TP3
EQUATIONS DIFFERENTELLES

Noms et Prénoms:
SAVADOGO Hamed
DIACK Aliou
Licence 2 Mathématiques

Professeur:
Jean-Paul CARDINAL

Dans ce TP, on présente quelques méthodes pour intégrer numériquement sur un intervalle t ∈ [0, T], une
équation différentielle ordinaire - dite EDO - c’est-à-dire de la forme:

$u'(t)=f(t,u(t))$ $\quad$ $u(0)=0$

La fonction *f* , qui prend en argument un couple de réels et qui renvoie un réel, ainsi que la valeur initiale u_0 sont donnés ; la fonction *u*, qui prend un réel en argument et qui renvoie un réel, est inconnue ; c’est la solution cherchée.

1. Resolution simple d’equation

Considerons l’equation ci dessous:

$u'(t)=-u(t);u(0)=0$

$u'(t) = -u(t)$ $\quad$ $u(0)=1.0$

$\frac{u'(t)}{u(t)} = -1$

$\ln'(u(t)) = -1$

$\ln(u(t)) = \int -1\,dt$

$\ln(u(t)) = -t + c$

$u(t) = e^{-t+c}$

$u(t) = K e^{-t}$

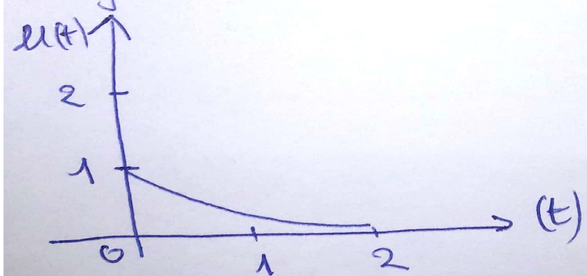
on a $u(0)=1$

$\Leftrightarrow$ $u(0) = K e^{0} = 1$

$\Leftrightarrow$ $K=1$

donc $u(t) = e^{-t}$.

• Traçons $u(t)$ sur $[0, 2]$



2. Calcul approché au moyen de la méthode d’Euler

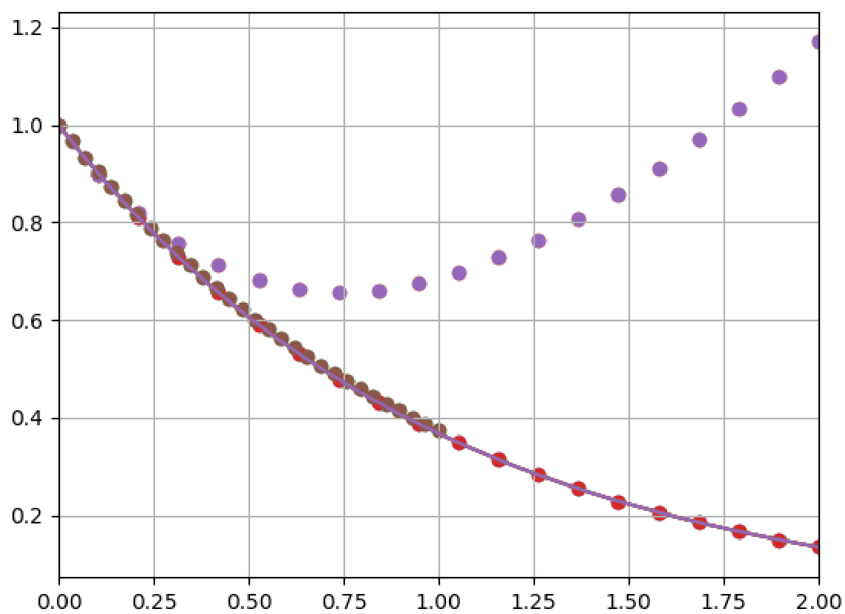
En mathématiques, la **méthode d'Euler**, nommée ainsi en l'honneur du mathématicien Leonhard Euler, est une procédure numérique pour résoudre par approximation des équations différentielles du premier ordre avec une condition initiale.

On divise l’intervalle [0, T] en n parties égales, puis on pose h = T /n, ce qui fournit une subdivision
t_0 = 0, t_1 = h, t_2 = 2h, · · · , t_n = T . A partir de là veut calculer, approximativement, la valeur de *u* aux
points t_k de la subdivision.

On definit la fonction python comme suit:

```
>>>def euler(f, u, T, n):
>>>   h = (float(T)/n)
>>>   suite = []
>>>   for i in range(0, n):
>>>           suite.append(u)
>>>           u = u + h*f(h*i, u)
>>>   uu=np.asarray(suite)
>>>   tt = np.linspace(0, T, n)
>>>   return uu, tt
```

On trace la fonction:



1.2
1.0
0.8
0.6
0.4
0.2
0.00
0.25
0.50
0.75
1.00
1.25
1.50
1.75
2.00