

# 楕円アレイを用いた内側音場再現における 受聴領域の伸縮と回転

☆任 逸, 羽田 陽一

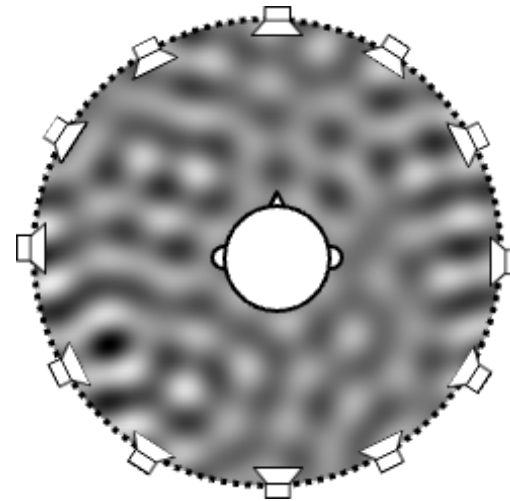
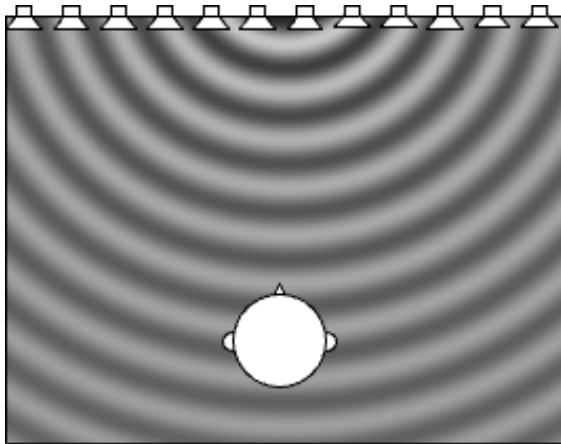
電気通信大学大学院 情報理工学研究科

情報学専攻 羽田研究室

# 研究背景

## 音場再現

・高臨場感再生技術・立体音響技術

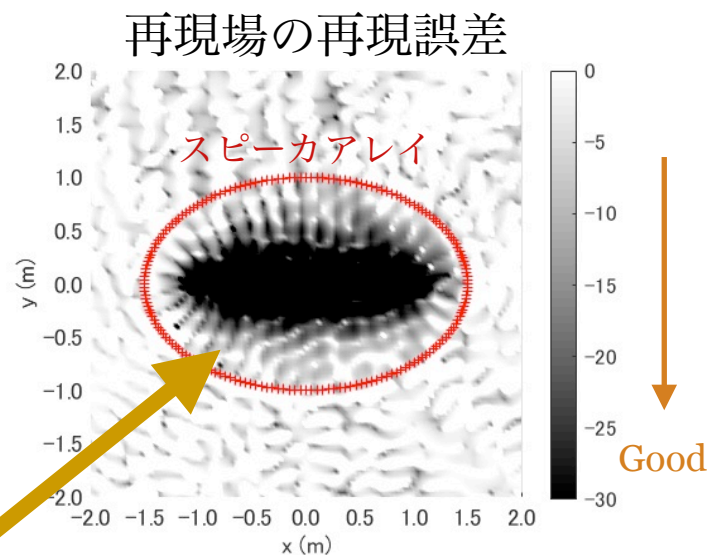
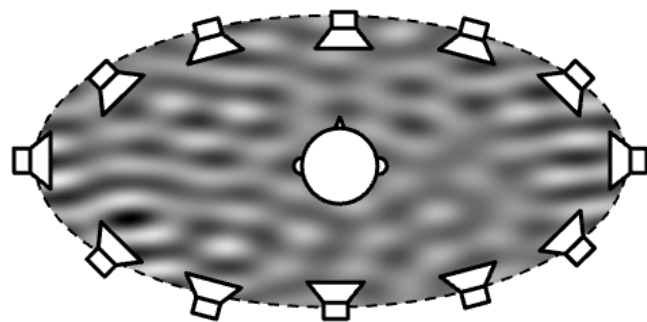


解析的（波数領域，2次元）手法では  
直線と円形アレイに限られている

# 楕円スピーカアレイ

楕円スピーカアレイを用いた音場再現法（任+, 2020）

- 楕円座標系×波数領域処理(Mathieu関数展開)



