



## Probeprüfung II SS2020

Diskrete Wahrscheinlichkeitstheorie (IN0018) (Technische Universität München)



#### Hinweise zur Personalisierung:

- Ihre Prüfung wird bei der Anwesenheitskontrolle durch Aufkleben eines Codes personalisiert.
- Dieser enthält lediglich eine fortlaufende Nummer, welche auch auf der Anwesenheitsliste neben dem Unterschriftenfeld vermerkt ist.
- Diese wird als Pseudonym verwendet, um eine eindeutige Zuordnung Ihrer Prüfung zu ermöglichen.

## Diskrete Wahrscheinlichkeitstheorie - Probeprüfung II

**Klausur:** IN0018 / Probeprüfung II

**Datum:** Freitag, 31. Juli 2020

**Prüfer:** Prof. Dr. Susanne Albers

**Uhrzeit:** 13:30 – 14:10

### Bearbeitungshinweise

- Diese Klausur umfasst **10 Seiten** mit insgesamt **2 Aufgaben**.  
Bitte kontrollieren Sie jetzt, dass Sie eine vollständige Angabe erhalten haben.
- Die Gesamtpunktzahl in dieser Prüfung beträgt 11 Punkte.
- Als Hilfsmittel sind zugelassen:
  - Vorlesungsfolien und Übungsblätter, inkl. selbst geschriebener Zusammenfassungen und Notizen in beliebigem Umfang
  - ein **analoges Wörterbuch** Deutsch ↔ Muttersprache **ohne Anmerkungen**

- **Unterschrift:** \_\_\_\_\_

Mit Ihrer Unterschrift versichern Sie, dass Sie

- alle Antworten selbstständig und ohne Austausch mit Dritten angefertigt haben,
  - keine anderen als die erlaubten Hilfsmittel benutzt haben und
  - unter Ihrem eigenen Namen abgeben.
- Ich erkläre mich mit einer **Videoüberwachung** während der elektronischen Übungsleistung einverstanden.

☐ ja      ☐ nein

Wenn ich das Einverständnis verweigere, wird eine **mündliche Nachprüfung** stattfinden, ob die Prüfungsleistung eigenständig von mir erbracht wurde.

- Es werden nur solche Ergebnisse gewertet, bei denen der **Lösungsweg erkennbar ist**. Begründen Sie alle Antworten, solange es in der jeweiligen Teilaufgabe nicht ausdrücklich anders vermerkt ist.
- Schreiben Sie weder mit roter/grüner Farbe noch mit Bleistift.

Hörsaal verlassen von \_\_\_\_\_ bis \_\_\_\_\_ / Vorzeitige Abgabe um \_\_\_\_\_

## Aufgabe 1 Kontinuierliche Zufallsvariablen (8 Punkte)

Die Studentinnen Amalia und Bernadette haben jeweils 20 Minuten Zeit, eine knifflige Aufgabe der DWT-Klausur zu bearbeiten. Seien  $X$  und  $Y$  zwei unabhängige, kontinuierliche und identisch verteilte Zufallsvariablen, die angeben, wie viele Minuten Amalia bzw. Bernadette brauchen, um die Aufgabe zu lösen. Die Verteilung von  $X$  und  $Y$  lautet

$$F_X(x) = F_Y(x) = \begin{cases} 1 - 1/x & \text{falls } x \geq 1 \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$



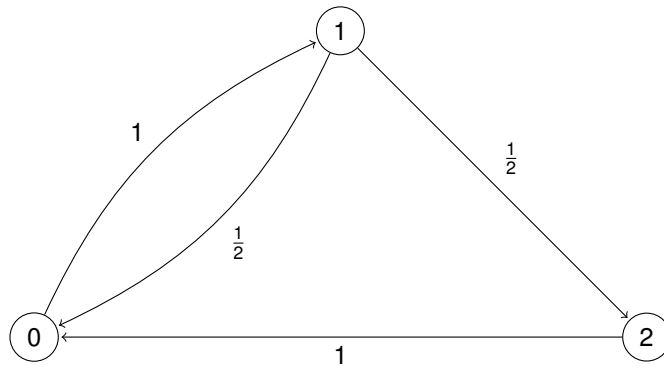
a) Finden Sie eine passende Dichtefunktion für  $X$  und  $Y$ .

b) Berechnen Sie die Erwartungswerte der Zufallsvariablen  $X$ ,  $Y$  und  $\min\{X, Y\}$ , sofern diese existieren.

