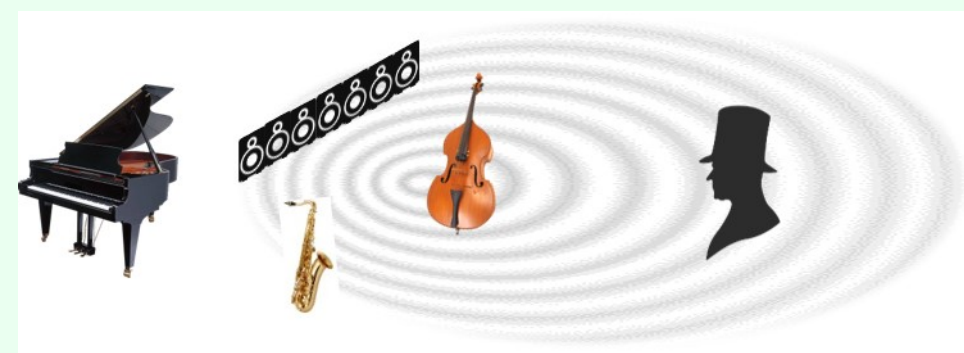


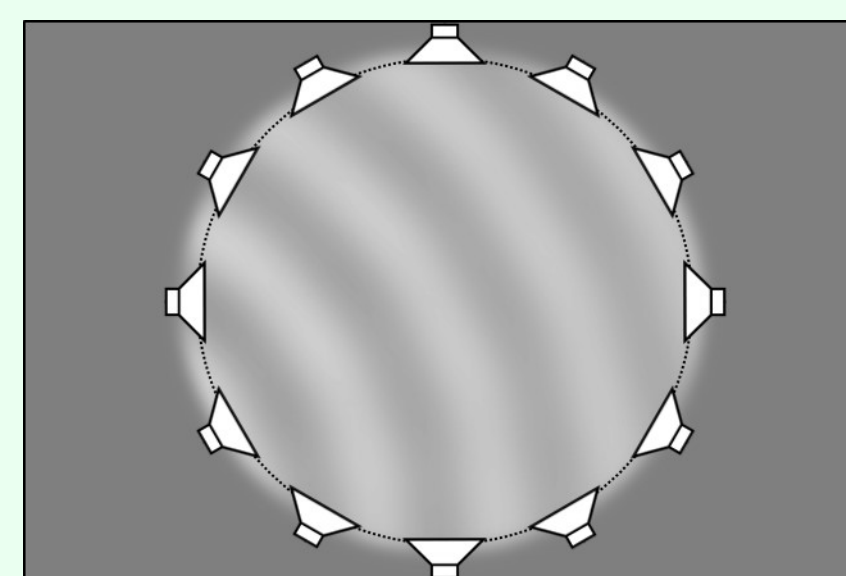
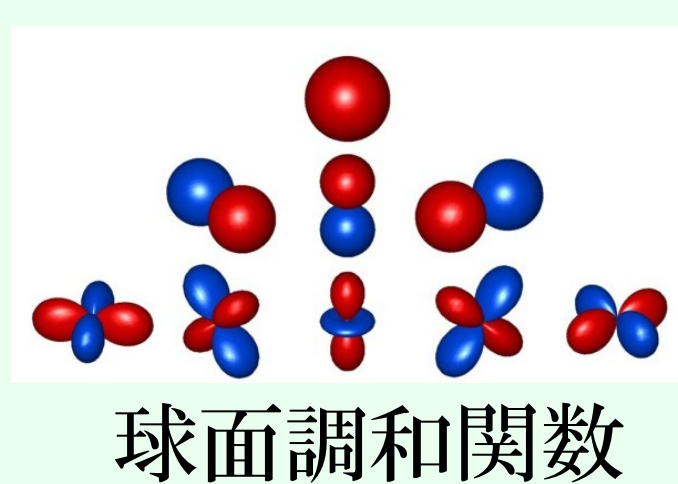
研究背景

