

# TP2

## Intégration numérique

23 novembre 2017

Dans ce compte rendu, nous allons donner les résultats et nous dirons à quel moment nous avons rencontré des difficultés pour chaque question de ce TP.

Création d'une fonction simple et représentation graphique.

1. On a défini facilement la fonction  $f(x) = \sqrt{1-x^2}$  sous forme d'une fonction python avec la fonction `sqrt()` du module `math`.
2. On a ensuite représenté graphiquement la fonction sur l'intervalle  $[-0.5, 0.5]$  avec quelques difficultés car on savait pas comment le représenter avec python mais grâce à l'aide du professeur et quelques recherches, on a réussi donc à le représenter.
3. Puis on a calculé à la main, l'intégrale  $I$  de cette fonction sur l'intervalle donné, qui est égale à 0.95 (voir la feuille annexe pour voir le détail du calcul).

Calcul approché de  $I$  au moyen de la **méthode du point milieu**.

1. On a représenté graphiquement  $f$  sur papier, repère orthonormé, unité = 8 cm (voir feuille annexe).
2. on sait pas.
3. On a Utilisé la fonction `clock()` du module `time` pour mesurer le temps de calcul de notre intégrale.
4. On a écrit une fonction python `point_milieu` qui prend en arguments une fonction  $f$ , des bornes  $a, b$  et un entier  $n$  et qui renvoie l'intégrale approchée de  $f$  sur  $[a, b]$  au moyen de la méthode du point milieu. On a dû faire des recherches sur internet, voir nos camarades pour savoir comment elle s'écrit en langage python.
5. On a testé `point_milieu` avec  $f(x) = \sqrt{1-x^2}$ ,  $a = -0.5$ ,  $b = 0.5$  et  $n = 10^k$ ,  $k$  variant de 1 à 6, puis on a rempli manuellement le tableau ci-dessous :

n	erreur	temps (sec.)
10	7.091861e-03	3.8999999999900226e-05
100	6.616289e-03	0.00016900000000008575
1000	6.611526e-03	0.0016260000000001273
10000	6.611478e-03	0.01591800000000001
100000	6.611477e-03	0.15870199999999999
1000000	6.611477e-03	1.589198

Nous avons repris le travail précédent, mais avec la méthode du trapèze. On a trouvé comment elle s'écrit grâce à quelques coup de pouces de certains camarades et on a refait toutes les démarches. On avait commi quelques petites erreurs mais au final on a réussi à les reperer.

Nous avons repris le travail précédent, mais avec la méthode de Simpson cette fois-ci.

Après des tests et des recherches, on a pu comparer les trois méthodes précédentes. L'idée principale est de trouver des méthodes qui permettent de calculer rapidement une valeur approchée. La méthode des trapèzes est une méthode pour le calcul numérique d'une intégrale, mais la méthode du point-milieu est plus rapide pour calculer l'intégrale, et celle de Simpson est plus précise par contre.

#### La méthode de Monte-Carlo

- (a) A l'aide de `matplotlib.pyplot`, on a dessiné le cercle unité (centré à l'origine et de rayon 1) dont la surface du disque unité est  $\pi$ . On a pas su savoir dessiner ce cercle au debut, on a ensuite réussi grace a des sites sur python.
- (b) A l'aide de la fonction `numpy.random.rand()`, on a généré quelques valeurs aléatoires suivant la distribution de loi uniforme sur  $[0, 1]$ . On a fait de même avec une distribution de loi uniforme sur  $[-1, 1]$ .
- (c) On a généré  $N = 1000$  points suivant la distribution uniforme sur le carré  $[-1, 1]^2$ . On a fait apparaitre ces  $N$  points sur le graphique précédent, en rouge les points intérieurs au disque unité, et en vert les points extérieurs au disque.