

עיבוד וניתוח תמונות - תרגיל יבש 3

תעודת זהות : 316597640

תעודת זהות : 318226032

שם : יואב אלימלך

שם : נמרוד בלכר

תרגיל בית מס' 3

מועד הגשה: עד 29.2.24 בשעה 23:59. הגשה אלקטרונית דרך Moodle.

הוראות הגשה:

- ההגשה היא בזוגות או ביחידים, כאשר רק אחד הסטודנטים יגיש את הגיליון.
- יש להגיש קובץ PDF יחיד הנושא את השם: DryHw1_ID1_ID2.pdf.
- כאשר במקום ID1 ו-ID2 יש לכתוב את תעודות הזהות של הסטודנטים.
- יש לרשום את שמות הסטודנטים ואת תעודות הזהות שלהם בדף הראשון של הגיליון.

שאלה מס' 1

נתון קוונטיזר אחיד בעל 4 ביט, בכניסה לקוונטיזר משתנה אקראי בעל התפלגות אחידה $x \sim U[-2, 6]$.

א. מהן רמות החלטה $\{r_k\}_{k=0}^N$ ומהן רמות הייצוג $\{f_k\}_{k=1}^N$ של הקוונטיזר?

כעת מעוניינים להשתמש ב-dithering.

ב. ציירו סכמה של הקוונטיזר עם dithering, מהו פילוג הרעש?

עבור כל הסעיפים הבאים הניחו שפיקסל בעל רמת אפור של 0.2 נכנס למערכת.

ג. עבור המערכת ללא dithering, מהו מוצא הקוונטיזר?

ד. עבור המערכת עם dithering, מהי ההתפלגות בכניסה לקוונטיזר?

ה. מה הם הערכים האפשריים ביציאה מהקוונטיזר? חשבו את התפלגות ההסתברות של הערכים האפשריים.

ו. מהי התוחלת של ערך היציאה מן הקוונטיזר?

שאלה מס' 2

נתונה התמונה הבאה בגודל 8×8 . כאשר כל פיקסל מיוצג ע"י 3 ביטים.

5	4	2	1	1	0	1	1
6	6	3	1	1	1	0	3
7	6	4	1	7	1	0	1
6	5	4	2	1	1	0	1
5	4	4	2	1	1	0	1
4	4	3	1	0	0	0	1
4	3	2	1	0	0	0	0
3	3	2	1	1	6	0	0

א. מצאו ורשמו את ההיסטוגרמה של התמונה

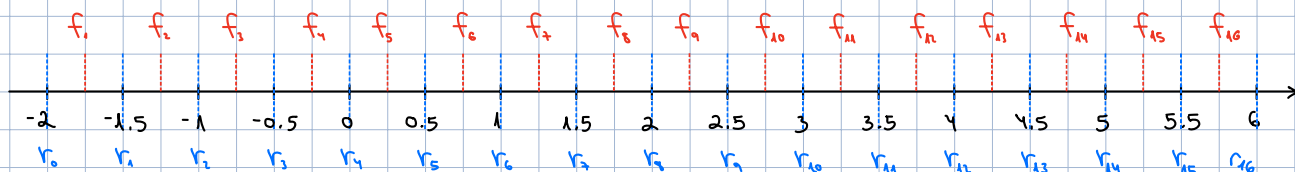
ב. רשמו את ההיסטוגרמה של התמונה לאחר שוויון היסטוגרמה.

שאלה 1:

