_0 .

Örnek: Bir P değerini yorumlama

- Hipotez testi için P değeri $P = 0,0237$ 'dir. Kararın nedir anlamlılık düzeyi ise $\alpha = 0,05$?
- Çözüm
- $0,0237 < 0,05$ olduğu için sıfır hipotezini reddetmelisiniz. $\alpha = 0,01$?
- Çözüm
- $0,0237 > 0,01$ olduğu için sıfır hipotezini reddedemezsiniz.

Bir Hipotez Testi için P-değerini Bulma

- Hipotez testinin standart test istatistiğini ve test istatistiğinin karşılık gelen alanını belirledikten sonra, P değerini bulmak için aşağıdakilerden birini yapın.
- Sol kuyruklu bir test için, $P =$ (Sol kuyruktaki alan).
- Sağ kuyruklu bir test için, $P =$ (Sağ kuyruktaki alan).
- İki kuyruklu bir test için, $P = 2 \times$ (Standartlaştırılmış test istatistiğinin kuyruğundaki alan).

Örnek: Sol Kuyruklu Test için P değerini bulma

- Test istatistiği $z = -2.23$ olan bir sol kuyruklu hipotez testi için P değerini bulun. Anlamlılık düzeyi $\alpha = 0.01$ ise H_0 'ı reddetmeye karar verin.
- Çözüm
- Sol kuyruklu bir test için, $P =$ (Sol kuyruktaki alan)

Örnek: Sol Kuyruklu Test için P değerini bulma

$P = 1 - 0.9871$
 $P = 0.0129$

Because $0.0129 > 0.01$, you should fail to reject H_0 .

TABLE A.2 Cumulative normal distribution (continued)

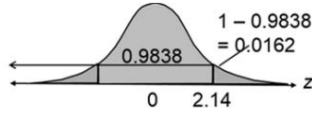
z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
1.0	.2420	.2429	.2438	.2447	.2456	.2465	.2474	.2483	.2492	.2501
1.1	.2508	.2517	.2526	.2535	.2544	.2553	.2562	.2571	.2580	.2589
1.2	.2596	.2605	.2613	.2622	.2631	.2640	.2648	.2657	.2666	.2675
1.3	.2683	.2691	.2699	.2708	.2716	.2724	.2732	.2741	.2749	.2758
1.4	.2766	.2774	.2782	.2790	.2798	.2806	.2814	.2822	.2830	.2838
1.5	.2846	.2854	.2862	.2870	.2878	.2886	.2894	.2902	.2910	.2918
1.6	.2926	.2934	.2942	.2950	.2958	.2966	.2974	.2982	.2990	.2998
1.7	.3005	.3013	.3021	.3029	.3037	.3045	.3053	.3061	.3069	.3077
1.8	.3085	.3093	.3101	.3109	.3117	.3125	.3133	.3141	.3149	.3157
1.9	.3166	.3174	.3182	.3190	.3198	.3206	.3214	.3222	.3230	.3238
2.0	.3246	.3254	.3262	.3270	.3278	.3286	.3294	.3302	.3310	.3318
2.1	.3326	.3334	.3342	.3350	.3358	.3366	.3374	.3382	.3390	.3398
2.2	.3406	.3414	.3422	.3430	.3438	.3446	.3454	.3462	.3470	.3478
2.3	.3486	.3494	.3502	.3510	.3518	.3526	.3534	.3542	.3550	.3558
2.4	.3566	.3574	.3582	.3590	.3598	.3606	.3614	.3622	.3630	.3638
2.5	.3646	.3654	.3662	.3670	.3678	.3686	.3694	.3702	.3710	.3718
2.6	.3726	.3734	.3742	.3750	.3758	.3766	.3774	.3782	.3790	.3798
2.7	.3806	.3814	.3822	.3830	.3838	.3846	.3854	.3862	.3870	.3878
2.8	.3886	.3894	.3902	.3910	.3918	.3926	.3934	.3942	.3950	.3958
2.9	.3966	.3974	.3982	.3990	.3998	.4006	.4014	.4022	.4030	.4038
3.0	.4046	.4054	.4062	.4070	.4078	.4086	.4094	.4102	.4110	.4118
3.1	.4126	.4134	.4142	.4150	.4158	.4166	.4174	.4182	.4190	.4198
3.2	.4206	.4214	.4222	.4230	.4238	.4246	.4254	.4262	.4270	.4278
3.3	.4286	.4294	.4302	.4310	.4318	.4326	.4334	.4342	.4350	.4358
3.4	.4366	.4374	.4382	.4390	.4398	.4406	.4414	.4422	.4430	.4438
3.5	.4446	.4454	.4462	.4470	.4478	.4486	.4494	.4502	.4510	.4518
3.6	.4526	.4534	.4542	.4550	.4558	.4566	.4574	.4582	.4590	.4598

