

به نام خدا



دانشگاه تهران

پردیس دانشکده‌های فنی

دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر

سیستم‌های کنترل پیشرفته

پروژه فاز یک

نیمه زمان پور

810198407

دی ماه 1401

فهرست

3.....	1 خواسته
3.....	2 خواسته
3.....	3 خواسته
4.....	4 خواسته
4.....	5 خواسته
4.....	6 خواسته
5.....	7 خواسته
6.....	8 خواسته
8.....	9 خواسته

خواسته 1

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -g + \frac{c}{M} \frac{x_3^2}{0.1 - x_1} - \frac{f_v x_2}{M}, \quad \{y = x_1 \\ \dot{x}_3 = \frac{1}{L}(-R x_3 + u) \end{cases}$$

در نقطه کار داریم. $\dot{X} = F(X, u) = 0$ و $y^* = x_1 = 6cm$

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -9.8 + \frac{0.3}{0.407} \frac{x_3^2}{0.1 - x_1} - \frac{0.04 x_2}{0.407}, \quad \{y = x_1 \Rightarrow X^* = \begin{bmatrix} 0.06 \\ 0 \\ \pm 0.729 \end{bmatrix}, u^* = \pm 36.45 \\ \dot{x}_3 = \frac{1}{0.2}(-50 x_3 + u) \end{cases}$$

خواسته 2

$$\frac{\partial \dot{X}}{\partial X} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \frac{c}{M} \frac{x_3^2}{(0.1 - x_1)^2} & -\frac{f_v}{M} & \frac{c}{M} \frac{2x_3}{0.1 - x_1} \\ 0 & 0 & -\frac{R}{L} \end{bmatrix}, \frac{\partial \dot{X}}{\partial U} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{L} \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 244.83 & -0.09828 & 26.867 \\ 0 & 0 & -250 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 5 \end{bmatrix}$$

$$\Delta X = X - X^*, \Delta U = U - U^*$$

$$\begin{aligned} \Delta \dot{X} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 244.83 & -0.09828 & 26.867 \\ 0 & 0 & -250 \end{bmatrix} \Delta X + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 5 \end{bmatrix} \Delta u \\ \Delta y &= [1 \quad 0 \quad 0] \Delta X \end{aligned}$$

خواسته 3

$$|A - \lambda I| = 0 \Rightarrow \lambda_i = 15.6, -15.7, -250$$

یکی از مقادیر ویژه مثبت است. پس سیستم هیچ پایداری از نوع لیاپانوف و مجانبی ندارد. همچنین با مشخص شدن مینیمال بودن فضای حالت حذف صفر و قطب نداریم و به همین دلیل مقدار ویژه مثبت در قطب تابع تبدیل می‌آید. و سیستم پایدار BIBO نیست.

خواسته 4

$$Co = [B \ AB \ A^2B] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 134.335 \\ 0 & 134.335 & -33597 \\ 5 & -1250 & 312500 \end{bmatrix}$$

ماتریس رتبه کامل سطر است. پس سیستم کنترل پذیر است.

$$Ob = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 244.83 & -0.0983 & 26.88 \end{bmatrix}$$

ماتریس رتبه کامل ستونی است. پس سیستم رویت پذیر است.

معادله حالت خطی شده بالا کنترل پذیر و رویت پذیر است. پس تحقق مینیمال دارد.

خواسته 5

$$\begin{aligned} \phi(s) &= (SI - A)^{-1} = \begin{bmatrix} s & -1 & 0 \\ -244.83 & s + 0.09828 & -26.867 \\ 0 & 0 & s + 250 \end{bmatrix}^{-1} \\ &= \frac{1}{(s - 15.6)(s + 15.7)(s + 250)} \begin{bmatrix} (s + 0.09828)(s + 250) & s + 250 & 26.876 \\ 244.83(s + 250) & s(s + 250) & 26.867s \\ 0 & 0 & (s - 15.6)(s + 15.7) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \frac{(s + 0.09828)}{(s - 15.6)(s + 15.7)} & \frac{1}{(s - 15.6)(s + 15.7)} & \frac{26.876}{(s - 15.6)(s + 15.7)(s + 250)} \\ \frac{244.83}{(s - 15.6)(s + 15.7)} & \frac{s}{(s - 15.6)(s + 15.7)} & \frac{26.867s}{(s - 15.6)(s + 15.7)(s + 250)} \\ 0 & 0 & \frac{1}{(s + 250)} \end{bmatrix} \\ \mathcal{L}^{-1}(\phi(s)) &= \phi(t) = \begin{bmatrix} 0.5015e^{15.6t} + 0.4985e^{-15.7t} & 0.03194e^{15.6t} - 0.03194e^{-15.7t} \\ 7.822e^{15.6t} - 7.822e^{-15.7t} & 0.4984e^{15.6t} + 0.5016e^{-15.7t} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \\ &\quad \begin{bmatrix} 10^{-3}(3.23e^{15.6t} - 3.66e^{-15.7t} + 0.4e^{-250t}) \\ 10^{-2}(50.43e^{15.6t} - 5.753e^{-15.7t} + 10.8e^{-250t}) \\ e^{-250t} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