音場再現

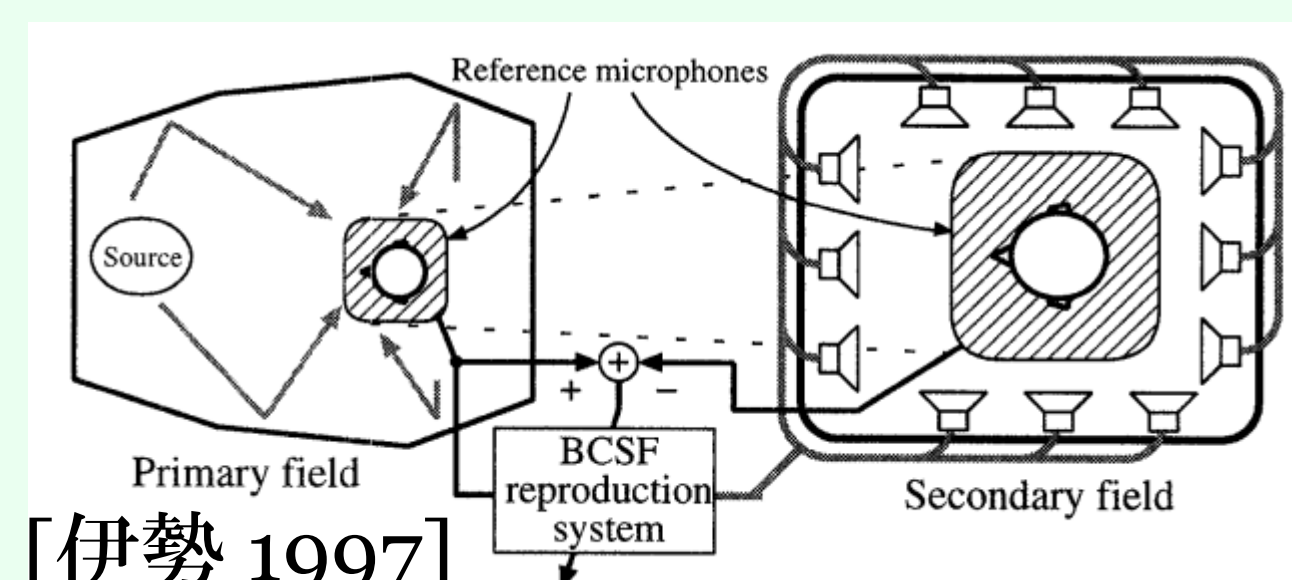
円形・直線などのスピーカアレイを用いた再現



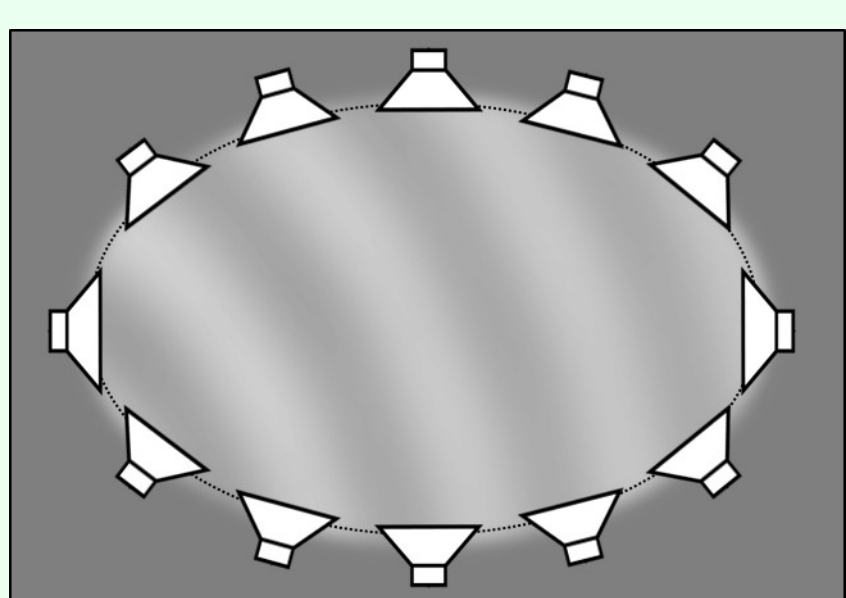
円形スピーカアレイ:アンビソニックス

円・球面調和展開; 駆動信号は解析的
部屋形状によって円形アレイは配置しづらい

最適形状アレイ:境界音場制御法(BoSC)