Örnek: İki Kuyruklu Test için P-değerini Bulma

- Test istatistiği $z = 2.14$ olan iki kuyruklu bir hipotez testi için P değerini bulun. Anlamlılık düzeyi $\alpha = 0.05$ ise H_0 'ı reddetmeye karar verin.

Çözüm

- İki kuyruklu bir test için, $P = 2(\text{Standartlaştırılmış test istatistiğinin kuyruğundaki alan})$



$$P = 2(0.0162) = 0.0324$$

Because $0.0324 < 0.05$, you should **reject H_0** .

Ortalama μ için z-Testi

- Şu durumlarda kullanılabilir:
- Örnek rastgele
- Popülasyon normal olarak dağılır veya herhangi bir popülasyon için örneklem büyüklüğü n en az 30'dur.

The **test statistic** is the sample mean \bar{x}

The **standardized test statistic** is z

$$z = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \quad \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \text{standard error} = \sigma_x$$

σ is known.

Ortalama μ için z-Testi için P-değerlerini kullanma (1/3)

kelimelerle	Sembollerde
1. Bilindiğini, örneğin rastgele olduğunu ve popülasyonun normal dağıldığını veya $n \geq 30$ olduğunu doğrulayın.	
2. İddiayı matematiksel ve sözlü olarak ifade edin. Sıfır ve alternatif hipotezleri tanımlayın.	Durum H_0 ve H_a .
3. Önem düzeyini belirtin.	Tanımlamak

Ortalama μ için z-Testi için P-değerlerini kullanma (2/3)

In Words	In Symbols
4. Find the standardized test statistic. (atlamak)	$z = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}}$
5. Find the area that corresponds to z .	Use Table 4 in Appendix B.
6. Find the P -value. (z aralığını kullanın)	
a. left-tailed test, $P = (\text{Area in left tail})$.	
b. right-tailed test, $P = (\text{Area in right tail})$.	
c. two-tailed test, $P = 2(\text{Area in tail of standardized test statistic})$.	

Ortalama μ için z-Testi için P-değerlerini kullanma (3/3)

kelimelerle	Sembollerde
7. Reddetmek veya reddetmek için bir karar verin. Sıfır hipotezini reddetmek başarısız olur.	P ise, daha sonra H_0 'ı reddet. Aksi takdirde, H_0 'ı reddetme başarısız olur.
8. Kararı asıl iddia bağlamında yorumlayın.	

Örnek 1: P-değerlerini Kullanarak Hipotez Testi (1/2)

- Otomobil yarışlarında bir pit ekibi, ortalama pit stop süresinin (4 yeni lastik ve yakıt için) 13 saniyeden az olduğunu iddia ediyor. 32 pit stop süresinden oluşan rastgele bir seçimin örnek ortalaması 12,9 saniyedir. Nüfus standart sapmasının 0,19 saniye olduğunu varsayalım. $\alpha = 0.01$ 'deki iddiayı desteklemek için yeterli kanıt var mı? Bir P değeri kullanın.

$$H_0: \mu \geq 13 \text{ seconds} \quad \text{and} \quad H_a: \mu < 13 \text{ seconds. (Claim)}$$

The level of significance is $\alpha = 0.01$. The standardized test statistic is

$$z = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \quad \text{Because } n \geq 30, \text{ use the } z\text{-test.}$$

$$\approx \frac{12.9 - 13}{0.19/\sqrt{32}} \quad \text{Because } n \geq 30, \text{ use } \sigma \approx s = 0.19. \text{ Assume } \mu = 13.$$

$$\approx -2.98.$$

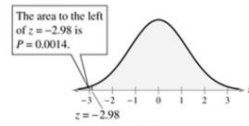
Örnek 1: P-değerlerini Kullanarak Hipotez Testi (2/2)

