

## مطالعه عددی یک ساختار آگزتیک ساخته شده از ورق های موج دار (۳ بعدی) و بررسی پارامتری آن

دکتر هاشم مظاهری<sup>۱</sup>، محمد امین فرجی<sup>۲</sup>

۱- استادیار، مکانیک، دانشگاه بوعلی سینا

۲- کارشناسی ارشد، مکانیک، دانشگاه تهران

ایمیل نویسنده مسئول: nima.faraji@ut.ac.ir

### چکیده

مواد آگزتیک، جامدهایی با ضریب پواسون منفی هستند و ضریب پواسون نیز نسبت کرنش جانبی به کرنش محوری می باشد که آن را با حرف یونانی  $\nu$  نمایش می دهند. این خاصیت مواد آگزتیک به این معناست که اگر این مواد تحت کشش قرار بگیرند، ضخامت آن ها به جای کاهش، افزایش می یابد و به همین دلیل ضریب پواسون این مواد منفی است.

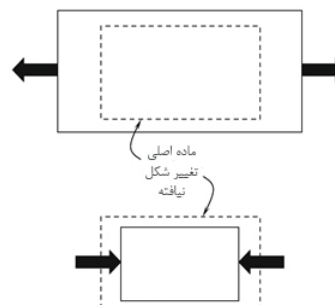
خواص غیرمعمول و قابل توجه ساختار های آگزتیکی باعث شده است که در سال های اخیر پژوهش های زیادی در این مورد انجام شود که در نتیجه آن ها ساختار های متنوعی از جمله خانه زنبور عسل، دوباره واردشونده، کایرال و تراس شناسایی شدند.

در این پژوهش سعی شده است با استفاده از روش ها و نرم افزار های المان محدود خواص آگزتیکی ساختار پیکان دو طرفه (DAH) سه بعدی، در زوایا و جنس های مختلف بررسی شود و ضریب پواسون و مدول الاستیسیته این ساختار در شرایط مختلف مقایسه و تحلیل شود.

**واژه های کلیدی:** آگزتیک - ضریب پواسون - پیکان دو طرفه

### مقدمه

در ۳۰ سال گذشته مواد آگزتیک به سبب خواص مکانیکی منحصر به فردشان توجهات زیادی را به خود جلب کرده اند. مواد آگزتیک عموماً به سبب ضریب پواسون منفی شناخته می شوند. این ویژگی به این معنی است که بر خلاف مواد دیگری که دارای ضریب پواسون مثبت هستند، ضخامت مواد آگزتیکی با کشیده شدن افزایش می یابد. همچنین ضخامت این مواد زمانی که تحت فشار قرار گیرند، کاهش می یابد که با توجه به ضریب پواسون منفی این مواد باز هم توجیه پذیر است.



شکل ۱- نحوه تغییر شکل مواد آگزتیکی در فشار و کشش

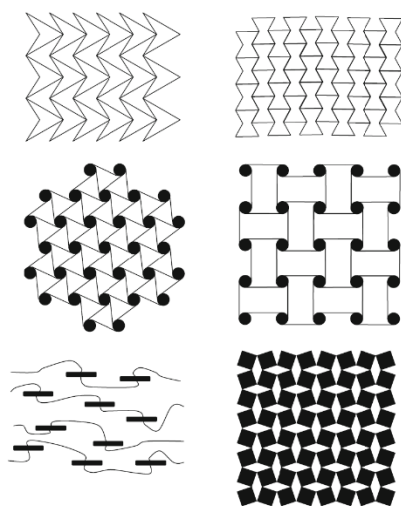
ضریب پواسون مواد کشسان خطی و همسانگرد و پایدار نمی تواند کمتر از ۱- و بیشتر از ۰.۵ باشد البته به شرط آنکه مدول یانگ و مدول برشی و مدول حجمی مقادیر مثبت داشته باشد. مواد آگزتیک می توانند به شکل

تک مولکول، فوم، الیاف و نخ و یا ساختار ویژه از جسمی قابل رویت باشند [1].