楕円形の受聴領域

# Mathieu関数展開に基づく音場再現法

## • 楕円座標系

$$\begin{cases} x = a \cosh u \cos v \\ y = a \sinh u \sin v \end{cases}$$

## • Mathieu関数

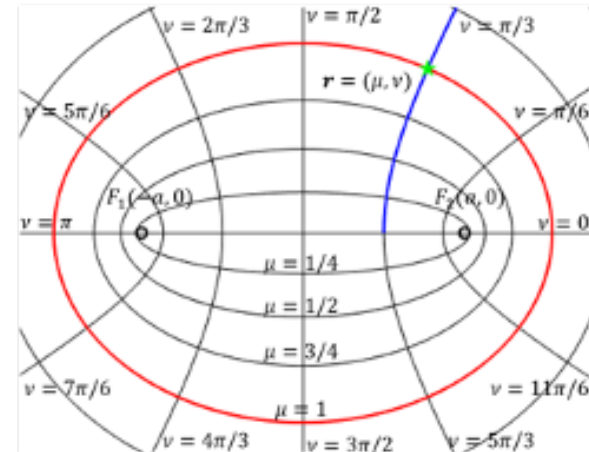
### • Helmholtz方程式の(直交)固有関数

- $me_n(q, v)$ : Mathieu角度関数
- $M_n^{(\zeta)}(q, u)$ : Mathieu動径関数 ( $\zeta \in \{1, 2, 3, 4\}$ )

### • 音場のMathieu関数展開

$$p(v, u) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left[ \alpha_n^i M_n^{(1)}(q, u) me_n(q, v) + \alpha_n^s M_n^{(4)}(q, u) me_n(q, v) \right]$$

内部音場
外部音場



# Mathieu関数展開に基づく音場再現法

波数領域Mode Matching (円形・球面アレイと同様)

- 目標1次音場展開  
(内部音場仮定)

$$p(v, u) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \alpha_n M_n^{(1)}(q, u) m e_n(q, v)$$

Matching

- 楕円スピーカアレイの  
2次音場展開  
 $d_n$ : 駆動信号の展開係数

$$\hat{p}(v, u) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} -\frac{j}{4} L M_n^{(4)}(q, u_0) d_n M_n^{(1)}(q, u) m e_n(q, v)$$

Mode Matching

Mathieu関数の直交性

$$\int_0^{2\pi} m e_n(q, v) m e_{n'}(q, -v) dv = 2\pi \delta_{nn'}$$

- 駆動信号の導出

$$d_n = \frac{4\alpha_n}{-j L M_n^{(4)}(q, u_0)}$$

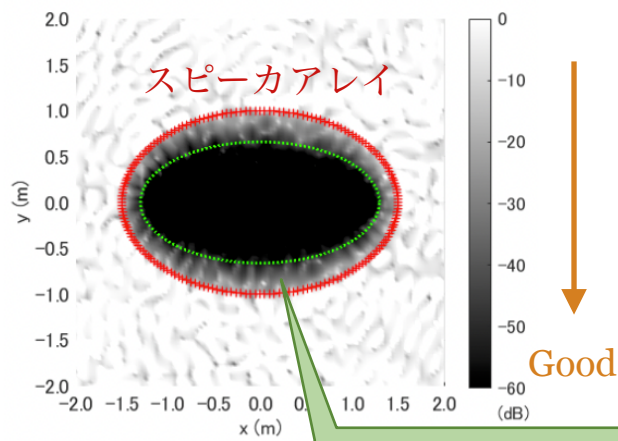
周波数領域に戻す

$$D_l = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{4\alpha_n}{-j L M_n^{(4)}(q, u_0)} m e_n(q, v_l)$$

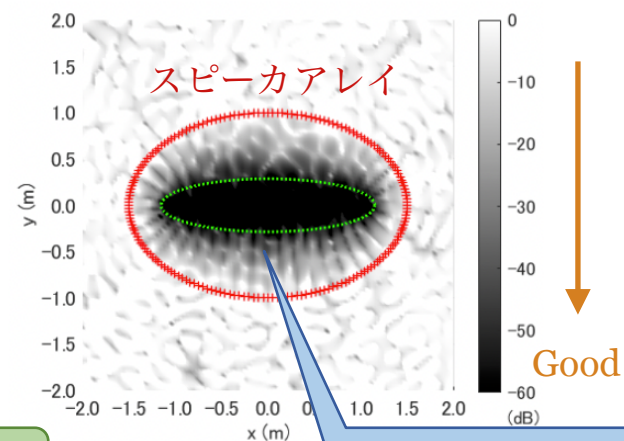
# 受聴領域

打ち切り次数によって決まる/指定できる

$$p(v, u) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \alpha_n M_n^{(1)}(q, u) m e_n(q, v) \xrightarrow[\text{で打ち切る}]{\text{最大次数 } N} \sum_{n=-N}^N \alpha_n M_n^{(1)}(q, u) m e_n(q, v)$$