خواسته 6

$$G(s) = C(SI - A)^{-1}B + D$$

$$G(s) = [1 \quad 0 \quad 0] \begin{bmatrix} s & -1 & 0 \\ -244.83 & s + 0.09828 & -26.867 \\ 0 & 0 & s + 250 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 5 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{134.38}{(s - 15.6)(s + 15.7)(s + 250)}$$

سیستم بدون صفر است. و قطب هایی در $s = 15.6, -15.7, -250$ دارد.

خواسته 7

کنترل کننده آرمانی PID با مشتق قابل پیاده سازی بصورت عملی نیست. به همین علت آن را بصورت زیر پیاده سازی می کنیم:

$$G_c(s) = P + I \frac{1}{s} + D \frac{N}{1 + N \frac{1}{s}}$$

که در آن $P = 1000, I = 1000, D = 150, N = 1000$ است.

تابع تبدیل بدست آمده در قسمت قبل را در بلوک transferfnc وارد کرده و با یک فیدبک حلقه بسته و کنترلر و همچنین یک ورودی پله سیستم را شبیه سازی می کنیم. سپس خروجی سیستم را در بلوک scope مشاهده می کنیم.

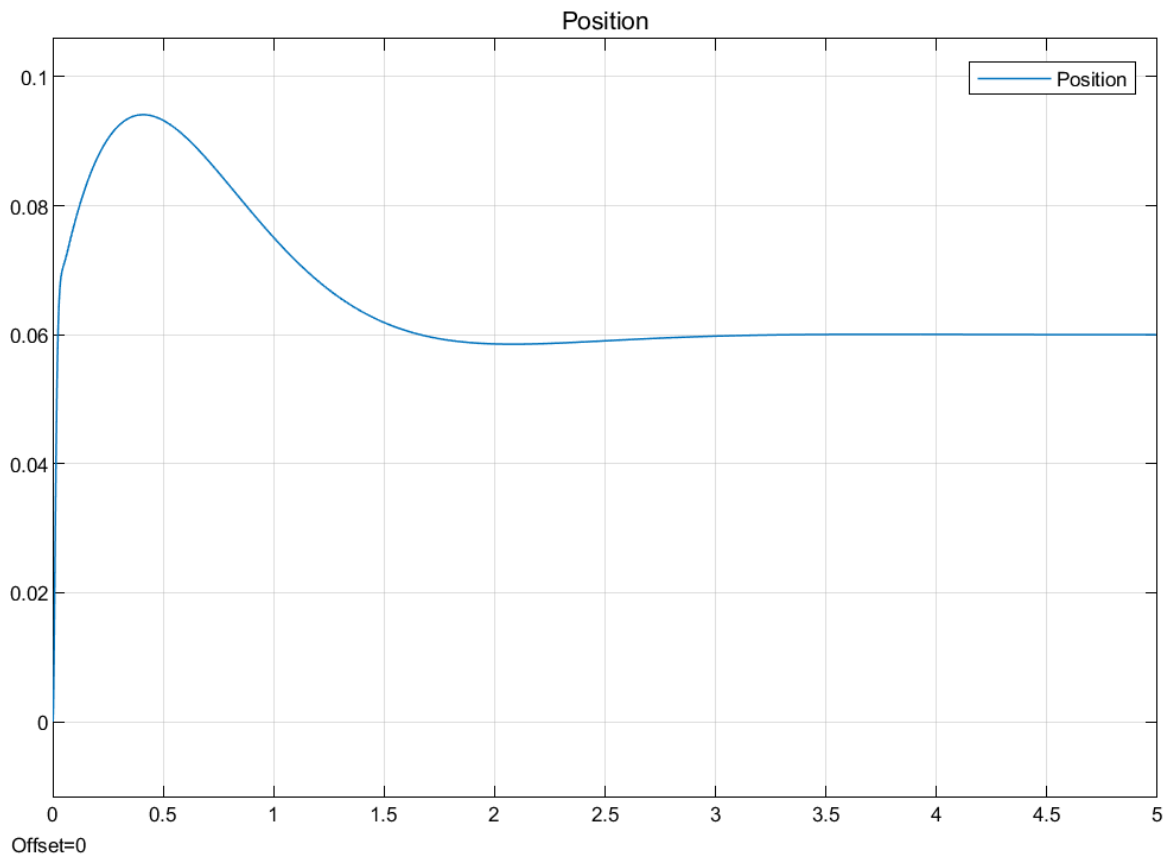


Figure 1 نمودار موقعیت گوی در سیستم خطی سازی شده

نکته مهم در طراحی کنترلر این است که گوی نمی‌تواند خارج از ناحیه 0 تا 10cm قرار گیرد. لذا کنترلر باید فراجاهش پایین داشته باشد. سایر پارامترها مانند زمان نشست و زمان صعود و زمان تاخیر مشکل جدی در طراحی ایجاد نمی‌کند. با این وجود به دلیل بزرگ بودن مقدارهای ویژه ماتریس A ، ضرایب PID نیز بزرگ شدند. که این مورد در پیاده سازی عملی پیچیده و گران است.

خواسته 8

در این قسمت همانند قسمت قبل مدل را شبیه سازی می‌کنیم. با این تفاوت که بجای تابع تبدیل از معادلات حالت استفاده می‌کنیم. همچنین برای مشاهده وضعیت متغیرهای حالت، خروجی state-space را چندتایی بصورت $I_{3 \times 3}$ تعریف می‌کنیم. سپس در سه switch هر کدام از متغیرها را جدا کرده و نمایش می‌دهیم.