واژه "آگزتیک" در واقع از یک لغت یونانی به معنای "تمایل به گسترش و افزایش" گرفته شده که در سال ۱۹۹۱ توسط ایوانز پیشنهاد شد. پس از آن دانشمندان مطالعات و تحقیقات بیشتری بر روی این مواد کردند.

در سال ۱۸۴۸ میلادی سین وونت و همکارانش خاصیت آگزتیک و ضریب پواسون منفی را در برخی مواد کشف کردند. پس از آن ویت در سال ۱۹۲۰ وجود ضریب پواسون منفی را در کریستال های تکی گزارش داد اما در آن زمان خاصیت آگزتیکی فقط به برخی مواد طبیعی محدود می شد و چندان مورد توجه نبود. اما در سال ۱۹۸۷، لیکس برای اولین بار ساختار اسفنجی و شش ضلعی با خاصیت آگزتیک را معرفی کرد.

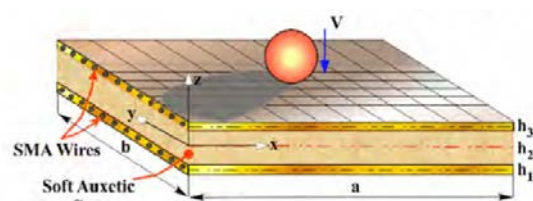
ساختارهای زیادی از خود رفتار آگزتیکی نشان می دهند که مهم ترین این ساختارها هانیکمب (Honeycomb)، کایرال (Chiral) و تراس (Truss) هستند. در شکل ۲ چند نمونه از این ساختارها نشان داده شده است [2].



شکل ۲- چند نمونه از ساختارهایی که از خود رفتار آگزتیکی نشان می دهند

از زمان پیدایش این مواد با توجه به ویژگی های آن مانند سختی، انعطاف پذیری، مقاومت در برابر رشد ترک و ... تحقیقات بسیاری روی این مواد با توجه به ویژگی های غیر معمول آن انجام شده و در صنعت بسیار مورد استفاده قرار می گیرند [3].

از جمله این پژوهش ها می توان به تعیین زاویه بهینه برای ساختار ری-انترنت شش ضلعی اشاره کرد. در این پژوهش با بررسی ساختاری که در شکل ۳ نشان داده شده است، خواص آگزتیک و ضریب پواسون با تغییرات زاویه  $\alpha$  بررسی شده است [4].



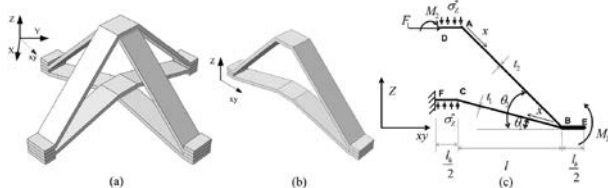
شکل ۵- پارامترهای هندسی ورق ساندویچی کامپوزیتی حاوی سیم‌های آلیاژ حافظه دار و هسته آگزتیکی انعطاف پذیر و ضربه زننده

کاربردهای عمده مواد آگزتیکی در جذب انرژی، تجهیزات حفاظتی، اتصالات، جلیقه‌های ضد گلوله و زمینه‌های پزشکی و ورزشی می‌باشد [6].

#### بیان مسئله، نوآوری و ذکر اهداف

در این پژوهش سعی شده است با استفاده از روش‌ها و نرم‌افزارهای المان محدود خواص آگزتیکی ساختار پیکان دو طرفه سه بعدی، در زوایای مختلف بررسی شود و ضریب پواسون و مدول الاستیسیته این ساختار در شرایط مختلف مقایسه و تحلیل شود.