任意形状のアレイ
最小二乗解

楕円スピーカアレイ

一般的な部屋に対して, 円形アレイより楕円形アレイ
のほうが配置しやすい。
解析的手法が望ましい

[任 2019] (ASJ2019A):

Mathieu関数を用いたモードマッチング法

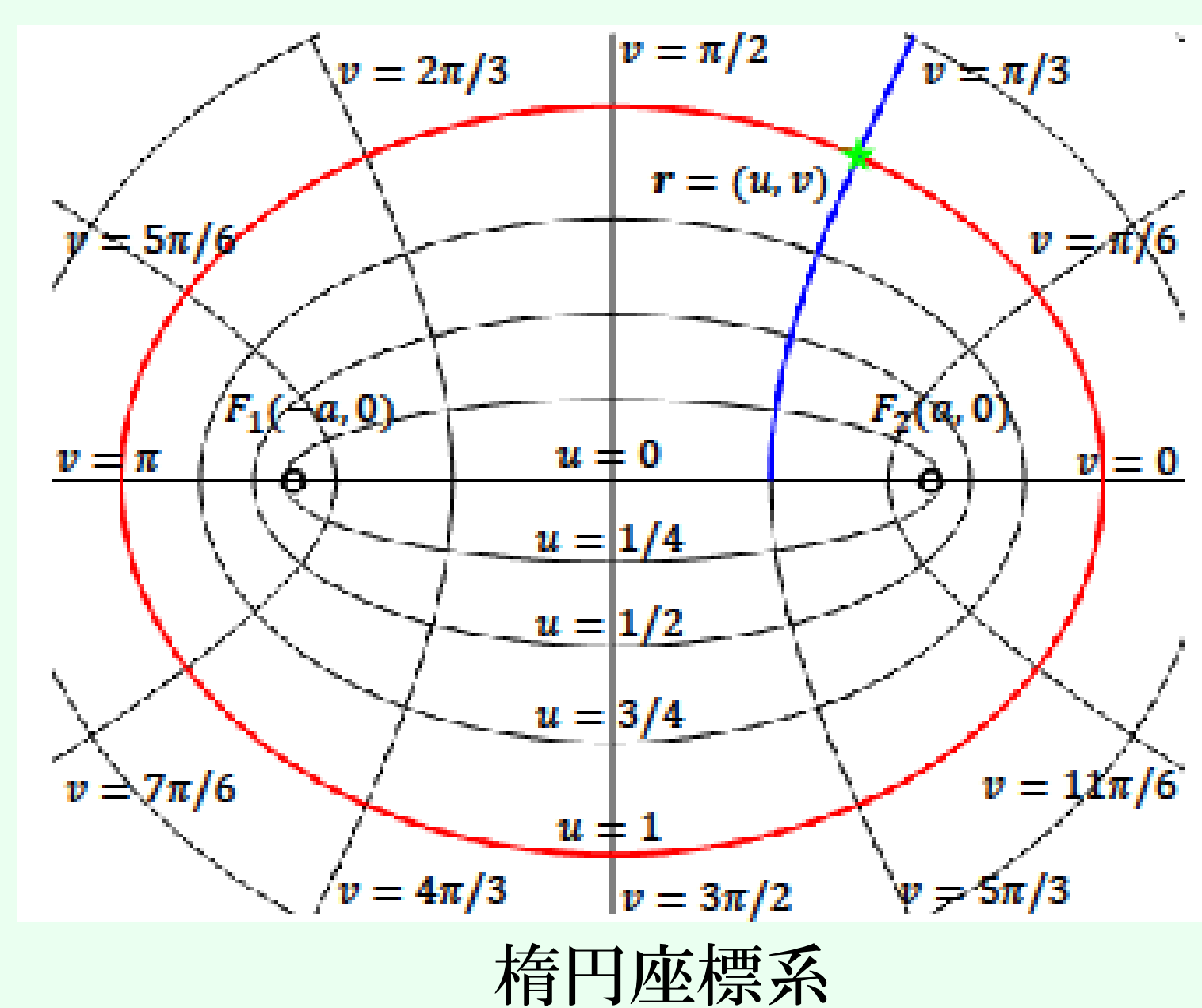
課題
楕円マイクロホンアレイ
收音が必須

本発表

提案
円形マイクロホンアレイ
に対応できる手法

楕円座標系とMathieu関数

座標系の定義



$$\begin{cases} x = a \cosh u \cos v \\ y = a \sinh u \sin v \end{cases}$$

$$v \in [0, 2\pi], u \in [0, \infty)$$

$$F_1(-a, 0), F_2(a, 0): \text{焦点}$$

楕円曲線

$$u = u_0 (u_0: \text{const})$$

ヘルムホルツ方程式

$$\nabla^2 \psi(v, u) + k^2 \psi(v, u) = 0$$

k: 波数

楕円座標系ラプラシアン

$$\nabla^2 = \frac{1}{a^2(\cosh 2u - \cos 2v)} \left(\frac{\partial^2}{\partial u^2} + \frac{\partial^2}{\partial v^2} \right)$$

変数分離: $\psi(v, u) = N(v) \cdot M(u)$

Mathieu関数: ヘルムホルツ方程式のひとつの解

$$N(v) = \{me_n(q, v)\} \quad : \text{Mathieu angular function}$$

$$M(u) = \{M_n^{(\zeta)}(q, u) | \zeta \in \{1, 2, 3, 4\}\} \quad : \text{Mathieu radial function}$$

楕円スピーカアレイの音場再現法 (ASJ2019A)