<input type="checkbox"/>	0
<input type="checkbox"/>	1
<input type="checkbox"/>	2
<input type="checkbox"/>	3
<input type="checkbox"/>	4

- 0 ☐ c) Zeigen Sie, dass es mit einer Wahrscheinlichkeit von höchstens  $1/10$  keine der beiden Studentinnen schafft, die Aufgabe in der gegebenen Zeit zu lösen. Beweisen Sie hierfür zunächst die Markov-Ungleichung für eine beliebige kontinuierliche Zufallsvariable  $Z$  mit nicht negativem Wertebereich und existierendem Erwartungswert.
- 1 ☐
- 2 ☐
- 3 ☐

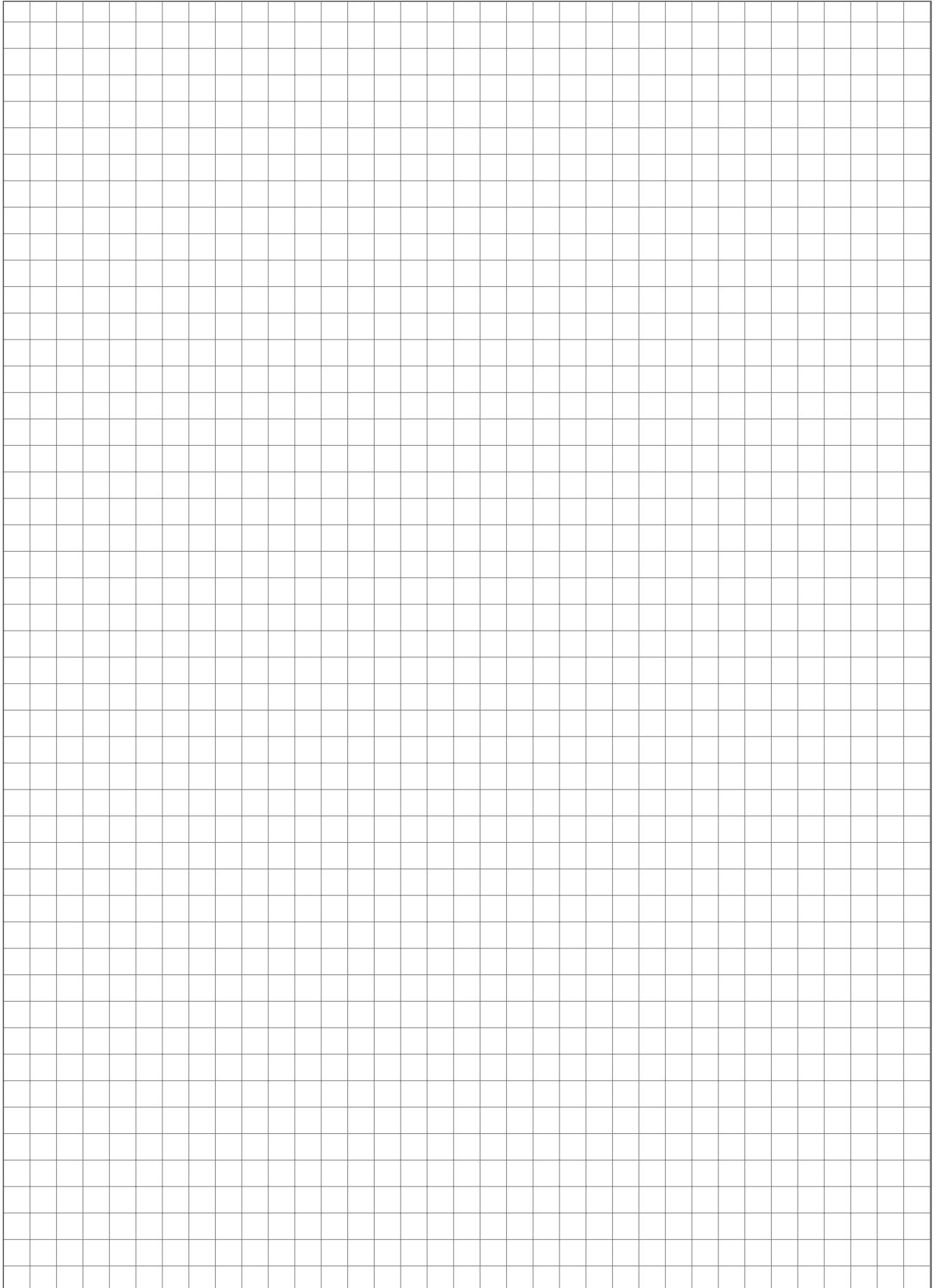
## Aufgabe 2 Stationäre Verteilungen (3 Punkte)



Berechnen Sie alle stationären Verteilungen  $\pi$  der Markov-Kette mit dem oben angegebenen Übergangsdiagramm.