شکل ۶ یک سلول واحد از این ساختار را نشان می‌دهد: [7]



شکل ۶- (a) یک سلول واحد ساختار پیکان دو طرفه، (b) یک نیمه سلول واحد این ساختار (c) نمای جانبی ساختار و ابعاد آن

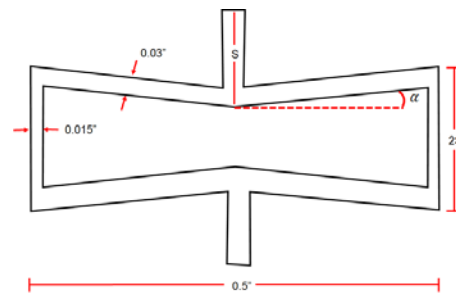
در شکل ۳، ۱ برابر با ۱۰ میلی متر و  $l_1$  برابر با ۵،۲۹ میلی متر می‌باشد و مابقی ابعاد متناسب با زاویه‌های  $\Theta$  تغییر می‌کنند. خواص این نوع ساختار با تغییر در زاویه‌های  $\Theta_1$  و  $\Theta_2$  تغییر می‌کند. مطابق با شکل ۳ دو نوع زاویه در این ساختار تعریف می‌شود که فقط این دو زاویه در حالت‌های مختلف تغییر می‌کنند.

در این پژوهش ۶ حالت بررسی شده است که در آن زاویه‌ها (۱۵ و ۳۰)، (۱۵ و ۴۵)، (۱۵ و ۶۰)، (۳۰ و ۴۵)، (۳۰ و ۶۰) و (۴۵ و ۶۰) هستند. در این ساختار در هر طبقه دو ردیف از ورقه‌های ذکر شده قرار گرفته است و در کل ۴ طبقه از این ردیف‌های ۲ تایی قرار دارند.

ضریب پواسون به دست آمده برای این ساختار برای هر کدام از زاویه‌های فوق متفاوت است و سعی شده است در پایان ساختاری که منفی‌ترین ضریب پواسون و بالاترین مدول الاستیسیته را به دست می‌دهد تعیین بشود.

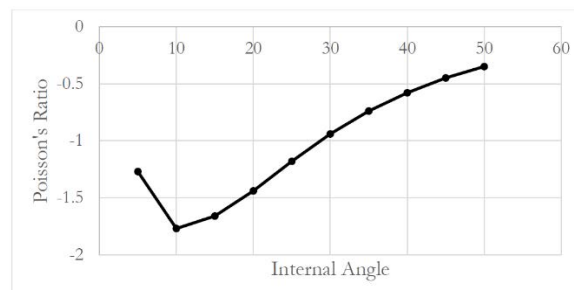
#### روش تحقیق

برای شبیه‌سازی و تحلیل از نرم‌افزار آباکوس استفاده شده است. همچنین برای رسم این ساختار از نوارهایی که در شکل ۷ نشان داده شده است استفاده شده است. استفاده از این نوارها که در محیط طراحی نرم‌افزار آباکوس ایجاد می‌شوند باعث می‌شود که سرهم کردن سلول‌ها ساده‌تر و با دقت بیشتری انجام شود.



شکل ۳- زاویه داخلی و هندسه بررسی شده از یک سلول واحد ساختار ری-انترنت شش ضلعی

با ثابت نگه داشتن مقادیر مشخص شده در شکل بالا، زاویه داخلی  $\alpha$  از ۵ درجه تا ۵۰ درجه تغییر داده شده و برای هر حالت ضریب پواسون ساختار محاسبه شده است. با انجام محاسبات و تحلیل مشاهده می‌شود که مطابق با شکل ۴ بیشترین ضریب پواسون هنگامی رخ می‌دهد که زاویه داخلی در این ساختار بین ۵ تا ۱۵ درجه باشد.



شکل ۴- زاویه داخلی و هندسه بررسی شده از یک سلول واحد ساختار ری-انترنت شش ضلعی

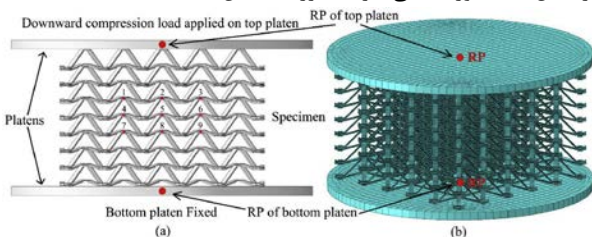
دیگر پژوهش انجام شده در این زمینه مربوط به بررسی اثر آلیاژ حافظه دار بر پاسخ ضربه کم سرعت ورق ساندویچی مستطیلی با رویه‌های کامپوزیتی و هسته آگزتیکی انعطاف پذیر از طریق ارائه و به کارگیری یک تئوری کلی-محلی هایپربولیک مرتبه بالا جدید است.