Mathieu関数を用いたモードマッチング法

一次音場では, スピーカアレイの内側に音源がないことを仮定し, アレイ内側の音場
は, 放射波項がなくなり, Mathieu関数で展開可能:

$$p(v, u) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \alpha_n M_n^{(1)}(q, u) me_n(q, v)$$

スピーカを $u = u_0$ の楕円曲線上に連続的に配置したときの二次音場は,

$$\hat{p}(v, u) = \int_0^{2\pi} G(v, u | v_l, u_0) D(v_l) u_0 dv_l$$

 (v_l, u_0) はスピーカ座標, D は駆動信号, G は自由音場のグリーン関数である。
駆動信号をMathieu関数で展開し, Mathieu関数の直交性を用いると,

$$\begin{aligned} \hat{p}(v, u) &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \beta_n d_n M_n^{(1)}(q, u) me_n(q, v) \\ \beta_n &= -\frac{j}{2} \pi u_0 M_n^{(4)}(q, u_0) \end{aligned}$$

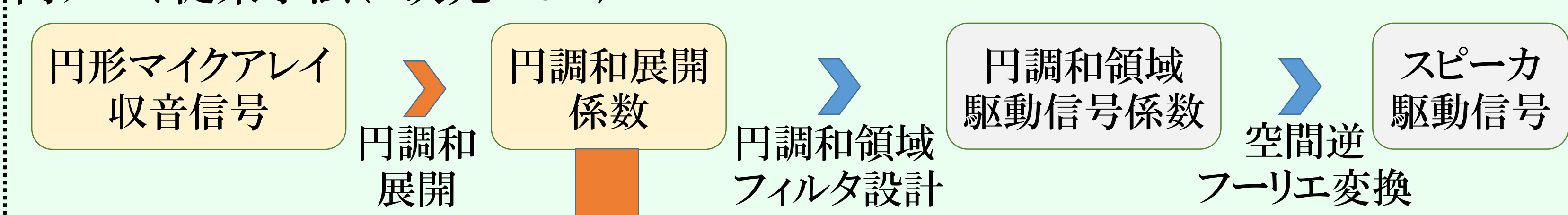
モードごとに二次音場を一次音場と一致させると, 駆動信号は

$$D(v_l) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} d_n me_n(q, v_l) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{\alpha_n}{\beta_n} me_n(q, v_l) \quad (1)$$

と解析的に導出できる。

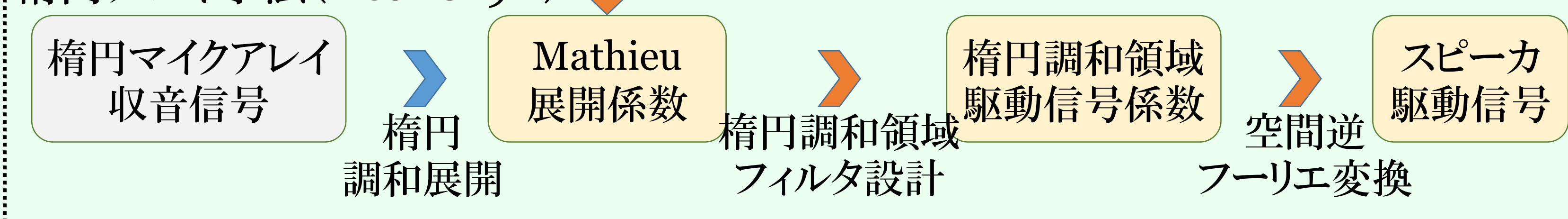
提案手法

円アレイ従来手法(2次元HOA)