受聴領域・次数大

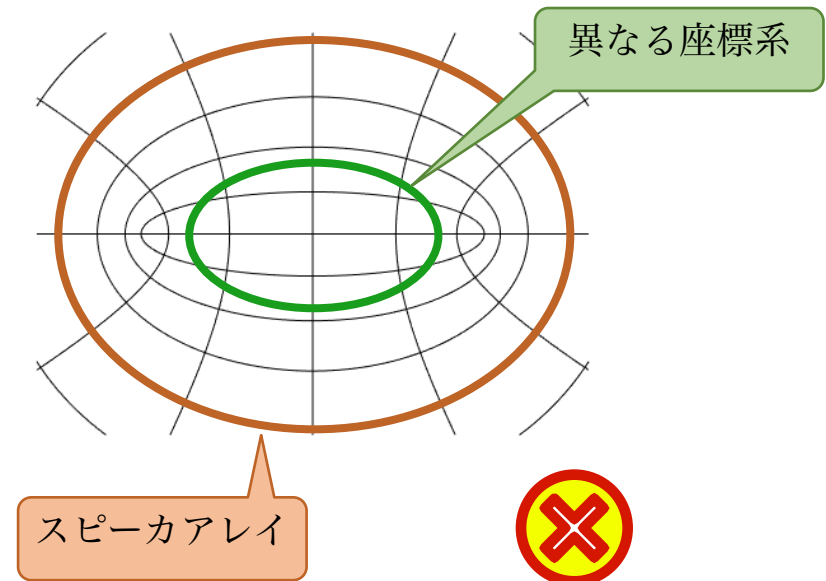
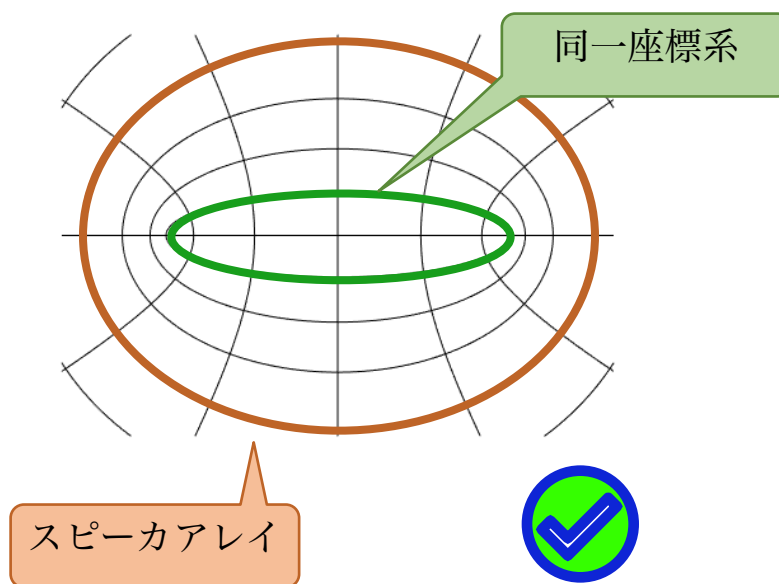


受聴領域・次数小

# 課題点

楕円座標系(焦点距離 $a$ )は最初に決めないといけない

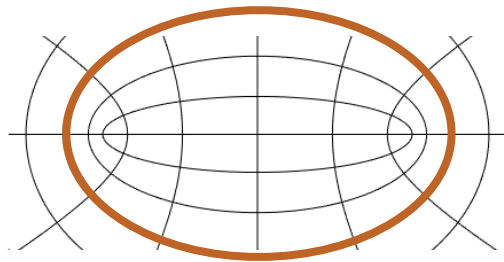
- ・得られる受聴領域の形状は限られている
- ・同じ座標系のマイクアレイとスピーカアレイが必要