در این پژوهش مطابق با شکل ۵ یک ضربه کم سرعت بر روی ورق مستطیلی با رویه‌های کامپوزیتی و هسته آگزتیکی اعمال و تاثیر آن بررسی می‌شود. در نتیجه این پژوهش می‌توان گفت مواد معمولی وقتی تحت ضربه عرضی قرار می‌گیرند در دو بعد عمود بر ضربه از محل ضربه دور می‌شوند در صورتی که مواد آگزتیکی به دلیل ضریب پواسون منفی-شان وقتی تحت ضربه عرضی قرار می‌گیرند، نه تنها در دو بعد عمود بر ضربه از محل ضربه دور نمی‌شوند بلکه به سمت محل ضربه نیز فشرده می‌شوند [5].

این رفتار مواد آگزتیکی که شرح داده شد، باعث افزایش سفتی ظاهری تماس می‌گردد که نتیجه آن افزایش نیروی تماس و کاهش خیز و مدت زمان برخورد خواهد بود.

در شبیه سازی انجام شده از ماده اپوکسی کربن که باید به صورت لمینیت تعریف شود استفاده شده است.

صفحات صلبی که در بالا و پایین ساختار تعریف می‌شوند کاملاً در تماس و مقید با مدل هستند و شرایط مرزی نباید بر روی خود مدل اعمال شود بلکه باید بر روی صفحه صلب اعمال شود، البته شرایط مرزی را نمی‌توان دقیقاً بر خود جسم صلب مستقیم اعمال نمود باید یک نقطه مرجع برای هر صفحه تعریف نمود و شرایط مرزی را بر روی این نقطه اعمال کرد. تمامی درجات آزادی در پایین مدل گرفته شده و مقید شده و برای صفحه‌ی دیگر که در بالای مدل مقید شده است، تمامی درجات آزادی به جز جابجایی خطی در راستای عمود بر صفحه به عبارتی در راستای  $y$  گرفته شده است و در راستای عمود بر صفحه یک جابجایی به اندازه  $0.3$  میلی متر به سمت پایین تعریف می‌گردد، جابجایی به صورت ضربه‌ای اعمال نمی‌شود بلکه تقریباً استاتیکی بوده و در طی یک زمان مشخص اعمال می‌شود. برای این ایجاد این حالت، می‌بایست یک امپلیتود ساخته شود تا در یک بازه زمانی مشخص و به صورت خطی بارگذاری انجام شود. در شکل ۹ به طور اجمالی شرایط مرزی نمایش داده شده است.



شکل ۹- شرایط مرزی اعمال شده بر روی ساختار و صفحاتی که در بالا و پایین آن هستند

نوع شبکه‌بندی و اندازه هر المان، در نتایجی که نمایش داده می‌شود، بسیار اهمیت دارد. برای تشخیص اندازه مش مناسب ابتدا می‌بایست اندازه مش را تغییر داد و نتایج را با یکدیگر مقایسه نمود، نتایجی که دارای خطای کمتری نسبت به نتایج تجربی باشد اندازه مش آن مورد قبول است. اگر اندازه مش از حدی ریزتر یا از حدی بزرگتر باشد خروجی و اگر خواهد شد.

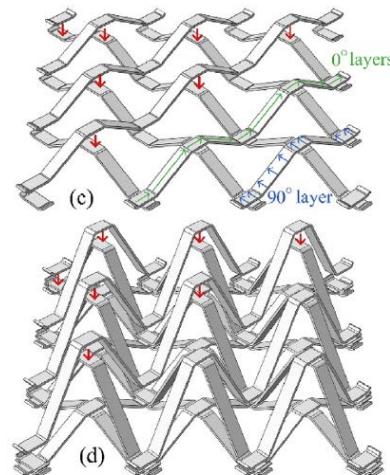
شبکه‌بندی مدلها با استفاده از المان SR4 انجام شود، مش‌ها از نوع سازمان یافته و سوپ هستند. مدلی که دارای زاویه‌های  $30^\circ$  و  $60^\circ$  درجه است، پس از شبکه‌بندی در شکل نمایش داده شده است. اندازه طول المان نیز  $1.1$  میلی‌متر می‌باشد.