Solution

- $H_0: \mu \geq 13 \text{ sec}$
- $H_a: \mu < 13 \text{ sec}$
- $\alpha = 0.01$
- Test Statistic:

$$z = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} = \frac{12.9 - 13}{0.19/\sqrt{32}} \approx -2.98$$

• P-value



- Karar: $0.0014 < 0.01$

Reddet H_0
%1 anlamlılık düzeyinde, ortalama pit stop süresinin 13 saniyeden az olduğu sonucuna varmak için yeterli kanıtınız var.

Örnek 2: P-değerlerini Kullanarak Hipotez Testi (1/2)

- Bir araştırmaya göre bariatrik (kilo verme) cerrahisinin ortalama maliyeti 22.500\$'dır. Bu bilginin yanlış olduğunu düşünüyorsunuz. Rastgele 30 bariatrik cerrahi hastası seçtiniz ve ameliyatlarının ortalama maliyetinin 21.545 \$ olduğunu gördünüz. Popülasyon standart sapması 3.015 \$ olarak bilinir ve popülasyon normal olarak dağılır. $\alpha = 0.05$ iddiasını desteklemek için yeterli kanıt var mı? Bir P değeri kullanın.

Solution

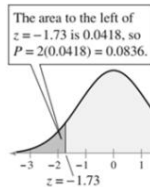
$$H_0: \mu = \$22,500 \quad H_a: \mu \neq \$22,500. \text{ (Claim)}$$

The level of significance is $\alpha = 0.05$. The standardized test statistic is

$$z = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} = \frac{21,545 - 22,500}{3015/\sqrt{30}} \approx -1.73$$

Because $n \geq 30$, use the z-test.
Because $n \geq 30$, use $\sigma \approx s = 3015$. Assume $\mu = 22,500$.

Örnek 2: P-değerlerini Kullanarak Hipotez Testi (2/2)



Two-Tailed Test

- Karar: $0.0836 > 0.05$

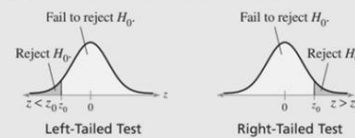
H_0 reddedilemedi
%5 anlamlılık düzeyinde, bariatrik cerrahinin ortalama maliyetinin 22.500\$'dan farklı olduğu iddiasını desteklemek için yeterli kanıt yoktur.

Z testi için Reddetme Bölgelerini Kullanma

DECISION RULE BASED ON REJECTION REGION

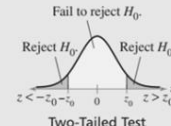
To use a rejection region to conduct a hypothesis test, calculate the standardized test statistic z . If the standardized test statistic

1. is in the rejection region, then reject H_0 .
2. is not in the rejection region, then fail to reject H_0 .



Left-Tailed Test

Right-Tailed Test



Two-Tailed Test

Z testi için Reddetme Bölgelerini Kullanma

GUIDELINES

Using Rejection Regions for a z-Test for a Mean μ

- | IN WORDS | IN SYMBOLS |
|---|---|
| 1. State the claim mathematically and verbally. Identify the null and alternative hypotheses. | State H_0 and H_a . |
| 2. Specify the level of significance. | Identify α . |
| 3. Determine the critical value(s). | Use Table 4 in Appendix B. |
| 4. Determine the rejection region(s). | |
| 5. Find the standardized test statistic and sketch the sampling distribution. | $z = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}}$, or, if $n \geq 30$, use $\sigma \approx s$. |
| 6. Make a decision to reject or fail to reject the null hypothesis. | If z is in the rejection region, reject H_0 . Otherwise, fail to reject H_0 . |
| 7. Interpret the decision in the context of the original claim. | |

Örnek 1: Reddetme Bölgesi Kullanarak μ Testi (1/2)