Mathieu関数の加法定理を用いた係数変換

楕円アレイ手法(ASJ2019A)



円形マイクロホンアレイを用いた音場收音(従来技術)

2次元HOA[Poletti 2000]などの従来研究では, 円形アレイを用いることが多い。
円形マイクロホンアレイで收音した音場はBessel関数で展開可能(円調和展開):

$$p(r_0, \phi_i) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \eta_m J_m(kr_0) e^{jm\phi_i} \quad (2)$$

 (r_0, ϕ_i) はマイク座標, $J_m(z)$ はBessel関数である。

さらに禁止周波数を避けるために剛円アレイを用い, 離散配置を考慮した場合

$$\eta_m = \frac{j\pi k r_0 H_m^{(2)'}(kr_0)}{2\mathcal{M}} \sum_{i=1}^{\mathcal{M}} p(r_0, \phi_i) e^{-jm\phi_i}$$

 \mathcal{M} はマイク数, $H_m^{(2)'}(z)$ は第2種Hankel関数の微分である。

Mathieu関数の加法定理を用いた係数変換

楕円アレイの音場再現法では, 展開係数の α_n さえ求められれば,

(1)式で駆動信号を導出できる。

一方円形マイクロホンアレイでは, 円調和展開係数の η_m が求められる。そこで $\alpha_n \leftrightarrow \eta_m$ の変換式を見つければ, 円形マイクアレイへの対応が可能となる。

Mathieu関数の加法定理

二次元空間において, 原点を中心とした極座標 (r, ϕ) と $(\pm a, 0)$ を焦点とした楕円座
標 (u, v) は同じ座標を表し, さらに $r > a$ のとき,

$$J_m(kr) e^{jm\phi} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \tau_{n,m}^* M_{m+n}^{(1)}(q, u) me_{m+n}(q, v)$$

 n が偶数のとき $\tau_{n,m}^* = j^{-n} c_{-n}^{m+n}$; n が奇数のとき $\tau_{n,m}^* = 0$; c_{-n}^{m+n} はMathieu関数の計算係数

加法定理を(2)式に代入する:

$$\begin{aligned} p(r_0, \phi_i) &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} \eta_m \sum_{n=-\infty}^{\infty} \tau_{n,m}^* M_{m+n}^{(1)}(q, u) me_{m+n}(q, v) \\ &= \sum_{n'=-\infty}^{\infty} \left[\sum_{m=-\infty}^{\infty} \eta_m \tau_{n-m,m}^* \right] M_{n'}^{(1)}(q, u) me_{n'}(q, v) \end{aligned}$$