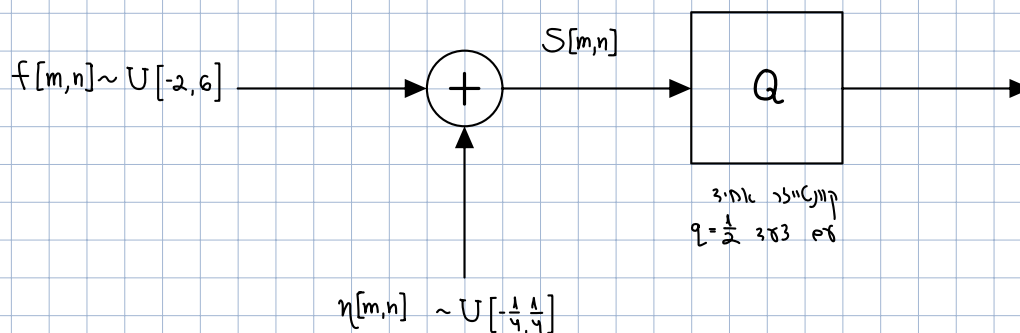
א. מכיוון שיש לנו 4 ביטים, הצדדים של העיגול הם $[-2, 6]$. במרחב $q = \frac{1}{2}$.

מספר הבחירה יהיו: $\{f_k = \frac{k-1}{16} \mid k \in \mathbb{Z}, k \in [1, 16]\}$, $N = 2^L + 2^4 = 16$

ורמות הייצוג יהיו: $\{r_k = \frac{k}{16} \mid k \in \mathbb{Z}, k \in [0, 16]\}$. $q = \frac{1}{N} = \frac{1}{16}$



ב. נבי שמונן קבוצה נפרד אף הצדדים אחרת $\eta \sim U[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}] \rightarrow \eta \sim U[-\frac{1}{4}, \frac{1}{4}]$



ג. $f_3 = 0.25$ וצדד 0.2 $r_4 = 0 < 0.2 < 0.25 = r_5$ dithering

ד. $S = 0.2 + \eta \sim U[-\frac{1}{4}, \frac{1}{4}]$ dithering

ה. הצדדים האפשריים קבוצה הם $[-0.25, 0.25]$ ו-0.25

ו. המרחב הקטן $[-0.05, 0.45]$

$$f_4 = -0.25 \iff r_3 = -0.5 \leq \text{input} \leq 0 = r_4 \iff -0.05 \leq \text{input} \leq 0$$

$$f_5 = 0.25 \iff r_4 = 0 \leq \text{input} \leq 0.5 = r_5 \iff 0 \leq \text{input} \leq 0.45$$

$$S_Q = \begin{cases} -0.25, & \frac{0.05}{0.5} = 0.1 \\ 0.25, & \frac{0.45}{0.5} = 0.9 \end{cases} \quad \text{הצדדים האפשריים (קצת)}$$

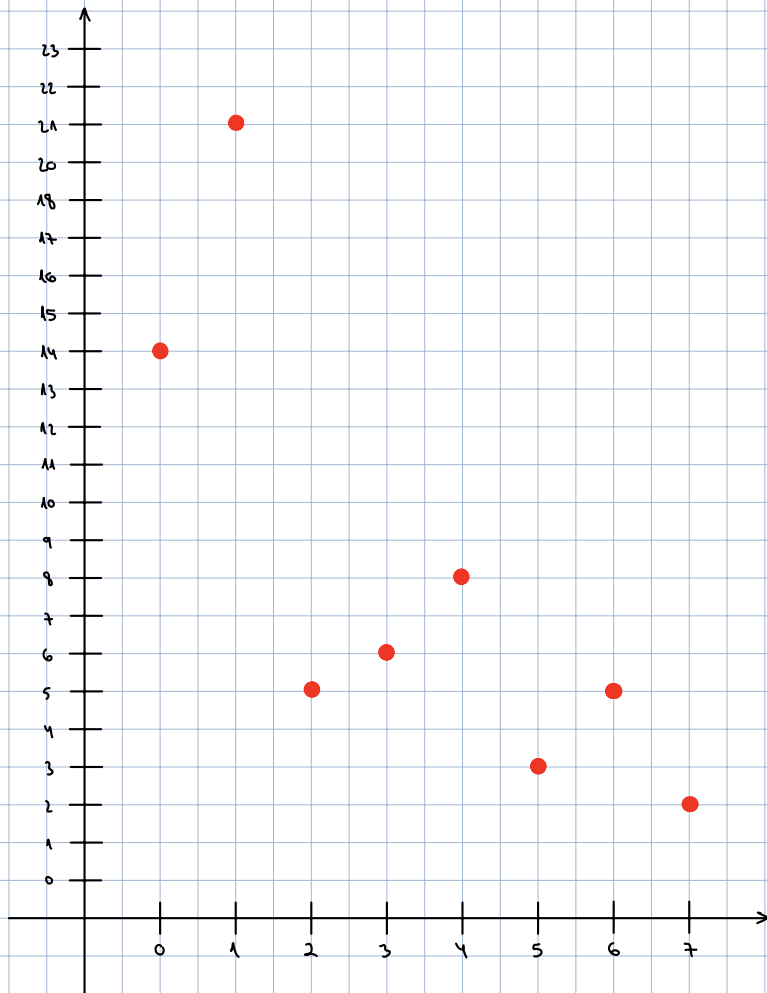
$$ES_Q = 0.1 \cdot (-0.25) + 0.9 \cdot 0.5 = 0.2$$