# 提案

より自由に受聴エリアを作る

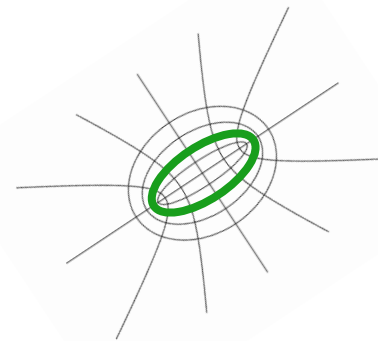
- 新しい座標系で受聴領域を設定
- 異なる楕円座標系間のマッピング



スピーカアレイ座標系



マッピング



受聴領域座標系

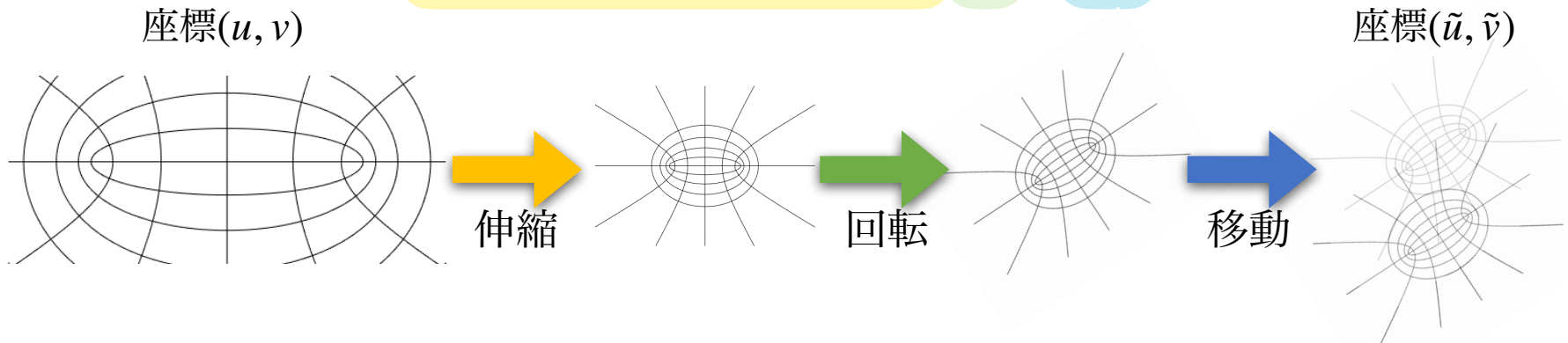


# 座標変換

## Mathieu関数の加法定理

- 異なる座標系のものが同一座標系展開で表現可能

$$\tilde{a} \cosh(\tilde{u} \pm j\tilde{v}) = a \cosh(u \pm jv) e^{\pm j\vartheta} + q e^{\pm j\varphi}$$



$$M_m^{(\zeta)}(\tilde{q}, \tilde{u}) me_m(\tilde{q}, \tilde{v}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \mathcal{A}_{n,m} M_{m+n}^{(\zeta)}(q, u) me_{m+n}(q, v)$$

計算量大

$$\mathcal{A}_{n,m} = \sum_{t=-\infty}^{\infty} (-1)^{t+n} J_{2t-n}(kq) e^{j(2t-n)\varphi} \sum_{s=-\infty}^{\infty} c_{2s}^m(\tilde{q}) c_{2(s-t)}^{m+n}(q) e^{-j(m+2s)\vartheta}$$

# 受聴領域の変形

## • 目標受聴領域を設定

この打ち切り次数で  
受聴領域大きさ決定

目標受聴領域座標系: 焦点距離  $\tilde{a}$ ,  $\tilde{q} = k^2 \tilde{a}^2 / 4$ , 座標  $(\tilde{u}, \tilde{v})$

1次音場展開

$$p(\tilde{v}, \tilde{u}) = \sum_{m=-M}^M \tilde{\alpha}_m M_m^{(1)}(\tilde{q}, \tilde{u}) me_m(\tilde{q}, \tilde{v})$$



座標変換

1次音場展開

$$p(v, u) = \sum_{m=-M}^M \tilde{\alpha}_m \sum_{n=-\infty}^{\infty} \mathcal{A}_{n,m} M_{m+n}^{(1)}(q, u) me_{m+n}(q, v)$$

