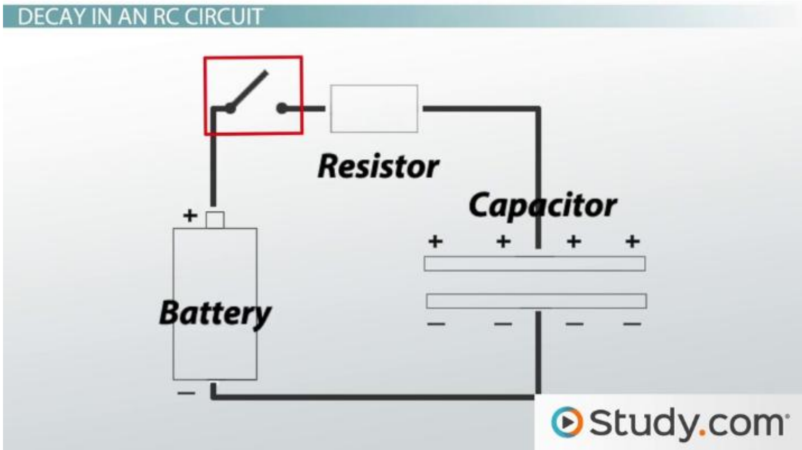
Differentialgleichungen



Maschenregel

$$-U_0 + R\circ i + \underbrace{U_C}_{U_C=\frac{q}{C}}$$

$$-U_0 + R\circ C\circ U_C'(t) + U_C(t) = 0 \text{ und } U_C(t)$$

$$\text{Näherung } U_C' \approx \frac{\Delta U_C}{\Delta t} \approx \frac{U_{C_{n+1}} - U_{C_n}}{\Delta t}$$

Beispiel

$$U_0 = 5$$
$$\Delta t = 0.1$$
$$RC = 1$$

ggb $\Longrightarrow$ Tabelle

Radioaktiver Zerfall

$$\frac{dN_{(t)}}{dt} = c * N_{(t)}$$

homogene lineare Differentialgleichung 1. Ordnung (max erste Ableitung) (mit konstanten Koeffizienten)

Fall:

$$m * \frac{d^2}{dt^2} = m * g - k * \left(\frac{ds}{dt}\right)^2$$

Dgl - Differentialgleichung

Die Lösung von Differentialgleichung hängt von der Art der Differentialgleichung ab, daher gibt es einige Begriffe zur Klssifizierung

- homogen
  - es sind Summanden enthalten, die die gesuchte Funktion enthalten
- inhomogen

- es gibt zusätzlich ein Störglied (= Teil, der die gesuchte Funktion NICHT enthält)

- Ordnung der Differentialgleichung
  - höchste vorkommende Ableitung
- linear | nichtlinear
- mit Konstanten / variablen Koeffizienten

1. Ordnung

Viele Differentialgleichungen lassen sich mit Hilfe von Seperation (= “Trennung der Variablen”) lösen (**alle**) homogenen und manche inhomogene

z.B: $y' = \frac{x}{y}$
Sep:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x}$$

$$\int \frac{1}{y} * dy = \int \frac{1}{x} * dx$$

$$\ln(|y|) = \ln(|x|) + c$$

$$|y| = e^{\ln(|x|)} + c = e^{c} * e^{\ln(|x|)} = \tilde{c} * |x|$$

Allgemeine Lösung

$y = \underbrace{c}_{\text{offene Konstante}} * x \text{ (für } x \geq 0)$

falls man eine Zusatzinformationen hat, z.B. dass P(3|4) auf den Graf liegen soll, ergibt sich daraus die “spezielle Lösung”
$4 = c * 3 \implies c = \frac{4}{3}$
$\implies y_s = \frac{4}{3} * x$

Buch S. 98

4.53a

$$y' + 6y = 0$$

$$\frac{dy}{dx} = -6y$$

$$\frac{1}{y} * dy = -6 * dx$$

$$\int \frac{1}{y} * dy = \int -6 * dx$$

$$\ln(|y|) = -6x + c$$

$$|y| = e^{-6x+c} = e^c * e^{-6x}$$

$$|y| = \tilde{c} * e^{-6x}$$

4.57 a

Trick:
$y' = 3 - 0.5y$
Dividiere durch die ganze rechte seite (und *dx)

$$y' + 0.5y = 3;\ y_0 = -1$$

$$y' = 3 - 0.5y$$

$$\frac{dy}{3 - 0.5y} = dx$$

$$\int \frac{dy}{3 - 0.5y} = \int 1 * dx$$

$$(\frac{-1}{0.5}) \ln(3 - 0.5y) = x + c$$

HÜ: foto von lilo