ז. המרחב הקטן

:2 افک

.k

5	4	2	1	1	0	1	1
6	6	3	1	1	1	0	3
7	6	4	1	7	1	0	1
6	5	4	2	1	1	0	1
5	4	4	2	1	1	0	1
4	4	3	1	0	0	0	1
4	3	2	1	0	0	0	0
3	3	2	1	1	6	0	0



היסטוגרמה של r_k מתוארת על ידי הטבלה הבאה

$$S_k = (L-1) \sum_{j=0}^k P_r(r_j) \quad - \text{כמות הנקודות}$$

$$k, r \in [0, 7], \quad L=8 \quad \text{גודל המרחב}$$

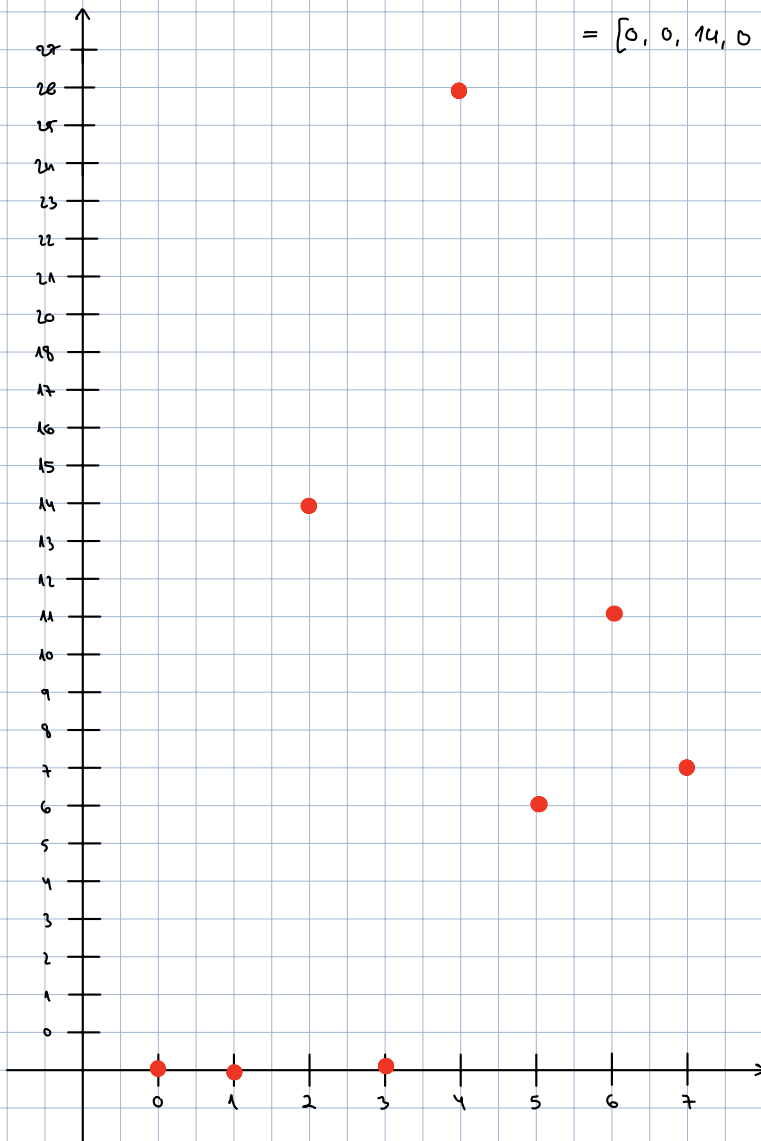
r_k	n_k	$P_r(r_k)/64$
0	14	14/64
1	21	21/64
2	5	5/64
3	6	6/64
4	8	8/64
5	3	3/64
6	5	5/64
7	2	2/64