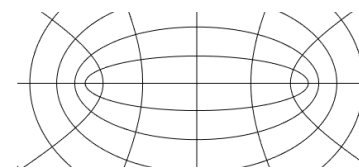
マッチング不可

マッチング可能

2次音場展開

$$\hat{p}(v, u) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} -\frac{j}{4} L M_n^{(4)}(q, u_0) d_n M_n^{(1)}(q, u) me_n(q, v)$$

スピーカアレイ座標系: 焦点距離  $a$ ,  $q = k^2 a^2 / 4$ , 座標  $(u, v)$



# シミュレーション条件

- 楕円スピーカアレイ: 長軸1.2 m 短軸1.0 m, 180 ch

- 楕円座標系:  $a \approx 0.66$

- 1次音場: 1000 Hz円筒波

異なる座標系

- 受聴領域の伸縮、回転(計算量の都合上移動はなし)

- 目標楕円エリア: 長軸1.0 m 短軸0.2 m

- 目標楕円座標系:  $a \approx 0.98$

- 回転:  $\vartheta = \pi/4$

- 必要次数

$$M = \left\lceil \frac{4\sqrt{\tilde{q}} \cosh \tilde{u}_0}{e} \right\rceil = 14 \quad (\text{Ren+, 2022})$$

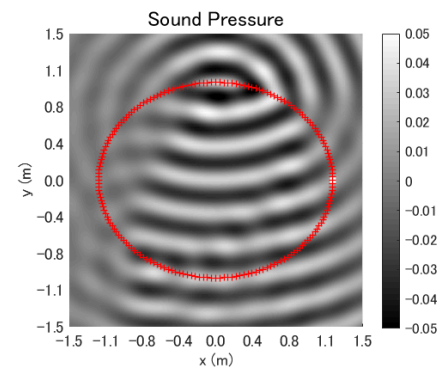
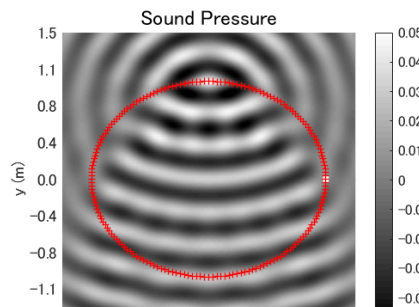
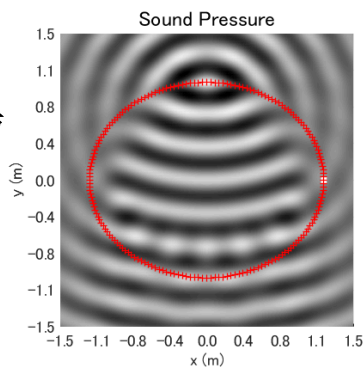
# 結果

従来手法  
(打切り次数14)

目標エリアの伸縮

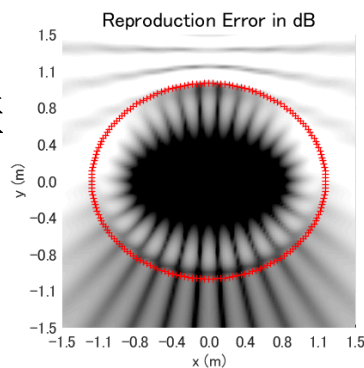
伸縮+回転

再現音場  
(音圧)