در پایان نتایج نیرو و جابجایی استخراج شده با در نظر گرفتن معادلات (۱) و (۲) برای رسم نمودارهای تنش-کرنش استفاده شد. نمودار تنش-کرنش برای تغییر شکل بین دو صفحه در نظر گرفته شده است.

$$\epsilon = \delta L / L \quad (1)$$

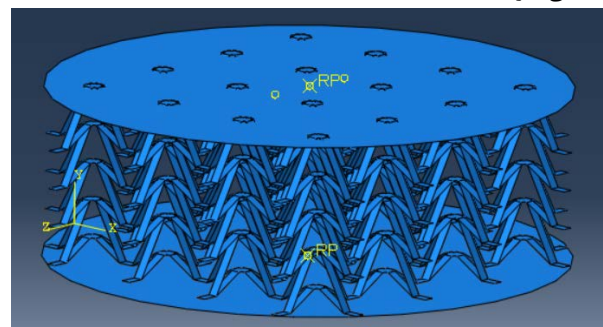
$$\sigma = P / A \quad (2)$$

پس از اجرا کردن برنامه در نرم افزار آباکوس نتایج قابل مشاهده خواهد بود. برای تحلیل نتایج و اعتبارسنجی آن‌ها که در بخش بعدی انجام خواهد شد نیاز به دانستن مقادیر تنش و کرنش است که بهترین روش استخراج نیرو و جابجایی از نتایج می‌باشد. برای انجام این کار یک گره که در این قسمت نقطه مرجع صفحه‌ای که در راستای عمودی متحرک است در نظر



شکل ۷- نوارهایی که در محیط طراحی ایجاد شده اند و با سرهم کردن آن‌ها ساختار پیکان دو طرفه ایجاد می‌شود

علاوه بر سرهم کردن نوارها، دو صفحه صلب در بالا و پایین مدل قرار داده می‌شود و برای هر کدام از صفحه‌ها یک نقطه مرجع تعریف می‌گردد. برای بخش برهم‌کنش حالت تماس عمومی انتخاب شده است و رفتار مماسی تعریف شده است.

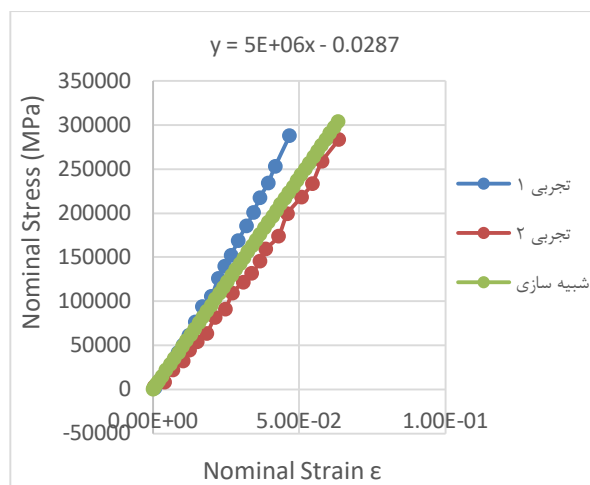


شکل ۸- ساختار پیکان دو طرفه همراه با دو صفحه صلب تعریف شده در بالا و پایین آن

مدل‌ها به صورت پوسته طراحی شده‌اند، دلیل استفاده از این المان پوسته‌ای افزایش دقت، شبکه‌بندی راحت‌تر و کاهش زمان حل می‌باشد. باید به این نکته توجه داشت که اگر از المان سالیید استفاده می‌شد نیاز به شبکه‌بندی ریزتر و زمان حل بسیار طولانی داشت. ضخامت پوسته‌ها  $0.5$  میلی‌متر می‌باشد و عمق پوسته نیز  $3$  میلی‌متر است. مواد مورد استفاده در شبیه‌سازی که در بخش خواص نرم افزار آباکوس تعریف می‌شوند در جدول ۱ آورده شده است.