S_k	
1.53	2
3.828	4
4.375	4
5.03	5
5.906	6
6.23	6
6.98	7
7	7

$$\text{new_hist} = [0, 0, \text{hist}[0], 0, \text{hist}[1] + \text{hist}[2], \text{hist}[3], \text{hist}[4] + \text{hist}[5], \text{hist}[6] + \text{hist}[7]]$$

$$= [0, 0, 14, 0, 26, 6, 11, 7]$$



שאלה מס' 3

נתון הבלוק הבא אשר גודלו 7×7 ורמת האפור בו בתחום $[0,100]$. נסמן את הבלוק ב- $s[m,n]$.

$$s[m,n] = \begin{bmatrix} 36 & 16 & 4 & 4 & 36 & 64 & 1 \\ 36 & 1 & 4 & 16 & 36 & 100 & 1 \\ 1 & 1 & 4 & 16 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 4 & 4 & 1 & 16 & 1 \\ 1 & 64 & 64 & 4 & 4 & 4 & 36 \\ 4 & 64 & 36 & 36 & 1 & 4 & 16 \\ 4 & 16 & 36 & 16 & 1 & 4 & 16 \end{bmatrix}$$

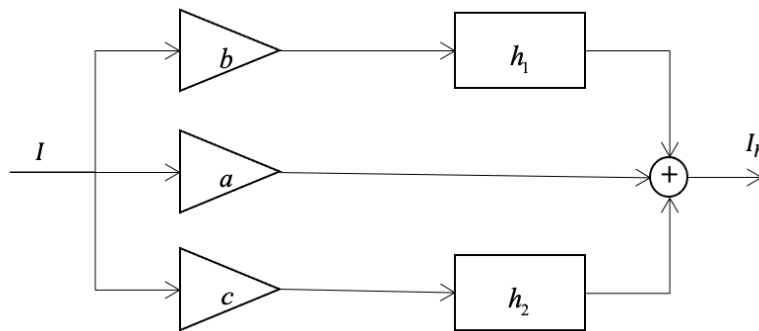
מעוניינים לשפר את בהירות הבלוק $s[m,n]$.

א. רשמו את היסטוגרמת הבלוק $s[m,n]$.

ב. בצעו תיקון גאמה לבלוק עם $\gamma = 0.5$. רשמו את ההיסטוגרמה החדשה לאחר התיקון.

שאלה מס' 4

נתונה המערכת הבאה:



כאשר המסננים הם:

$$h_1 = 0.25 \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, h_2 = 0.25 \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -3 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

מרכז המסנן מסומן בריבוע.

א. הינה התמונה בכניסה למערכת ו- I_h היא התמונה במוצא המערכת. כתבו מפורשות את מסנן h אשר מייצג את הפעולה של המערכת כולה, כלומר $I_h = h * I$. יש להגיע לביטוי התלוי בפרמטרים a, b, c בלבד.

