İŞLETMEDE SAYISAL YÖNTEMLER

DR. ÖĞR. ÜYESİ PEMBE GÜÇLÜ

DOĞRUSAL PROGRAMLAMA

DUYARLILIK ANALİZLERİ

Ders İçeriği

1. Sayısal Yöntemler –Tanımı, Kapsamı, Tarihsel Gelişimi
2. Doğrusal Programlama- Tanımı, Varsayımları, Model Kurma
3. Doğrusal Programlama- Grafik Çözüm
4. Doğrusal Programlama- Simpleks Çözüm
5. Doğrusal Programlama- Simpleks Çözüm (Büyük M)
6. Doğrusal Programlama-İki Aşamalı Yöntem, Özel Durumlar
7. Doğrusal Programlama- Dualite
8. Doğrusal Programlama- Duyarlılık Analizleri
9. Doğrusal Programlama Excel Solver Uygulaması
10. Özel Amaçlı Algoritmalar-Atama Problemi
11. Özel Amaçlı Algoritmalar-Ulaştırma Problemi Başlangıç Çözüm Yöntemleri
12. Özel Amaçlı Algoritmalar-Ulaştırma Problemi, Atlama Taşı Yöntemi
13. Özel Amaçlı Algoritmalar-Ulaştırma Problemi MODI Yöntemi
14. Ulaştırma Atama Problemi Excel Solver Uygulaması

- Doğrusal programlama modelinin parametrelerinin zaman içinde değişmesi durumunda çözümün nasıl etkileneceğini gözlemlemeye yarayan analizlere duyarlılık analizleri denir (Gümüşoğlu vd., 2012, s. 198).

  - Kısıtların sağ tarafının değişimi
  - Amaç fonksiyonu katsayılarının değişimi
  - Soruna yeni bir değişkenin eklenmesi
  - Teknoloji katsayılarının (Kısıt katsayılarının) değişimi
  - Soruna yeni bir kısıt eklenmesi gibi durumlar duyarlılık analizleri ile incelenebilir.

Kısıtların sağ tarafının değişimi

- Biri kısıtın sağ taraf sabitinin değişmesi, geometrik olarak ilgili kısıta ilişkin doğru parçasının paralel olarak kayması demektir. Eğer kısıt olurlu çözüm alanının bir veya birden fazla köşesini üzerinde taşıyorsa bu kayma olurlu çözüm alanının genişleyeceği ya da daralacağı anlamına gelir.
- Olurlu çözüm alanını mevcut durumda sınırlamayan (üzerinde köşe taşımayan) kısıt ise sağ taraf sabitinin değişmesi ile sınırlayıcı konuma gelebilir.

Kısıtların sağ tarafının değişimine ilişkin duyarlılık analizleri

1. Sağ taraf sabitinin değişim aralığının bulunması
2. Tek bir kısıtın sağ tarafının değişmesi
3. Kısıtların tümünün sağ taraf sabitlerinin değişmesi

1. Sağ taraf sabitinin değişim aralığının bulunması (ilgili boşluk değişken çözümde değilse)

$$Z_{enb} = 6X_1 + 8X_2$$
$$4X_1 + 5X_2 \leq 40$$
$$4X_1 + 10X_2 \leq 60$$
$$X_1, X_2 \geq 0$$

PRİMAL OPTİMAL TABLO

Cj			6	8	0	0
	D.K.	NİC	X1	X2	S1	S2
6	X1	5,00	1,00	0,00	0,50	-0,25
8	X2	4,00	0,00	1,00	-0,20	0,20
	Zj	62,00	6,00	8,00	1,40	0,10
	Cj-Zj		0,00	0,00	-1,40	-0,10

1. Kısıtın sağ taraf değişim aralığı için

Optimal Tablodaki D.K.	Çözüm Değerleri (Nicelik)	S1'in ikame katsayılar	Değişim (oran)
X1	5	0.50	5/0.50=10
X2	4	-0.20	4/(-0.20)=-20
Alt Limit=40-10=30			
Üst Limit=40+20=60			

Elde edilen oranlar içinde en küçük pozitif oran izin verilen azalıştır ve alt limit belirlenirken sağ taraf sabitinden çıkartılır. (Pozitif oran yoksa alt limit eksi sonsuz olur)

Elde edilen negatif oranların en büyüğü (sıfıra en yakın olanı) mutlak değer olarak izin verilen artış miktarıdır. Bu oran sağ taraf sabitinden çıkartılarak üst limit hesaplanır. (Negatif oran yoksa üst limit artı sonsuz olur)