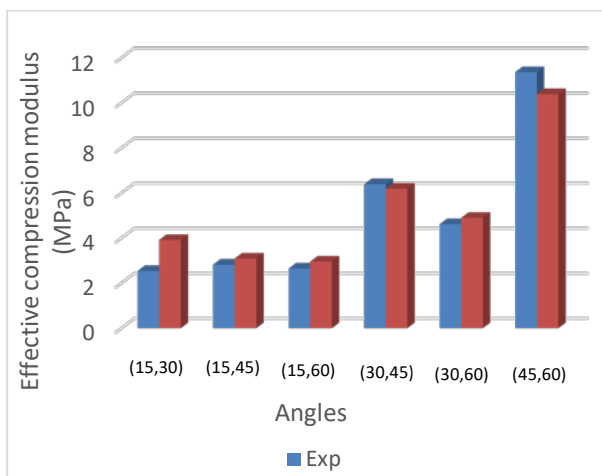
جدول ۱- جنس و خصوصیات مواد مورد استفاده در شبیه سازی که اپوکسی کربن است

پارامتر	مقدار
$E_1$	122 GPa
$E_2, E_3$	8.5 GPa
$\nu_{12}, \nu_{13}, \nu_{23}$	0.28
$G_{12}, G_{13}, G_{23}$	4 GPa
$\rho$	1560 kg/m <sup>3</sup>



شکل ۱۱ - تنش-کرنش برای ساختار پیکان دوطرفه وقتی زاویه ها ۳۰ و ۶۰ هستند

برای به دست آوردن شیب نمودار ها از نرم افزار اکسل استفاده شده است. در شکل ۱۱ یک معادله قرار داده شده است که ضریب X همان شیب نمودار می‌باشد. به این ترتیب ضریب X همان مدول الاستیسیته ساختار در حالت ها و زوایای مختلف می‌باشد.



شکل ۱۲ - مدول الاستیسیته به دست آمده در ۲ حالت تجربی و شبیه سازی در زاویه های مختلف

همانطور که از شکل ۱۲ پیداست، نتایج شبیه سازی با نتایج تجربی مطابقت دارد که نشان از صحت شبیه سازی دارد. همچنین بیشترین مدول الاستیسیته در حالتی به دست می‌آید که زاویه های  $\theta_1$  و  $\theta_2$  به ترتیب برابر با ۴۵ و ۶۰ باشند بعد از آن به ترتیب در حالت هایی که زاویه ها برابر با ۳۰ و ۴۵ و پس از آن، ۳۰ و ۶۰ هستند، بیشترین مدول الاستیسیته را دارند. برای محاسبه ضریب پواسون از رابطه (۳) استفاده می‌شود:

$$\nu = -\epsilon_y / \epsilon_x \quad (3)$$

گرفته میشود. میزان نیرو و جابجایی عمودی استخراج شده و سپس با استفاده از روابط (۱) و (۲) تنش و کرنش قابل محاسبه است.

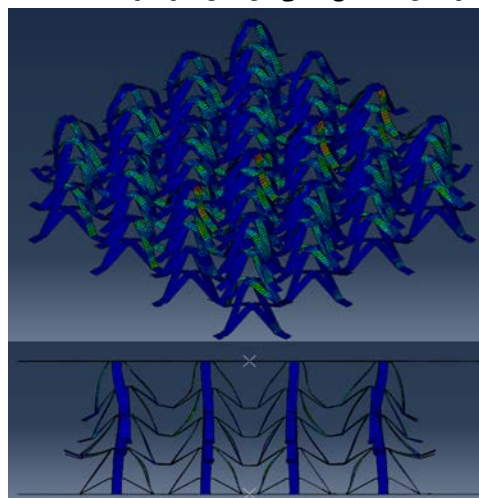
برای به دست آوردن تنش ها کافیت که نیرو وارد بر ساختار را که با تعریف کردن نقطه مرجع صفحه بالایی و استخراج اطلاعات آن به دست می‌آید را بر مساحت آن تقسیم نمود. برای به دست آوردن کرنش ها نیز، ابتدا جابجایی ها را با تعریف دوباره نقطه مرجع صفحه بالایی به دست آورده و سپس این جابجایی بر فاصله صفحه بالایی تا پایینی در حالت تغییر شکل نیافته تقسیم می‌شود.