ב. בסעיף זה נתון כי $a = 2$. מהם הערכים b, c הדרושים על מנת שממוצע התמונה ישמר, כלומר: $E[I_h] = E[I]$ (ניתן להזניח אפקטי קצוות)

ג. תארו במילים את התמונה שתתקבל במוצא המערכת בכל אחד מהמקרים הבאים:

1. $a \gg c, a \gg b$
2. $a \ll c, a \ll b, b \approx c$

3 after

$s[m,n]=$

36	16	4	4	36	64	1
36	1	4	16	36	100	1
1	1	4	16	1	1	1
1	1	4	4	1	16	1
1	64	64	4	4	4	36
4	64	36	36	1	4	16
4	16	36	16	1	4	16

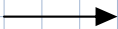
r_k	n_k
1	15
4	13
16	8
36	8
64	4
100	1

k

$r_{new} = C \cdot r^{\lambda}$ | $C=100, r \in [0,1] = \frac{r - r_{min}}{r_{max} - r_{min}} = \frac{r - 0}{100 - 0} = \frac{r}{100}$ (כנסת) $\lambda = 0.5$ (אם $\lambda = 0.5$ אז $r_{new} = 10 \sqrt{r}$)

$r = \frac{1}{2} \rightarrow r_{new} = 100 \sqrt{\frac{1}{100}} = 10 \sqrt{r}$

	60	40	20		80	10	
$s[m,n]=$	36	16	4	4	36	64	1
	36	1	4	16	36	100	1
	1	1	4	16	1	1	1
	1	1	4	4	1	16	1
	1	64	64	4	4	4	36
	4	64	36	36	1	4	16
	4	16	36	16	1	4	16



60	40	20	20	60	80	10
60	10	20	40	60	100	10
10	10	20	40	10	10	10
10	10	20	20	10	40	10
10	80	80	20	20	20	60
20	80	60	60	10	20	40
20	40	60	40	10	20	40

r_k	n_k
10	15
20	13
40	8
60	8
80	4
100	1

(1) עבור $a > b$ ואם $c > a$ ולפי הבהרה נקבל

$$h = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

למשל, סביבת הסיקל ציחה מזה בהשפעה ופין היוציה תהיה אור היתאנה

בה שג אר סיקל מורל בסקור a , אין אשט או קציע מורל.

מבין שגור $a < 1$ נקל אר היתאנה דהר יתר, אדור $a > 1$ בהירה יותר.

$$h = \begin{pmatrix} 0 & 0.25c & 0 \\ 0.25b & -0.5b - 0.75c & 0.25b \\ 0 & 0.25c & 0 \end{pmatrix} \stackrel{\substack{b \approx c \\ a < b, c}}{=} \begin{pmatrix} 0 & 0.25b & 0 \\ 0.25b & -1.25b & 0.25b \\ 0 & 0.25b & 0 \end{pmatrix} \quad (2)$$

$$= 0.25b \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -5 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

בסר רחין כי המסן דומה מזה למסן רפסלן

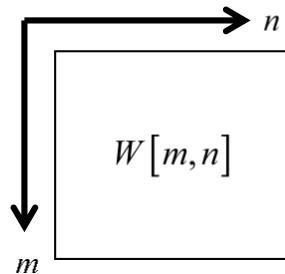
חיבור היתאנה היתאנה יתר אר תצוגה המסן אור לרצא אר שפוי היתאנה

יבוק לרצא אר היתאנה. זו טרר ירצא לרצא היתאנה ור פלוצה מורל.

שאלה מס' 5

תהי $W[m, n]$ תמונה דגומה בה כל פיקסל בלתי תלוי בשאר הפיקסלים ויתכנו רמות אפור שליליות.

$$p_W(w) = \begin{cases} 1, & |w| \leq 0.5 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} : \text{רמת האפור הרציפה של התמונה מפולגת לפי הצפיפות הבאה:}$$



תהי $Z[m, n]$ התמונה המתקבלת ע"י הקונבולוציה הבאה: $Z = W * h$, עם מסנן השורה הבא:

$$h = \begin{bmatrix} \alpha & 1 - \alpha \end{bmatrix}, \quad 0 < \alpha \leq 0.5$$