- Bir inşaat ve maden şirketinde çalışanlar, şirketin makine mühendislerinin ortalama maaşının, rakiplerinin 68.000\$ olan ortalama maaşından daha az olduğunu iddia ediyor. Şirketin makine mühendislerinden rastgele seçilen 30'unun ortalama maaşı 66.900 dolar. Popülasyon standart sapmasının 5500 \$ olduğunu ve popülasyonun normal dağıldığını varsayalım. $\alpha = 0.05$ 'te çalışanların iddiasını test edin.



$$H_0: \mu \geq \$68,000 \quad \text{and} \quad H_a: \mu < \$68,000. \text{ (Claim)}$$

$$z = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} = \frac{66,900 - 68,000}{5500/\sqrt{30}} \approx -1.10$$

Because $n \geq 30$, use the z-test.
Because $n \geq 30$, use $\sigma \approx s = 5500$. Assume $\mu = 68,000$.

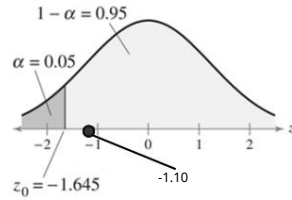
Örnek 1: Reddetme Bölgesi Kullanarak μ Testi (2/2)

Solution

- $H_0: \mu \geq \$68,000$
- $H_a: \mu < \$68,000$
- $\alpha = 0.05$
- **Rejection Region:**

$$\approx \frac{66,900 - 68,000}{5500/\sqrt{30}}$$

$$\approx -1.10.$$



z içinde olmadığı için
ret bölgesi, sıfır hipotezini reddetmekte başarısız
olursunuz.
Yorum Çalışanların ortalama maaşın
68.000\$'dan az olduğu yönündeki iddiasını desteklemek
için %5 anlamlılık düzeyinde yeterli kanıt yoktur.

Örnek 2: Reddetme Bölgesi Kullanarak μ Testi (1/2)

- Bir araştırmacı, ABD'de kari-koca ailelerin bir çocuğu doğumdan 2 yaşına kadar yetiştirmenin ortalama maliyetinin 13.120 dolar olduğunu iddia ediyor. 500 çocuktan (2 yaş) oluşan rastgele bir örneklemin ortalama maliyeti 12.925 dolardır. Nüfus standart sapmasının 1745 \$ olduğunu varsayalım. $\alpha = 0.10$ 'da, iddiayı reddetmek için yeterli kanıt var mı?

- (ABD Tarım Bakanlığı Beslenme Politikası ve Tanıtım Merkezi'nden uyarlanmıştır)

$$H_0: \mu = \$13,120 \text{ (Claim)}$$

$$H_a: \mu \neq \$13,120.$$

$$z = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}}$$

Because $n \geq 30$, use the z -test.

$$\approx \frac{12,925 - 13,120}{1745/\sqrt{500}}$$

Because $n \geq 30$, use $\sigma \approx s = 1745$.
Assume $\mu = 13,120$.

$$\approx -2.50.$$

Alpha	Tail	z
0.10	Left Right Two	-1.28 1.28 ± 1.645
0.05	Left Right Two	-1.645 1.645 ± 1.96
0.01	Left Right Two	-2.33 2.33 ± 2.575

Örnek 2: Reddetme Bölgesi Kullanarak μ Testi (2/2)

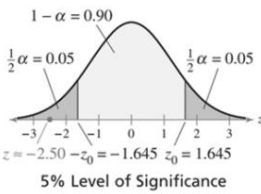
$$H_0: \mu = \$13,120 \text{ (Claim)}$$

$$H_a: \mu \neq \$13,120.$$

Test istatistiği

$$\approx \frac{12,925 - 13,120}{1745/\sqrt{500}}$$

$$\approx -2.50.$$



• Karar: H_0 'ı Reddet

Bölüm 7.2 Özet

- P-değerlerini bulup yorumladı ve bunları bir ortalamayı test etmek için kullandı μ
- bildiğinde ortalama μ için z testi için kullanılan P değerleri
- Standart normalde kritik değerler ve ret bölgeleri bulundu dağıtım
- bildiğinde ortalama μ için z testi için kullanılan ret bölgeleri

Ortalama için Hipotez Testi
(Küçük örnek, σ Bilinmiyor)