Kısıt = olursa yapay değişken için aynı kural işletilir

Kısıt ≥ yönlü olursa kuralın tam tersi işletilir)

1. Sağ taraf sabitinin değişim aralığının bulunması (ilgili boşluk değişken çözümde değilse)

$$Z_{enb} = 6X_1 + 8X_2$$
$$4X_1 + 5X_2 \leq 40$$
$$4X_1 + 10X_2 \leq 60$$
$$X_1, X_2 \geq 0$$

PRİMAL OPTİMAL TABLO						
Cj			6	8	0	0
	D.K.	NİC	X1	X2	S1	S2
6	X1	5,00	1,00	0,00	0,50	-0,25
8	X2	4,00	0,00	1,00	-0,20	0,20
	Zj	62,00	6,00	8,00	1,40	0,10
	Cj-Zj		0,00	0,00	-1,40	-0,10

2. Kısıtın sağ taraf değişim aralığı için

Optimal Tablodaki D.K.	Çözüm Değerleri (Nicelik)	S2'nin ikame katsayılar	Değişim (oran)
X1	5	-0.25	5/(-0.25)=-20
X2	4	0.20	4/(0.20)=20
Alt Limit=60-20=40			
Üst Limit=60+20=80			

Elde edilen oranlar içinde en küçük pozitif oran izin verilen azalıştır ve alt limit belirlenirken sağ taraf sabitinden çıkartılır.

Elde edilen negatif oranların en büyüğü (sıfıra en yakın olanı) mutlak değer olarak izin verilen artış miktarıdır. Bu oran sağ taraf sabitinden çıkartılarak üst limit hesaplanır.

Sağ taraf sabitinin değişim aralığının bulunması (ilgili boşluk değişken çözümde ise)

	≤ boşluk	≥ boşluk
Alt Limit	İlk Düzey - Boşluk değişkenin çözüm değeri	Eksi Sonsuz
Üst Limit	Artı sonsuz	İlk düzey+ boşluk değişkenin çözüm değeri

2. Tek bir kısıtın sağ tarafının (alt üst limitler dahilinde) değişmesi

$$Z_{enb} = 6X_1 + 8X_2$$
$$4X_1 + 5X_2 \leq 40$$
$$4X_1 + 10X_2 \leq 60$$
$$X_1, X_2 \geq 0$$

PRİMAL OPTİMAL TABLO						
Cj			6	8	0	0
	D.K.	NİC	X1	X2	S1	S2
6	X1	5,00	1,00	0,00	0,50	-0,25
8	X2	4,00	0,00	1,00	-0,20	0,20
	Zj	62,00	6,00	8,00	1,40	0,10
	Cj-Zj		0,00	0,00	-1,40	-0,10

Birinci kısıtın sağ tarafı 50 olursa ???

- Kısıt ≤ ise yeni çözüm değeri=ilk değer+(ikame katsayısı)* (sağ taraftaki net değişim)
- Kısıt ≥ ise yeni çözüm değeri=ilk değer - (ikame katsayısı)* (sağ taraftaki net değişim)

X1 → 5+(0.50)*(50-40)=10 olur

X2→ 4+(-0.20)*(50-40)=4-6= 2 olur

$Z_{enb} = 6 * 10 + 8 * 2 = 76$ olur.

3. Kısıtların hepsinin sağ tarafında değişim

- Tüm kısıtların sağ taraflarının birlikte değişmesi durumunda modelin baştan çözülmesi daha uygun olmasının yanında küçük değişimler için aşağıdaki yöntem izlenebilir.

Yeni değer=ilk değer + (ikame katsayısı*net değişme +ikame katsayısı* net değişme +....)

$$Z_{enb} = 6X_1 + 8X_2$$
$$4X_1 + 5X_2 \leq 40$$
$$4X_1 + 10X_2 \leq 60$$
$$X_1, X_2 \geq 0$$

PRİMAL OPTİMAL TABLO

Cj			6	8	0	0
	D.K.	NİC	X1	X2	S1	S2
6	X1	5,00	1,00	0,00	0,50	-0,25
8	X2	4,00	0,00	1,00	-0,20	0,20
	Zj	62,00	6,00	8,00	1,40	0,10
	Cj-Zj		0,00	0,00	-1,40	-0,10

İki kısıtın da sağ tarafı 1'er birim artarsa???