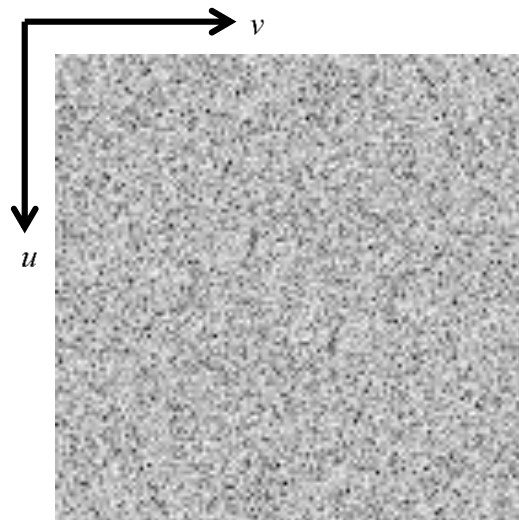
מרכז המסנן הוא האיבר השמאלי (המסומן במלבן) וניתן להזניח אפקטי קצוות (הקונבולוציה הינה לינארית ללא הגדלת תמך, כלומר במבנה same).

א. מצאו את צפיפות רמת האפור של התמונה $Z[m, n]$ ואת השונות של כל פיקסל, $\text{var}(Z[m, n])$.

הדרכה אפשרית: מצאו ראשית את צפיפות ההסתברות של $\alpha W[m, n]$.

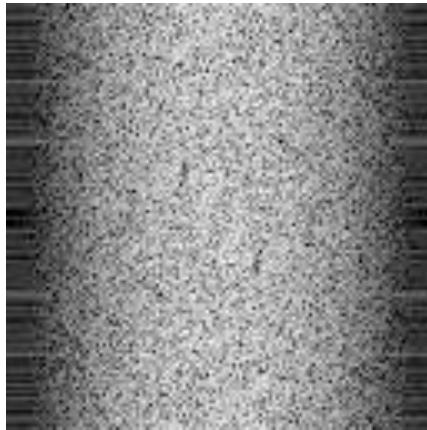
נגדיר עבור תמונה כללית $X[m, n]$ לוג-ספקטרום כך: $X_S(u, v) = \log(1 + |\text{DTFT}\{X[m, n]\}|)$.

נסמן את הלוג-ספקטרום הרציף של $W[m, n]$ ב- $W_S(u, v)$ והוא נתון באיור הבא:

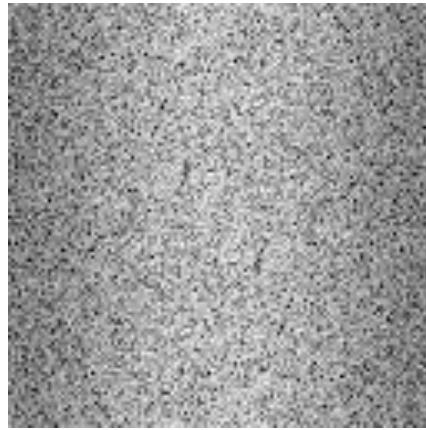


כאשר u הינו התדר בכיוון האנכי ו- v הינו התדר בכיוון האופקי.

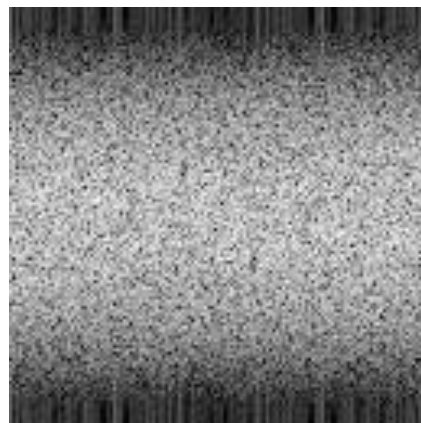
כמו-כן נתונות ארבע תמונות לוג-ספקטרום רציפות נוספות:



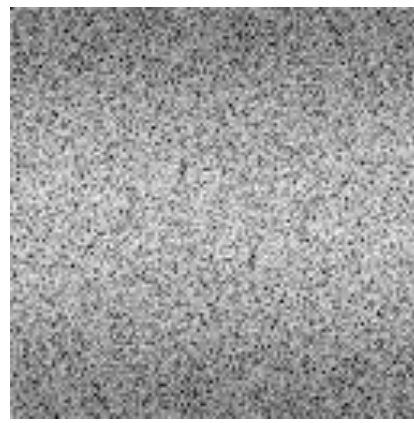
$A_S(u, v)$



$B_S(u, v)$



$C_S(u, v)$



$D_S(u, v)$

ידוע כי ארבע התמונות הנ"ל התקבלו על ידי חישוב הלוג-ספקטרום של ארבע התמונות הבאות :

$$I[m, n] = (W * h * \tilde{h})[m, n], \quad \alpha = 0.1$$

$$J[m, n] = (W * h^T * \tilde{h}^T)[m, n], \quad \alpha = 0.1$$

$$K[m, n] = (W * h * \tilde{h})[m, n], \quad \alpha = 0.5$$

$$L[m, n] = (W * h^T * \tilde{h}^T)[m, n], \quad \alpha = 0.5$$

כאשר $\tilde{h} = [1 - \alpha \quad \alpha]$ הינו המסנן לאחר שיקוף בציר האופקי.

ב. התאימו בין התמונות I, J, K, L לבין תמונות הלוג-ספקטרום A_S, B_S, C_S, D_S . נמקו.

ה'תש"פ 2020

$$\begin{matrix} 1-\alpha & X_2 \\ \alpha & X_1 \end{matrix}$$

$$Z[m,n] = \alpha \cdot W[m,n] + (1-\alpha) \cdot W[m,n-1]$$

$$0 \leq \alpha \leq 0.5$$

$$P_{ax}(x) = \frac{1}{|a|} \cdot P_x(ax)$$

ה'תש"פ 2020

P_z

ה'תש"פ 2020

$$P_{aw}(w) = \begin{cases} \frac{1}{|a|}, & |w| < \frac{\alpha}{2} \\ 0, & \text{else} \end{cases}$$

$$P_{(1-\alpha)w}(w) = \begin{cases} \frac{1}{1-\alpha}, & |w| < \frac{1-\alpha}{2} \\ 0, & \text{else} \end{cases}$$

ה'תש"פ 2020

ה'תש"פ 2020

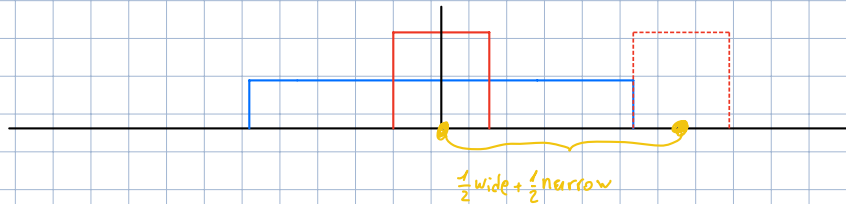
ה'תש"פ 2020

ה'תש"פ 2020

$$P_z = \text{rect}\left(\frac{w}{a}\right) * \text{rect}\left(\frac{w}{1-\alpha}\right)$$

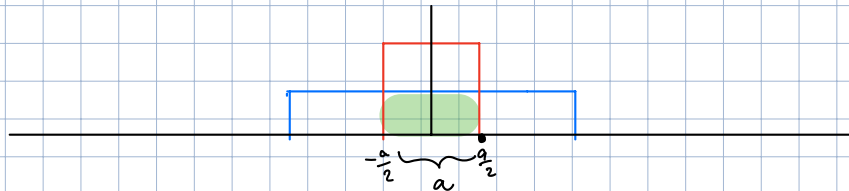
ה'תש"פ 2020

$$\text{width}_{\text{new}} = \frac{1}{2}|W_{\text{wide}}| + \frac{1}{2} \cdot |W_{\text{narrow}}| = \frac{a}{2} + \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1}{2}$$