最後に求めた展開係数 $\tilde{\alpha}_{n'}$ を α_n として(1)式に代入して駆動信号を導出する。

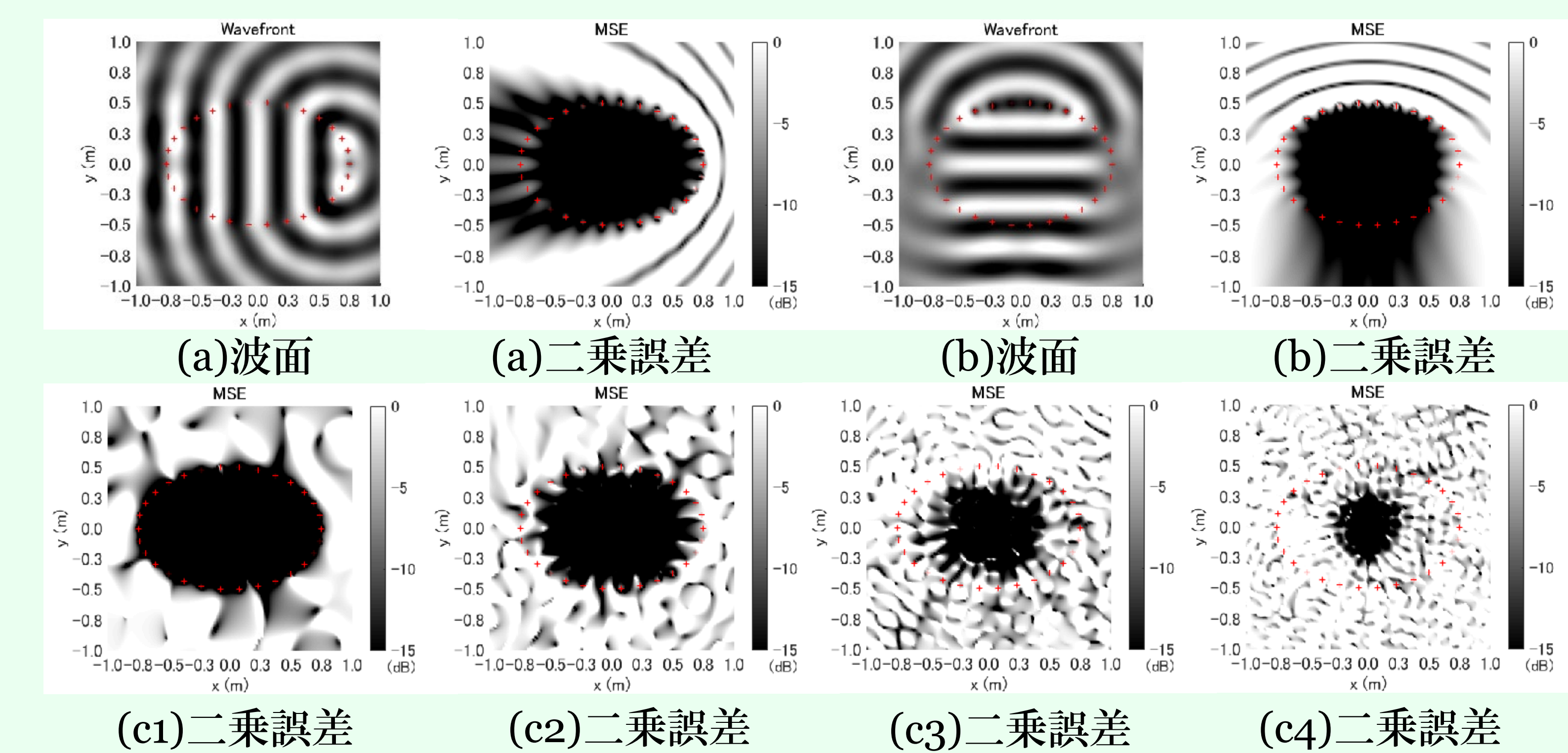
計算機シミュレーション

シミュレーション条件

楕円座標系: $a = \sqrt{5}/4$.30 ch楕円スピーカアレイ: 長軸1.5 m, 短軸1.0 m; $u_0 \approx 0.80$; 打ち切り次数: 30.

24 ch円形マイクロホンアレイ: 半径0.3 m, 円調和展開の打ち切り次数: 11.

所望一次音場:

(a) 1000 Hz平面波, 到来方向 $\varphi = 0$; (b) 1000 Hz平面波, 到来方向 $\varphi = \pi/2$;(c) 30個のランダム円筒波, 周波数 $c_1:500, c_2:1000, c_3:1500, c_4:2000$ Hz

(c1)二乗誤差 (c2)二乗誤差 (c3)二乗誤差 (c4)二乗誤差

赤十字: スピーカ位置; 正規化二乗誤差: $\varepsilon = 10 \log_{10} (|\hat{p} - p|^2 / |p|^2)$

提案手法により楕円アレイの内側に平面波を再現できることがわかった。

周波数が高くなるほど制御できる範囲が狭くなることがわかった。

まとめ

本研究では, 楕円スピーカアレイを用いて, 円形マイクロホンアレイに対応可能な
音場再現手法を提案した。シミュレーションにて音場の再現を確認できた。
今後は制御可能な範囲および次数に関する検討を行っていく予定である。