Çalışma ipucu

σ biliniyor $n \geq 30$ veya $n < 30$	σ bilinmiyor $n \geq 30$	σ bilinmiyor $n < 30$
• Z-testini KULLANIN	• z testi veya t testi kullanabilirsiniz	• T-testi KULLANIN

Dağıtımda Kritik Değerler Bulma

- Önem düzeyini belirleyin
- $df = n - 1$ serbestlik derecelerini belirleyin.
- T kullanarak kritik değer(ler)i bulun
 $n - 1$ serbestlik dereceli satırdaki tablo. Hipotez testi a ise, sol kuyruklu, "Tek Kuyruk, negatif işaretli sütun, B. sağ kuyruklu, "Tek Kuyruk, pozitif işaretli sütun, C. iki kuyruklu, "İki Kuyruklu" kullanın, negatif ve pozitif işaretli sütun.

Table 5—t-Distribution

d.f.	Level of confidence, ϵ					
	0.80	0.90	0.95	0.98	0.99	
	One tail, α	0.10	0.05	0.025	0.01	0.005
Two tails, α	0.20	0.10	0.05	0.02	0.01	
1	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657	
2	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	
3	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	
4	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	
5	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	
6	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	
7	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499	
8	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355	
9	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	
10	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169	
11	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106	
12	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055	
13	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012	
14	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977	
15	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947	
16	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921	

Örnek 1: t için Kritik Değerler Bulma

- Verilen bir sol kuyruklu test için kritik değeri t_0 bulun $\alpha = 0,05$ ve $n = 21$

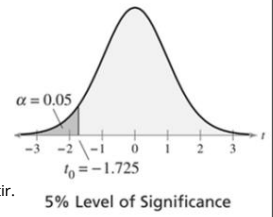
Çözüm •

Serbestlik dereceleri
 $df = n - 1 = 21 - 1 = 20$.

- t-Table'i kullanın.

- "Tek Kuyruk"ta $\alpha = 0.05$ 'e bakın, • " kolon.

Test sol kuyruklu olduğu için kritik değer negatiftir.

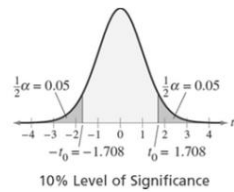


Örnek 2: t için Kritik Değerler Bulma

- $\alpha = 0.10$ ve $n = 26$ verilen iki kuyruklu bir test için $-t_0$ ve t_0 kritik değerlerini bulun.

Çözüm

- Serbestlik dereceleri $df = n - 1 = 26 - 1 = 25$
- Bakmak $\alpha = 0.10$ "İki Kuyruk, • " kolon.
- Test iki kuyruklu olduğundan, bir kritik değer negatif ve bir pozitifdir.

Ortalama μ için t-Testi (Bilinmiyor)t-TEST FOR A MEAN μ The **t-test for a mean μ** is a statistical test for a population mean. The **test statistic** is the sample mean \bar{x} . The **standardized test statistic** is

$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{s/\sqrt{n}} \quad \text{Standardized test statistic for } \mu \text{ (} \sigma \text{ unknown)}$$

when these conditions are met.

- The sample is random.
- At least one of the following is true: The population is normally distributed or $n \geq 30$.

The degrees of freedom are

$$d.f. = n - 1.$$

Ortalama μ (Bilinmiyor) için t-Testi için P değerlerinin kullanılması (1/3)

kelimelerle	Sembollerde
1. Bilinmediğini, örneğin rastgele olduğunu ve popülasyonun normal dağıldığını veya $n \geq 30$ olduğunu doğrulayın.	
2. İddiayı matematiksel ve sözlü olarak ifade edin. Sıfır ve alternatif hipotezleri tanımlayın.	Durum H_0 ve H_a .
3. Önem düzeyini belirtin.	Tanımlamak

Ortalama μ (Bilinmiyor) için t-Testi için P değerlerinin kullanılması (2/3)

In Words	In Symbols
4. Identify the degrees of freedom.	$d.f. = n - 1$
5. Find the critical values.	
6. Determine the rejection region(s).	Use Table 4 in Appendix B.
7. Find the standardized test statistic and sketch the sampling distribution.	$t = \frac{\bar{x} - \mu}{s/\sqrt{n}}$

Ortalama μ (Bilinmiyor) için t-Testi için P değerlerinin kullanılması (3/3)

kelimelerle	Sembollerde
8. Reddetmek veya reddetmek için bir karar verin sıfır hipotezini reddetmek başarısız olur.	t reddetme bölgesindeyse, H_0 'ı reddet. Aksi takdirde, H_0 'ı reddetme başarısız olur.
9. Kararı asıl iddia bağlamında yorumlayın.	