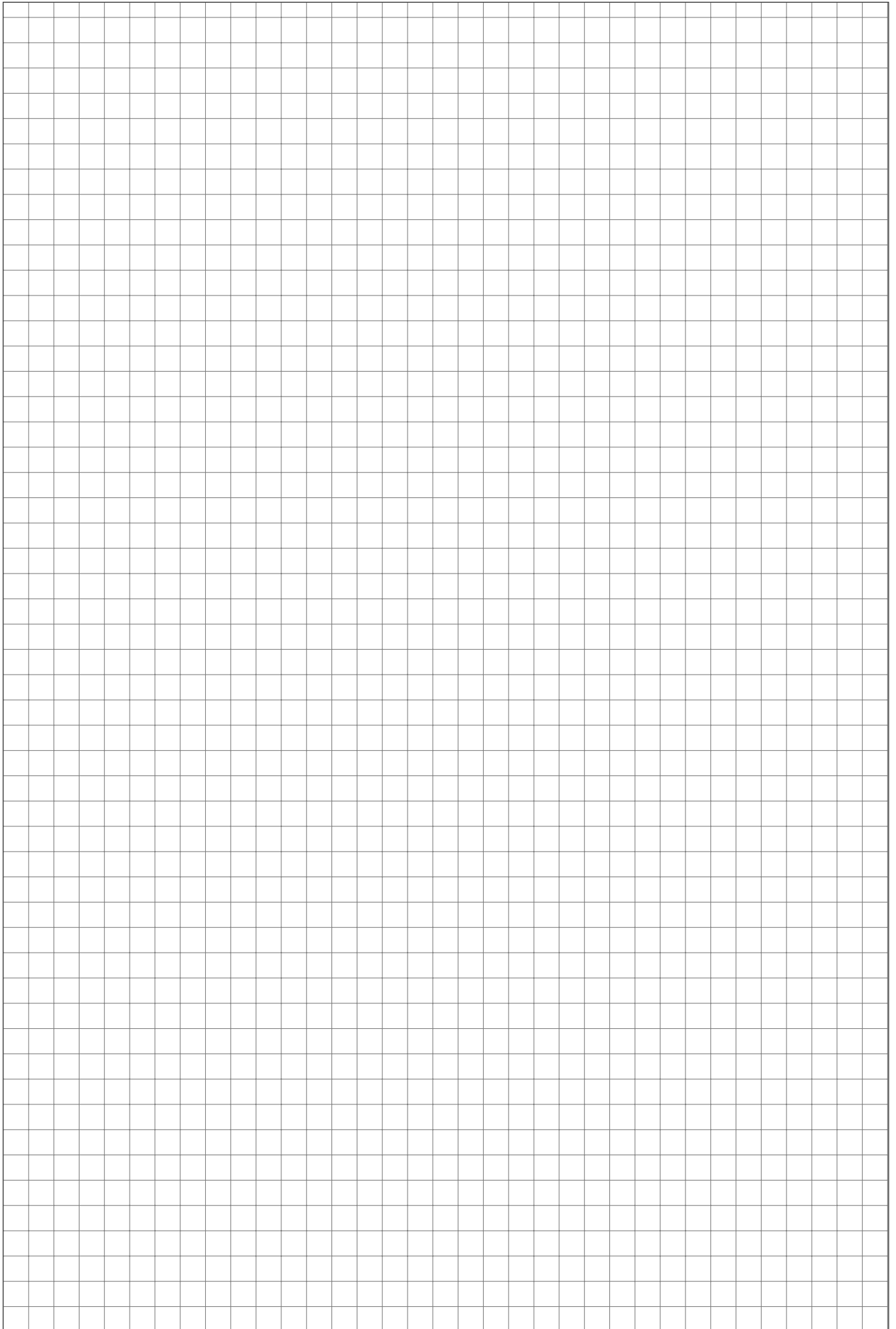
<input type="checkbox"/>	0
<input type="checkbox"/>	1
<input type="checkbox"/>	2
<input type="checkbox"/>	3

**Zusätzlicher Platz für Lösungen. Markieren Sie deutlich die Zuordnung zur jeweiligen Teilaufgabe. Vergessen Sie nicht, ungültige Lösungen zu streichen. Unbenutzte Seiten müssen nicht abgegeben werden.**



This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of thin, light gray horizontal and vertical lines that intersect to form small squares across the entire surface. There are no margins, text, or other markings on the paper.





This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, uniform squares formed by thin, light gray lines. There are no margins, text, or other markings on the page.

