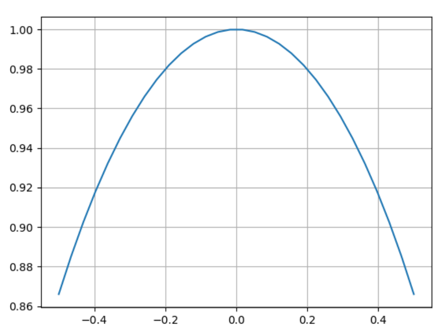
Compte rendu du tp2

Ye Daniel, Kouadri Amine.

2 novembre 2017

Voici les réponses aux questions du tp :

question 1.b :
représentation graphique de la fonction $f(x) = \sqrt{1 - x^2}$



question 1.c :
$\int_{-0.5}^{0.5} f(x)\,\mathrm{d}x = [\frac{1}{2}(x\sqrt{1-x^2} + \arcsin(x)]_{-0.5}^{0.5}$
$\int_{-0.5}^{0.5} f(x)\mathrm{d}x \approx 0.956$

question 2.c :
Méthode du point milieu :
l'aire du rectangle pour chaque subdivision est notée s_i :
$s_1 = \sqrt{\frac{3}{2}} \times 0.25$, $s_2 = \frac{\sqrt{15}}{4} \times 0.25$, $s_3 = \frac{\sqrt{15}}{4} \times 0.25$, $s_4 = \sqrt{\frac{3}{2}} \times 0.25$.

$s_1 \approx 0.22$, $s_2 \approx 0.24$, $s_3 \approx 0.24$, $s_4 \approx 0.22$.

La somme totale des aires des rectangles est $S \approx 0.9171$

L'erreur commise est égale à 0.04.

question 2.f :

L'erreur commise pour chaque pas $p = \frac{1}{n}$ avec n=10^k, k variant de 1 à 6 :

erreur	temps (sec)	n
4.803836545e-04	3.000000e-05	10
4.811177927e-06	1.060000e-04	100
4.811303300e-08	9.920000e-04	1000
4.816477217e-10	9.881000e-03	10000
5.331290964e-12	9.987000e-02	100000
5.687672555e-13	3.506530e-01	1000000

question 4

Méthode du trapèze :

soit p=$\frac{(b-a)}{n}$ le pas choisi, et T_i l'aire de chaque trapèze on a :

$T_i = \frac{(f(a+p\times i)+f(a+p\times(i+1)))\times p}{2}$

$\int_a^b f(x)\mathrm{d}x \approx \sum_{i=1}^{n} T_i$

L'erreur commise pour a=-0.5, b=0.5, pour chaque pas $p = \frac{1}{n}$ avec n=10^k, k variant de 1 à 6 :

erreur	temps (sec)	n
9.614021860e-04	1.200000e-05	10
9.622418442e-06	8.500000e-05	100
9.622451680e-08	6.500000e-04	1000
9.617313612e-10	5.704000e-03	10000
9.086842390e-12	5.711700e-02	100000
4.269917753e-13	5.798940e-01	1000000

Méthode de Simpson :

soit n le nombre d'intervalles de [a,b], et h=$\frac{(b-a)}{n}$ la longueur de ces intervalles, et x_i=a+ih pour i=0,1,...,n-1,n. on a :

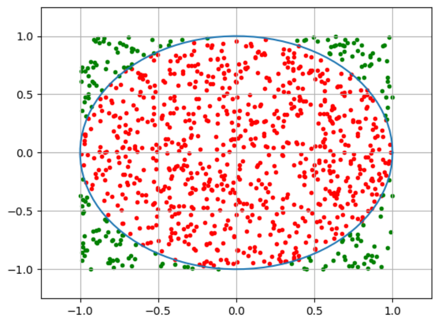
$\int_a^b f(x)\mathrm{d}x \approx (\frac{h}{3})[f(a) + 2\sum_{i=1}^{\frac{n}{2}-1} f(x_{2i}) + 4\sum_{i=1}^{\frac{n}{2}} f(x_{2i-1}) + f(x_n)]$

l'erreur commise pour a=-0.5, b=0.5 avec n=$10^k, k$ variant de 1 à 6.

erreur	temps (sec)	n
3.289140045e-06	1.400000e-05	10
3.414705185e-10	5.600000e-05	100
4.840572387e-13	3.620000e-04	1000
5.180300633e-13	2.975000e-03	10000
5.235811784e-13	2.974100e-02	100000
5.203615316e-13	3.016220e-01	1000000

question 5 :
Les méthodes de Simpson et du Trapèze sont plus précises, la méthode du point milieu est plus rapide.

question 6.c :
représentation du cercle unité et génération aléatoire de points dont les deux coordonnées sont comprises entre -1 et 1.



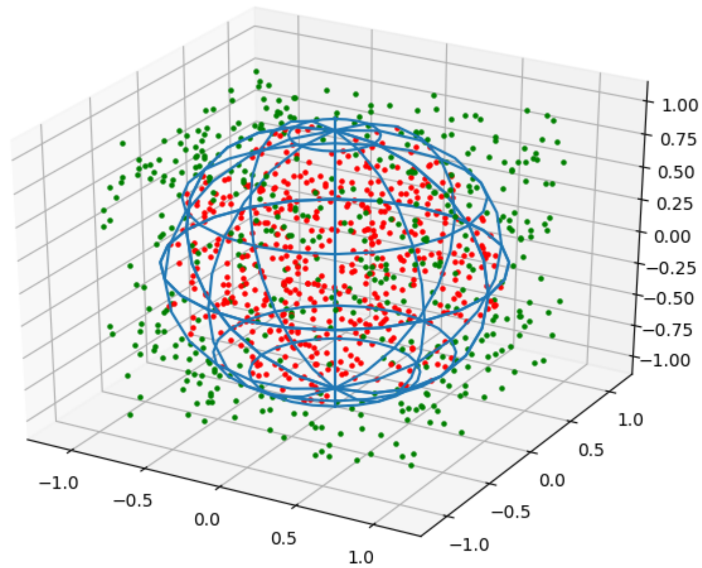
question 6.d :
Méthode de Monte-Carlo :

On a $\frac{I}{N} = \frac{S}{4}$ où I est le nombre de points à l'intérieur du cercle unité, N le nombre de points total et S la valeur de la surface recherchée.
Après calcul l'erreur commise est de 4.840572387e-13 avec un temps de calcul de 3.620000e-04 secondes

question 6.f
Voici l'erreur commise avec la méthode de Monte-Carlo et le temps de calcul avec N=10^k, k variant de 1 à 6.

n	erreur	temps
1	0.858407	0.000032
10	0.458407	0.000030
100	0.138407	0.000245
1000	0.017593	0.002478
10000	0.029207	0.025128
100000	0.000327	0.111211

question 6.g
Voici la représentation de la boule unité avec génération aléatoire de points dont touts les coordonnées sont comprises entre -1 et 1.



Voici l'erreur commise avec la méthode de Monte-Carlo et le temps de calcul avec N=10^k, k variant de 1 à 6.

```
     n | erreur   | temps
     1 | 4.188790 | 0.000015
    10 | 0.188790 | 0.000014
   100 | 0.268790 | 0.000121
  1000 | 0.227210 | 0.001185
 10000 | 0.094410 | 0.012182
100000 | 0.007670 | 0.121140
```