X1➔ 5+[(0.50*1)+(-0.25*1)]=5.25

X2➔ 4+[(-0.20*1)+(0.20*1)]=4

Z=6*5.25+8*4=63.5

Amaç Fonksiyonu Katsayılarının Değişimi (Birim Kazanç Değişimi)

- Eğer ele alınan değişken çözümde ise;
- $\text{İ}yile\c{s}tirme\ Oran\imath = \dfrac{Net\ Birim\ Kazan\c{c}}{De\breve{g}i\c{s}ken\ S\imath ras\imath ndaki\ \text{İ}kame\ Katsay\imath s\imath}$

- $Alt\ kazan\c{c}\ limiti = \text{İ}lk\ d\ddot{u}zey + negatif\ oranlar\imath n\ en\ k\ddot{u}\c{c}\ddot{u}\breve{g}\ddot{u}\ (negatif\ oran\ yoksa\ -\infty)$
- $\ddot{U}st\ kazan\c{c}\ limiti = \text{İ}lk\ d\ddot{u}zey + pozitif\ oranlar\imath n\ en\ k\ddot{u}\c{c}\ddot{u}\breve{g}\ddot{u}\ (negatif\ oran\ yoksa + \infty)$

- İlgili değişkenin birim kazancı belirlenen ilimitlerin dışına çıkarsa optimal çözüm değişecektir. Bu durumda eski optimal tabloda birim kazancın yeni değeri yazılarak iterasyonlar yeni optimal tablo elde edilene kadar devam ettirilir.

Örnek

PRİMAL OPTİMAL TABLO						
Cj			6	8	0	0
	D.K.	NİC	X1	X2	S1	S2
6	X1	5,00	1,00	0,00	0,50	-0,25
8	X2	4,00	0,00	1,00	-0,20	0,20
	Zj	62,00	6,00	8,00	1,40	0,10
	Cj-Zj		0,00	0,00	-1,40	-0,10

- Çözümde olan x1 ve x2 değişkenlerinin birim kazanç limitlerini hesaplayalım. Önce iyileştirme oranları

	s1	s2
X1 için	-1.4/0.5=-2.8	-0.10/-0.25=0.4
X2 için	-1.4/-0.20=7	-0.10/0.20=-0.5

- X1 için Alt limit= 6-2.8=3.2 Üst Limit=6+0.4=6.4
- X2 için Alt Limit=8-0.5=7.5 Üst Limit=8+7=15

Amaç Fonksiyonu Katsayılarının Değişimi (Birim Kazanç Değişimi)

- İlgili değişken çözümde değilse;

Alt kazanç limiti=$-\infty$

Üst kazanç Limiti=İlk Düzey+Net Birim Kazancın Mutlak Değeri

- (Amaç fonksiyonu minimizasyon olduğunda kural tersten işletilir)

Üst maliyet limiti=$+\infty$

Alt maliyet Limiti=İlk Düzey+Net Birim Maliyet

- İlgili değişkenin birim kazancı üst kazanç ilimitinin üstüne çıkarsa değişken çözüme girecek, optimal çözüm değişecektir. Bu durumda eski optimal tabloda birim kazancın yeni değeri yazılarak iterasyonlar yeni optimal tablo elde edilene kadar devam ettirilir.

Örnek

Birinci Simpleks Tablo (Optimal)						
C_j			11	4	0	0
	Değişken karışımı	**nicelik**	**X_1**	**X_2**	**s_1**	**s_2**
0	s_1	28	0	5/2	1	-7/4
11	x_1	8	1	1/2	0	¼
Z_j		88	11	11/2	0	11/4
C_j - Z_j			0	-3/2	0	-11/4

$Z_{enb.} = 11\ x_1 + 4\ x_2$
$7\ x_1 + 6\ x_2 \leq 84$
$4\ x_1 + 2\ x_2 \leq 32$
$x_1,\ x_2 \geq 0$

- Optimal çözümdeki ürün karmasının değişmemesi için X2 değişkeninin birim kazancı hangi aralıkta kalmalıdır?

X2 optimal çözümde yer almadığı için
Alt kazanç limiti $-\infty$
Üst Kazanç Limiti=4+3/2=11/2

Bölüm Kaynakları

- Tütek, H., Gümüşoğlu, Ş., & Özdemir, A. (2012). *Sayısal Yöntemler: Yönetsel Yaklaşım*. Beta.
- Tütek, H., Gümüşoğlu, Ş., Özdemir, A. & Özdemir, A.(2011). *Sayısal yöntemlerde Problem Çözümleri ve Bilgisayar Destekli Uygulamalar*. Beta.
- Lorcu, F. (2016). *Yöneylem Araştırması* 1. Detay Yayıncılık.