

TP4

Arithmétique

13 novembre 2017

1. Un nombre est-il premier ?

- (a) Chercher comment on obtient en python le quotient et le reste de la division euclidienne d'un entier par un autre entier. Rappeler la définition d'un nombre premier. Parmi les entiers suivants, dire lesquels sont premiers : 1001, 2017, 3001, 49999, 89999.
- (b) Ecrire une fonction python `is_prime` qui prend en argument un entier n et qui renvoie `true` si n est premier, `false` sinon.
- (c) Les nombres de Fermat F_n sont définis par $F_n = 2^{2^n} + 1$; les nombres F_0, F_1, \dots, F_5 sont ils premiers ?

2. Crible d'Erasthotène; distribution des nombres premiers.

- (a) A l'aide du crible d'Erasthotène https://en.wikipedia.org/wiki/Sieve_of_Eratosthenes, calculer la liste de tous les nombres premiers inférieurs à 200.
- (b) Ecrire une fonction python `primes` qui prend en argument un entier n et qui renvoie la liste de tous les premiers inférieurs à n .
- (c) Calculer la liste de tous les premiers inférieurs à 1000; écrire cette liste dans un fichier `primes.txt`, dix nombres par ligne.
- (d) On note $\pi(n)$ le nombre d'entiers premiers inférieurs à n . Représenter graphiquement $\pi(n)$ en fonction de n pour n variant de 2 à 1000. Sur le même graphique, rajouter la fonction $\frac{n}{\log n}$. Qu'observe-t'on ? voir le Théorème des nombres premiers https://en.wikipedia.org/wiki/Prime_number_theorem.
- (e) Créer en python la table suivante, la remplir et l'écrire dans un fichier texte.

n	$\pi(n)$	$\frac{n}{\log n}$
10		
100		
1000		
10000		
100000		
1000000		

3. Factorisation d'un entier en premiers.

- (a)

4. pgcd de deux entiers, identité de Bézout, algorithme d'Euclide.

- (a) Rappeler la définition du pgcd de deux entiers relatifs ainsi que l'énoncé de l'identité de Bézout.
- (b) A l'aide de l'algorithme d'Euclide étendu https://en.wikipedia.org/wiki/Extended_Euclidean_algorithm, calculer le pgcd d des deux nombres $a = 4864, b = 3458$ ainsi que les coefficients de Bézout x, y tels que $xa + yb = d$.
- (c) Ecrire une fonction python `euclide` qui prend en arguments deux entiers a, b et qui renvoie x, y, d , où d est le pgcd de a, b et x, y les coefficients de Bézout.