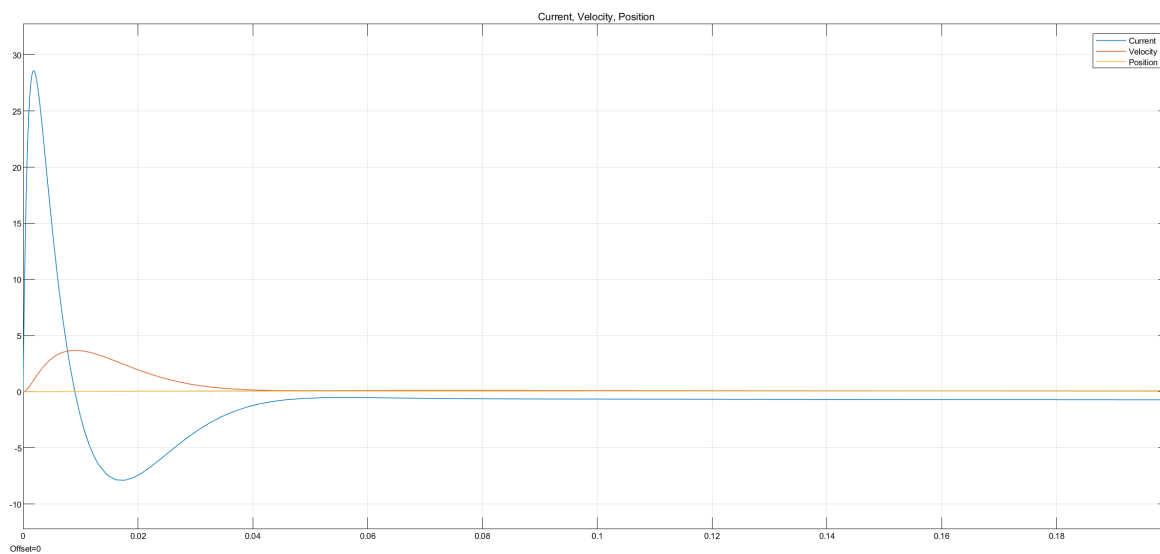


Figure 2 پاسخ متغیر جریان به ورودی پله

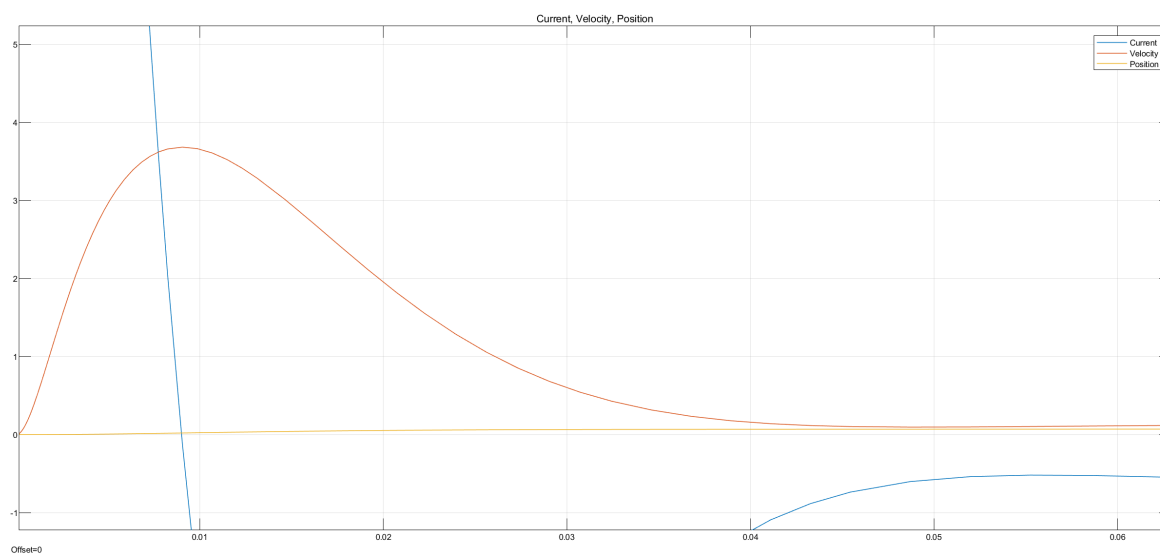


Figure 3 پاسخ متغیر سرعت به ورودی پله

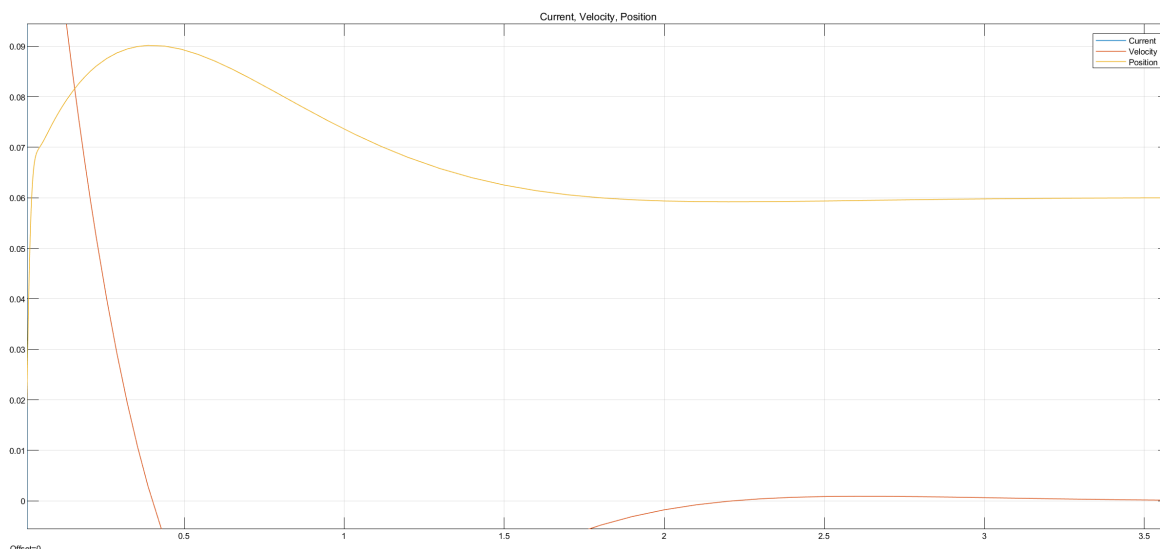


Figure 4 پاسخ متغیر موقعیت به ورودی پله

با شروع زمان، جریان به سرعت زیاد شده و گوی به سمت بالا حرکت می‌کند. سپس با گذر از موقعیت 6cm جریان منفی شده سرعت گوی کم شده دوباره به محل 6cm برمی‌گردد. گوی در حدود 0.5 ثانیه از شروع به حول نقطه مرجع می‌رسد.

همچنین متغیرهای حالت به $X = \begin{bmatrix} 0.06 \\ 0 \\ 0.502 \end{bmatrix}$ میل می‌کنند. علت اختلاف با نقطه تعادل بدست آمده در بخش 1 خطای خطی سازی است.

خواسته 9

برای اضافه کردن کنترلر، یک فیدبک حلقه بسته ایجاد کرده و کنترلر را به قبل از بلوک Magnetic Levitation اضافه می‌کنیم.

کنترلر به خوبی گوی را به نقطه کار برده و فراجاهش و زمان خیز کمی دارد. حداکثر جریان سیم‌پیچ 2.6 آمپر است که جریان قابل قبولی است.