پس از رسم نمودار های تنش-کرنش و کرنش-کرنش، شیب این نمودار ها به ترتیب مدول الاستیسیته و ضریب پواسون را به دست می‌دهند.

### ارائه نتایج و بحث

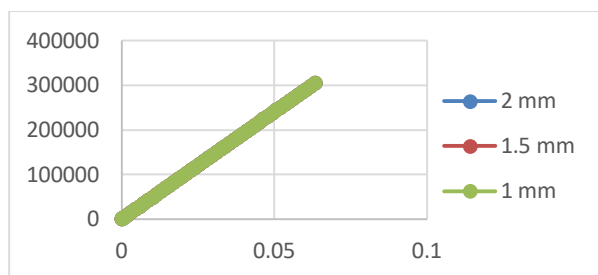
در این فصل نتایج مدل سازی انجام شده و نتایج حاصل از تست های گرفته شده از این مدلها در تست فشار مقایسه و مدل ها ارائه شده و اعتبارسنجی می‌گردد. برای اعتبارسنجی کافیت نمودار تنش محوری بر حسب کرنش محوری با نمودار تنش-کرنش نتایج تجربی مقایسه شود تا نتایج مدل سازی تایید شود.

برای محاسبه مدول الاستیسیته هریک از ساختارها کافیت که نمودار تنش-کرنش را برای آن ها رسم کنیم. سپس پس از رسم این نمودار شیب آن را به دست می‌آوریم که این شیب همان مدول الاستیسیته ساختار می‌باشد. در شکل ۱۰ نتایج کیفی این مدل سازی ارائه شده است.



شکل ۱۰- تصویر تغییر شکل یافته ساختار پیکان دو طرفه برای زاویه های ۳۰ و ۶۰ درجه





شکل ۱۵- بررسی همگرایی نتایج برای سایز های مختلف المان

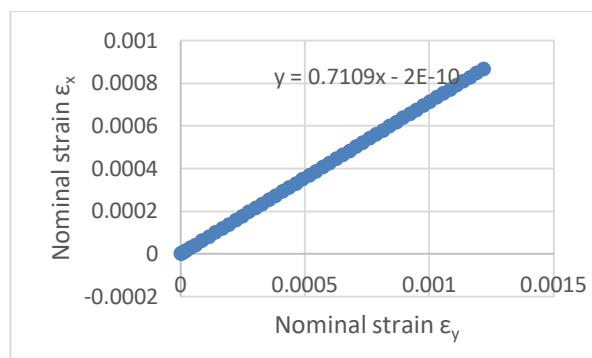
#### نتیجه‌گیری

در این مطالعه، خواص آگزتیکی ساختار پیکان دو جهته که به صورت نوار ها و ورقه هایی موج دار است که دو زاویه اصلی میزان خواص آگزتیکی آن را تعیین می‌کند، بررسی شد.

مشاهده شد که با تغییر در زاویه های اصلی این ساختار، خواص آگزتیکی نیز تغییر می‌کند و به صورت نسبی می‌توان گفت که با بیشتر شدن زاویه ها خواص آگزتیکی بیشتر می‌شوند، به این ترتیب که در صورتی که زاویه ها ۱۵ و ۳۰ درجه باشند، کمترین مدول الاستیسیته و ضریب پواسون و زمانی که زاویه ها ۴۵ و ۶۰ درجه هستند منفی ترین ضریب پواسون و بیشترین مدول الاستیسیته به دست می‌آید.