Örnek 1: Küçük Örnekle μ Testi (1/2)

- Bir kullanılmış araba satıcısı, iki yıllık bir sedanın ortalama fiyatının en az 20.500 \$ olduğunu söylüyor. Bu iddianın yanlış olduğundan şüpheleniyor ve benzer 14 araçtan oluşan rastgele bir örneklem ortalama fiyatının 19.850 ABD Doları ve standart sapmasının 1084 ABD Doları olduğunu buluyorsunuz. Satıcının $\alpha = 0,05$ iddiasını reddetmek için yeterli kanıt var mı? Nüfusun normal dağıldığını varsayalım. (Kelley Blue Book'tan uyarlanmıştır)



$$H_0: \mu \geq \$20,500 \quad (\text{Claim})$$

and

$$H_a: \mu < \$20,500.$$

$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{s / \sqrt{n}}$$

Because σ is unknown and the population is normally distributed, use the t -test.

$$= \frac{19,850 - 20,500}{1084 / \sqrt{14}}$$

Assume $\mu = 20,500$.

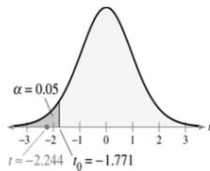
$$\approx -2.244.$$

Round to three decimal places.

Örnek 1: Küçük Örnekle μ Testi (2/2)

Solution

- $H_0: \mu \geq \$20,500$
- $H_a: \mu < \$20,500$
- $\alpha = 0.05$
- $df = 14 - 1 = 13$
- Rejection Region:



• Test Statistic:

$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{s / \sqrt{n}} = \frac{19,850 - 20,500}{1084 / \sqrt{14}} \approx -2.244$$

- Karar: Reddet H_0 0.05 anlamlılık düzeyinde, iki yaşındaki bir sedanın ortalama fiyatının en az 20.500 \$ olduğu iddiasını reddetmek için yeterli kanıt vardır.

Örnek 2: Küçük Örnekle μ Testi (1/2)

- Bir sanayi şirketi, yakındaki bir nehirdeki suyun ortalama pH seviyesinin 6,8 olduğunu iddia ediyor. Rastgele 39 su örneği seçersiniz ve her birinin pH'ını ölçersiniz. Numune ortalaması ve standart sapma sırasıyla 6.7 ve 0.35'tir. Şirketin $\alpha = 0.05$ iddiasını reddetmek için yeterli kanıt var mı? Nüfusun normal dağıldığını varsayalım.



$$H_0: \mu = 6.8 \quad (\text{Claim}) \quad \text{and} \quad H_a: \mu \neq 6.8.$$

$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{s / \sqrt{n}}$$

Because σ is unknown and $n \geq 30$, use the t -test.

$$= \frac{6.7 - 6.8}{0.35 / \sqrt{39}}$$

Assume $\mu = 6.8$.

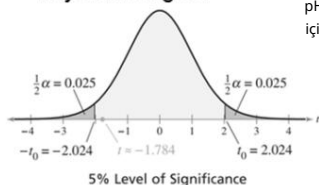
$$\approx -1.784.$$

Round to three decimal places.

Örnek 2: Küçük Örnekle μ Testi (2/2)

Solution

- $H_0: \mu = 6.8$
- $H_a: \mu \neq 6.8$
- $\alpha = 0.05$
- $df = 39 - 1 = 38$
- Rejection Region:



• Test Statistic:

$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{s / \sqrt{n}} = \frac{6.7 - 6.8}{0.35 / \sqrt{39}} \approx -1.784$$

- Karar: H_0 reddedilemedi 0.05 anlamlılık düzeyinde, ortalama pH'ın 6.8 olduğu iddiasını reddetmek için yeterli kanıt yoktur.