همچنین متغیرهای حالت به $X = \begin{bmatrix} 0.06 \\ 0 \\ 0.730 \end{bmatrix}$ میل می‌کنند. که همان نقطه تعادل بدست آمده در بخش 1 است.

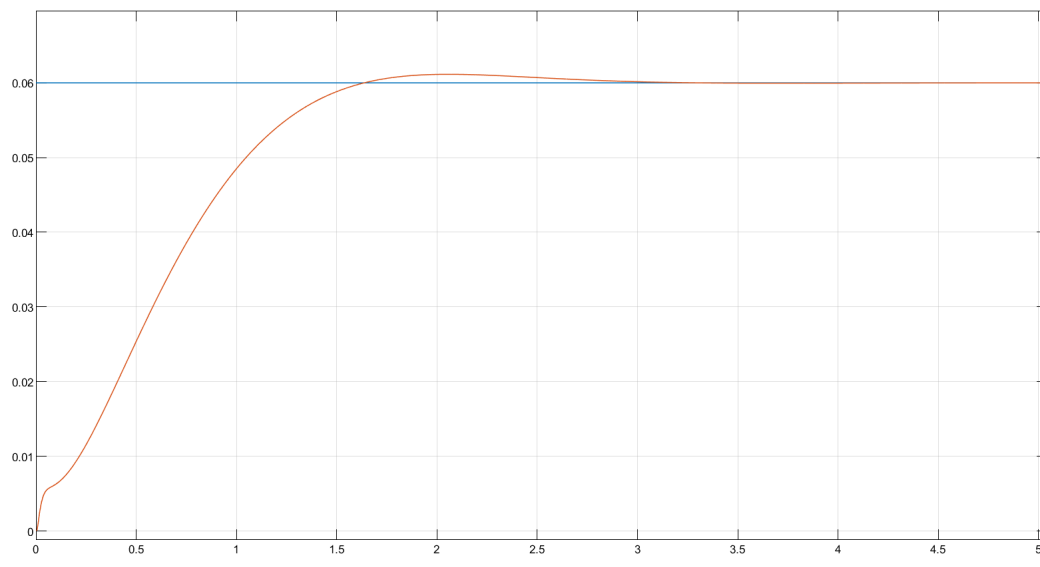


Figure 5 پاسخ موقعیت گوی به ورودی پله

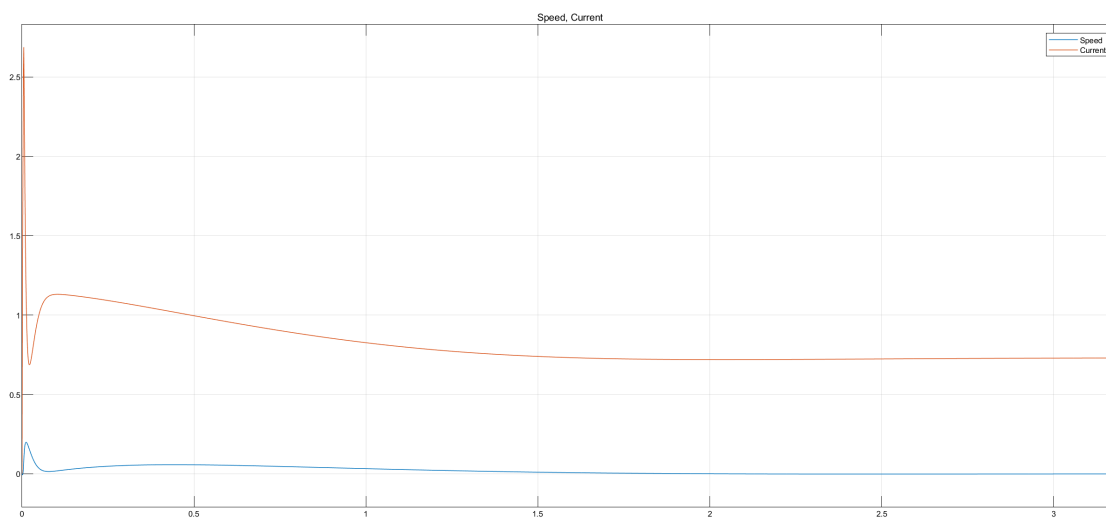


Figure 6 پاسخ سرعت گوی و جریان سیم پیچ به ورودی پله

متغیر های مورد نیاز:

$$R = 50$$

$$L = 0.2$$

$$g = 9.8$$

$$M = 0.407$$

$$c = 0.3$$

$$f_v = 0.04$$