#### مراجع

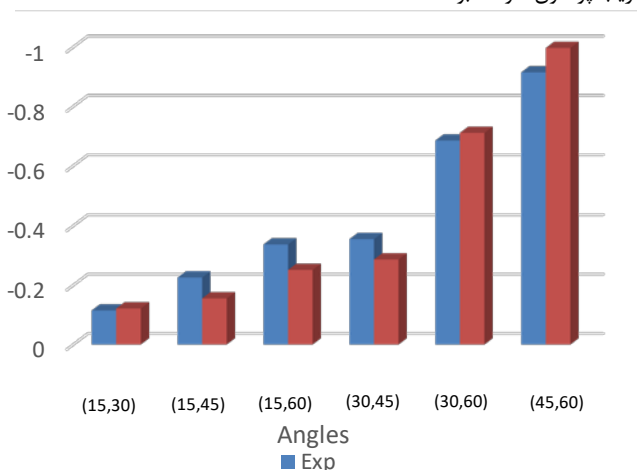
- [1] A. A. K.E. Evans, "Auxetic materials: functional materials and structures from lateral thinking!," 2000, pp. 617-628.
- [2] D. R. C. M. C. R. Kopyt P, "Dielectric properties of chiral honeycombs modelling and experiment," Compos Sci Technol, p. 1080-1088.
- [3] D. a. R. W. Veronda, "Mechanical characterization of skin-finite deformations.," 1970, pp. 111-124.
- [4] C. Zmuda, "Design of Structural Composite with Auxetic Behavior," pp. 18-20, 2017.
- [5] S. H. M. Shariyat, "Eccentric impact analysis of pre-stressed composite sandwich plates with viscoelastic cores," vol. 117, pp. 333-345, 2014.
- [6] "Graphene changes elastic properties depending on applied force," Landau Institute, 19 April 2018. [Online]. Available: <https://phys.org/news/2018-04-graphene-elastic-properties.html>. [Accessed 2018].
- [7] Y.-L. C. a. L. M. Xin-Tao Wang, "The manufacture and characterization of composite three-dimensional fiber entrant auxetic cellular structures made from carbon fiber reinforced polymer," Composite Materials, 2018.



شکل ۱۳ - کرنش  $\epsilon_y$  - کرنش  $\epsilon_x$  برای زاویه های ۳۰ و ۶۰ درجه

برای به دست آوردن کرنش در جهت  $y$ ، نقطه مرجع صفحه بالایی تعریف می‌شود و سپس اطلاعات جابجایی این نقطه استخراج می‌شود و پس از آن با تقسیم این جابجایی بر فاصله صفحه بالایی تا پایینی، مقدار کرنش به دست می‌آید.

به همین ترتیب نیز کرنش در جهت  $x$  محاسبه می‌شود. پس از محاسبه کرنش ها و رسم نمودارها، شیب نمودار  $\epsilon_x$  بر حسب  $\epsilon_y$  همان ضریب پواسون خواهد بود.



شکل ۱۴- ضریب پواسون به دست آمده در ۲ حالت تجربی و شبیه سازی در زاویه های مختلف

همانطور که از شکل ۱۴ پیداست، نتایج شبیه سازی با نتایج تجربی مطابقت دارد که نشان از صحت شبیه سازی دارد. همچنین منفی ترین ضریب پواسون در حالتی به دست می‌آید که زاویه های  $\theta_1$  و  $\theta_2$  به ترتیب برابر با ۴۵ و ۶۰ باشند بعد از آن به ترتیب در حالت هایی که زاویه ها برابر با ۳۰ و ۶۰ و پس از آن، ۳۰ و ۴۵ هستند، منفی ترین ضریب پواسون را دارند.

برای بررسی همگرایی نتایج نیز مطابق شکل ۱۵ مشخص است که با کوچک کردن و تغییر سایز المان ها تغییری در نتایج حاصل شده ایجاد نمی‌شود. پس می‌توان سایز المان ۲ میلی متر را به عنوان سایز مناسب برای شبکه بندی انتخاب کرد.