Örnek 2: Küçük Örnekle μ Testi (1/2)

- Belli bir elektronik ürünün zincir mağazadaki fiyatı 180 TL'dir. Aynı elektronik ürün çeşitli online mağazalardan da temin edilebiliyor ve beş mağaza fiyatı şu şekilde: 155, 179, 175, 175, 161 TL. Online fiyatların normal dağıldığını varsayalım; $\alpha = 0.1$ anlamlılık düzeyinde, ürünün ortalama çevrimiçi mağaza fiyatının 180 TL'den az olduğu sonucuna varabilir miyiz?

$$: 180 : \\ < 180 ()$$

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = 169 \text{ and } s = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n - 1}} = 10.39$$

$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{s / \sqrt{n}} = \frac{169 - 180}{10.39 / \sqrt{5}} = \frac{-11}{4.64} = -2.367.$$

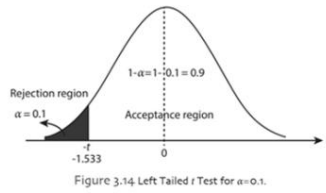
Örnek 2: Küçük Örnekle μ Testi (2/2)

- Serbestlik dereceleri
 $df = 5 - 1 = 4$

$$t < -t_{\alpha/4} = -t_{0.05/4} = -1.533.$$

sıfır
hipotezi H_0 'ı reddediyoruz

Sonuç olarak, α
= 0.1 önem düzeyinde, ürünün çevrimiçi
mağazalardaki ortalama fiyatının 180 TL'den az
olduğu sonucuna varıyoruz.

Figure 3.14 Left Tailed t Test for $\alpha=0.1$.

Oranlar için Hipotez Testi

Nüfus Oranı için z-Testi

Nüfus Oranı için z-Testi

- Nüfus oranı için istatistiksel bir test.
- Binom dağılımı verildiğinde kullanılabilir
 $np \geq 5$ ve $nq \geq 5$ olacak şekilde.
- The **test statistic** is the sample proportion \hat{p} .
- The **standardized test statistic** is z .

$$z = \frac{\hat{p} - \mu_{\hat{p}}}{\sigma_{\hat{p}}} = \frac{\hat{p} - p}{\sqrt{pq/n}}$$

Bir Oran p için z-Testi Kullanma

GUIDELINES

Using a z-Test for a Proportion p

IN WORDS

- Verify that the sampling distribution of \hat{p} can be approximated by a normal distribution.
- State the claim mathematically and verbally. Identify the null and alternative hypotheses.
- Specify the level of significance.
- Determine the critical value(s).
- Determine the rejection region(s).
- Find the standardized test statistic and sketch the sampling distribution.
- Make a decision to reject or fail to reject the null hypothesis.
- Interpret the decision in the context of the original claim.

IN SYMBOLS

$$np \geq 5, nq \geq 5$$

State H_0 and H_a .

Identify α .

Use Table 4 in Appendix B.

$$z = \frac{\hat{p} - p}{\sqrt{pq/n}}$$

If z is in the rejection region, then reject H_0 . Otherwise, fail to reject H_0 .

Örnek 1: Bir Oran İçin Hipotez Testi (1/2)

- Bir araştırma merkezi, ABD'li yetişkinlerin %40'ından daha azının dizüstü bilgisayar ile kablosuz ağ üzerinden internete eriştiği. 100 yetişkinden oluşan rastgele bir örnekte, %31'i internete kablosuz bir ağ üzerinden bir dizüstü bilgisayarla eriştiklerini söylüyor. $\alpha = 0.01$ 'de, araştırmacının iddiasını desteklemek için yeterli kanıt var mı? (Pew'den alınmıştır. Araştırma Merkezi)

Çözüm

- $np \geq 5$ ve $nq \geq 5$ olduğunu doğrulayın.
- $np = 100(0.40) = 40$ ve $nq = 100(0.60) = 60$

$$H_0: p \geq 0.4 \quad \text{and} \quad H_a: p < 0.4. \quad (\text{Claim})$$

Örnek 1: Bir Oran İçin Hipotez Testi (2/2)