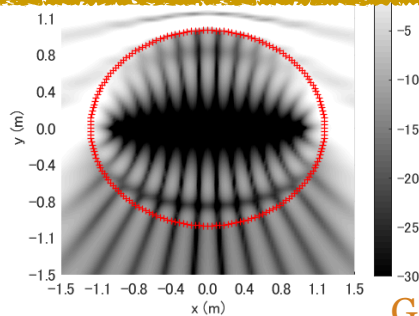


手法の有効性を確認

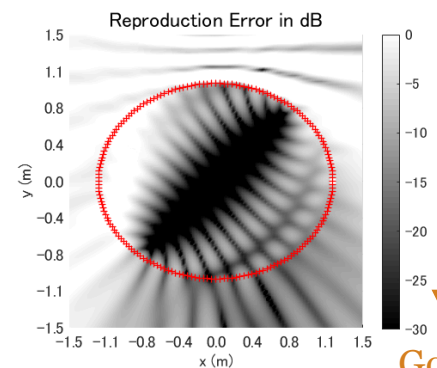
再現誤差



Good



Good

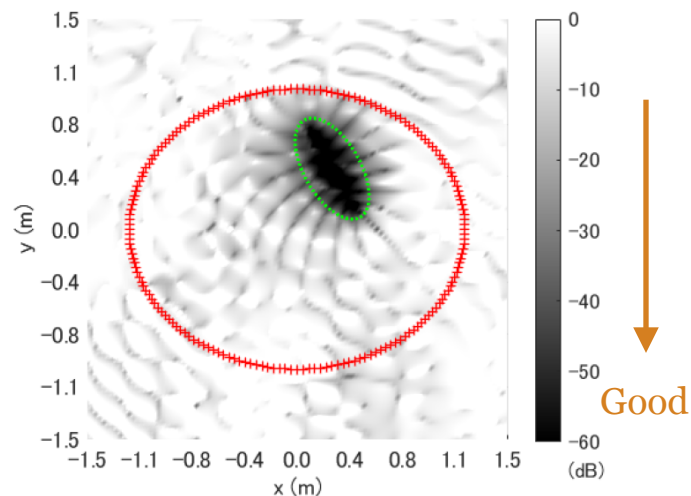


Good

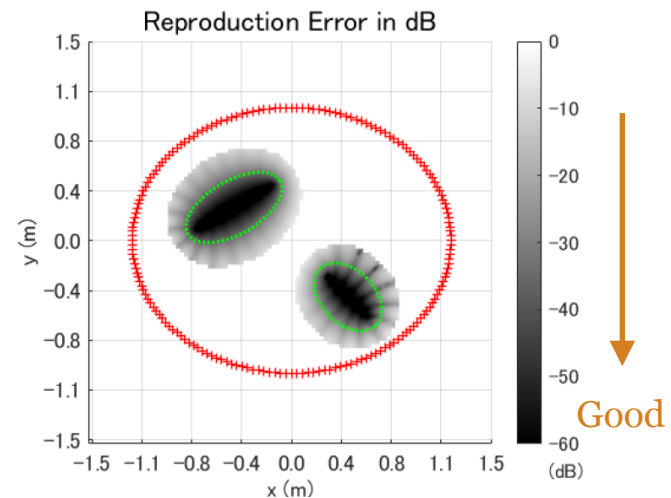
# 追伸1

座標変換の逆パターンも確認(詳細は省略)

- 2次音場の座標系を1次音場の座標系へ変形
- 同じく加法定理を利用
- さらに複数個の1次音場を設定可能⇒マルチゾーン



受聴領域変形の例  
(移動もあり)



マルチゾーンの例

# 追伸2

楕円の離散サンプリングについて

- 連続仮定の場合

直交性（完全性）

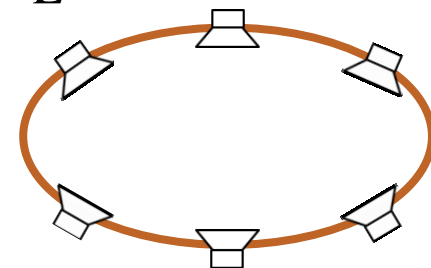
$$\int_0^{2\pi} m e_n(q, v) m e_{n'}(q, -v) dv = 2\pi \delta_{nn'}$$

- 離散仮定の場合

等角度配置・連続に近い場合では近似可能（実験上）

$$\sum_{l=1}^L m e_n(q, v_l) m e_{n'}(q, -v_l) \approx L \delta_{nn'} \text{ for large } L, v_l = \frac{2\pi}{L}$$

疎な配置では成り立たない



# まとめ

---

楕円スピーカアレイを用いた音場再現において、楕円形の受聴領域を变形する手法を提案

- ・受聴領域の伸縮・回転・移動が可能
- ・異なる座標系のマイク・スピーカ間の処理が可能
- ・マルチゾーンの可能性も示した
- ・楕円の離散サンプリングは今後の課題

ご清聴ありがとうございました



# 補足（追伸1）

## マッピング対象について

- 1次音場の座標系を2次音場の座標系へ変形の場合
- 結果は2次音場展開の表現能力（最大次数）に影響される
  - 表現能力以上の領域拡張は不可能