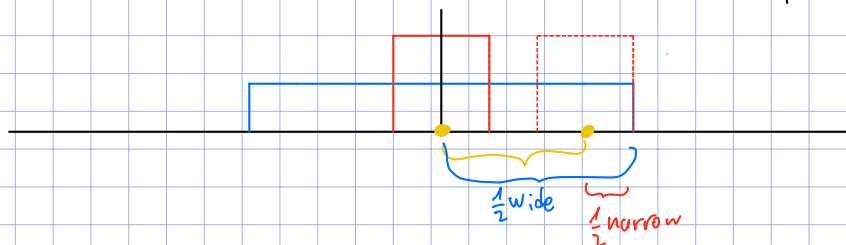
ה'תש"פ 2020

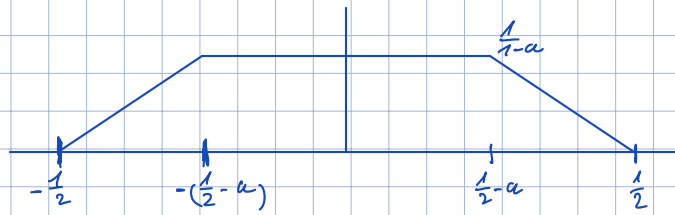
$$\text{height}_{\text{new}} = \frac{1}{2}|W_{\text{narrow}}| \cdot P(W_{\text{wide}}) \cdot P(W_{\text{narrow}}) = \frac{1}{a} \cdot \frac{1}{1-\alpha} \cdot \alpha = \frac{1}{1-\alpha}$$



$$\text{short_base} = \frac{1}{2}W_{\text{wide}} - \frac{1}{2}W_{\text{narrow}} = \frac{1-\alpha}{2} - \frac{\alpha}{2} = \frac{1-\alpha}{2}$$

ה'תש"פ 2020





סוגי קבוצה:

מספרים וקטורים $\text{Var}(W[m,n])$

$$\text{Var}(W[m,n]) = \frac{(b-a)^2}{12} = \frac{1}{12}$$

מספרים וקטורים שונים זהים וזוהי

הם, את (הם) את הקבוצה. נגידו זהים

$$\text{Var}(Z[m,n]) = \text{Var}(\alpha \cdot W[m,n]) + \text{Var}((1-\alpha) \cdot W[m,n-1])$$

$$\text{Var}(cX) = c^2 \text{Var}(X) \quad \leftarrow \text{שטחית בלבד, נשאר}$$

$$= \alpha^2 \text{Var}(W[m,n]) + (1-\alpha)^2 \text{Var}(W[m,n]) = (\alpha^2 + (1-\alpha)^2) \frac{1}{12}$$

$$I[m,n] = (W * h * \tilde{h})[m,n], \quad \alpha = 0.1$$

$$J[m,n] = (W * h^T * \tilde{h}^T)[m,n], \quad \alpha = 0.1$$

ב.

$$K[m,n] = (W * h * \tilde{h})[m,n], \quad \alpha = 0.5$$

$$L[m,n] = (W * h^T * \tilde{h}^T)[m,n], \quad \alpha = 0.5$$

כאשר $\tilde{h} = [1-\alpha \quad \alpha]$ הינו המספר לאחר שיקוף בציר האופקי.

$$h = [\alpha \quad 1-\alpha]$$

$$\tilde{h} = [1-\alpha \quad \alpha] \rightarrow \tilde{h}_{\text{הפוך}} = [\alpha \quad 1-\alpha]$$

$$h * \tilde{h} = [\alpha(1-\alpha) \quad \alpha^2 + (1-\alpha)^2 \quad \alpha(1-\alpha)]$$

מספר זה יהיה זהה לזה בציר האופקי.

$$h * \tilde{h} = [0 \quad 1 \quad 0] \quad \alpha = 0$$

עבור $\alpha = 0$ יהיה זה שונה.

הם $\alpha = 0.5$, בעצם היותו זהה לזה. $\alpha = 0.5$ מראה את התוצאה יותר

ובסוף נראה שיש זהות בין $I \rightarrow B$ ו- $K \rightarrow A$ בציר האופקי.

$$h * \tilde{h}^T = \begin{bmatrix} \alpha(1-\alpha) \\ \alpha^2 + (1-\alpha)^2 \\ \alpha(1-\alpha) \end{bmatrix}$$

בצורה סימטרית: $L \rightarrow C \quad J \rightarrow D$