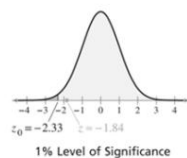
$$H_0: p \geq 0.4 \quad \text{and} \quad H_a: p < 0.4. \quad (\text{Claim})$$

$$\begin{aligned} z &= \frac{\hat{p} - p}{\sqrt{pq/n}} \\ &= \frac{0.31 - 0.4}{\sqrt{(0.4)(0.6)/100}} \\ &\approx -1.84. \end{aligned}$$

Because $np \geq 5$ and $nq \geq 5$, you can use the z-test.

Assume $p = 0.4$.

Round to two decimal places.



- Karar: H_0 reddedilemedi

%1 anlamlılık düzeyinde, ABD'li yetişkinlerin %50'sinden daha azının bir dizüstü bilgisayarla kablosuz bir ağ üzerinden İnternet'e eriştikleri iddiasını destekleyecek yeterli kanıt yoktur.

Örnek 2: Bir Oran İçin Hipotez Testi (1/2)

- Bir araştırmacı, üniversite mezunlarının %86'sının üniversite diplomalarının iyi bir yatırım olduğunu söylediğini iddia ediyor. 1000 mezundan oluşan rastgele bir örnekleme, 845'i üniversite diplomalarının iyi bir yatırım olduğunu söylüyor. $\alpha = 0.10$ 'da, araştırmacının iddiasını reddetmek için yeterli kanıt var mı?

$$np = 1000(0.86) = 860 \text{ and } nq = 1000(0.14) = 140$$

$$H_0: p = 0.86 \text{ (Claim)} \quad \text{and} \quad H_a: p \neq 0.86.$$

$$\hat{p} = \frac{x}{n} = \frac{845}{1000} = 0.845.$$

$$z = \frac{\hat{p} - p}{\sqrt{pq/n}} = \frac{0.845 - 0.86}{\sqrt{(0.86)(0.14)/1000}} \approx -1.37.$$

Because $np \geq 5$ and $nq \geq 5$, you can use the z-test.

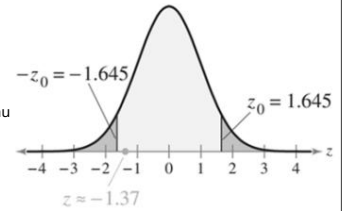
Assume $p = 0.86$.

Round to two decimal places.



Örnek 2: Bir Oran İçin Hipotez Testi (2/2)

- Sıfır hipotezini reddedememe
- Yorum Yok
Üniversite mezunlarının %86'sının üniversite diplomalarının iyi olduğunu söylediği iddiasını reddetmek için %10 anlamlılık düzeyinde yeterli kanıt yoktur.



Örnek 3

- Bir üniversitenin bilgi teknolojileri bölümü öğrencilerinin %60'ından fazlasının dizüstü bilgisayar ile kampüs kablosuz ağı üzerinden internete erişimi olduğunu iddia etmektedir. 100 öğrenciden oluşan rastgele bir örnekleme, %70'i internete kablosuz bir ağ üzerinden bir dizüstü bilgisayarla eriştiklerini söylüyor. %5 anlamlılık düzeyinde bilgi teknolojileri departmanının iddiasını destekleyecek yeterli kanıt var mı?

$$H_0: p = 0.60$$

$$H_1: p > 0.60$$

$$n \times p = 100(0.6) = 60 \text{ and } n \times q = 100(0.4) = 40, (q = 1 - p)$$

$$z = \frac{\hat{p} - p}{\sqrt{(p \times q) / n}} = \frac{0.70 - 0.60}{\sqrt{(0.6)(0.4) / 100}} = \frac{0.10}{0.049} = 2.04$$

Örnek 3

$$z = 2.04 > 1.65$$

- Bu nedenle sıfır hipotezini reddediyoruz
- Sonuç olarak, öğrencilerin %60'ından fazlasının erişime sahip olduğu iddiasını desteklemek için %5 anlamlılık düzeyinde olduğu sonucuna vardık.
bir dizüstü bilgisayar ile kampüs kablosuz ağda internet.

